第3卷 第1期
1983年1月

光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA

Vol. 3, No. 1
January, 1983

自准检测法中平面反射镜的误差允许值

向 才 新
(中国科学院长春光学精密机械研究所)

提　　要

根据初级波面像差理论，推导了自准检测法中平面反射镜的误差允许值。所得结果既适用于轴上，也适用于轴外。同时指出了 Burch 的结果的局限性。

自准检测法是检测光学镜头最常用的方法之一，其光路图如图1所示。不论轴上或轴外检测，平面波总是垂直于平面反射镜。自准法检测光学镜头(如望远镜、平行光管、摄影物镜等)时，所用平面反射镜常常存在两种误差：平面度误差、局部误差。Burch 曾讨论了前一种误差[1]。然而其讨论不适用于较大的视场角，且所得结果不够严格。

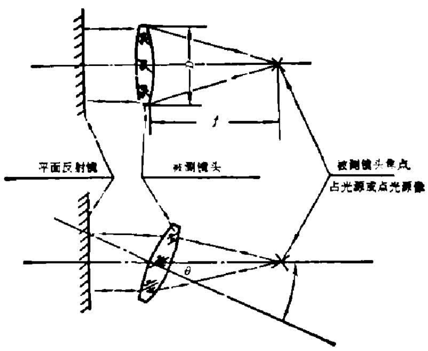

图1　自准检测法示意图

(a) 检测镜头轴上像差；(b) 检测镜头轴外像差

Fig. 1　Schematic diagram of the autocollimating test

(a) to test the axial aberrations of a lens;

(b) to test the extra-axial aberrations of a lens

一、平面度误差

在实际加工中，平面不平，大多数呈现为球面，少数为其它二次曲面，因此，讨论自准检测法中的“平面”反射镜的平面度容许误差，其实质就是求解一球面(或其它二次曲面)反射镜在自准光路中所产生的波面像差，当这个波面像差，即系统误差不大于某一给定量时，则这个反射镜面的深度即为“平面”反射镜的平面度容许误差值。

设在自准光路中，反射镜为绝对平面，被测镜头的波面像差为 $W_{镜}$，则平面波返回通过

收稿日期：1981年1月8日

被测镜头的总波面像差为 $_{平}W_{总}=2W_{测}$，也就是说，总波面像差是被测镜头的波面像差的两倍。当用球面(或其它二次曲面)代替绝对平面反射镜，则平面波返回通过被测镜头后的总波面像差为*

$$_{非平}W_{总}=2W_{测}+W_{非平}。\tag{1}$$

这时总波面像差中，除被测镜头的波面像差 $2W_{测}$ 外，尚有球面(或其它二次曲面)反射镜所产生的波面像差 $W_{非平}$，此即"平面"反射镜存在有平面度误差时所产生的系统误差。

$W_{非平}$ 产生于两个原因：(1) 来自被测镜头，具有波面像差 $W_{测}$ 的"平面波"，入射在球面(或其他二次曲面)反射镜上，反射后产生的波面球差；(2) 球面(或其它二次曲面)反射镜把反射波面聚焦于有限距离处，此反射波面通过被测镜头后，所产生的波面像差(与反射波面焦点位于无限远处的不相同)。将前者用 ΔW_1 表示，后者用 ΔW_2 表示，即

$$W_{非平}=\Delta W_1+\Delta W_2。\tag{2}$$

设球面(或其它二次曲面)反射镜的深度为 δ，通过口径为 D，则球面(或其它二次曲面)反射镜顶点处的曲率半径为[3]

$$R=(D/2)^2/[2\delta-\delta^2/a]。\tag{3}$$

在自准条件下，平面波在球面(或其它二次曲面)反射镜上反射后所产生的波面球差[3]，考虑到(3)式后化简成

$$\Delta W_1=-\frac{3y^4}{4R^3}b=-\frac{1}{D^2}\left[2\delta-\frac{\delta^2}{a}\right]^3 b,\tag{4}$$

(3)、(4)式中的 a、b 均为常数，其值如表 1 所示。

表 1　球面或其它二次曲面的 a, b 值

Table 1 Numerical values of a, b for the spherical or the other quadratic surfaces

	a	b
旋转椭圆面	>0	>0 或 $0>b>-1$
球　　面	$=R$	$=0$
旋转双曲面	<0	<-1
旋转抛物面	$=\infty$	$=-1$

初级波面像差随物距的改变而产生的改变量为[4]**

$$\begin{aligned}\Delta W_2&=(a_{1P}-a_P)y^4+(b_{1P}-b_P)y^3\theta\cos\varphi+(C_{1P}-C_P)y^2\theta^2+(A_{1P}-A_P)y^2\theta^2\cos 2\varphi\\&\quad+(d_{1P}-d_P)y\theta^3\cos\varphi=\left[b_P\pm\frac{(\alpha'^2-\alpha^2)}{\delta y^2}\right](x-x_1)y^4\\&\quad+\left[2(C_P+A_P)\mp\frac{(y'\theta'x'-y\theta x)}{2y\theta}\right](x-x_1)y^3\theta\cos\varphi\end{aligned}$$

* 在这里我们采用这样一种概念，即：光波的波面像差通过一个无像差的透镜，波面像差值不变，通过一个有像差的透镜，总波面像差值是原波面像差值和透镜所产生的波面像差之和。

** 原文献[4]中，各方括号中第二项，只取一种符号。其实既可取正号，也可取负号，因此我们取"±"。

$$+\left[2d_P\pm\frac{(\theta'^2-\theta^2)}{2\theta^2}\right](x-x_1)\,y^2\theta^2+\left[d_P\pm\frac{(\theta'^2-\theta^2)}{4\theta^2}\right](x-x_1)y^2\theta^2\cos 2\varphi$$

$$+[\pm a'_P](x-x_1)y\theta^3\cos\varphi, \tag{5}$$

(5)式中，$a_P(a_{1P})$、$b(b_{1P})$、$C_P(C_{1P})$、$A_P(A_{1P})$、$d_P(d_{1P})$、a'_P 分别为波面球差、慧差、场曲、像散、畸变和光瞳球差系数；θ 为视场角；φ 为光线与子午面之夹角；α'、α 分别为光线在像、物空间与光轴之夹角；$x(x_1)$、x' 为物、像距的倒数；y、y' 分别为光线在入瞳、出瞳面上之高度，凡下角标有“1”者，为物距改变后的数值，没有“1”者则为物距没有改变时的诸数值。

设被测镜头的相对孔径为(D/f)，则物距由无穷远变为有限距离 l 时，有

$$\alpha=0,\ \alpha'=D/2f,\ x=0,\ x_1=1/l;\ y=y'。\tag{6}$$

又设 $\theta'\sim\theta$，或 $\theta'=\theta+\Delta\theta$，$\Delta\theta\approx0$ 即

$$\theta+\theta'=2\theta。\tag{7}$$

将(6)、(7)式代入(5)式，且命 $y=y'=D/2$，当被测镜头的物距由无穷远变为有限距离 l 时的波面像差最大改变量(即 $\varphi=0$ 时)为

$$(\Delta W_2)_{\max}=\left[b_P\pm\frac{1}{8f^2}\right]\cdot\frac{1}{l}\left(\frac{D}{2}\right)^4+\left[2(C_P+A_P)+\frac{\theta}{D}\,6d_P\pm\frac{3\Delta\theta}{D}\right.$$

$$\left.\mp\left(\frac{\theta}{D}\right)^2 4a'_P\mp\frac{1}{2f}\right]\frac{\theta}{l}\left(\frac{D}{2}\right)^3。\tag{8}$$

由于球面(或其它二次曲面)反射镜的自准作用，来自反射镜的反射波面焦点位置(即物点)，相对于被测镜头，由无限远处改变为有限距离，即物距由无穷远变为有限距离 l (球面或其它二次曲面的通光口径与被测镜头的相同)，则反射波面返向通过被测镜头后，引起的初级波面像差改变量即由(8)式[即 $2\times(\Delta W_2)_{\max}$]决定。

在自准条件下，当反射镜面距被测镜头较近时，可以认为物距即等于球面(或其它二次曲面)反射镜的曲率半径，即 $l=R$。将(3)式代入(8)式，并设 $b_Pf^2=K$*。于是得到在自准条件下，因物距改变而产生的波像差改变量(即(8)式的2倍)

$$\Delta W_2=2(\Delta W_2)_{\max}=\left\{\left[K\pm\frac{1}{8}\right]\left(\frac{D}{2f}\right)^2+\left[2(C_P+A_P)+\frac{\theta}{D}\,6d_P\pm\frac{3\Delta\theta}{D}\right.\right.$$

$$\left.\left.\mp\left(\frac{\theta}{D}\right)^2 4a'_P\mp\frac{1}{2f}\right]\left(\frac{D}{2}\right)\theta\right\}\left[2\left(2\delta-\frac{\delta^2}{a}\right)\right]。\tag{9}$$

由(2)、(4)、(9)式得知，“平面”反射镜的平面度误差为 δ 时，系统误差(初级波面像差改变量)为

$$W_{\text{非平}}=\Delta W_2+\Delta W_1=\left\{\left[K+\frac{1}{8}\right]\left(\frac{D}{2f}\right)^2+\left[2(C_P+A_P)+\frac{\theta}{D}\,6d_P\pm\frac{3\Delta\theta}{D}\mp\left(\frac{\theta}{D}\right)^2 4a'_P\right.\right.$$

$$\left.\left.\mp\frac{1}{2f}\right]\left(\frac{D}{2}\right)\theta\right\}\left[2\left(2\delta-\frac{\delta^2}{a}\right)\right]-\frac{1}{D^2}\left(2\delta-\frac{\delta^2}{a}\right)^3 b,\tag{10}$$

(10)式表明：原则上说，“平面”反射镜所产生的系统误差 $W_{\text{非平}}$ 不仅与其平面度误差 δ、面形形状参量(a、b)有关，而且与被测镜头的相对孔径的平方 $(D/f)^2$，波面像差(K、C_P、A_P、d_P、a'_P)，视场角 θ 成正比。因此，为了确定“平面”反射镜的平面度误差 δ，必须首先知

* $b_Pf^2=K$ 即为正弦条件偏差量的系数(文献[4])，此处的 K 与 Burch 文章中的 b 值意义相同。

道被测镜头的相对孔径、波面像差以及视场角的大小范围。

然而在通常实际情况下,“平面”反射镜的质量不特别差时,有

$$2\delta > \delta^2/a, \qquad D \gg \delta。 \tag{11}$$

当被测镜头质量不特别差时, $K<\lambda$, C_P、A_P、d_P、$a'_P \ll \lambda$ 以及 θ/D, $\Delta\theta/D \ll 1$。即有

$$K \ll 1/8, \qquad \left|2(C_P+A_P)+\frac{\theta}{D}6d_P \pm \frac{3\Delta\theta}{D} \mp \left(\frac{\theta}{D}\right)4a'_P\right| \ll \left|\frac{1}{2f}\right|。 \tag{12}$$

考虑到(11)、(12)式, 为了得到最大可能的系统误差值 $W_{非平}$, θ 与 $D/8f$ 取相同的符号, 于是(10)式简化成

$$W_{非平} = \pm\left[\frac{D}{8f}+\theta\right]\left(\frac{D}{f}\right)\delta。 \tag{13}$$

当仅作轴上检测时, $\theta=0$, 则(13)式又可简化为

$$W_{非平}^{轴} = \pm\frac{1}{8}\left(\frac{D}{f}\right)^2\delta。 \tag{14}$$

因此,根据(13)、(14)式,在通常实际情况下当条件(11)、(12)式成立时,“平面”反射镜所产生的系统误差 $W_{非平}$, 仅与其平面度误差 δ、被测镜头的相对孔径(D/f)和所测视场角 θ 有关(轴上检测, 则与 θ 无关)。而无需考虑“平面”反射镜表面形状和被测镜头的波面像差的大小。

(13)、(14)式表明: 已知(D/f)和 θ, 即可由实存的 δ 值解得可能出现的 $W_{非平}$; 或由命定的 $W_{非平}$ 求得 δ 的限定值。根据(13)、(14)式, 计算了不同的“平面”反射镜平面度误差 δ 在不同的被测镜头相对孔径(D/f)以及视场角 θ 情况下所产生的系统误差 $W_{非平}$ (如表 2、表 3 所示)。

表 2　$\theta=25°$ 时的系统误差 $W_{非平}$

Table 2　Systematic errors W_{NP} for $\theta=25°$

相对孔径	δ(λ)					
	1	0.5	0.2	0.1	0.05	0.03
$f_{1/1}$	0.6	0.3	0.1	0.06	0.03	0.01
$f_{1/2}$	0.25	0.13	0.05	0.03	0.01	—

表 3　$\theta=0°$ 时的系统误差 $W_{非平}$

Table 3　Systematic errors W_{NP} for $\theta=0°$

δ(λ)	相对孔径					
	$f_{1/1}$	$f_{1/2}$	$f_{1/3}$	$f_{1/5}$	$f_{1/10}$	$f_{1/15}$
1	0.13	0.03	0.012	0.005	0.001	—
0.5	0.07	0.02	0.07	—	—	—
0.1	0.01	0.003	—	—	—	—

从表 2 和表 3 说明:

(1) 利用自准法对大相对孔径镜头作远轴外精密或比较精密的测定, “平面”反射镜的质量要求是很高或比较高的。例如, 从表 2 可知, 对相对孔径 1/1, 于视场角 $\theta=25°$ 检测

时，若要求系统误差 $W_{非平}\leqslant 0.01\lambda$，则"平面"反射镜的平面度误差为 $\delta=0.03\lambda$；若要求 $W_{非平}\leqslant 0.1\lambda$，则要求 $\delta=0.2\lambda$，这个要求不是轻而易举就能实现的。从表3可知，若仅作轴上检测，则平面度误差要求有所降低。例如要求 $W_{非平}\leqslant 0.01\lambda$，则 $\delta\leqslant 0.1$；要求 $W_{非平}\leqslant 0.1\lambda$，则 $\delta\leqslant\lambda$ 就可以了。

(2) 利用自准法对小相对孔径镜头(如望远物镜、平行光管物镜等镜头)作轴上检测，是有利的。例如，对相对孔径1/10的镜头作轴上检测，若要求平面反射镜产生的系统误差 $W_{非平}\leqslant\lambda/100$，则其平面度误差只需 $\delta<1$。这是较为易于实现的。

二、局部误差

波面像差是实际波面至某一球面参考波面的光程。局部误差则是波面的某局部误差处至原无局部误差的实际波面的光程(即以原无局部误差的实际波面为参考面来计算光程)，如图2所示。图中，$OaA'a'a''$ 是具有像差的实际波面的截面。其上某一点，比如 A' 点处的波像差，乃是该点至某一参考球面的光程 $[AA']$。当此点有局部误差为 $(\Delta W_{局})$ 时，其波截面以 $OaA''a'a''$ 线表示。即局部误差 $(\Delta W_{局})=[AA'']$ 是相对具有波像差的实际波面 $OaA'a'a''$ 为参考面的光程。这时，A'' 点处的光程差为实际波面的光程差 $[AA']$ 与局部光程差 $[A'A'']$ 之和。于是，根据光程差相加原则，在自准光路中，光波返回通过被测镜头后，在其出瞳面处之程差为被测镜头与"平面"反射镜所产生的各种波面像差之和。由(1)式以及(13)、(14)式，光波返回通过被测镜头，于出瞳面处的总光程差，即总波面像差为：

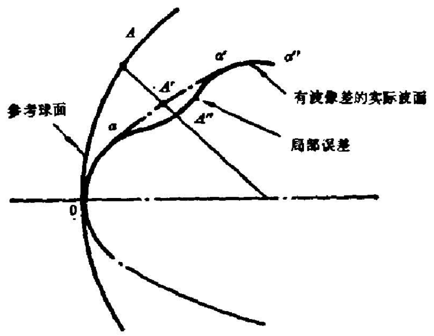

图2　局部误差示意图

Fig. 2　Schematic diagram of local errors

$$\Delta W={}_{非平}W_{总}+2(\Delta W_{局})=2[W_{测}+(\Delta W_{局})]+\left(\frac{D}{8f}+\theta\right)\left(\frac{D}{f}\right)\delta,\tag{15}$$

或

$$\Delta W=2[W_{测}+(\Delta W_{局})]+\frac{1}{8}\left(\frac{D}{f}\right)^2\delta。\tag{16}$$

(15)、(16)式即是自准检测法的波程差(或波面像差)方程，或简称为"自准检测法程差方程"。依次表明产生各种像差的因素，除 $W_{测}$ 外，其余均为系统误差。即总系统误差为

$$\Delta W_{总误差}=2(\Delta W_{局})+\left(\frac{D}{8f}+\theta\right)\left(\frac{D}{f}\right)\delta,\tag{17}$$

或轴上检测总系统误差为

$$\Delta W_{总误差}=2(\Delta W_{局})+\frac{1}{8}\left(\frac{D}{f}\right)^2\delta。\tag{18}$$

三、结　论

(1) 对于系统误差的"贡献"，局部误差 $(\Delta W_{局})$ 不同于平面度误差 δ。前者所产生的系

统误差值与其原有值的两倍 $2(\Delta W_{局})$ 相等，而后者则可能比其原有值 δ 小得多。因此，“平面”反射镜的局部误差比之其平面度误差的要求要严格得多。其极限值应小于被测镜头波差测量误差的 1～2 个数量级。否则，必须消除其所造成的系统误差。

(2) 由于考虑到平面波在“平面”反射镜上反射后所产生的波面像差，因此，我们的系统误差 $W_{非平}$ 的普遍表示式 (9) 比 Burch 的相应式多了式中的第三项，固然，这个量在通常情况下可以忽略不计。

(3) 在我们的讨论中，由于考虑到远轴像差的影响，因此，其结果不仅适用于小量慧差的近轴区域，且能适用于较大的视场角。

参 考 文 献

[1] C. R. Burch; *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 1938, **98**, No. 8 (Jun), 670.
[2] M. M. 鲁西诺夫;《技术光学》，(科学出版社，1965).
[3] H. H. Hopkings; *《Wave Theory of Aberrations》*, (Oxford at the Clarendon Press., 1950)
[4] A. Marechal; *《Handbuch der Physik, Band 24, Herausgegeben von. S. Flügge》*, (Springer-Verlag Berlin Gottinger, Heidelberg, 1956).

The permissible tolerance of the plane mirror in the autocollimating test

Xiang Caixin

(Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics, Acadmia Sinica)

(Received 8 January 1982)

Abstract

According to the first-order wave aberration theory, the permissible tolerances of the plane mirror in the autocollimating test have been derived. These formulae we obtained are suitable not only for axial test but also for extra-axial test. The limitations of the Burch's formula are also pointed out.