

图象消模糊的一种新方法*

羊国光

(中国科技大学)

E. N. LEITH

(密西根大学, 美国)

提 要

本文发展了一种非相干光图象消模糊的方法。采用了新的消模糊函数, 它比起逆滤波器较易于制作。此函数与模糊图象在空域中进行卷积运算, 能得到消模糊图象。在本系统中, 可采用扩展单色光源和扩展白光光源。由于运用非相干光源, 使得在系统中引入了冗余度。因此, 与通常的相干光系统相比, 这种方法显著地提高了输出图象的信噪比。理论分析证明, 此新消模糊函数是逆滤波函数的傅里叶变换。本文给出了实验结果。

一、引 言

通常图象消模糊的方法是所谓逆滤波法。对于线性运动引起的图象模糊, 模糊过程可用以下脉冲响应来描述:

$$r(x) = \text{rect}(x/l), \quad \text{rect}(x/l) = \begin{cases} 1, & |x| \leq l/2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$

其中 l 是有效的模糊长度。与此相应的传递函数是

$$R(f_x) = l \sin c(lf_x), \quad \sin c(x) = \sin \pi x / \pi x. \quad (2)$$

假定 $s(x)$, $u(x)$ 以及 $r(x)$ 分别是原图象、模糊图象及模糊过程的脉冲响应。那么 $u(x) = s(x) \otimes r(x)$, 其中 \otimes 为卷积运算。与此相应的傅里叶变换表达式是 $V(f_x) = s(f_x) \cdot R(f_x)$ 。对被恢复的图象 $\hat{s}(x)$, 则有关系式 $\hat{s}(x) = u(x) \otimes h(x)$, 其中 $h(x)$ 是消模糊滤波器的脉冲响应。其相应的傅里叶变换为 $\hat{s}(f_x) = V(f_x) \cdot H(f_x)$, 在理想情况下, $\hat{s}(x) = s(x)$ 。故理想的消模糊滤波函数为

$$H(f_x) = [R(f_x)]^{-1} = [l \sin c(lf_x)]^{-1}, \quad (3)$$

这就是所谓逆滤波器。

在运用这种逆滤波器去恢复图象时, 会遇到两个主要的困难。首先这种逆滤波器难于制作。因为函数 $R(f_x)$ 有周期性的零点, 则滤波器有无限多个极点。因此, 对逆滤波器的任何可能的近似, 必须有很高的动态范围。这对底片来说实际上是不可能达到的。通常这种滤波器由振幅与相位两部分组成, 称为“三明治滤波器”。它的制作是比较麻烦的。另一问题是, 逆滤波运算实际上是一种高通滤波运算, 因为在模糊过程中, 大多数高频分量损失掉。在恢复过程中, 必须增强图象的高频分量。因此, 在输入的模糊图象上的任何高频噪声或由

收稿日期: 1981年10月19日, 收到修改稿日期: 1982年4月12日

* 本文是羊国光在密西根大学访问期间完成的

光学系统产生的噪声都会被显著地放大。同时,又不能避免由于以激光作光源时所引入的散斑噪声,故一般总是难以提高输出图象的信噪比。

庄松林和杨震寰^[1]等已报导了一种方法,用白光点光源进行图象消模糊,以减小噪声。他们利用衍射光栅使白光色散到不同光谱分量上。这些分量在光学系统中行经不同的路径。这样在系统中引进了一定的冗余度,以达到压制噪声的目的。Goedgebuer等^[2]报导了一种类似的方法,但他们用棱镜作为色散元件。

我们发展了一种新方法^[3,4,5]去克服以上所述的困难。我们注意到逆滤波函数的傅里叶变换在空间域中是一简单的函数。这个消模糊函数较易于用光学方法实现,并且在这个系统中可以采用非相干光作为光源。这样,这种方法显著地提高了输出的恢复图象的信噪比。

二、理论分析

Leith^[3]曾提出一种图象消模糊的方法,即在空间域中进行模糊图象与消模糊函数的卷积运算。所采用的消模糊函数可表达为下式

$$h(x) = \text{sign}(x) \sum_{n=-N}^N \delta^{(1)}[x - (n-1/2)l], \quad (4)$$

其中 $\delta^{(1)}(x)$ 是 δ 函数的导数, $\text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ -1, & x < 0. \end{cases}$

图1给出卷积运算 $h(x) \otimes u(x)$ 的消模糊过程的启发式的说明^[6]。这时模糊图象是宽度为 l 的矩形函数。它表示一线性物体由于线性运动而引起宽度为 l 的弥散。容易看出, $h(x)$ 与 $u(x)$ 进行卷积运算,其结果是图1下部的图形,即一个强脉冲与两个较弱的脉冲。这样得到一个强的消模糊的图象及两个较弱的消模糊图象。如果 N 足够大,这两个弱图象将落到图形之外。我们称(4)式这类消模糊函数为 A 型消模糊函数。

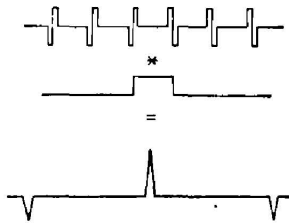


图1 用 A 型消模糊函数的卷积运算
Fig. 1 Convolution operation of using type-A deblurring function

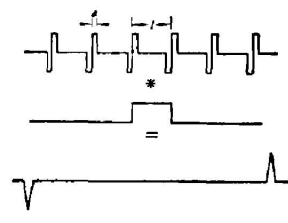


图2 用 B 型消模糊函数的卷积运算
Fig. 2 Convolution operation of using type-B deblurring function

还有另一类相似的消模糊函数(称为 B 型),可表示为

$$h(x) = \sum_{n=-N}^N \delta^{(1)}[x - (n-1/2)l], \quad (5)$$

用此函数进行的卷积运算示于图2。显然,它给出两个相同的消模糊图象。

另一方面从逆滤波运算的观点,我们也可以有另一启发式的说明,如图3所示。一线状物体的模糊图象之傅里叶变换与逆滤波函数之乘积在频率域中为一常数,则在空间域中得

到的是一个 δ 函数。这就是消模糊的图象。

现在可以提出这样一个问题，在卷积运算及滤波运算之间是否存在什么关系？换句话说，我们下面要找出逆滤波函数与消模糊函数之间的关系。

首先，计算逆滤波函数的傅里叶变换

$$g'(x) = \mathcal{F}^{-1}\{H(f_s)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\pi f_s}{\sin \pi f_s l} \exp(i2\pi f_s x) df_s, \quad (6)$$

此被积函数在实轴上有无限多个极点，它们是 $f_s = n/l$ ，其中 $n = \pm 1, \pm 2, \dots$ 。(6) 式经广义积分后得

$$g'(x) = \text{sign}(x) \cdot \left\{ -\frac{4}{l^2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \sin \frac{2\pi n}{l} x \right\}, \quad (7)$$

如 n 趋于无限大，则该级数是发散的。由于在制作滤波器时，我们不可能取无限多个极点，实际上，一般只取前几个极点，如取 $N=3$ 或 5 。故(7)式的近似表达式为

$$g(x) = \text{sign} \cdot \left\{ \frac{4}{l^2} \sum_{n=1}^N (-1)^n n \sin \frac{2\pi n}{l} x \right\}. \quad (8)$$

另一方面从方程(4)出发，可作 $h(x)$ 的傅里叶级数展开。若定义 $f(x) = \sum_{n=-N}^N \delta^{(1)}[x - (n-1/2)l]$ ，此式可写为另一形式

$$F(f_s) = \mathcal{F}\{f(x)\} = 2\pi i \sum_{n=-N}^N f_s \delta(f_s - n/l) \exp(-i\pi f_s l), \quad (9)$$

容易证明

$$\begin{aligned} f(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} F(f_s) \exp(i2\pi f_s x) df_s \\ &= -\frac{4}{l^2} \sum_{n=1}^N (-1)^n n \sin \frac{2\pi n}{l} x, \end{aligned} \quad (10)$$

因此

$$h(x) = f(x) \cdot \text{sign}(x) = g(x) = \mathcal{F}\{R(f_s)\}. \quad (11)$$

由此可见，消模糊函数 $h(x)$ 正是逆滤波函数 $H(f_s)$ 的傅里叶变换。因此，在空间域中的卷积运算与在频率域中的滤波运算是等价的。

图 4 给出了当 $N=5$ (实线); $N=10$ (虚线) 时的函数 $g(x)$ 的图示。作为近似，今后可将消模糊函数(5)式表示为

$$h(x) = \sum_{n=1}^N \left[\text{rect} \left(\frac{x-nl}{\Delta} \right) - \text{rect} \left(\frac{x-nl-\Delta}{\Delta} \right) \right], \quad (12)$$

这里把 δ 函数近似地表示为宽度为 Δ 的矩形函数。

非相干光源通常是扩展光源或白光光源。对扩展光源，其上每一小单元相应于一个通

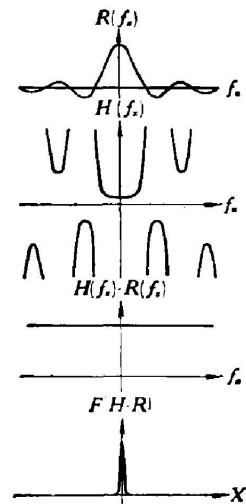


图 3 逆滤波运算
Fig. 3 Inverse filtering operation

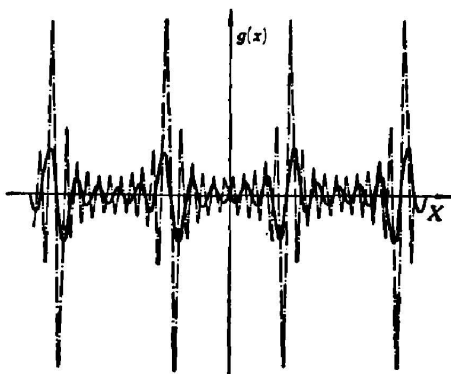


图 4 函数 $g(x)$ 图示
Fig. 4 Schematic diagram of function $g(x)$

道。对白光源,由于光路中存在色散元件(如光栅),故不同波长的光也将经过不同的通道。在这种情况下,输出则是不同通道上的非相干叠加。在不同通道上输出的信号是完全相关的,但在不同通道上的噪声却是不相关的。结果,信号在输出平面上得到相加,而噪声将趋向于平均。因此,在光学系统中由于运用非相干光照明,而引进一定的冗余度后,将显著地提高输出的信噪比。准确地说,可以证明,如果独立信息通道的数目是 N ,由于冗余通道的引进,将提高输出的信噪比 N 倍。

三、消模糊运算的实现及实验结果

有两种方法可实现消模糊函数。一种是用照相复印方法制作 B 型消模糊函数。取空间频率为 f_0 的 Ronchi 光栅 $1/2 + \text{sign}(\cos 2\pi f_0 y)/2$ 与 N 个相间为 l , 宽度为 d 的狭缝掩膜 $\sum_{n=1}^N \text{rect}[(x-nl)/d]$ 相重叠,作第二次曝光。然后,将 Ronchi 光栅在 y 方向平移 $1/2$ 光栅周期,并同时使狭缝掩膜在 x 方向平移 d 距离,再作第二次曝光。底片处理后的掩膜如图 5 所示。由于狭缝掩膜上相邻狭缝之间的光栅在 y 方向上相差半个周期,故将此掩膜重新成象时,在两个第一衍射级上,可得到相邻狭缝之间的相位差为 π 。这正是我们所要求的 B 型消模糊函数。此掩膜经滤波之后(即取一级衍射后),成象到模糊图象上,即可实现消模糊的卷积运算 $h \otimes s$ 。

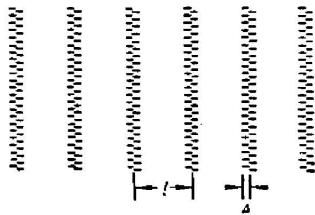


图 5 B 型消模糊函数掩膜
Fig. 5 Type-B deblurring function mask

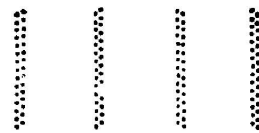


图 6 用计算机产生的 A 型消模糊函数掩膜
Fig. 6 Type-A computer-generated deblurring function mask

另一种是用计算机产生的掩膜来实现消模糊函数,如图 6 所示^[9]。这时采用孔状结构而不是光栅结构。这样,我们获得一种灵活性,能制作 A 型滤波函数。但用这种方法制作的掩膜在 y 方向的空间频率太低,大约为 10 line/mm 。从下面看到,用扩展线光源时,其第一衍射级将与零级相交叠,得不到所需的函数。为此,要求频率 f_y 足够高,即满足 $f_y > l/f\lambda$, 其中 l 为扩展线光源长度, f 为透镜的焦距, λ 为照明波长。这样才能保证第一衍射级与其他衍射级的分离,从而得到正确的消模糊函数。为此,采用空间非相干光去记录此计算机产生的掩膜的象平面全息图。由于 f_y 取决于物束与参考束之间的夹角,因此,很容易获得较高的空间频率($f_y \sim 160 \text{ line/mm}$)。利用这种非相干光记录全息图的方法^[7],我们得到几乎无噪声的消模糊函数的掩膜。下面用两种方法来实现消模糊运算。

1. 用单色非相干线光源的滤波法

消模糊运算是一维卷积运算。在 x 方向上要求有空间相干性,否则,在这个系统中不能

进行振幅运算。然而,在 y 方向上则没有任何空间相干性的要求。因此,这个系统可用单色非相干线光源。

为了得到线光源,可在准直的激光束后放置一柱面镜,形成相干线光源。同时为了使线光源上每一元素互不相干,在柱面镜的焦平面上放一旋转毛玻璃。在旋转毛玻璃的后面放一沿 y 方向的狭缝(约 80μ 宽),以保证在 x 方向上有足够的空间相干性。

用单色非相干线光源的滤波消模糊示意图如图 7 所示。模糊图象 S 经透镜 L_2 傅里叶变换后,在 L_2 的后焦面上与滤波函数 H 相乘。再经透镜 L_3 的变换,在输出平面上形成卷积 $s \otimes h$ 与交叉相关 $s \oplus h$, 以及直流项。由于函数 h 是实函数,并且是对称分布,故卷积与相关是一致的。这样,在图 7 输出平面的顶部或底部得到所需要的消模糊图象。由于采用了非相干线光源,光源上每一单元相当于一个独立的点光源。这些点光源在不同方向上照明模糊图象 S , 使其傅里叶变换经不同方向投影在滤波器 H 的不同的垂直位置上,即相当于 S 与 H 在不同位置上相乘。然后,经过透镜 L_3 的变换,得到在不同通道上进行的卷积运算。由此可见,在此系统中引进了冗余度。

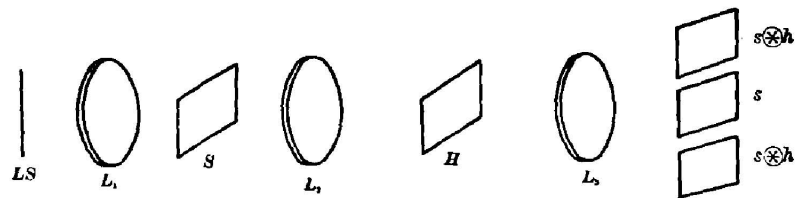


图 7 单色非相干线光源滤波消模糊光路图

Fig. 7 Incoherent monochromatic filtering system for deblurring optic path

滤波器 H 实际上是一个全息滤波器。由于用于线光源系统,故要求该函数在 y 方向上伸展,以便进行不同通道的卷积运算。我们采用图 8 光路来制作,其中用一柱面镜形成一线光源,在 y 方向上使一点伸展为一线。用上节提到的消模糊掩膜 h (B 型),经透镜 L_3 进行傅里叶变换,在其第一衍射级上记录全息图,得到全息滤波器 H 。

图 9 给出了实验结果。图 9(a) 为线性运动模糊图象,图 9(b) 为用非相干线光源的消模糊结果,图 9(c) 为用相干光源消模糊的结果。可见,用非相干光系统处理图象,显著地压制了噪声。

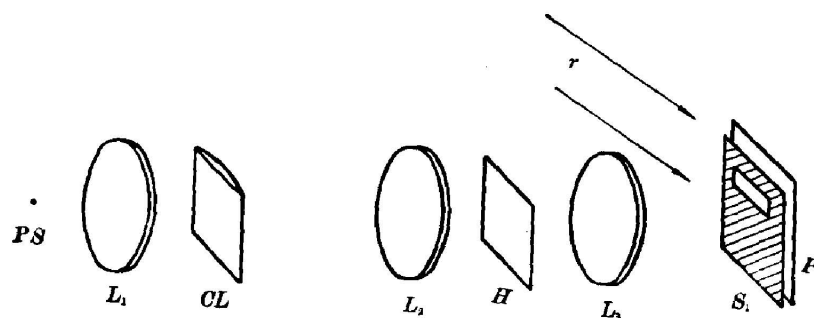


图 8 制作滤波器的光学系统

Fig. 8 Filter-making optical system

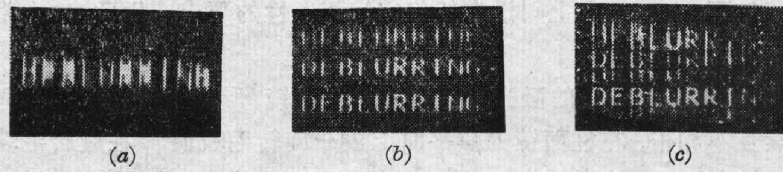


图 9 实验结果

Fig. 9 Experimental results

在理论上用 B 型消模糊函数只应给出两个相同的恢复图象。从结果看, 还存在一些余象。其原因在于制作滤波函数时, 相邻脉冲之间光栅位置的移动不可能作得正好相差半个周期, 故不是 π 位相差。因此, 余象的出现是必然的。

2. 用线白光源的卷积法^[5]

该系统如图 10 所示。消模糊(A 型)掩膜 $h(x, y)$ 为

$$h(x, y) = a_0 + |r_0(x)| \cos[2\pi f_0 y + \phi(x)], \quad (13)$$

这里 $r_0 = |r_0| \exp(i\phi)$ 为消模糊函数, f_0 是 y 方向的空间载频, a_0 为一常数。此消模糊函数在 S_1 作滤波, 即只取第一衍射级, 然后成像投影到模糊图象 S 上。再经透镜 L_4 及柱面镜 CL , 在 y 方向于输出平面 P 上成像。但在 x 方向只有透镜 L_4 起作用, 故在此方向为傅里叶变换。因此, 这个系统形成一维傅里叶变换。换句话说, 这是一个一维卷积运算器。

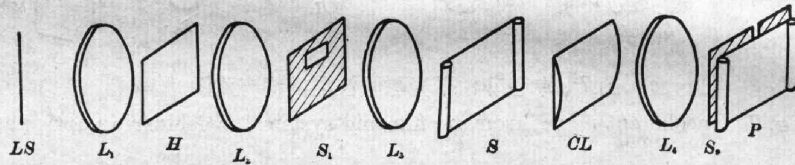


图 10 用线白光源的卷积法消模糊光学系统

Fig. 10 White light convolution system for deblurring optical system

我们注意到, 这是一个消色差的光学系统。采用的消模糊掩膜是光栅状结构, 相邻脉冲之间在 y 方向光栅相差半个周期。因此, 不论波长如何, 相邻脉冲之间总是存在 π 相位差。故对任意波长, 总能得到正确的消模糊函数。另外, 空间滤波要求第一衍射级同其他衍射级分开, 这一点即使在用白光源时也是满足的。因为只要 f_0 方向的载频足够高, 对整个可见光谱区, 第一级总可以与其他级完全分开。因此, 可在该系统用白光。

与前述滤波法相同, 在 y 方向上仅是成像, 无任何空间相干性的要求, 故可用线光源。实验中的线光源在 x 方向宽度为 80μ , 在 y 方向宽度为 5 mm 。这样, 与点白光源相比, 所能利用的光源强度提高了几十倍, 同时又增加了冗余度。

在该系统的输出平面上 ($x=0$ 处) 需放置一狭缝 s_2 (图 10), 该狭缝上的光分布是某一时刻 h 与 s 的卷积值。故需对模糊图象 s 及记录底片同步地进行扫描运动, 从而完成全部卷积运算。在输出底片上记录的强度分布为^[8]

$$I_0(x_i) = \left| \int s(x_i - x) h(x) dx \right|^2, \quad (14)$$

其中变量 x_i 为相对于输入平面底片 (及物体) 的位移。

本实验用 200 W 高压汞灯作为白光光源, 它有很宽的光谱范围, 并有几乎连续的背景。

实验结果,如图 11 所示。图 11(a)是模糊图象。这里所用的模糊图象与图 9 中的不同,是用高反差记录,而不是线性记录。这样在卷积运算中能获得较强的信号输出。缺点是将有一些余象出现,见图 11(b),图 11(b)是用线白光源得到的消模糊图象。图 11(c)是用 He-Ne 激光得到的结果。显然,在白光系统中有好得多的信噪比。这一信噪比的改善是由于减小了光源的时间相干性,并且伸展了光源的线度,从而减小了空间相干性,达到了压制噪声的目的。



图 11 实验结果
Fig. 11 Experimental results

四、两种方法的比较

如前所述,有两种方法可完成消模糊图象处理,即滤波法和卷积法。由于在这两种方法中采用了非相干光源,在 x 方向上需要空间相干性,因此,不得不在 x 方向上使光源的线度变得很窄。这样严重地限制了光源能量的利用率。如仅用白光点光源,甚至得不到足够的光强进行处理。故有必要分析一下这种方法在光的利用率方面的差异。

假设这两种方法都用单色非相干光源,并假定光源的功率相同。故可把光源强度归一化为一。

对卷积法:由于只关心光的利用率,故可把滤波函数简化为单个矩形函数 $\text{rect}(x/\Delta)$ 。如图 12 所示,在 P_1 平面光振幅为 $t_{P_1} = \text{rect}(x/\Delta)$,从 P_1 到 P_2 平面的衍射效率是 σ_h 。因此,在 P_2 平面光的振幅是 $t_{P_2} = \sigma_h^{1/2} \text{rect}(x_2/\Delta)$,在 P_2 平面模糊图象的宽度 l 大于滤波脉冲宽度 $l \gg \Delta$,故它对光分布无直接的影响。因而在 P_3 平面,光振幅为 $t_{P_3} = \sigma_h^{1/2} \sin c(x_3 \Delta / \lambda f)$,其中 f 为透镜 L_3 的焦距, λ 为照明波长。 $\sin c$ 函数的宽度大体为 $\delta_{x_3} \sim \lambda f / \Delta$ 。但消模糊的图象只有宽度为 Δ ,故利用的光只占 $\Delta / \delta_{x_3} = \Delta^2 / \lambda f$,这样该系统总的光能利用率为

$$P_o \sim \sigma_h \Delta^2 / \lambda f. \quad (15)$$

对滤波法:在 P_3 平面的振幅是卷积 $\sigma_H^{1/2} \int \text{rect}(x'/l) h(x' - x + \alpha \lambda f) dx'$,

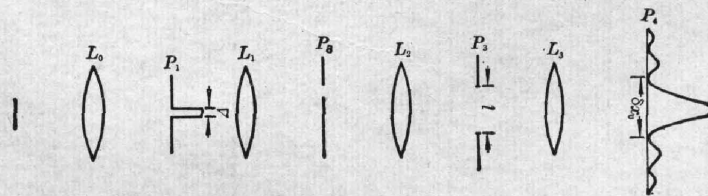


图 12 卷积运算系统,光利用率的分析图

Fig. 12 Convolution system, analytic diagram of light utilization ratio

这里 $h(x)$ 是滤波器 $H(f_x)$ 的傅里叶变换, σ_H 是全息滤波器的衍射效率, α 是全息滤波器的离轴角。与前相同, 可简化 $h(x)$ 为一矩形函数 $\text{rect}(x/\Delta)$ 。因此, 它是两个矩形函数的卷积。卷积的面积与单个脉冲的面积是相同的, 故光能量在卷积过程没有损失。因此, 在输出平面上的光能利用率为

$$P_f \sim \sigma_H. \quad (16)$$

比较(15)式与(16)式, 在我们的实验中, $\lambda = 6 \times 10^{-5} \text{ cm}$, $f = 20 \text{ cm}$, $\Delta = 0.05 \text{ cm}$ 。掩膜 $h(x)$ 为 Ronchi 光栅结构, 即为矩形振幅光栅, 故衍射效率 $\sigma_h \sim 9\%$ 。但 $H(f_x)$ 是全息滤波器, 全息衍射效率大约为 $\sigma_H \sim 1\%$, 故可得 $P_f/P_c \sim 4.3$ 。

因此, 结论是滤波法与卷积法相比, 在光的利用率上更为有效。这与实验观察的现象是一致的, 但需指出, 只有在卷积系统中才能用白光光源。

五、结 论

对图象消模糊来说, 非相干光系统比起相干光系统, 极大地改善了被恢复图象的信噪比, 实验结果已证明了这一点。并且, 该系统的滤波函数比逆滤波器易于制作, 它避免了采用所谓“三明治滤波器”。此外, 在运用逆滤波器时, 不可能得到任意高的图象压缩比。这是由于我们不可能在制作逆滤波器时取任意多的极点。至今一般只取 3 或 5 个极点。但在我们的系统中, 压缩比只与 Δ/l 有关, 原则上可以取 Δ 任意小。因此, 可以得到较高的压缩比。应指出, 白光系统具有处理彩色图象的本征能力, 这一点将为今后的实验所证明。

但与通常的滤波运算系统相比, 在光的利用率上这个新系统是一种低效率的系统。这是由于滤波系统是同轴(in-line)操作系统, 而新系统是离轴(off-axis)操作系统。

参 考 文 献

- [1] S. L. Zhuang, T. H. Chao *et al.* *Opt. Lett.*, 1981, **6**, No. 3 (Mar), 102.
- [2] J. P. Goedgebuer, B. Gazeu; *Opt. Commun.*, 1978, **27**, No. 1 (Oct), 53.
- [3] E. N. Leith; *Opt. Lett.*, 1980, **5**, No. 2 (Feb), 70.
- [4] G. G. Yang, E. N. Leith; *Opt. Commun.*, 1981, **36**, No. 2 (15 Jan), 101.
- [5] G. G. Yang, E. N. Leith; *Appl. Opt.*, 1981, **20**, No. 23 (1 Dec), 3995.
- [6] W. Swindell; *Appl. Opt.*, 1970, **9**, No. 11 (Nov), 2459.
- [7] E. N. Leith, G. G. Yang; *Appl. Opt.*, 1981, **20**, No. 22 (15 Nov), 3819.
- [8] E. N. Leith, J. Roth; *Appl. Opt.*, 1977, **16**, No. 9 (Sep), 2565.
- [9] J. Roth; *«Achromatic Coherent Optical Systems for Information Processing and Holography»* (University Microfilm, Ann Arbor, Mich. Dec, 1980).

A new image deblurring method

YANG GUOGUANG

(The University of Science & Technology of China, Hefei)

E. N. LIETH

(The University of Michigan, USA)

(Received 19 October 1981, revised 12 April 1982)

Abstract

An incoherent image-deblurring method has been developed. We use a new deblurring function that is easier to implement than inverse filter. This function convolving with blurred image in spatial domain can get deblurring image. In this system, extended monochromatic source and extended white light source can be used. Because of the incoherent source, it introduces redundancy in the system. So this method offers substantially improved noise performance compared to conventional coherent systems. Theoretical analysis shows that the new deblurring function is the Fourier transform of inverse filtering function. Experimental results are also given.