

# 确定渐变型光波导折射率 轮廓的一种方法

李 劬 陈英礼 方俊鑫

(上海交通大学应用物理系)

## 提 要

将统计试验最优化方法用于研究渐变型光波导折射率轮廓,构造了合理的评价函数,并编制了实用的计算程序。对实验室中制备的扩钛铌酸锂波导折射率轮廓进行了计算。本文提出的方法与已报导的诸方法相比较,有其明显的优点。

## 一、引 言

过去几年中,具有渐变折射率轮廓的光波导引起较大的兴趣。在研究渐变型波导时,确定折射率轮廓是很重要的。已经报导了一些计算方法,用以解决两类问题。第一类问题是当波导的折射率轮廓已知时,如何确定该波导所承载的模式<sup>[1~5]</sup>。其中 Conwell<sup>[2]</sup> 提出一个用解析方法求解具有指数轮廓的波导的模式的有效折射率的理论。其后,其他作者<sup>[3~5]</sup> 陆续提出一些近似方法。为了验证这些近似方法,往往将它们用于指数型折射率轮廓,并将所得结果与由 Conwell 理论所得结果进行比较。第二类问题与第一类问题相反,即当已知一组模式的有效折射率时,如何确定相应的折射率轮廓。已有一些作者尝试解决这类问题<sup>[5~10]</sup>。

我们报导一种统计试验最优化方法,用以从一组实验测得的模式有效折射率出发确定波导折射率轮廓。此方法特别适用于折射率轮廓不能由简单的函数来描写,而必须由两个或多个函数组合来描述的渐变型波导。

## 二、方 法

考虑一渐变型平面波导,其折射率沿  $y$  方向改变,而导波沿  $x$  轴传导。我们可得如下的模式方程<sup>[5]</sup>:

$$\sum \phi_i + 2\phi_{10} + 2\phi_{12} = 2m\pi, \quad (1)$$

其中  $m=0, 1, 2, \dots$ ,  $2\phi_{10}$ 、 $2\phi_{12}$  分别表示在波导-空气界面和波导内部转折点处的位相跃变,  $\sum \phi_i$  是当光线由波导表面出发,行经弧形路径,再回到波导表面时所经受的总的横向位相变化。

渐变波导折射率轮廓一般可由下式表示

$$n(y) = n_s + f(X, y), \quad (2)$$

其中  $n_s$  是基板折射率,  $X$  是  $n$  维矢量, 代表函数  $f$  的  $n$  个参数。如果此波导承载  $M$  个模式, 其相应的有效折射率为  $\eta_m (m=0, 1, 2, \dots, M-1)$ , 则可以预料, 若我们把(2)式及任何一个  $\eta_m$  代入模式方程(1), 等式应成立, 即

$$\delta_m = \sum \phi_i + 2\phi_{10} + 2\phi_{12} - 2m\pi \quad (3)$$

应为  $0 (m=1, 2, 3, \dots, M-1)$ 。

下面要讨论的问题是我们如何从(3)式出发, 利用一组实验测得的模式的有效折射率以确定波导折射率轮廓。为此, 给定一个试验函数(2), 并代入(3)式。试验函数(2)必须是物理上有意义的函数形式。如果此试验函数  $n(y)$  刚好与波导的真正轮廓一致, 则  $\delta_m$  将为  $0 (m=0, 1, 2, \dots, M-1)$ 。另一方面, 如果函数  $f$  的形式与实际情况符合, 但参数  $X$  之值与实际情况不一致, 则对此  $X$  我们有一组  $\delta_m$  值 ( $m=0, 1, 2, \dots, M-1$ )。  $\delta_m$  与  $0$  之差就代表了参数值  $X$  与实际情况的偏离程度,  $\delta_m$  是  $X$  的函数, 即

$$\delta_m = \delta_m(X) \quad (m=0, 1, 2, \dots, M-1)。$$

将  $\delta_m^2$  对所有的模求和, 就构成一评价函数

$$F(X) = \sum_{m=0}^{M-1} \delta_m^2(X)。 \quad (4)$$

它反映了  $X$  对实际情况的偏离程度。求取  $X$  值使其符合实际情况, 相当于求取  $X$  值使其对应于  $F(X)$  的极小值。当然, 若函数形式  $f(X, y)$  及参数  $X$  均与实际情况不一致, 则  $F(X)$  的极小值一般说来不会等于  $0$ 。我们可以根据  $F(X)$  的极小值的大小来比较各个试验函数  $f(X, y)$  与实际情况偏离的程度。简言之, 给定一试验函数  $f(X, y)$ , 我们可以用最优化方法得到与实际情况符合得最好的  $X$  值。当给出几个不同形式的试验函数时, 我们又可将它们各自对应的评价函数  $F(X)$  的极小值进行比较, 以确定哪一个函数形式是最佳的。

下面我们将设法求  $F(X)$  的极小值以及相应的参数  $X$  值。  $F(X)$  可能是多峰函数, 即在所考虑的区域  $F(X)$  的极小值点可能不止一个。我们要求的是总极小值点。本文采用的统计试验最优化方法使我们能以不太大的运算量来求取总极小值点及相应的总极小值。

此方法由郑权等<sup>[11]</sup>提出并有详细报导。这里只简述之。设  $X$  的变化区域是  $n$  维空间中的长方体:

$$D = \{X | a_i \leq x^i \leq b_i, (i=1, 2, \dots, n)\} \quad (5)$$

我们要在此区域中求  $F(X)$  的总极小值。给定两个整数  $K_m$  和  $t (K_m > t)$ 。在  $D$  中随机地投  $K_m$  个点, 对每一个点  $X_j$  计算函数值  $F(X_j) (j=1, 2, \dots, K_m)$ , 且接受其中相应于较小的  $F(X)$  值的  $t$  个点。对每次迭代中最终被接受的  $t$  个函数值  $F(X_j)$  计算方差

$$DF = \frac{1}{t-1} \sum_{j=1}^t [F(X_j) - \bar{F}]^2, \quad (6)$$

其中

$$\bar{F} = \left[ \sum_{j=1}^t F(X_j) \right] / t。 \quad (7)$$

同时, 下一个迭代的搜索区域可根据被接受的  $t$  个点的统计参数确定。每经一次迭代, 搜索区域的体积压缩一次,  $DF$  值也改变一次。我们可以根据新搜索区域的体积或  $DF$  值的大

小决定迭代过程是否可停止。适当地选取  $t$  值可以较大的概率保证极小值点不逸出每次迭代的搜索区域。

### 三、结 果

为说明我们所采用的方法的适用性,我们将此方法的结果与由 Conwell 理论所得结果相比较。采用 J. Noda<sup>[8]</sup> 等引用的例子

$$n(y) = n_s + \Delta n \cdot e^{-y/d} = 2.2077 + 0.015 \cdot e^{-y/5}. \quad (8)$$

由 Conwell 方法解出此波导所承载的模式的有效折射率为: 2.21701、2.21368、2.21152、2.21002 和 2.20899。现在我们试用统计试验最优化方法从这一组有效折射率出发求出波导的折射率轮廓。正如所料,计算表明具有最小评价函数值的折射率轮廓函数是指数函数

$$n(y) = n_s + \Delta n \cdot e^{-y/d}, \quad (9)$$

其中  $\Delta n = 0.0148$ ,  $d = 5.00$ , 如表 1 所示。表 1 中还列出了 J. Noda 等对同一波导的计算结果作为比较。由表可见,我们的方法与 Conwell 的理论之间符合得很好。

表 1

$n(y) = 2.2077 + \Delta n \cdot e^{-y/d}$		
	$\Delta n$	$d$
Noda 的结果	0.0148	4.91
我们的结果	0.0148	5.00

我们采用在  $y$  向切割的  $\text{LiNbO}_3$  晶片中扩散 Ti 的方法制备了  $\text{LiNbO}_3$  波导。用金红石棱镜作为耦合棱镜对波导的 TE 模进行了观察和测量,测得 5 个模式的有效折射率值分别为 2.2287、2.2223、2.2178、2.2133、2.2104。精度约为  $\sim 10^{-4}$ 。

根据这一组有效折射率测量值,我们对多种试验函数进行了计算。部分结果示于表 2。我们发现用两个高斯函数的迭加来描写此波导的折射率轮廓较为合适:

$$n(y) = 2.2027 + 0.02545 \cdot e^{-y^2/4.204^2} + 0.006285 \cdot e^{-(y-5.943)^2/15.67^2}, \quad (10)$$

其对应的评价函数值为 0.1754。对于具有 5 个模的情况来说,这已是相当好的结果。由下面的简单估计可以看出这一点。由(4)式可知,评价函数由下式给出( $M=5$ ):

$$F(X) = \sum_{m=0}^4 \delta_m^2(X). \quad (11)$$

表 2

函数类型	表 达 式	评价函数值
抛 物 线	$n(y) = 2.2027 + 0.02886 - 0.000633y^2$	4.727
高 斯 函 数	$n(y) = 2.2027 + 0.02911 \cdot e^{-y^2/5.753^2}$	2.605
两个高斯函数的迭加	$n(y) = 2.2027 + 0.02545 \cdot e^{-y^2/4.204^2} + 0.006285 \cdot e^{-(y-5.943)^2/15.67^2}$	0.1754

因此  $F(X) = 0.1754$  相当于平均  $|\delta_m| \sim 0.19$ 。对于由(11)式给出的轮廓,在  $m=2$  时,这个

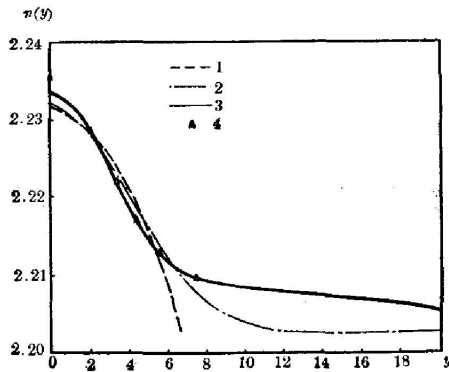


图 1

1—抛物线; 2—高斯函数; 3—两个高斯函数的迭加; 4—White-Heidrich 方法的结果

Fig. 1

1—parabola; 2—Gauss function;  
3—superimposition of two Gauss  
function; 4—the result of White-  
Heidrich method

$|\delta_m|$  值相当于模式的有效折射率值偏差  $\pm 0.0001$ 。这已经在我们测量有效折射率值的误差范围以内了。图 1 中给出(10)式所对应的曲线。抛物线和高斯函数对应的曲线也在图中给出,以作比较。在同一图中还用小三角形表示利用 White-Heidrich 方法<sup>[6]</sup>所得的结果。他们的方法是利用折线段来描写真实的折射率轮廓,我们在图中用小三角形标出折线的诸转折点。两种方法的结果符合得很好,这说明利用我们的方法确定  $\text{LiNbO}_3$  波导折射率轮廓是可靠的。

我们利用一种称为统计试验法的求总极值的数值方法,从实验测得的模式的有效折射率值出发,确定了多模渐变型波导折射率轮廓。与迄今已报导的诸方法比较,可以看出我们采用的方法的特点。首先,我们的方法可以适用于讨论多参数的函数轮廓;其次,它可以给出光滑的轮廓曲线而不是折线;第三,

不需要从一个初始解出发,因而对所研究的波导的折射率轮廓需要较少的预备知识;第四,对每一种试验函数,都能求得其最佳参数值而不会落入初始解附近的次极值点;第五,轮廓函数参数的个数不受模式数的限制;第六,对不同的函数形式,有一个统一的标准进行定量的比较。

我们使用的评价函数中,各阶模的权重是相等的。但计算表明,高阶模对评价函数的贡献比低阶模大。考虑到这一情况,在构造评价函数时给各阶模以不同的权重将更为合理。

作者感谢中国科学院上海生理所蒋百川同志在编制统计试验法计算程序时所给予的帮助。

### 参 考 文 献

- [1] D. Marcuse; *IEEE J Q E*, 1973, **QE-9**, No. 10 (Oct), 1000.
- [2] E. M. Conwell; *A. P. L.*, 1973, **23**, No. 6 (15 Sep), 328.
- [3] P. K. Tien *et al.*; *A. P. L.*, 1974, **24**, No. 10 (15 May), 503.
- [4] I. Savatinova, E. Nadjakov; *Appl. Phys.*, 1975, **8**, No. 3 (Nov), 245.
- [5] G. B. Hocker, W. K. Burns; *IEEE J Q E*, 1975, **QE-11**, No. 6 (Jun), 270.
- [6] J. M. White, P. F. Heidrich; *Appl. Opt.*, 1976, **15**, No. 1 (Jan), 151.
- [7] P. C. Jausaud, G. H. Chartier; *J. Phys. (D)*, 1977, **10**, No. 10 (Oct), 645.
- [8] J. Noda, M. Minakata *et al.*; *J. O. S. A.*, 1978, **68**, No. 12 (Dec), 1690.
- [9] D. Sarid; *Appl. Opt.*, 1979, **18**, No. 17 (1 Sep), 2921.
- [10] D. Sarid; *Appl. Opt.*, 1980, **19**, No. 11 (1 Jun), 1606.
- [11] 郑权, 蒋百川等; *《应用数学学报》*, 1978, **1**, No. 2 (May), 161.

## A method to determine refractive index profiles for graded optical waveguides

LI QU CHEN YINGLI AND FANG JUNXIN

(Department of Applied Physics, Shanghai Jiao-Tong University)

(Received 30 June 1981)

### Abstract

A method of optimization using statistical tests has been used to investigate the refractive index profiles for graded optical waveguides. A rational merit function and a practical computation procedure have been developed. Calculation was done to determine the index profiles of Ti in-diffused LiNbO<sub>3</sub> waveguides produced in our laboratory. Comparisons with the methods reported so far reveal some advantage of our method.

## 全国首届激光推广应用交流会在重庆召开

1981年11月23日到28日,中国光学学会激光专业委员会在四川省重庆市举行了为期六天的全国首届激光推广应用交流会议。来自全国26个省市自治区的270多个单位、150名代表、220多名列席代表参加了会议。

全国激光应用成果展览会同时在重庆展出,它作为交流会的一个组成部分。代表们于会议期间参观了这一展览会。

大会收到的论文400多篇,其中3篇特邀报告在大会上进行,141篇论文分五个组进行宣读,它们的内容大致上可分为四个方面:工业应用62篇(分二个组)、农业应用12篇、医学应用37篇和激光元、器件及材料等30篇。会议除学术报告外,还组织了激光全息术;激光教学仪器;激光打孔、焊接和热处理等激光工业加工;激光检测;激光参数测量;激光治癌、防护、临床治疗、基础研究等激光医学;激光器件和技术等十三个专题,进行了深入广泛的讨论。

可喜的是,激光在农业上的应用,已在我国展开,并有自己独特的工作内容,成绩显著。激光医学已广泛深入地展开,除激光在眼科、皮肤科、妇科、普外科以及激光针灸等方面有深入的研究外,医学界已对激光治癌、激光防护、激光生物机理及激光医学的基础理论探讨和研究均已开展。当前存在的主要问题,还是器件和设备的供应和质量问题。

激光工业应用和元、器件及材料方面,从报告中可以看出已取得一些可喜的成果,但是由于激光器件的质量不够稳定,价格昂贵,科研成果推广到实际应用的周期较长,且两者有脱节等问题,因此大大地限制了我国的激光推广应用。

从会议上发表的论文来看,反映了我国在激光工业推广应用和元、器件及材料方面的水平与国外水平的差距还较大。激光在医学和农业上的推广应用,注意基础和理论的研究不够,与国外水平差距较大。这些都是值得我国从事激光推广应用工作的科研技术人员重视的。

这次会议是一次综合性的大型交流会,对不同专业的科研技术人员提供了互相学习、互相启发的良好机会,有利于学科间的相互渗透,有利于促进边缘学科和新学科的发展。

(乙民)