

用象散光学系统提高光谱照片的信噪比

王之江 王能鹤 李庆熊 沃敏政
(中国科学院上海光学精密机械研究所)

提 要

本文用矩阵方法分析了象散光学系统的成象性质;叙述了用这类系统提高光谱照片的信噪比的原理,最后得出实验结果与理论分析是一致的。

一、引 言

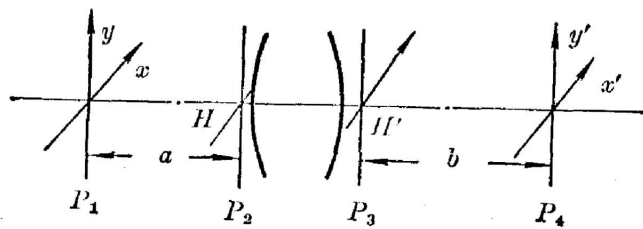
在激光等离子体 X 射线(LPX)的谱线分析中,由于存在 X 射线的量子噪声与底片的颗粒噪声,使弱谱线的信噪比极低,甚至无法进行判读。

众所周知,光学方法可以提高图片的信噪比。Ottensmeyer 等把相同样品的多张电子显微镜照片重迭在一起,曾观察到单原子的象^[1],对于周期性图象可以用周期平均的方法提高图片的信噪比^[2]。但是,上述方法还不能直接应用于提高激光等离子体 X 射线光谱照片的信噪比。本文采用象散光学系统——一个一维图象处理系统,它在水平方向对物体成象,在垂直方向对光源成象。利用此系统把光谱图翻拍一次,经过处理的光谱图有很高的信噪比。

二、象散系统的成象性质

我们使用准单色面光源(钠光谱灯)照明象散光学系统,并使其处在空间非相干状态。在这个条件下,有意义的物理量是辐射度 R 。

关于辐射度 R 的传输问题,可以用 4×4 矩阵算符处理^[3](如图 1 所示),



$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ l' \\ m' \end{bmatrix} = \Pi \begin{bmatrix} x \\ y \\ l \\ m \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中 x, y, l, m 分别为辐射度 R 在平面 I 内的位置和方向余弦,经过系统 Π 以后,平面 II 内的对应的坐标与方向余弦分别为 x', y', l', m' 。 Π 是一个 4×4 矩阵。在 xz 截面内,平面 I 和 II 相互共轭,而在

图 1 象散系统的成象性质

P_1 —物平面; P_2 —第一主平面; P_3 —第二主平面; P_4 —象平面

Fig. 1. The property of an astigmatic system

P_1 —object plane; P_2 —1st principle plane;

P_3 —2nd principle plane; P_4 —image plane

收稿日期: 1981年5月9日

y - 截面内, 当平面 II 位于系统的后焦面的条件下, 我们推导了 II 矩阵的具体形式为*

$$II = \begin{bmatrix} 1-p/q & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (p/q-1)a \\ -p & 0 & 1-pa & 0 \\ 0 & -q & 0 & 1-qa \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中 p 为在 xz 截面内的光焦度, q 为在 yz 截面内的光焦度, a 为物距, 象距 $b=1/q$ 。

在平面 I 内放置光谱图, 谱线平行于 y 轴, 则紧跟在平面 I 后面的信号为

$$R_1(x, y, l, m) = R_0[t(x)n_1(x, y) + n_2(x, y)], \quad (3)$$

式中 R_0 为在平面 I 前面的辐射度分布, $t(x)$ 表示与谱线信号对应的强度透过率, $n_1(x, y)$ 表示与 X 射线的量子噪声有关的透过率, $n_2(x, y)$ 表示与底片的颗粒噪声有关的透过率。一般说来, R_0 遵从朗伯定律, $R_0 = B_0\sqrt{1-l^2-m^2}$ 。后面将会看到, 这仅仅是影响处理后谱线方向上强度的微小变化。因此, 我们把 R_0 视作常数, 不会影响讨论的结果。

如果光学系统的透过率为 1, 结合 (2) 和 (3) 式, 在几何光学的范围内, 我们可以得到:

$$R_2(x', y', l', m') = R_1[(1-p/q)x, (b/q-1)am, \\ -px + (1-pa)l, -qy + (1-qa)m]. \quad (4)$$

由 (4) 式可知, x' 与 x 有一一对应关系, 但是 y' 没有与 y 的一一对应关系, 而与 m 成正比。因此, 对特定的 x', y' 位置, 它与对应的 x 以及所有的 y 值有关。这恰好是象散系统的基本特点。在 $a=b=2/p=1/q$ 的具体条件下,

$$R_2(x', y', l', m') = R_1(-x, m/q, -px-l, -qy). \quad (5)$$

考虑到底板具有对方向积分的效应, 所以与底片响应的光强分布为

$$I(x', y') = \int R_2(x', y', l', m') d\alpha' d\beta' \\ = CB_0[t(x) \int n_1(x, y) dy + \int n_2(x, y) dy], \quad (6)$$

其中 $x' = -x$, $y' = m/q$, $\alpha' = \pi/2 - \cos^{-1}l'$, $\beta' = \pi/2 - \cos^{-1}m'$, C 为对 l' 积分得到的常数。

以上, 我们在系统透过率等于 1, 点扩散函数为 δ 函数的条件下推导了象散系统对信号与噪声的传递。当系统透过率为 τ , 点扩散函数为 $h(x, y)$ 时, (6) 式将变换为

$$I(x'', y'') = \tau \int I(x', y') \cdot h(x''-x', y''-y') dx' dy'. \quad (7)$$

三、提高信噪比的原理

前面已经提到, 激光等离子体 X 射线的光谱图中的噪声有两个不同的来源, 分别记作 $n_1(x, y)$ 和 $n_2(x, y)$ 。这两种噪声的作用是不同的。 $n_1(x, y)$ 的期望与信号的强度成正比, 而 $n_2(x, y)$ 的期望则是背景, 给信号以偏置而已。因此, 信噪比定义为

$$\frac{S}{N} = \frac{tn_1}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}, \quad (8)$$

* 在我们的实验条件下 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = p$ 。

其中 \bar{n}_1 为 X 射线噪声的期望, σ_1^2 和 σ_2^2 分别为 X 射线噪声的方差与底板颗粒噪声的方差。

因为两种噪声的统计性质是相同的, 都服从泊松分布, 所以我们不妨把它们统一起来一起考虑。在分析照相底板的颗粒噪声的时候, 通常采用重迭圆模型或棋盘格子模型^[4]。从

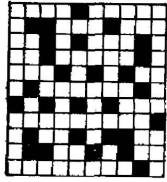


图2 底片颗粒的棋盘模型
Fig. 2 Checkerboard model
of the plate grains

两个模型出发, 分析所得的结论基本一致, 只有微小的差别^[5]。但是, 棋盘格子模型的计算要简单一些。而且, 在我们的具体条件下, 采样孔径不是圆形的, 而是狭缝状的。鉴于这些原因, 我们还是取棋盘格子模型(图2), 在 $A=L_xL_y$ 的孔径内, 含有 N 个小方块, 其中 m 个是透明的, n 个是黑的。每个小格子的面积为 $a=l^2$, l 对应于噪声颗粒的大小。设 $T(x, y)$ 为 (x, y) 点的透过率。当 (x, y) 落在透明区域时, $T=1$, 而当 (x, y) 落在黑区域时, $T=0$ 。因此 $t(x, y)$ 是满足 $(0, 1)$ 分布的随机变量, 而 (x, y) 又是一个均匀分布的连续型

随机变量。 $t(x, y)$ 的自相关函数为

$$\phi_{tt}(x, y) = E[T(\xi, \eta)T(\xi+x, \eta+y)], \quad (9)$$

式中 $E(X)$ 表示随机变量 X 的期望。(9)式有四项组成, 因为 t 满足 $(0, 1)$ 分布, 因此只有一项不等于零, 即

$$E[T(\xi, \eta)T(\xi+x, \eta+y)] = P[(\xi, \eta) \in A_0, (\xi+x, \eta+y) \in A'_0],$$

其中 A_0 和 A'_0 分别为相同或不同的透明区域, 不难证明^[5]

$$\phi_{tt}(x, y) - \bar{T}^2 = \begin{cases} \bar{T}(1-\bar{T})(1-|x|/l)(1-|y|/l), & (|x| \leq l, |y| \leq l), \\ 0, & (|x| > l, |y| > l). \end{cases}$$

对于采样孔径 A , 也可以求得^[5]:

$$\phi_{ss}(x, y) = \begin{cases} L_xL_y(1-|x|/L_x)(1-|y|/L_y), & (|x| \leq L_x, |y| \leq L_y), \\ 0, & (|x| > L_x, |y| > L_y). \end{cases}$$

因此采样以后的噪声的方差为^[5]

$$\begin{aligned} \sigma'^2 &= \iint [\phi_{TT}(x, y) - \bar{T}^2] \phi_{ss}(x, y) dx dy \\ &= \bar{T}(1-\bar{T})(3\beta-1)/3\beta^2, \quad (\beta \geq 1), \end{aligned}$$

这里 $\beta = \sqrt{L_xL_y}/l$, 当 $\beta \gg 1$ 时

$$\sigma' = \sqrt{\bar{T}(1-\bar{T})} l / \sqrt{L_xL_y}, \quad (10)$$

式中 \bar{T} 与平均曝光量有关。由(10)式可知, 噪声的均方差与采样孔径的平方根成反比。

现在我们来研究象散系统的作用。回到(5)式, 从 x 方向看, 噪声颗粒是复制的, 但从 y 方向看, 采样的尺寸为 y 方向的视场。设系统的线扩散函数接近于一个颗粒的大小, 即 x 方向的采样尺寸 $L_x \sim l$, 根据(10)式, 经过象散系统之后, 噪声的均方差减小 $\sqrt{L_y/l}$ 倍, 即 $\sigma' \propto \sqrt{l/L_y}$ 。

因此, 我们已利用象散系统的两个正交的截面(xz 和 yz)分别完成两种运算, xz 平面传递信息, yz 平面传递平均噪声。

如果噪声的来源主要是底板颗粒噪声, 即(8)式中 n_1 为常数 $\sigma_1=0$, 则象散系统的作用也可以看作是一种重迭技术^[2], 即沿谱线方向实行重迭。于是信号强度增加 (L_y/l) 倍, 而噪

声强度增加 $\sqrt{L_y/l}$ 倍,因此,信噪比增加 $\sqrt{L_y/l}$ 倍。例如,在我们的实验条件下,典型的数据为 $l \sim 20 \mu\text{m}$, $L_y \sim 2 \text{mm}$,因此,信噪比可望数量级地提高。如果噪声的来源以 X 射线的量子噪声为主,那么信号的大小与噪声的期望 \bar{n}_1 成正比,而 \bar{n}_1 也与 (L_y/l) 成正比,这意味着,象散系统对后一种情况有更好的效果。

还必须指出,不可能用串接多个象散系统无限地提高信噪比,事实上,最终的信噪比是受纪录介质本身的信噪比所限制。

四、实验装置与结果

图 3 是实验装置示意图。Na 为钠光谱灯, L_a 为聚光镜,其口径为 50 mm, 焦距为 300 mm。 L_s 是相对孔径为 $D/F=1:5.6$ 的海鸥牌照相机物镜,它的焦距为 360 mm。 L_c 为双胶合柱透镜,它的相对孔径为 1:6, 焦距为 380 mm。 P_1 为物平面,在实验中,作为物体的光谱图的谱线高度一般取 2 mm,不取更大数值是为了防止谱线弯曲引起复制后谱线变宽。 P_2 为象平面。经处理后得到的光谱图,谱线的长度决定于光源的大小。一般可获得几十毫米长的信噪比很高的谱线。较长的谱线为以后在测微光度计上判读时,进行第二次平均噪声提供了条件,尽管这已没有必要,因为处理后的照片,其信噪比已足够高。

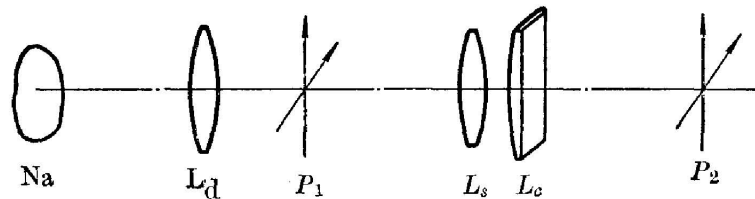


图 3 实验装置示意图

Na—钠灯; L_a —聚光镜; P_1 —物平面; L_s —球透镜; L_c —柱透镜; P_2 —象平面

Fig. 3 Experimental arrangement

Na—Na lamp; L_a —condenser; P_1 —object plane; L_s —spherical lens;
 L_c —cylindrical lens; P_2 —image plane

我们用分划板的刻线作为物体,测量了实验装置的线扩散函数。系统在 x 方向的横向放大率是用两根信噪比较高的谱线作为物体,记录它们的象,比较它们的中心距离而测量得到的。结果,系统的线扩散函数的大小为 $10 \mu\text{m}$ 左右,系统在 x 方向上的线放大率为 1.03。

为了使谱线的轮廓经处理后不变形,我们已注意到用两步照相过程。先用 ν_{n1} 的底板对被处理照片进行翻拍,翻拍得到的照片作为象散系统的物,然后用 ν_{n2} 的底板放在象散系统的象平面上作记录。在两步照相过程中,应满足 $\nu_{n1}\nu_{n2}=1$ 。

同时,无论在第一步照相过程或在第二步照相过程中,底板的颗粒都必须足够地细,或者说,处理用的底板的信息容量必须足够地大,我们在两步照相过程中都使用全息干板 (Agfa 10 E75)。

图 4(a) 是原光谱照片的显微照片,显微物镜的放大倍数为 5 倍,照相物镜的放大倍数为 10 倍。图 4(b) 是在相同放大倍数下,处理后的照片的显微照片。比较图 4(a) 和图 4(b),可知噪声已基本消除,原来谱线淹没在噪声之中,经处理后,谱线已清晰可见。

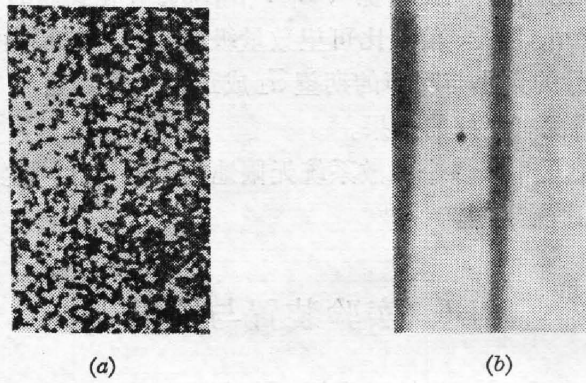


图 4
(a) 光谱照片的显微照片(5×); (b) 处理后照片的显微照片(5×)

Fig. 4

(a) Microphotograph of the spectral photo (5×);
(b) Microphotograph of the photo after treatment (5×)

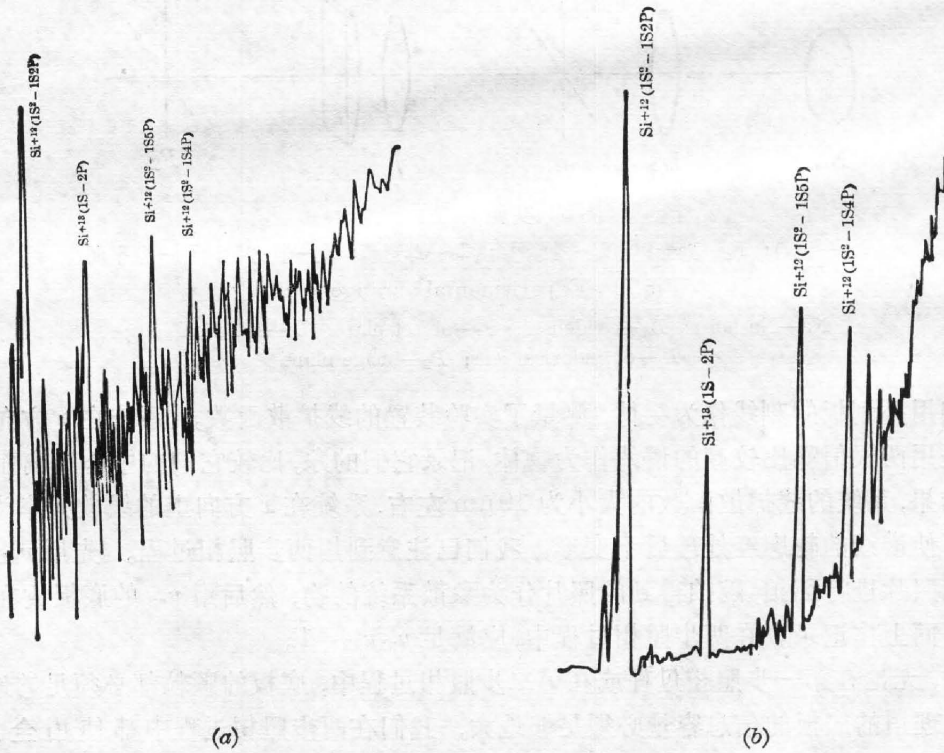


图 5
(a) 光谱照片在自动测微光度计上扫描的光谱曲线; (b) 经处理后的光谱曲线

Fig. 5

(a) Spectral curves of microphotograph scanning at automatic microphotometer;
(b) Spectral curves after treatment

图 5(a) 是原光谱照片在自动测微光度计(42 W) 上扫描出来的光谱曲线, 测微光度计投影系统的放大倍数为 10 倍, 狭缝的宽度为 $100\ \mu\text{m}$, 高度为 $200\ \mu\text{m}$ 。图 5(b) 为处理后光谱照片在相同条件下扫描出来的光谱曲线。比较图 5(a) 和图 5(b) 可以发现, 原来谱线 1# 和 2# 是不能判读的, 而处理后, 这两根谱线已有较高的信噪比。

在实验过程中, 应防止翻拍的底片上出现砂眼, 如果存在的话, 最好进行修补, 否则会形成假谱线。

参加本工作的还有路敦武同志。

在拍摄显微照片时, 得到邓佩珍同志和乔景文同志的协助; X 射线底片是由卢仁祥同志提供的, 作者对他们谨表谢意。

参 考 文 献

- [1] F. P. Ottensmeyer, E. E. Schmidt *et al.*; *Science*, 1973, **179**, No. 4069 (12 Jan), 175.
- [2] R. D. B. Fraser; *J. Ultrastructure Res.*, 1970, **31**, No. 3~4 (May), 203.
R. C. Warren *et al.*; *J. Ultrastructure Res.*, 1971, **36**, No. 5~6 (Sep), 861
- [3] G. L. Rogers; «*Noncoherent Optical Processing*» (John Wiley & Sons Inc., 1977), 130.
- [4] E. L. O'Neill; «*Introduction to Statistical Optics*» (Addison-Wesley Pub. Comp. Inc., 1963), 114.
- [5] J. W. Goodman; «*Proceeding of the Symposium on Modern Optics*» (John Wiley & Sons Inc., 1967), 573.

Enhancement of S/N of spectrograms with an astigmatic system

WANG ZHIJIANG WANG NENGHE LI QINGXUN AND WU MINGZHUN
(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

(Received 9 May 1981)

Abstract

The imaging property of an astigmatic system is analysed in the matrix form. On the x-direction spectrogram is conjugated with the image plane. But on the y-direction the source plane is conjugated with the image plane. In this way the astigmatic system plays a role to average the noise on the y-direction. The source of noise of the laser plasma X-ray spectrogram are quantum noise of X-ray and granularity of the plate. The former is multiplicative to signal, but the rear is added. The two types of the noise may be averaged with an astigmatic system. Experimental results are represented.