

高斯分布扩散光波导折射率分布的多项式近似

范 俊 清

(中国科学院长春物理研究所)

一、前 言

本文用适当的多项式函数近似高斯折射率分布函数,利用 Ikuno^[1]的结果,导出了扩散平面光波导导模有效折射率的更精确近似解公式。这个公式不仅简单便于计算,而且由它求得的导模有效折射率更接近光线方法的数值结果^[2],其精度不仅优于无微扰的适当双曲正割分布近似,也优于微扰的适当双曲正割分布近似^[3]。同时也改善了较高阶导模的数据精度。

二、理 论 公 式

具有高斯折射率分布的平面光波导折射率由下式表示

$$n^2(x) = \begin{cases} n_0^2 + 2n_0\Delta n \exp(-x^2/d^2) & (x \geq 0) \\ 1 & (x < 0), \end{cases} \quad (1)$$

式中 n_0 是衬底折射率, $\Delta n = n_0 - n_b$ 是表面折射率增量, n_b 是表面折射率, d 是扩散深度。对于式(1)给定的 $n(x)$, 波导的导模传播常数不能严格求解, 本文用如下形式的多项式函数近似 $n(x)$,

$$n^2(x) = n_0^2 + 2n_0\Delta n(1 - f(x)) \approx n_0^2 - 2n_0\Delta n f(x), \quad (2)$$

式中

$$f(x) = (x/d)^2 - a(x/d)^4 + b(x/d)^6, \quad (3)$$

其中 a 、 b 是正的常数。 a 、 b 可以取各种各样的数值, 例如取它们为 Taylor 展开式的系数 $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{1}{6}$ 。在后面会看到, 用 $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{1}{6}$ 作近似并不能得到最好的结果。因此, 按下述方式选择 a 和 b : 令 $y_1(x) = 1 - f(x)$, $y(x) = \exp(-x^2/d^2)$, 选择 a 和 b 使 $y_1(x)$ 通过点 $P = (x=d, y_1=e^{-1})$, 并且在 $x=0$ 到 $x=d$ 区间上 y_1 曲线和

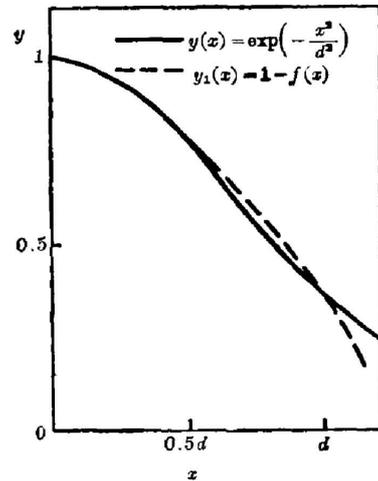


图1 高斯和多项式函数曲线
Fig. 1 The Gaussian and polynomial function curves

y 曲线下面的面积相等。容易求得满足上述条件的 a 、 b 近似值分别为 $a=0.4820$, $b=0.1141$ 。图 1 表示两种曲线的对比, 实线表示高斯曲线, 虚线表示 $y_1(x)$ 曲线。取多位有效数字(例如取到小数点后 8 位)进行计算比较, 可以看出上述近似曲线在 $x=0$ 到 $x=d$ 区间上较适当的双曲正割曲线^[3]更好地符合高斯曲线。

如式(1)所示, 扩散光波导的折射率于 $x>0$ 区域是高斯函数, 而在 $x=0$ 处有阶跃间断。假定在 $x<0$ 区域中场振幅指数衰减很快以致可认为场振幅为零, 所以用对称平面波导中的反对称模来近似扩散波导的导模^[3]。这时, 波导中导模传播常数 β_m 的 WKB 近似解满足以下 Bohr-Sommerfeld 条件:

$$k_0 \int_0^{x_t} [n^2(x) - N_m^2]^{\frac{1}{2}} dx = \frac{1}{4} (4m+3)\pi, \quad (4)$$

式中 $N_m = \beta_m/k_0$ 是导模有效折射率, $k_0 = 2\pi/\lambda$ 是真空波数, λ 是真空光波长, $m=0, 1, 2, \dots, M$ 是模阶数, x_t 是导模的隧道点,

$$N_m = n(x_t). \quad (5)$$

当 $f(x)$ 为式(3)所示的形式时, Ikuno^[1] 曾处理过式(4)的一般解[见文献[1]中的(10)式]。虽然本文讨论的 $n(x)$ 形式与 Ikuno 的不完全相同, 但是经过简单的代数变换, 可以把式(1)变成与 Ikuno 的相同。由此可知, 利用 Ikuno 的结果, 可导出式(4)的近似解

$$N_m^2 = n_0^2 - \frac{(4m+3)}{k_0 d} \sqrt{2n_0 \Delta n} + \frac{3}{8} \left(\frac{4m+3}{k_0 d} \right)^2 + \left(\frac{17}{64} a^2 - \frac{5}{16} b \right) \left(\frac{4m+3}{k_0 d} \right)^3 \frac{1}{\sqrt{2n_0 \Delta n}}. \quad (6)$$

把式(6)与 Kumar 和 Khular 的微扰公式[见文献[3]中的(11)~(14)式]比较, 可见式(6)既简洁又便于计算。由式(6)计算会得到更接近光线理论的数值结果。

三、数值结果和讨论

为了研究式(6)的精确程度以及与其它方法比较, 本文对 $n_0=2.20$, $\Delta n=0.05$, $d=3 \mu\text{m}$, $\lambda=0.53 \mu\text{m}$ 的典型情况进行了数值计算。计算结果列于表 1 中, 其中也列入了适当的双曲正割近似^[3]和用光线方法对高斯折射率分布计算的结果^[3, 31]。表中第一行数据是 N_m 的计算值, 第二行数据是用光线方法计算的数据与近似方法得到的对应 N_m 值之差。

由表 1 可以看出, 与光线方法对高斯折射率分布数值计算结果相比, $a=1/2$ 、 $b=1/6$ 的多项式分布和未微扰的双曲正割分布的计算偏差都较大, 高阶模尤甚。 $a=0.4820$ 、 $b=0.1141$ 的多项式分布近似, 偏差比前两种小, 也比双曲正割分布微扰方法计算的小。这表明, $a=0.4820$ 、 $b=0.1141$ 的多项式分布近似较其它近似更接近数值计算的结果。特别是, 高阶模的偏差被大大减小了。

以上阐明了具有 $a=0.4820$ 和 $b=0.1141$ 的多项式分布式(2)、(3)是对高斯折射率分布的很好近似, 用式(6)可以得到相当精确的模有效折射率或传播常数近似值, 而且其形式简单, 便于计算使用。由于常规测量模有效折射率的测量精度通常为 10^{-4} 量级, 式(6)的误差也是 10^{-4} 量级, 因此本文的结果有实用意义。

表 1

模阶数 m	多项式分布近似		双曲正割分布		光线方法
	$a=\frac{1}{2}, b=\frac{1}{6}$	$a=0.4820$ $b=0.1141$	未微扰的	微扰的	
0	2.241492 -2.24×10^{-4}	2.241485 -2.17×10^{-4}	2.240752 5.16×10^{-4}	2.240967 3.01×10^{-4}	2.241268
1	2.231071 -1.02×10^{-4}	2.231056 -0.87×10^{-4}	2.230388 5.81×10^{-4}	2.230547 4.22×10^{-4}	2.230969
2	2.221772 -0.36×10^{-4}	2.221797 -0.61×10^{-4}	2.221516 2.20×10^{-4}	2.221255 4.81×10^{-4}	2.221736
3	2.213667 0.63×10^{-4}	2.213830 -1.00×10^{-4}	2.214154 -4.24×10^{-4}	2.213230 5.00×10^{-4}	2.213730
4	2.206829 3.14×10^{-4}	2.207277 -1.34×10^{-4}	2.208316 -11.73×10^{-4}	2.206712 4.31×10^{-4}	2.207143
5	2.201328 9.61×10^{-4}	2.202260 0.29×10^{-4}	2.204016 -17.27×10^{-4}	2.202061 3.28×10^{-4}	2.202289

参 考 文 献

- [1] H. Ikuno; *IEEE Trans. Microwave Tech.*, 1978, **MTT-26**, No. 4 (Apr), 261.
 [2] G. B. Hoeker, W. K. Burns; *IEEE J. Q.E.* 1975, **QE-11**, (Jun), 270.
 [3] A. Kumar, E. Khular; *Opt. Commun.*, 1978, **27**, No. 3 (Dec), 349.

A polynomial approximation in diffused waveguides with a Gaussian profile

FAN JUNQING

(Changchung Institute of Physics, Academia Sinica)

(Received 4 October 1981)

Abstract

For a diffused waveguide with a Gaussian profile the index profile is given approximately by a polynomial function.

Using the result derived by Ikuno, an approximate solution of the propagation constants for guided modes is obtained. It is shown that the propagation constants obtained by our approach are in agreement with the results obtained by ray technique, better than those obtained by the earlier approach corresponding to secant hyperbolic profile. The equation is simple for calculation and particularly, the deviations in high order modes are decreased considerably.