

# 等傅里叶系数双折射滤光器

艾国祥 温惠馨 胡岳风

(北京天文台)

## 提 要

对李奥(Lyot)双折射滤光器的出射振幅进行傅里叶分析,可看出傅里叶系数都等于 $1/2^N$ ,  $N$ 是滤光器的级数。我们找到一种等傅里叶系数双折射滤光器,它由两个偏振片之间放置任意数 $m$ 的等厚双折射晶片组成,选择晶片之间的角差分布,使其出射光傅里叶系数相等为 $1/(m+1)$ ,当两偏振片平行,晶片角递增时,其傅里叶系数全等。程差为波长的整数倍时,透过极大。当两偏振片相互垂直,晶片角正负相间时,傅里叶系数仅数值相等,而符号正负相间,程差为半波长的整数倍时,透过极大,只需以 $(m+1)$ 替换 $2^N$ 代入 $L$ 滤光器有关性能的公式中,就可获得此种滤光器性能,如半宽 $\Delta\lambda = \Delta\lambda_1 \cdot 2/(m+1)$ ,后接滤光器晶体厚度 $d_2 = (m+1)d_1$ 。厚度匹配的两个等傅里叶滤光器的傅里叶展式相乘,可获得组合滤光器的傅里叶展式。根据以上理论,找到了等傅里叶系数滤光器之间,以及它与李奥,Evans,Šolc滤光器和部分偏振片滤光器之间存在的11种严格组合,可产生各种特性的滤光器。以上性能均为计算所证实。

以往Šolc滤光器与其它滤光器之间组合设计,缺乏严格的匹配理论,往往增加主带外的散射光。

对 $m \leq 100$ ,编制了计算该种滤光器晶片间角差的程序,并具体计算了 $m \leq 15$ 的角差,为该种滤光器的应用提供了最主要的设计参数。此外,还给出了角差误差和厚度误差的有关公式。

## 一、引 言

双折射滤光器是太阳物理研究中起极重要作用的物理光学仪器,通常可分成三类:

(1) Lyot-Öhman 滤光器<sup>[1,2]</sup>(简称L滤光器),由两偏振片夹一块双折射晶体组成单级,晶轴位于通光面内,与偏振片轴成 $45^\circ$ ,由程差倍增的晶片构成若干级,组成滤光器。

(2) Evans 滤光器<sup>[3]</sup>(简称E滤光器),在两偏振片间置三块晶片,相当于两个L滤光器单级,因此偏振片比L滤光器差不多减少一半。

(3) Šolc 滤光器<sup>[4~6]</sup>(简称S滤光器),仅用两偏振片,其间放一定数量的等厚晶片。在每种滤光器中又分两小类。S滤光器中,偏振片平行的称为扇形,垂直的称为折迭型。在L与E滤光器中,把全为余弦透过轮廓的称为I型,而把带有正弦透过轮廓的称为II型。

S滤光器偏振片少,透过率高,优点十分突出,但应用不多,仅在大气外太阳紫外观测中有重要应用<sup>[7,8]</sup>,其主要原因是片数太多,加工困难。如果10级L滤光器只需加工10块晶片,则相应的S滤光器需要 $2^{10} - 1 = 1023$ 片等厚晶片。如果想调节波长及采用宽视场设计,晶片就更多了。有效的办法是,S滤光器与L或E滤光器联合使用,或两组以上S滤光器联合使用,这样能大幅度减少晶片数,且有利于调节波长及宽视场设计。但这种设计在理论上存在困难,各种S滤光器之间,以及与后接的L或E滤光器透过轮廓不能严格匹配,从而增加散射光。

本文用傅里叶分析法将S滤光器发展为C滤光器,为它同其它各种滤光器严格匹配的组设计与应用提供理论依据和最主要的设计参数。

收稿日期:1981年3月31日;收到修改稿日期:1981年10月29日

## 二、李奥滤光器原理的傅里叶表示法

描述双折射滤光器作用原理的方法很多,有矢量法<sup>[8]</sup>, Jones 矩阵<sup>[9]</sup>, Miller 矩阵<sup>[10]</sup>, Poincare 球<sup>[10]</sup>, 脉冲响应<sup>[11]</sup>等。我们建立傅里叶系数表示法,其推导过程与矢量法类似,比

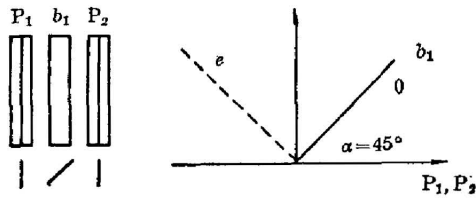


图 1 L I 型滤光片示意图

$P_1, P_2, P_3$ —偏振片;  $b_1, b_2$ —双折射晶体

Fig. 1 Diagram of L I filter

$P_1, P_2, P_3$ —Polarizer;

$b_1, b_2$ —Birefringent crystal

脉冲响应法简单直观,所得结果与脉冲响应法相同,傅里叶展开也易于推广。下面以 L I 型滤光器为例,作简单叙述。

L I 型滤光器如图 1 所示,  $P_1, P_2$  为平行偏振片,  $b_1$  为双折射晶片, 晶轴与偏振片轴成  $45^\circ$ , 从  $P_1$  出射的振动  $E_0 e^{i\omega t}$ , 经  $b_1$  后出射振动  $o$  光为  $E_0 \cos \alpha \cdot \exp[i(\omega t - 2\pi n_o d/\lambda) + i\gamma]$ ,  $e$  光为  $E_0 \sin(-\alpha) \exp[i(\omega t - 2\pi n_e d/\lambda)]$ , 其中

$$\gamma = 2\pi \mu d/\lambda, \quad \mu = n_e - n_o$$

为双折射率。经  $P_2$  后出射, 在偏振轴向上的振动  $o$  光为

$$E_o \cos \alpha \cdot \cos(-\alpha) \exp[i(\omega t - 2\pi n_o d/\lambda + i\gamma)],$$

$e$  光为

$$E_o \sin(-\alpha) \cdot \sin(-\alpha) \exp[i(\omega t - 2\pi n_e d/\lambda)],$$

合成振动为

$$E_1 = E_0 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} e^{i\gamma} \right) \exp[i(\omega t - 2\pi n_o d/\lambda)], \quad (1)$$

表征透过特性的傅里叶展开式为

$$C_1(\gamma) = \frac{1}{2} (1 + e^{i\gamma}),$$

出射强度为

$$I_1 = E_1 \cdot E_1^* = E_0^2 C_1 \cdot C_1^* = E_0^2 \cos^2 \frac{\gamma}{2},$$

透过率为

$$\tau_1 = C_1 \cdot C_1^* = \cos^2 \frac{\gamma}{2}.$$

第二级由厚度为  $2d$  的晶片  $b_2$  及平行的  $P_3$  组成, 当  $\alpha_2 = 45^\circ$  时, 经  $b_2, P_3$  后出射的振动为

$$E_2 = E_0 \exp[i(\omega t - 2\pi n_o d/\lambda)] \frac{1}{4} (1 + e^{i\gamma} + e^{i2\gamma} + e^{i3\gamma}), \quad (2)$$

其傅里叶展开式为

$$C_2 = \frac{1}{4} (1 + e^{i\gamma} + e^{i2\gamma} + e^{i3\gamma}),$$

透过率为

$$\tau_2 = C_2 \cdot C_2^* = \cos^2 \frac{\gamma}{2} \cos^2 \gamma.$$

不难类推,  $N$  级 L I 型滤光器的傅里叶展开式为

$$C_{LN}^I = \sum_{k=0}^{2^N-1} \frac{1}{2^N} e^{ik\gamma}, \quad (3)$$

透过率为

$$\tau_{LN}^I = C_{LN}^I \cdot C_{LN}^{I*} = \prod_{k=1}^N \cos^2 \frac{k\gamma}{2}. \quad (4)$$

对于 L II 型滤光器, 由于它透过正弦轮廓, 只在特定波长上严格匹配, 实际设计中使用不多, 经推导, 其傅里叶系数的绝对值相等, 但符号有正有负,  $N$  为奇数时, 展式符号是反对称的, 当  $N$  为偶数时, 符号是对称的。由此可见, L 滤光器实质上是等傅里叶系数滤光器, 其傅里叶展式有  $2^N$  项, 系数全为  $1/2^N$ , 而 L I 型滤光器其傅里叶系数不仅数值相等, 而且符号相同。

由上述方法, 可得 I 型和 II 型 E 滤光器的有关系数。

$$C_E^I = \frac{1}{4} [-1 - e^{i\gamma_1} + e^{i(\gamma_1+\gamma_2)} + e^{i(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3)}], \quad (5)$$

$$C_E^{II} = \frac{1}{4} [-1 + e^{i\gamma_1} - e^{i(\gamma_1+\gamma_2)} + e^{i(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3)}], \quad (6)$$

$$\tau_E^I = C_E^I \cdot C_E^{I*} = \cos^2 \frac{\gamma_2}{2} \cdot \sin^2 \left( \frac{\gamma_1 + \gamma_3}{2} \right), \quad (7)$$

$$\tau_E^{II} = C_E^{II} \cdot C_E^{II*} = \sin^2 \frac{\gamma_2}{2} \cdot \sin^2 \left( \frac{\gamma_1 + \gamma_3}{2} \right), \quad (8)$$

其中  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  为所夹三块晶片的位相差。

严格地讲(5)和(6)不是傅里叶展式, 其系数亦不能称为傅里叶系数, 但各系数绝对值仍是相等的。

### 三、等傅里叶系数双折射滤光器

从上节叙述表明 L 滤光器是等傅里叶系数的, 故可在两偏振片间放  $(2^N - 1)$  片等厚片, 调整角差分布得到等傅里叶系数, 产生等效  $N$  级 L 滤光器, 从而减少了  $(N - 1)$  片偏振片。我们的工作是将这种等傅里叶系数滤光器发展为任意  $m$  片数。在两偏振片之间放置任意  $m$  片等厚晶片, 调整角差使出射光  $F$  展式系数绝对值相等。这种滤光器称为等傅里叶系数双折射滤光器, 简称为 C 滤光器。

当两偏振片轴彼此平行时, 称为 I 型, 其傅里叶系数全等。傅里叶展式及透过式为

$$C_C^I(\gamma) = \frac{1}{m+1} \sum_{k=0}^m e^{ik\gamma}, \quad (9)$$

$$\tau_C^I(\gamma) = C_C^I(\gamma) \cdot C_C^{I*}(\gamma) = \frac{1}{(m+1)^2} \left[ (m+1) + \sum_{k=1}^m 2(m+1-k) \cos k\gamma \right], \quad (10)$$

不难看出, 当  $\gamma$  为  $2\pi$  的整数倍时, 滤光器透过极大。

当两偏振片轴交叉时, 称为 II 型, 其傅里叶系数数值相同, 但符号正负相间。有如下公式

$$C_C^{II}(\gamma) = \frac{1}{m+1} \sum_{k=0}^m (-1)^k e^{ik\gamma}, \quad (11)$$

$$\tau_C^{II} = C_C^{II}(\gamma) \cdot C_C^{II*}(\gamma) = \frac{1}{(m+1)^2} \left[ (m+1) + \sum_{k=1}^m (-1)^k \cdot 2(m+1-k) \cos k\gamma \right]. \quad (12)$$

当  $\gamma$  为  $\pi$  的整数倍时, 滤光器透过极大。

由(9)和(11)式可得 C 滤光器的傅里叶系数为  $1/m+1$ , 而 L 滤光器的傅里叶系数等于  $1/2^N$ , 可有对应关系

$$Z^N = m+1; \quad N = \ln(m+1)/\ln 2, \quad (13)$$

其中  $N$  推广到可以不为整数, 它仅表示与  $m$  片 C 滤光器相当的 L 滤光器的级数。从而可由

L 滤光器的一些性能, 推出 C 滤光器的有关性能。

L 滤光器后接滤光级晶体厚度  $d_{N+1} = 2^N d_1$ , 由(9)式, 推得 C 滤光器后接级单片的厚度

$$d_2 = 2^N d_1 = (m+1)d_1, \quad (14)$$

L 滤光器半宽  $\Delta\lambda = \Delta\lambda_1/2^{(N-1)}$ , 由(13)可得 C 滤光器半宽表示式

$$\Delta\lambda = \Delta\lambda_1 \cdot 2 / (m+1). \quad (15)$$

$N_1$  级 L 滤光器后接  $N_2$  级 L 滤光器,  $d_2 = 2^{N_2} \cdot d_1$ , 仍产生 L 滤光器, 级数  $N = N_1 + N_2$ 。相应地,  $m_1$  片 I 型 C 滤光器后接  $m_2$  片 I 型 C 滤光器,  $d_2 = (m_1+1)d_1$ , 仍组成一个等效  $M$  片的 C 滤光器。

$$M = (m_1 + d_1 + m_2 d_2) / d_1 = (m_1 + 1)(m_2 + 1) - 1, \quad (16)$$

第一个 C 滤光器的傅里叶展式为

$$C_1(\gamma_1) = (1 + e^{i\gamma_1} + e^{i2\gamma_1} + \dots + e^{im_1\gamma_1}) / (m_1 + 1),$$

后接 C 滤光器的傅里叶展式为

$$C_2(\gamma_2) = (1 + e^{i\gamma_2} + e^{i2\gamma_2} + \dots + e^{im_2\gamma_2}) / (m_2 + 1)。$$

不难证明, 组合滤光器具有的傅里叶展式为

$$C(\gamma) = C_1(\gamma_1) \cdot C_2(\gamma_2) = \frac{1}{M+1} (1 + e^{i\gamma_1} + e^{i2\gamma_1} + \dots + e^{iM\gamma_1}). \quad (17)$$

以滤光器的透过半宽为单位, 计算它的透过曲线, 能获得归一化透过轮廓, 这种归一化透过轮廓有利于比较各种滤光器的透过性能。根据(10)和(15)式, 我们计算了  $m$  从 3 至 22 的归一化透过轮廓, 这些轮廓的主极大是相似的。 $m$  个极小在主极大间均匀分布, 主极大与散射光的比例相同, 这些都是原有 L 滤光器的特点, 所不同的仅仅是(13)式中的  $N$  可不为整数。可见这些相同的特点完全来源于等傅里叶系数这一要素, 而与片数无关。L 滤光器具有这些特点, 仅仅表明它只不过是等傅里叶系数滤光器的一个特例而已。

#### 四、等傅里叶系数滤光器的组合

如前面所述, 要有效地使用滤光器, 其现实的办法是把几个 S 滤光器组合, 或者 S 滤光器与 L 或 E 滤光器组合。但至今已有的各种 S 滤光器<sup>[6]</sup>之间, 以及后接 L 或 E 滤光器时, 均无严格的组合理论。主要表现在后一组滤光器主带外的极大均不能严格处于前一组滤光器的极小处, 因而散射光有所增加。下面概述 C 滤光器的各种组合设计。假定滤光器按透过带半宽大小分前后组, 半宽大的称前组, 晶片数  $m_1$ ; 半宽小的称后组, 晶片数  $m_2$ , 且  $\gamma_2 = (m_1+1)\gamma_1$ 。其结果为:

(1) 两个 I 型 C 滤光器相结合, 具有 I 型 C 滤光器特性。

$$C(\gamma) = \frac{1}{(m_1+1)(m_2+1)} \sum_{k=0}^{(m_1+1)(m_2+1)-1} e^{ik\gamma_1}。$$

(2) II 型偶数片 C 滤光器与 II 型 C 滤光器相结合, 具有 II 型 C 滤光器特性。

$$C(\gamma) = \frac{1}{(m_1+1)(m_2+1)} \sum_{k=0}^{(m_1+1)(m_2+1)-1} (-1)^k e^{ik\gamma_1}。$$

(3) II 型奇数片 C 滤光器与 I 型 C 滤光器相结合, 具有 II 型 C 滤光器特性。

$$C(\gamma) = \frac{1}{(m_1+1)(m_2+1)} \sum_{k=0}^{(m_1+1)(m_2+1)-1} (-1)^k e^{ik\gamma_1}.$$

(4) I型C滤光器组与I型N级L滤光器组结合,具有I型C滤光器特性。

$$C(\gamma) = \frac{1}{2^N(m_1+1)} \sum_{k=0}^{2^N(m_1+1)-1} e^{ik\gamma_1}.$$

(5) II型奇数片C滤光器组与I型N级L滤光器组结合,具有II型C滤光器特性。

$$C(\gamma) = \frac{1}{2^N(m_1+1)} \sum_{k=0}^{2^N(m_1+1)-1} (-1)^k e^{ik\gamma_1}.$$

(6) II型偶数片C滤光器组与N级II型L滤光器组结合,具有II型C滤光器特性。

$$C(\gamma) = \frac{1}{2^N(m_1+1)} \sum_{k=0}^{2^N(m_1+1)-1} (-1)^k e^{ik\gamma_1}.$$

(7) 一级I型L滤光器(如果 $\gamma_2=2^N\gamma_1$ 也可可是N级)与I型C滤光器组结合,具有I型C滤光器特性,其主极大波长处延迟波数必为偶数。

$$C(\gamma) = \frac{1}{2(m_2+1)} \sum_{k=0}^{2m_2+1} e^{ik\gamma_1}.$$

(8) 一级II型L滤光器与I型C滤光器组结合,产生II型C滤光器特性。其主极大波长处延迟波数为奇数。

$$C(\gamma) = \frac{1}{2(m_2+1)} \sum_{k=0}^{2m_2+1} (-1)^k e^{ik\gamma_1}.$$

(9) I型C滤光器组与I型E滤光器组结合,前者主极大波长处延迟波数为奇数,E的旁级相当于前级,中间级相当于后级,可产生II型C滤光器特性。

(10) C滤光器组后接任何一种S滤光器<sup>[10]</sup>,只要S滤光器的基片按(14)式选取,组合滤光器特性就几乎与相应的S滤光器相同。以两个傅里叶展式相乘,第一个系数是相等的,第二个系数是变化的,组合的新傅里叶系数的分布趋势与第二个则是相同的,仅仅在小范围内产生一定的台阶(如图2所示),不难理解,它们的性能是非常相近的。另外因按(14)选取厚度,故S滤光器主极大外的极大全部位于C滤光器极小处。因此散射光是非常小的。这种组合的好处是:各种S滤光器所具备的优点,如对散射光的各种抑制方法都可以毫不逊色地保留下来。

(11) C滤光器可以与各种部分偏振片滤光器组合<sup>[12]</sup>,其最薄级厚度按(14)式选取,则产生相应的各种部分偏振片滤光器特性,其情况与(10)相同。

C滤光器组可与任何型式的滤光器严格匹配,增加了应用的灵活性,为其广泛应用提供了良好前景。如它与L、E及部分偏振片滤光器组合,有利于采用宽视场和调节波长,它与各种S和部分偏振片滤光器组合有利于选择各种主带轮廓及压抑散射光等。

C滤光器与L及E滤光器还存在许多类似组合,虽会引起半宽不严格匹配,对滤光器散射光略有增加,但实际上仍可用,在此就不详述了。

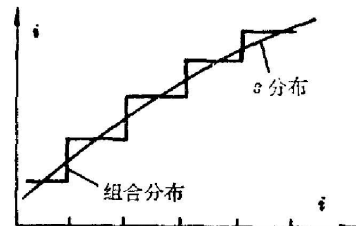


图2 单独的S与C+S组合的 Fourier 系数分布示意图  
Fig.2 Relative distribution of the Fourier coefficient of S filter and combination filter of C and S

表 1 等傅里叶系数滤波器角差分布  
Table 1 Distribution of angle-difference for equal-Fourier coefficient filter

片数	角 差															
	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$\alpha_7$	$\alpha_8$	$\alpha_9$	$\alpha_{10}$	$\alpha_{11}$	$\alpha_{12}$	$\alpha_{13}$	$\alpha_{14}$	$\alpha_{15}$	$\alpha_{16}$
1	45°00'	-45°00'														
2	27°22'	35°16'	-62°38'													
3	19°05'	25°55'	25°55'	-70°55'												
4	14°31'	19°37'	21°44'	19°37'	-75°29'											
5	11°40'	15°28'	17°52'	17°52'	15°28'	-78°20'										
6	9°44'	12°37'	14°49'	15°40'	14°49'	12°37'	-80°16'									
7	8°22'	10°36'	12°28'	13°34'	13°34'	12°28'	10°36'	-81°38'								
8	7°19'	9°06'	10°41'	11°48'	12°12'	11°48'	10°41'	9°06'	-82°41'							
9	6°29'	7°57'	9°18'	10°21'	10°55'	10°55'	10°21'	9°18'	7°57'	-83°31'						
10	5°50'	7°03'	8°12'	9°09'	9°46'	10°00'	9°46'	9°09'	8°12'	7°03'	-84°10'					
11	5°19'	6°20'	7°18'	8°09'	8°47'	9°07'	9°07'	8°47'	8°09'	7°18'	6°20'	-84°41'				
12	4°51'	5°45'	6°34'	7°20'	7°56'	8°20'	8°28'	8°20'	7°56'	7°20'	6°34'	5°45'	-85°09'			
13	4°29'	5°17'	6°01'	6°41'	7°14'	7°39'	7°51'	7°51'	7°39'	7°14'	6°41'	6°01'	5°17'	-85°31'		
14	4°09'	4°52'	5°29'	6°02'	6°34'	7°00'	7°14'	7°20'	7°14'	7°00'	6°34'	6°02'	5°29'	4°52'	-85°51'	
15	3°49'	4°28'	5°01'	5°34'	6°03'	6°31'	6°42'	6°52'	6°52'	6°42'	6°31'	6°03'	5°29'	5°01'	4°28'	-86°11'

## 五、等傅里叶系数滤光器晶片角差计算

按照文献[11]提出的理论,可由出射振幅的傅里叶系数推得各晶片及偏振片间的角差分布。文献[11]指出数学上存在多重解,在物理光学上表现为滤光器光路可以首尾对换、反射、绕光轴转动等,滤光器性能并无任何变化,而仅改变有关角度的相对座标系统。为减少数学上的麻烦,我们只求出了一组解,对使用来说也已足够了,其计算结果列于表1中。

对于II型C滤光器,其角差的绝对值与I型完全相同,但符号正负相间,由于 $P_2$ 与 $P_1$ 是相互垂直的,所以出射偏振片与最后晶片轴间角差由下式决定

$$\alpha_m^{\text{II}} = 90^\circ + (-1)^m (90^\circ + \alpha_m^{\text{I}})。 \quad (18)$$

根据所计算的角差,很快就能设计出所需的C双折射滤光器。

如果需要设计更多片数的C滤光器,利用我们编的程序可以计算到 $m=100$ 片。但高次代数方程的求解要求更加高级得多的精度,该程序的编制就更复杂。

## 六、加工误差

C滤光器其它参数的允许误差,也可根据L滤光器参数的允许误差通过(13)式变换获得。L滤光器的允许误差角度一般为 $\Delta\alpha_L = 30'$ ,由(13)可知 $m$ 片C滤光器相应 $N$ 级L滤光器, $N$ 级L滤光器的角度数为 $2N$ ,而 $m$ 片C滤光器的角度数为 $m+1$ ,可得C滤光器的角度误差为

$$\Delta\alpha_C = (\sqrt{2N}/\sqrt{m+1}) \cdot \Delta\alpha_L = [\sqrt{2 \ln(m+1)/\ln 2}/\sqrt{m+1}] \cdot \Delta\alpha_L。 \quad (19)$$

当 $m=15$ 和 $63$ 时, $\Delta\alpha_C$ 的值分别为 $21'$ 和 $13'$ 。

类似地,由于 $N$ 级L滤光器单晶片程差误差 $\Delta\gamma_L \sim 2\pi/70$ 有 $N$ 片,而C滤光器有 $m$ 片,则

$$\Delta\gamma_C = \sqrt{N} \cdot \Delta\gamma_L / \sqrt{m} = \sqrt{\frac{\ln(m+1)/\ln 2}{m}} \cdot \Delta\gamma_L。$$

当 $m=15$ 和 $63$ 时, $\Delta\gamma_C$ 分别为 $\sim \frac{2\pi}{135}$ 和 $\frac{2\pi}{226}$ 。从当前工艺水平看,这样误差要求的加工都是可以达到的。

## 参 考 文 献

- [1] B. Lyot; *Ann. Astrophys.*, 1944, **7**, No. 1~2, 31.
- [2] Y. Ohman; *Nature*, 1938, **141**, No. 3560, 157; No. 3563, 291.
- [3] J. Evans; *J. O. S. A.*, 1949, **39**, No. 4 (Apr), 229.
- [4] I. Šole; *J. O. S. A.*, 1965, **55**, No. 6 (Jun), 621.
- [5] J. W. Evans; *J. O. S. A.*, 1958, **48**, No. 3 (Mar), 142.
- [6] K. Fredga, J. A. Hogbom; *Solar Phys.*, 1971, **20**, No. 1 (Jan), 204.
- [7] K. Fredga, J. A. Hogbom, 1971 Ed by F. Labuhn, R. Lust; *«New Techniques in Space Astromomy»*, 317.
- [8] K. Fredga; *Appl. Opt.*, 1969, **8**, No. 2 (Feb), 333.
- [9] R. G. Jones; *J. O. S. A.*, 1941, **31**, No. 7 (Jul), 488.
- [10] W. A. Shurchiff; *«Polarized Light»*, (Harvard University Press., 1962).
- [11] S. E. Harris, E. O. Ammann *et al.*; *J. O. S. A.*, 1964, **54**, No. 10 (Oct), 1267.
- [12] A. M. Title; *Appl. Opt.*, 1976, **15**, No. 11 (Nov), 2871.

## The birefringent filter with equal Fourier coefficient

AI GOUXIANG WEN HULXIN AND HU YUEFENG

(Beijing Observatory, Academia Sinica)

(Received 31 March 1981, revised 29 October 1981)

### Abstract

The Fourier analysis has been used to examine the exit amplitudes of the Lyot-type birefringent filter. It has been found that all of its Fourier coefficients are equal to  $(1/2)^N$ .  $N$  is the number of the elements. Therefore the equal Fourier coefficient birefringent filter has been invented. The new filter described in this paper consists of a number of birefringent crystal plates with equal thickness between two polarizers. Selecting the angles between plates, we can make the Fourier coefficients of the filter to be equal to  $1/(m+1)$ ,  $m$  is the number of the plates. When two polarizers are parallel and the angles increase gradually, the Fourier coefficients are not only equal in value, but also in sign. When the wave numbers of the retardation are integral, the maxima transmission are available. When two polarizers are perpendicular and the angles change alternately sign, the Fourier coefficients are only equal in value, but signs change alternately. When the wave number of retardation are half integral, the transmission maxima are available. If  $(m+1)$  instead of  $2^N$  in the formula about Lyot-type filter is replaced by  $(m+1)$ , we can obtain the various similar characters of the new filter. For example, the band width  $\Delta\lambda = \Delta\lambda_1 \cdot 2/(m+1)$ , the thickness of following element  $d_2 = (m+1)d_1$ . Multiplying Fourier expressions of two equal Fourier coefficient filters with matched thickness, we can obtain the Fourier expression of the composition filter. According to our theory, we have found eleven kinds of strict combinations between the equal Fourier coefficient filter and, respectively, the equal Fourier coefficient filter, the Lyot filter, the Evans filter, Šolc filter and the partial polarizer filter. From these combinations we can obtain various kinds of filters. The above properties have been justified by computation. Before then, because there was no theory of strict combination between Šolc and other filters, the increased scattering light is inevitable.

We have designed a program for calculating the angles between plates for  $m=100$ , and the angles for  $m=15$  have been computed. The most important designing data then have been provided. At last, we give the formulae about for estimating the angle and thickness errors of the filter.