

应用傅里叶综合法设计最佳闪耀全息光栅

顾 坚 保
(上海机械学院)

提 要

本文叙述了闪耀全息光栅的概念及如何用傅里叶综合法实现最佳设计的方法。根据标量电磁理论推导了有关理论公式,进行了较详细的数值计算。进而讨论计算和选择设计参数的技巧,引进了两个与光栅衍射效率有关的参数:轮廓深度的比值 B 和相移 φ 。指出为了使闪耀全息光栅对特定的衍射级次求得最佳衍射效率,必须从 B 和 φ 的取值中选出两个最佳值,并且在实际制造时对这两个参数加以正确的控制。

一、概 述

应用激光全息照相的方法制造适用于光谱技术的衍射光栅一直被人们视为是一种很有前途的新技术。但是仅由两束相干平面波叠加的方法制得的全息光栅,一般地说都是正弦型的全息光栅(以下简称正弦全息光栅)。虽然 Sheridan^[1] 和 Hutley^[2] 提出过采用驻波法来改变线槽形状, Broidne 和 Maystre^[3] 指出,如果对一定线槽密度的正弦全息光栅选择适当的槽深,也可使正弦光栅具有闪耀特性。但是这些方法与通常的闪耀技术相比,因为它们无法自由地控制线槽轮廓的不对称性,只能是一种有限度的方法。从理论上来看,制造闪耀全息光栅的最理想的方法就是所谓的傅里叶综合法^[4]。这种方法根据傅里叶级数的理论,即当任何一个周期为 $T = \nu_0^{-1}$ 的周期函数 $P(x)$ 能够满足 Dirichlet 条件时,这个函数就能够用傅里叶级数展开^[5], 它的复数形式可写成

$$P(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \exp(i2\pi n \nu_0 x), \quad (1)$$

式中 n 是整数, C_n 是常系数。根据这一结论,假如把 $P(x)$ 看作是一个闪耀全息光栅的线槽轮廓函数,则任何形式的轮廓函数都可以从展开式(1)中取其中有限项分量求和逼近。又若把每一项分量看作是一个具体的,在取向上相同的正弦全息光栅,那末非对称线槽的闪耀全息光栅就可以看作是由有限个正弦全息光栅合成的结果。并且把(1)式改写成

$$\begin{aligned} G(x) &= \sum_{k=1}^N g_k(x) = g_1(x) + g_2(x) + \cdots + g_n(x) \\ &= A \sin 2\pi \nu_0 x + B \sin 2\pi 2\nu_0 x + \cdots + N \sin 2\pi n \nu_0 x, \end{aligned} \quad (2)$$

这里 $G(x)$ 就是闪耀全息光栅的轮廓函数, 每一个 $g(x)$ 代表一个正弦全息光栅的轮廓函数或光栅本身。于是,讨论许多个正弦全息光栅的叠加,实际上就是利用双光束干涉原理制作正弦全息光栅的方法去对同一块制作全息光栅的感光基板作多重曝光来实现各种闪耀全息光栅的综合。事实上,最简单的办法就是取(2)式中前两项所代表的基频(ν_0)正弦光栅和它

的倍频($2\nu_0$)正弦光栅进行综合。它们所合成的闪耀全息光栅的轮廓函数可写成

$$G(x) = g_1(x) + g_2(x) = A \sin 2\pi\nu_0 x + B \sin(2\pi 2\nu_0 x + \varphi), \quad (3)$$

式中 A 是第一块正弦全息光栅的轮廓深度系数或深度之半; B 是第二块正弦全息光栅的轮廓深度系数或深度之半; φ 表征两块光栅的相对位置, 称作相移; ν_0 即闪耀全息光栅的线槽密度。

图 1 画出了对玻璃基板上的光致抗蚀剂干膜(即感光层)作两重线性曝光后形成闪耀全息光栅的过程。(a)是未经感光的基板;(b)是经过第一次线性曝光后形成的正弦全息光栅;(c)是经两重线性曝光后形成的闪耀全息光栅。图中 $E = It$ 为曝光量, d 为刻蚀深度, I_1 为基频光强, I_2 为倍频光强, t 为曝光时间。

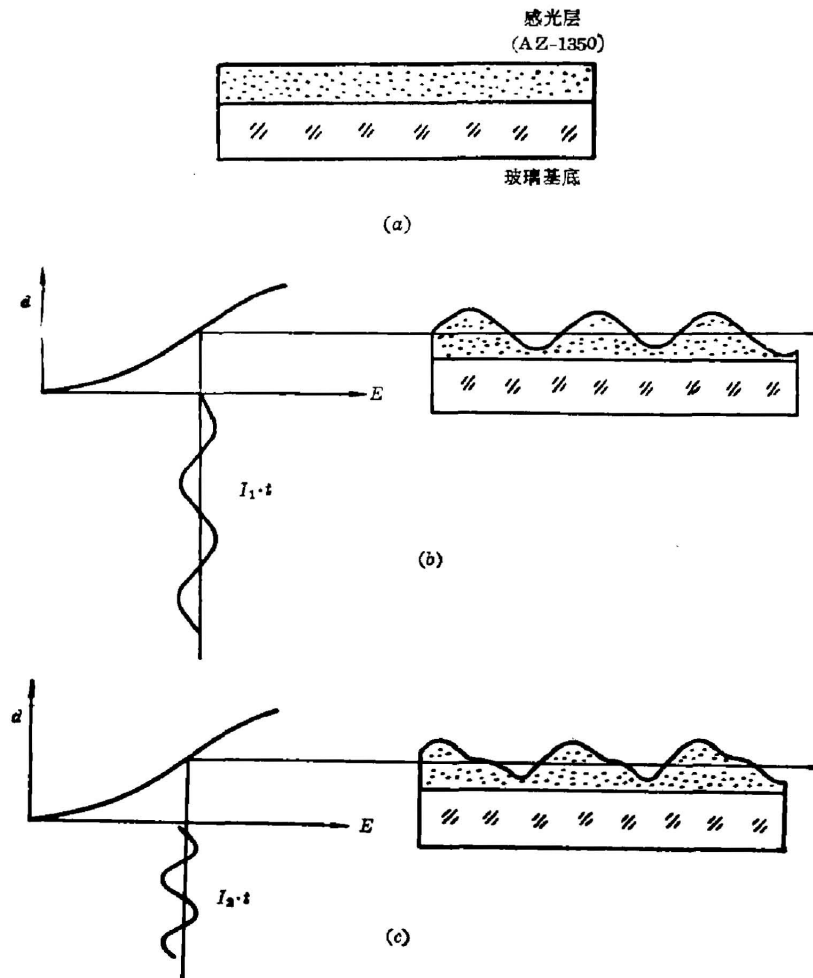


图 1

二、理论及设计计算方法

为了求出在某一衍射级次中具有最大衍射效率的闪耀全息光栅的设计参数, 必须找出

闪耀全息光栅的轮廓函数及其与各级衍射效率之间的关系。假设所论闪耀全息光栅就是由(3)式所描述的, 则由 $g_1(x)$ 和 $g_2(x)$ 两个光栅叠加起来得到的闪耀全息光栅的复透射系数 $\tau(x)$ 可以写成

$$\tau(x) = \exp[ig_1(x)] \cdot \exp[ig_2(x)]. \quad (4)$$

于是, 当用正入射的平面波 U_0 照明这个光栅时, 根据标量电磁理论即可得出在光栅后贴面上的光场 $U(x)$ 为^[6]

$$U(x) = U_0 \cdot \tau(x), \quad (5)$$

利用恒等式

$$\exp[iA \sin(2\pi\nu_0 x)] = \sum_{p=-\infty}^{\infty} J_p(A) \exp(i2\pi p\nu_0 x), \quad (6)$$

式中 J_p 是第一类 p 阶 Bessel 函数, 因而(5)式就能写成

$$\begin{aligned} U(x) &= U_0 \sum_{p=-\infty}^{\infty} J_p(A) \exp(i2\pi p\nu_0 x) \cdot \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_q(B) \exp(i2\pi 2q\nu_0 x) \exp(iq\varphi) \\ &= U_0 \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_p(A) J_q(B) \exp[i2\pi(p+2q)\nu_0 x] \cdot \exp(iq\varphi), \end{aligned} \quad (7)$$

式中 $(p+2q)$ 就是光栅的衍射级次, 因此令整数 $n=p+2q$ 就可得出入射波经光栅衍射后的光场的表达式为

$$U_n(x) = U_0 \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_{n-2q}(A) J_q(B) \exp(i2\pi n\nu_0 x) \exp(iq\varphi). \quad (8)$$

根据光强就是光场的复共轭, 即 $I_n = U_n \cdot U_n^*$ 及各级衍射效率 η_n 就是衍射光强 I_n 与入射光强 I_0 的比值, 即 $\eta_n = I_n/I_0$, 就不难得出 η_n 的表达式。为了简单起见, 在具体讨论各级衍射光强时, 对上述 Bessel 函数的展开式只取其对应光强贡献较大的有限项加以讨论(譬如在这里取 $n=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$ 时, 除 $n=\pm 1$ 外, 对其它的 n 取值只考虑 $q=0$ 和 1)。于是

$$\eta_{-4} = J_{-4}^2(A) J_0^2(B) + J_{-6}^2(A) J_1^2(B) + 2J_{-4}(A) J_{-6}(B) J_0(B) J_1(B) \cos \varphi, \quad (9.1)$$

$$\eta_{-3} = J_{-3}^2(A) J_0^2(B) + J_{-5}^2(A) J_1^2(B) + 2J_{-3}(A) J_{-5}(B) J_0(B) J_1(B) \cos \varphi, \quad (9.2)$$

$$\eta_{-2} = J_{-2}^2(A) J_0^2(B) + J_{-4}^2(A) J_1^2(B) + 2J_{-2}(A) J_{-4}(B) J_0(B) J_1(B) \cos \varphi, \quad (9.3)$$

$$\eta_{-1} = J_{-1}^2(A) J_0^2(B) + J_{-1}^2(A) J_1^2(B) - 2J_{-1}^2(A) J_0(B) J_1(B) \cos \varphi, \quad (9.4)$$

$$\eta_0 = J_0^2(A) J_0^2(B), \quad (9.5)$$

$$\eta_{+1} = J_1^2(A) J_0^2(B) + J_1^2(A) J_1^2(B) + 2J_1^2(A) J_0(B) J_1(B) \cos \varphi, \quad (9.6)$$

$$\eta_{+2} = J_2^2(A) J_0^2(B) + J_0^2(A) J_1^2(B) + 2J_0(A) J_2(A) J_0(B) J_1(B) \cos \varphi, \quad (9.7)$$

$$\eta_{+3} = J_3^2(A) J_0^2(B) + J_1^2(A) J_1^2(B) + 2J_1(A) J_3(A) J_0(B) J_1(B) \cos \varphi, \quad (9.8)$$

$$\eta_{+4} = J_4^2(A) J_0^2(B) + J_2^2(A) J_1^2(B) + 2J_2(A) J_4(A) J_0(B) J_1(B) \cos \varphi, \quad (9.9)$$

因此对于任何给定的 A, B 和 φ 都可以算出闪耀全息光栅线槽轮廓及其在各个衍射级次上的衍射效率。所谓设计闪耀全息光栅的任务就是要寻找一组使衍射能在某一特定的级次获得最大衍射效率的参数。为了达到纵观全局的目的, 本文对各种不同 φ 值的衍射效率与两正弦全息光栅的轮廓深度比 $R(=A:B)$ 的关系作了详细的数值计算, 图 2 给出的是人们最感兴趣的一族一级闪耀特性曲线。众所周知, 正弦位相全息光栅的衍射效率是它的线槽轮廓深度的函数, 这里, 闪耀全息光栅的衍射效率是所给定的两块正弦位相全息光栅的轮廓深度的比值的函数, 并且当两块光栅的相移 φ (在较小的范围内) 变大时, 其效率曲线就会普遍地下降, 它的最大值在 $\varphi=0$ 及 $R=2.3$ 处。每一条效率曲线与单块正弦位相全息光栅的效

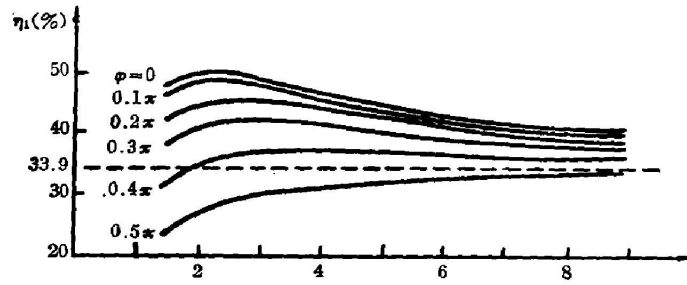


图 2

率曲线相比都要平坦得多*。为了进一步定出参数 A 和 B 的值,一般地说,应该考虑到实际制作全息光栅时所采用的基板上的感光介质的刻蚀特性,即它的线性刻蚀范围。然后籍助于电子计算机的高速运算,对 A 或 B 赋值后定出最佳 A 和 B 的数值。对于最感兴趣的一级衍射情况,它的 A 和 B 的确定也可以由衍射效率的表达式(9.6)式分析得出。显然,效率 η_1 可以看作是自变量为 A 的因子 $\eta_A = J_1^2(A)$ 和另一个自变量为 B 的因子项 $\eta_B = J_0^2(B) + J_1^2(B) + 2J_0(B)J_1(B)\cos\varphi$ 的乘积,即 $\eta_1 = \eta_A \cdot \eta_B$ 。在这里,同样可以根据标量电磁理论及关系式(6)证明 η_A 的物理意义恰好就是第一块正弦位相全息光栅 $g_1(x)$ 的衍射效率的表述,而 η_B 意味着第二块光栅 $g_2(x)$ 对第一块光栅的衍射效率作的调制。因而只要适当地选取 A 和 B 的值就可以使 η_A 和 η_B 的乘积达最大,即使闪耀全息光栅 $G(x)$ 获得最大衍射效率。又因为 η_A 的最大值为 $\eta_{A\max} = J_1^2(A)|_{A=1.83} = 0.339$, 这里 $A=1.83$ 是对应 $J_1^2(A) = 0.339$ 时的取值。于是 $B = A/R = 0.8$ 相应的 $\eta_B = J_0^2(B) + J_1^2(B) + 2J_0(B)J_1(B) = 1.476$, 于是得到

$$\eta_{1\max} = 0.339 \times 1.476 = 0.500。 \quad (10)$$

因此, $A=1.83$ 和 $B=0.8$ 就是所要寻找的最佳闪耀全息光栅的设计参数,把这些数值代入(3)式得

$$G(x) = 1.83 \sin 2\pi\nu_0 x + 0.8 \sin(2\pi 2\nu_0 x), \quad (11)$$

这就是最佳闪耀全息光栅的轮廓函数,它所给出的轮廓曲线就是光栅的槽形。这样的光栅闪耀在各个级次上的效率可以根据(9)式计算得出,见表1和图3所示。

从表1和图3可知,闪耀在正一级和负一级的衍射效率之比为6.5。可见不对称性是很好的。但其各个级次都有一定的衍射光强,这是由综合技术本身所决定的。

与上述讨论相仿,还可以根据所述设计原理对闪耀全息光栅在其它各级实现强闪耀的要求作类似的计算和分析,从而作出必要的选择。

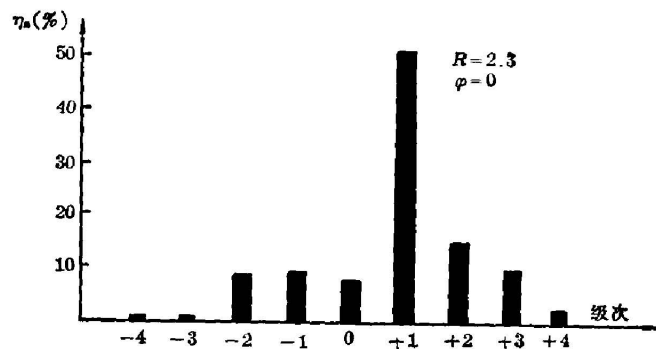


图 3

* 这里指由一阶 Bessel 函数的平方 $J_1^2(A)$ 或 $J_1^2(B)$ 作出的曲线,即单块正弦位相全息光栅的效率曲线。

表 1 $A=1.83, B=0.8, \varphi=0$

| 衍射级次 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | +1 | +2 | +3 | +4 | 累 计 |
|--------------|------|-----|-----|-----|-----|------|------|-----|-----|------|
| $\eta_n(\%)$ | <0.1 | 0.8 | 7.9 | 7.7 | 7.4 | 50.0 | 14.0 | 9.1 | 1.6 | 98.5 |

三、结果分析

按照前面得出的结果去制作所需要的闪耀全息光栅,实际上将受到对 A 、 B 和 φ 三个参数的控制精度的限制。虽然讨论任何具体装置和实验的细节不属于撰写本文的题意,但是无论提议用哪一种类型的实验装置去实施闪耀全息光栅的制作,其共同的不可避免的问题都是如何解决 A 、 B 和 φ 的控制问题。由图 2 所描述的计算结果 $\eta-R$ 曲线族给出的情况,可以看到:

(1) 闪耀在一级的最大衍射效率 η_{1max} 随对应的 R 的取值的漂移而下降,当 R 变得很大时,即意味着闪耀全息光栅在向正弦型全息光栅转化。这是完全可以理解的,因为两个轮廓深度相差非常悬殊的正弦位相光栅叠加在一起,其中轮廓深度太浅的正弦位相光栅改变不了轮廓深度较深的正弦位相光栅的衍射特性。反之亦然,当 R 趋向于变小时,效率骤然下降。但是实际上采用任何由两个入射平面波相干涉的双重曝光法实现这种闪耀控制时,由于线性曝光过程都是用氩离子激光器输出的 4880 埃或 4579 埃谱线,或氩镭激光器输出的 4416 埃谱线对 AZ-1350 正性光致抗蚀剂干膜进行刻蚀的过程,这个过程需要大约数分钟或更长的时间才能完成。因而,只要所制得的 $g_1(x)$ 和 $g_2(x)$ 两块光栅都是在线性曝光的条件下获得的完善的正弦光栅,那末,对 R 的精确控制的要求就不会太苛刻。通常在不可能对 R 的控制做到十分精确的时候,对 R 的值应该取得比最佳值稍大一些为好。

(2) 闪耀在一级的衍射效率曲线随所给定的 φ 值(在小于 π 的范围内)的递增而下降,

仅当 $\varphi=0$ 的时候为最佳,但是无论 φ 取何值,一旦被确定,就意味着光栅 $g_1(x)$ 和 $g_2(x)$ 的相对位置必须按照所要求的指标严格对准才好。现将经过计算得到的一组 η_1 随 φ 变化的数据列于表 2,并且由此作出 η_1 随 φ 变化的曲线,如图 4 所示,据此可以看到仅当 φ 的取值在 $0 \sim 0.1\pi$ 之间时,曲线才比较平坦, η_1 变化不大。然而 φ 的取值稍大, η_1 即开始迅速下降。考虑到任何实际的衍射光栅都是线槽密度甚高的元件,譬如以线槽密度为每毫米 600 条线

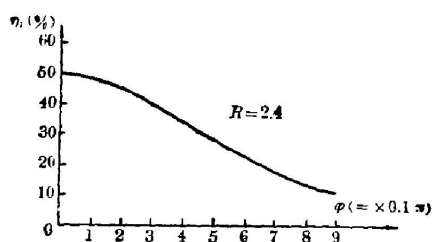


图 4

对的光栅来说,它的光栅常数是 1.67μ 。对于这样的光栅,假若要求把 φ 值的偏差控制在 $0 \sim 0.1\pi$ 以内,就意味着两块光栅位置的对准精度应小于 0.1μ 。可见这一要求是相当高的。如果对光栅线槽密度的要求提得更高,则对准精度的要求还会变得更高。这是在实现傅里叶综合法制作闪耀全息光栅技术中难度极高的一环。

表 2 $R=2.4$

| $\varphi = \times 0.1\pi$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $\eta_1(\%)$ | 49.9 | 48.9 | 45.9 | 41.4 | 35.7 | 30.0 | 23.5 | 18.4 | 14.8 | 12.7 |

参 考 文 献

- [1] N. K. Sheridan; *A. P. L.*, 1968, **12**, No. 9 (1 May), 316.
 [2] M. C. Hutley; *Opt. Acta*, 1975, **22**, No. 1 (Jan), 1.
 [3] M. Breidne, D. Maystre; *Appl. Opt.*, 1980, **19**, No. 11 (1 Jun), 1812.
 [4] G. Schmahl; *J. Spectrosc. Soc. Japan*, 1974, **23**, No. 1 (Suppl.), 3.
 [5] R. N. Bracewell; *«Fourier Transform and its Applications»* (McGraw-Hill, 1978)
 [6] J. W. Goodman; *«Introduction to Fourier Optics»* (McGraw-Hill, 1968)

Optimum design of blazed holographic grating using Fourier synthetic method

GU JIANBAO

(Shanghai Institute of Mechanical Engineering)

(Received 30 November 1981, revised 15 April 1982)

Abstract

This paper covers the concept of blazed holographic grating and its optimum design method by Fourier synthesis. Theoretical formulae have been derived from the basis of scalar electro-magnetic theory. The numerical calculating results have been analysed in detail and skills for calculating and choosing design parameters have been discussed by introducing two parameters, i. e. ratio of profile depth R and phase shift φ , in relation to grating diffraction efficiency. It is shown that two optimum values must be chosen from a series of values of R and φ in order to obtain the optimum diffraction efficiency of blazed holographic grating for certain diffraction order and to control the two parameters correctly in manufacturing practice.