

位相变换系统

陈南滇
(上海机械学院)

提 要

本文描述了位相变换系统,即用光场的位相概念来讨论光场的变换性质。位相变换系统能够把已知的入射光场的位相分布状态变换成所需要的出射光场的位相分布状态。文章的分析是从薄透镜作为一个位相变换系统入手的,然后导出厚透镜的位相变换光场,最后提出了入射球面波变换成完善的出射球面的Fresnel位相变换系统。

一、引 言

如果存在着这样一个光学系统,一块均匀介质折射率为 n 的曲面板的一面是平面,另一面为曲面,则在直角坐标系统中该曲面的曲面函数是(如图1所示)

$$Z = H(x, y). \quad (1)$$

我们假设曲面板不存在对光的吸收作用,于是这样的光学系统具有一个特点,只改变入射场 \tilde{E}_i 的位相分布状态,这种光学系统称为位相变换系统*。

设有一个位相变换系统,总厚度是 d , 曲面函数为 $H(x, y)$, 任何一个入射光场经过该位相变换系统之后,光场的位相会发生改变

$$\Delta\phi_1 = -\frac{2\pi}{\lambda} nH(x, y)$$

和

$$\Delta\phi_2 = -\frac{2\pi}{\lambda} [d - H(x, y)].$$

因此总的位相改变量为

$$\Delta\phi = \Delta\phi_1 + \Delta\phi_2 = -\frac{2\pi}{\lambda} (n-1)H(x, y) - \frac{2\pi}{\lambda} d. \quad (2)$$

我们引入一个位相变换算符 \mathcal{P} 。位相变换算符的定义是将任何一个具有一定位相分布状态的入射光场变换成具有另一个位相分布状态的出射光场的变换算符。

$$\tilde{E}_t = \mathcal{P}\tilde{E}_i, \quad (3)$$

其中 \tilde{E}_i 是入射光场, \tilde{E}_t 是出射光场。

在(2)式中,我们可以略去常数因子,因为它与我们所要讨论的位相的变换没有关系,于是立即得到位相变换算符

收稿日期: 1981年5月4日

* 位相变换系统并不限于一定要由平面和曲面构成的曲面板,两个面都是曲面也可以构成位相变换系统。

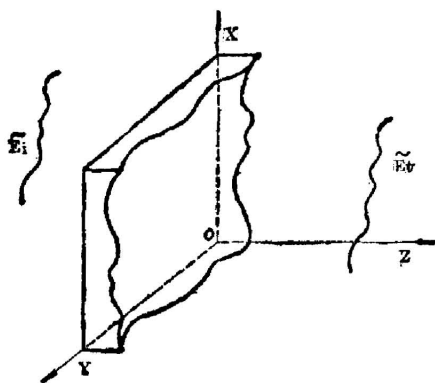


图 1

$$\mathcal{P} = \exp\{-ik(n-1)H(x, y)\}, \tag{4}$$

其中 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 。

如果有 n 个位相变换系统, 每个系统有自己的变换算符

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_1 &= \exp\{-ik(n-1)H_1(x, y)\}, \\ \mathcal{P}_2 &= \exp\{-ik(n-1)H_2(x, y)\}, \\ &\dots\dots\dots \\ \mathcal{P}_n &= \exp\{-ik(n-1)H_n(x, y)\}. \end{aligned}$$

我们把 n 个位相变换系统放在一起, 就得到一个复合的位相变换系统, 合成位相变换算符可以写成

$$\mathcal{P} = \mathcal{P}_1 \cdot \mathcal{P}_2 \cdot \dots \cdot \mathcal{P}_n = \exp\{-ik(n-1)[H_1(x, y) + H_2(x, y) + \dots + H_n(x, y)]\}. \tag{5}$$

因而, 任何一个光学系统在不计及光的损失时, 就是一个位相变换系统, 具有一已知的位相变换算符。位相变换算符描述了对光场的位相的变换特点, 也表征了光学系统的成像特性。

二、薄透镜的初级位相变换算符

在薄透镜的前贴面上如果有一个任意入射光场的位相分布状态, 经过薄透镜后在后贴面上一定对应着出射光场的位相分布状态; 我们可以把一个薄透镜看作是一个位相变换器, 也就是说是一个位相变换系统。如果我们取一级近似, 就可以得到一级近似的薄透镜的位相变换算符^[1]

$$\mathcal{P}_L = \exp\left[\frac{ik}{2f}(x^2 + y^2)\right]. \tag{6}$$

上式只描述了在小波面范围内的位相变换性质, 用几何光学的语言来说, 表述了傍轴光领域里的位相变换关系。

于是, 薄透镜的一级近似位相变换算符也应当能描述薄透镜的成像特性。下面我们将举个例子来说明这一点。

我们知道, 任何一个理想像点 $Q'(x'_0, y'_0, z_0)$ 可以看作是一个光源(如图 2 所示), 在 XOY 坐标平面上球面波的一级近似位相分布状态是^[2]

$$\phi^I = \frac{k}{2z_0}(x^2 + y^2 - 2xx'_0 - 2yy'_0). \tag{7}$$

如果入射光场是位于坐标原点左边 Z 轴上的点光源发出球面波, 于是

$$\vec{E}_I = \exp\left[\frac{ik}{2e}(x^2 + y^2)\right].$$

在薄透镜后贴面上的出射光场是

$$\vec{E}_t = \exp\left\{\frac{ik}{2f}(x^2 + y^2)\right\} \cdot \exp\left\{\frac{ik}{2e}(x^2 + y^2)\right\} = \exp\left\{\frac{ik}{2e'}(x^2 + y^2)\right\},$$

其中
$$\frac{1}{e'} = \frac{1}{f} + \frac{1}{e}.$$

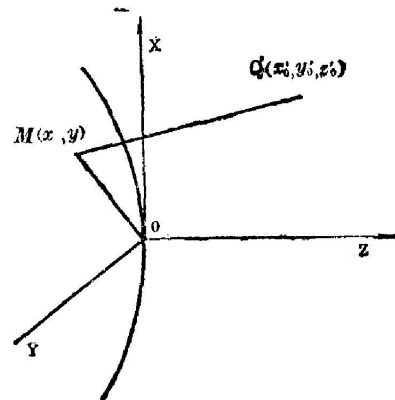


图 2

将上式同理想像点的位相分布状态(7)式相比较,立即得到出射光场的像的坐标值

$$x'_0 = y'_0 = 0, \quad z'_0 = e' = \frac{ef}{e+f}.$$

现在我们已经很清楚地看到薄透镜的一级近似位相变换算符表征了薄透镜的傍轴几何光学特性。因此,我们可以说薄透镜的一级近似位相变换算符描绘了小波面范围内的光场的位相变换关系。

三、薄透镜的二级位相变换算符

如果有一个薄透镜(如图3所示),任何光场经过薄透镜上某点 A 和 B 之后,位相会发生变化

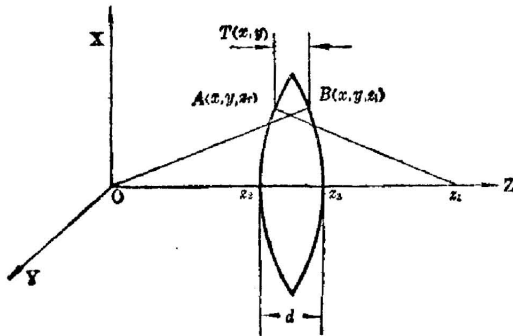


图 3

$$\Delta\phi_1 = -\frac{2\pi}{\lambda} nT(x, y),$$

其中 $T(x, y)$ 为薄透镜在 A 和 B 点的厚度函数, n 为折射率, 以及

$$\Delta\phi_2 = -\frac{2\pi}{\lambda} (d - T),$$

其中 d 为薄透镜的中心厚度。于是薄透镜前后贴面上的位相变化是

$$\Delta\phi = \Delta\phi_1 + \Delta\phi_2 = -\frac{2\pi}{\lambda} (n-1) (\sqrt{r_1^2 - x^2 - y^2} + \sqrt{r_2^2 - x^2 - y^2}).$$

略去常数项并将根式按幂级数展开, 取到三项, 得到

$$\Delta\phi \approx -\frac{2\pi}{\lambda} (n-1) \left[-\frac{x^2 + y^2}{2} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) - \frac{(x^2 + y^2)^2}{8} \left(\frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3} \right) \right]. \quad (8)$$

把薄透镜的几何光学公式

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

代入(8)式中, 得到薄透镜的二级位相变换算符

$$\mathcal{P}_L^{II} = \exp \left\{ ik \left[\frac{1}{2f} (x^2 + y^2) + \frac{n-1}{8} \left(\frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3} \right) (x^2 + y^2)^2 \right] \right\}. \quad (9)$$

当入射光场的波面范围比较大时, 薄透镜的位相变换系统就要用(9)式的位相变换算符来描述。

我们知道理想像点的位相在 XOY 平面上的分布状态是^[3]

$$\begin{aligned} \phi'_0(x, y) = & \frac{k}{2z'_0} (x^2 + y^2 - 2xx'_0 - 2yy'_0) - \frac{k}{8z'^3_0} [(x^2 + y^2)^2 - 4x^3x'_0 - 4y^3y'_0 \\ & - 4x^2yy'_0 - 4xy^2x'_0 + 6x^2x'^2_0 + 6y^2y'^2_0 + 2x^2y'^2_0 + 2y^2x'^2_0 \\ & + 8xyx'_0y'_0 - 4xx'^3_0 - 4yy'^3_0 - 4xx'_0y'^2_0 - 4yy'^2_0x'_0]. \end{aligned} \quad (10)$$

我们取沿着 Z 轴的平面波入射光场, 来讨论薄透镜位相变换系统的成像特点。设入射光场为 $\hat{E}_I = 1$, 在薄透镜的后贴面上的透射光场的位相分布状态是

$$\tilde{E}_t = \mathcal{P}_L^H \cdot \tilde{E}_i = \exp \left\{ ik \left[\frac{1}{2f} (x^2 + y^2) + \frac{n-1}{8} \left(\frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3} \right) (x^2 + y^2)^2 \right] \right\}.$$

对于位于 Z 轴上的像点的理想成像的位相分布状态, 由(10)式可知是

$$\phi'_0(x, y) = -\frac{k}{2z'_0} (x^2 + y^2) - \frac{k}{8z_0^3} (x^2 + y^2)^2.$$

将透射光场的位相分布状态与理想像点的位相分布状态相比较, 就立即可以看出, 第一项表征了小波面范围内的位相分布状态。把理想像点的二级位相分布量同透射光场的二级位相分布量相减, 就得到薄透镜的二级位相差

$$\Delta\phi' = -\frac{k}{8} (x^2 + y^2)^2 \left[\frac{1}{f^3} + (n-1) \left(\frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3} \right) \right]. \quad (11)$$

从上式可以看出, 单个薄透镜位相变换系统, 由于焦距 f 的符号恒与 $\left(\frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3} \right)$ 的符号一致, 因此单个薄透镜的位相变换算符 \mathcal{P}_L^H 不会使平面波入射光场变换成完善的理想像点的位相分布状态。

于是我们可以用薄透镜的二级位相差来解光学系统的薄透镜的初始结构参数。

四、厚透镜的位相变换系统

现在我们要讨论的是一个入射光场经过一个有一定厚度的透镜之后, 在透镜的后贴面上出射光场的位相分布状态。

由于透镜具有一定的厚度, 因此我们不能作出把入射在前贴面 $M(x, y)$ 处的光场近似地看作在后贴面 $M(x, y)$ 处出射, 这样就给讨论带来麻烦。但是, 对于任意一个厚透镜, 我们可以把这个厚度因子抽出, 剩下两个曲面(前曲面和后曲面), 由于抽去厚度因子, 显然这样的前曲面和后曲面可以按照薄透镜的方法来加以处理。因此我们把一个具有一定厚度的透镜分解成薄透镜前曲面 I , 厚度 II 和薄透镜后曲面 III 这样三个组成部分, 如图 4 所示。

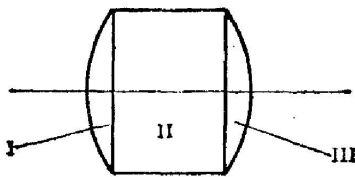


图 4

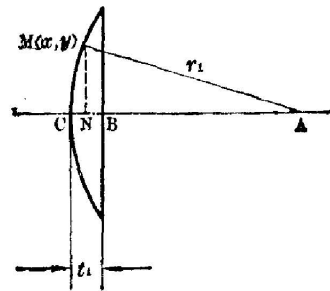


图 5

当入射光场投射在薄透镜前曲面 I 上时(如图 5 所示), 位相会发生变化,

$$\Delta\phi_1 = -\frac{2\pi}{\lambda} [t_1 - \sqrt{r_1^2 - (x^2 + y^2)}] \approx -\frac{2\pi}{\lambda} \left[t_1 - r_1 + \frac{x^2 + y^2}{2r_1} \right],$$

$$\Delta\phi_2 = -\frac{2\pi}{\lambda} n [t_1 - r_1 + \sqrt{r_1^2 - (x^2 + y^2)}] \approx -\frac{2\pi}{\lambda} n \left[t_1 - \frac{x^2 + y^2}{2r_1} \right].$$

略去常数项, 就得到薄透镜前曲面 I 的位相变换算符

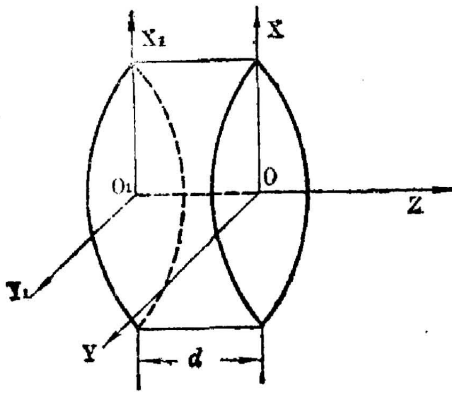


图 6

$$\mathcal{P}_I = \exp\left\{\frac{ik(n-1)}{2r_1}(x^2+y^2)\right\}. \quad (12)$$

对于透镜的厚度 II 部分, 我们设其厚度为 d 。引入直角坐标系 x_1y_1z 和 xyz , 并使 $x_1O_1y_1$ 位在厚度 II 部分的前平面上, xOy 位在厚度 II 部分的后平面上, 如图 6 所示。

设一个平行于 Z 轴的平面波入射在薄透镜前曲面 I 上, 经过位相变换算符作用后, 出射光场为

$$f(x_1, y_1) = \mathcal{P}_I \cdot \tilde{E}_I \\ = 1 \cdot \exp\left\{\frac{ik(n-1)}{2r_1}(x_1^2+y_1^2)\right\} = \mathcal{P}_I。$$

这就是在透镜厚度 II 部分的前平面上的光场。光场在厚度 II 内发生 Fresnel 衍射, 由 Fresnel 衍射公式^[4], 在厚度 II 部分的后平面上的光场立即可以求出。为了不计入透镜口径的衍射因素, 我们把口径看作是理想的无限大, 于是可以得到衍射光场

$$\tilde{E}_{II} = \frac{ie^{-knd}}{\lambda d} \iint_{-\infty}^{\infty} \exp\left[\frac{ik(n-1)}{2r_1}(x_1^2+y_1^2)\right] \cdot \exp\left\{-\frac{ikn}{2d}[(x-x_1)^2+(y-y_1)^2]\right\} dx_1 dy_1。$$

设

$$\alpha_1 = \frac{k}{2r_1}, \quad \beta = \frac{k}{2d},$$

于是

$$\tilde{E}_{II} = \frac{nie^{-iknd} \cdot e^{-i\beta n(x^2+y^2)}}{\lambda d} \iint_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{i[\alpha_1(n-1) - \beta n][x_1^2+y_1^2] + \frac{2\beta n}{\alpha_1(n-1) - \beta n}(xx_1+yy_1)\right\} dx_1 dy_1。 \quad (13)$$

再设

$$\left. \begin{aligned} \psi &= \frac{nie^{-iknd} \cdot e^{-i\beta n(x^2+y^2)}}{\lambda d}, \\ \gamma &= \frac{\beta n}{\alpha_1(n-1) - \beta n}, \\ \zeta &= \alpha_1(n-1) - \beta n。 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

代入上式中, 得到

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{II} &= \psi \iint_{-\infty}^{\infty} e^{i\zeta(x_1^2+y_1^2)+2\gamma xx_1+2\gamma yy_1} dx_1 dy_1 = \psi e^{-i\zeta\gamma^2(x^2+y^2)} \iint_{-\infty}^{\infty} e^{i\zeta[(x_1+\gamma x)^2+(y_1+\gamma y)^2]} dx_1 dy_1 \\ &= \psi e^{-i\zeta\gamma^2(x^2+y^2)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(-\zeta)(x_1+\gamma x)^2} dx_1 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(-\zeta)(y_1+\gamma y)^2} dy_1 = \frac{\pi i \psi}{\zeta} e^{-i\zeta\gamma^2(x^2+y^2)} \\ &= -\frac{n\pi e^{-iknd}}{\lambda d[\alpha_1(n-1) - \beta n]} \cdot \exp\left[-i\frac{\alpha_1\beta(n-1)}{\alpha_1(n-1) - \beta n}(x^2+y^2)\right] \end{aligned} \quad (15)$$

最后, 我们再加上薄透镜后曲面 III 部分的位相变换作用, 就得到我们正要寻找的厚透镜位相变换系统的出射光场。

薄透镜后曲面的位相变换算符可以按照前曲面的方法导出(参考图 7)。

$$\begin{aligned}\Delta\phi_1 &= -\frac{2\pi}{\lambda} [t_2 - \sqrt{r_2^2 - (x^2 + y^2)}] \\ &\approx -\frac{2\pi}{\lambda} \left[t_2 + r_2 - \frac{x^2 + y^2}{2r_2} \right], \\ \Delta\phi_2 &= -\frac{2\pi}{\lambda} n [t_2 + r_2 + \sqrt{r_2^2 - (x^2 + y^2)}] \\ &\approx -\frac{2\pi}{\lambda} n \left[t_2 + \frac{x^2 + y^2}{2r_2} \right].\end{aligned}$$

略去常数项, 可以得到薄透镜后曲面 III 部分的位相变换算符

$$\mathcal{P}_{III} = \exp\{-i\alpha_2(n-1)(x^2 + y^2)\}, \quad (16)$$

其中

$$\alpha_2 = \frac{k}{2r_2}. \quad (17)$$

因此, 我们只要把薄透镜后曲面位相变换算符乘上光场 \tilde{E}_{II} 就得到厚透镜位相变换系统的出射光场。

$$\begin{aligned}\tilde{E}_t &= \tilde{E}_{II} \cdot \mathcal{P}_{III} = -\frac{n\pi e^{-iknd}}{\lambda d [\alpha_1(n-1) - \beta n]} \cdot \exp\left[-i \frac{\alpha_1 \beta (n-1)}{\alpha_1(n-1) - \beta n} (x^2 + y^2)\right] \\ &\quad \cdot \exp[-i\alpha_2(n-1)(x^2 + y^2)] = \frac{ne^{-iknd}}{n - \frac{n-1}{r_1}d} \exp\left\{\left[\frac{ik(n-1)}{2}\right]\right. \\ &\quad \left.\cdot \left[\frac{1}{r_1 - \frac{n-1}{n}d} - \frac{1}{r_2}\right](x^2 + y^2)\right\}.\end{aligned} \quad (18)$$

因为 $\frac{n-1}{n} \cdot \frac{d}{r_1} \ll 1$, 所以 $\frac{1}{1 - \frac{n-1}{n} \cdot \frac{d}{r_1}} \approx 1$

于是得到厚透镜的位相变换系统在后贴面上的出射光场

$$\tilde{E}_t = \exp\left\{\frac{ik}{2}(n-1)\left[\frac{1}{r_1 - \frac{n-1}{n}d} - \frac{1}{r_2}\right](x^2 + y^2)\right\}, \quad (19)$$

其中我们已经略去了常数项。

如果透镜的厚度 d 趋向于零

$$\begin{aligned}\lim_{d \rightarrow 0} \frac{ne^{-iknd}}{n - \frac{n-1}{r_1}d} \exp\left\{\frac{ik(n-1)}{2}\left[\frac{1}{r_1 - \frac{n-1}{n}d} - \frac{1}{r_2}\right](x^2 + y^2)\right\} \\ = \exp\left[\frac{ik}{2f}(x^2 + y^2)\right].\end{aligned}$$

这正是薄透镜的出射光场。

设一个平行于 Z 轴的平面波光场入射*, 经过厚透镜位相变换系统后, 在后贴面上的位相分布状态是

* 如果是一个任意球面波入射光场 $\tilde{E}_I = \exp\left\{-\frac{ik}{2z_0}(x^2 + y^2 + 2xx_0 - 2yy_0)\right\}$, 其中 (x_0, y_0, z_0) 是“波源”坐标, 那末由同样的方法可以求出在原透镜后贴面上的出射光场

$$\tilde{E}_t = \frac{1}{1 - \frac{(n-1)d}{nr_1} + \frac{d}{nz_0}} \exp\left\{-\frac{ik}{2}\left[\left(\frac{n}{d} + \frac{n-1}{r_2}\right)(x^2 + y^2) + \frac{\left(\frac{n}{d}x + \frac{x_0}{z_0}\right)^2 + \left(\frac{n}{d}y + \frac{y_0}{z_0}\right)^2}{\frac{n-1}{r_1} + \frac{n}{d} - \frac{1}{z_0}}\right]\right\}$$

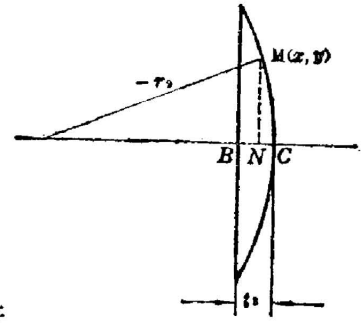


图 7

$$\phi_t = \frac{k}{2}(n-1) \left[\frac{1}{r_1 - \frac{n-1}{n}d} - \frac{1}{r_2} \right] (x^2 + y^2)。$$

与(7)式比较,立即可以看出像点的坐标是

$$\begin{aligned} x'_0 = y'_0 = 0, \\ \frac{1}{z'_0} = (n-1) \left[\frac{1}{r_1 - \frac{n-1}{n}d} - \frac{1}{r_2} \right]。 \end{aligned}$$

令

$$\rho_1 = \frac{1}{r_1} \quad \text{和} \quad \rho_2 = \frac{1}{r_2}。$$

厚透镜的光焦度是^[5]

$$\varphi = (n-1)(\rho_1 - \rho_2) + \frac{(n-1)^2}{n} d \rho_1 \rho_2。$$

将它们代入上式中,可得到

$$z'_0 = f \left[1 - \frac{n-1}{n} d \rho_1 \right]。$$

由应用光学知道,上式正是厚透镜的后贴面到透镜焦点的距离 l_f 。

由此可见,厚透镜的位相变换系统所表述的光场变换特性,与应用光学中所描述的厚透镜的傍轴几何光学性质是完全一致的。它们用各自不同的方式描绘了光束经过光学系统后的同一个物理现象,因而各有本身的特色。

五、Fresnel 位相变换系统

如果有这样一个位相变换系统,能够把空间某一物点发出的入射光场变换成理想的出射光场并成像在像点上。我们来考察一下,这样的位相变换算符是什么样的。设物点 $Q(-x_0, -y_0, -z_0)$ 发出的球面波在 XOY 坐标平面上的位相分布状态是

$$\begin{aligned} \phi = & -\frac{k}{2z_0} (x^2 + y^2 + 2xx_0 + 2yy_0) + \frac{k}{8z_0^3} [(x^2 + y^2)^2 + 4x^3x_0 \\ & + 4y^3y_0 + 4x^2yy_0 + 4xy^2x_0 + 6x^2x_0^2 + 6y^2y_0^2 + 2x^2y_0^2 + 2y^2x_0^2 \\ & + 8xyx_0y_0 + 4xx_0^3 + 4yy_0^3 + 4xx_0y_0^2 + 4yx_0^2y_0]。 \end{aligned} \quad (20)$$

对于理想像点 $Q'(x'_0, y'_0, z'_0)$ 发出的球面波在 $x'O'y'$ 坐标平面上的位相分布状态是

$$\begin{aligned} \phi' = & \frac{k}{2z'_0} (x^2 + y^2 - 2xx'_0 - 2yy'_0) - \frac{k}{8z'_0{}^3} [(x^2 + y^2)^2 - 4x^3x'_0 \\ & - 4y^3y'_0 - 4x^2yy'_0 - 4xy^2x'_0 + 6x^2x'^2_0 + 6y^2y'^2_0 + 2x^2y'^2_0 + 2y^2x'^2_0 \\ & + 8xyx'_0y'_0 - 4xx'^3_0 - 4yy'^3_0 - 4xx'_0y'^2_0 - 4yx'^2_0y'_0]。 \end{aligned} \quad (21)$$

位相变换算符为

$$\begin{aligned} \mathcal{P} = & \frac{\exp\{i\phi'(x, y)\}}{\exp\{-i\phi(x, y)\}} = \exp\{ik(C_{40}x^4 + C_{04}y^4 + C_{30}x^3 + C_{03}y^3 + C_{20}x^2 \\ & + C_{02}y^2 + C_{22}x^2y^2 + C_{21}x^2y + C_{12}xy^2 + C_{10}x + C_{01}y + C_{11}xy)\}, \end{aligned} \quad (22)$$

其中

$$C_{40} = C_{04} = \frac{1 - M^{-3}}{8z_0^3},$$

$$\begin{aligned}
 C_{30} &= \frac{1+M^{-2}}{2z_0^3} x_0, & C_{03} &= \frac{1+M^{-2}}{2z_0^3} y_0, \\
 C_{20} &= \frac{1}{2f} + \frac{(1-M^{-1})(3x_0^2+y_0^2)}{4z_0^3}, & C_{02} &= \frac{1}{2f} + \frac{(1-M^{-1})(3y_0^2+x_0^2)}{4z_0^3}, \\
 C_{21} &= \frac{1+M^{-2}}{2z_0^3} y_0, & C_{12} &= \frac{1+M^{-2}}{2z_0^3} x_0, \\
 C_{22} &= \frac{1-M^{-3}}{4z_0^3} x_0, & C_{11} &= \frac{1-M^{-1}}{z_0^3} x_0 y_0, \\
 C_{10} &= \frac{x_0^3+x_0 y_0^2-2x_0 z_0^2}{z_0^3}, & C_{01} &= \frac{y_0^3+x_0^2 y_0-2y_0 z_0^2}{z_0^3},
 \end{aligned}$$

$$M = \frac{z'_0}{z_0} = \frac{x'_0}{x_0} = \frac{y'_0}{y_0}, \tag{23}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{z'_0} - \frac{1}{z_0}. \tag{24}$$

将(22)式与(24)式相对照, 就可以得到位相变换系统的曲面函数

$$\begin{aligned}
 H(x, y) &= \frac{1}{1-n} (C_{40}x^4 + C_{04}y^4 + C_{30}x^3 + C_{03}y^3 + C_{20}x^2 + C_{02}y^2 \\
 &\quad + C_{22}x^2y^2 + C_{21}x^2y + C_{12}xy^2 + C_{10}x + C_{01}y + C_{11}xy). \tag{25}
 \end{aligned}$$

这样一个位相变换系统, 可以把一个球面波变换成另一个球面波; 但是, 只有在 $Q(-x_0, -y_0, -z_0)$ 与 $Q'(x'_0, y'_0, z'_0)$ 共轭点之间才能产生二级完善的球面波的位相变换。

假设有两个位相变换系统, 分别能对共轭点 $Q_1(-x_{01}, -y_{01}, -z_0)$, $Q'_1(x'_{01}, y'_{01}, z'_0)$ 和 $Q_2(-x_{02}, -y_{02}, -z_0)$, $Q'_2(x'_{02}, y'_{02}, z'_0)$ 变换成完善的球面波。这两个位相变换算符的对应系数的差值, 就是视场位相差。视场位相差表明, 对于非共轭的物点所发出的球面波, 经过位相变换系统之后, 不再是完善的球面波, 所以不同程度上会发生位相畸变。

如果我们采用矢量来分析位相变换系统的位相变换算符, 可以看到它有独特的优越之处。

设有一对共轭点 Q 和 Q_1 , 位相变换系统使 Q 点发出的球面波变换成完善的球面波。 Q' 点位相分布为(如图 8 所示)

$$\phi' = \frac{2\pi}{\lambda} z'_0 \left[1 + \frac{(x-x'_0)^2 + (y-y'_0)^2}{z'^2_0} \right]^{\frac{1}{2}},$$

令

$$\rho' = Q'M, \rho'_0 = OQ', \rho_m = OM,$$

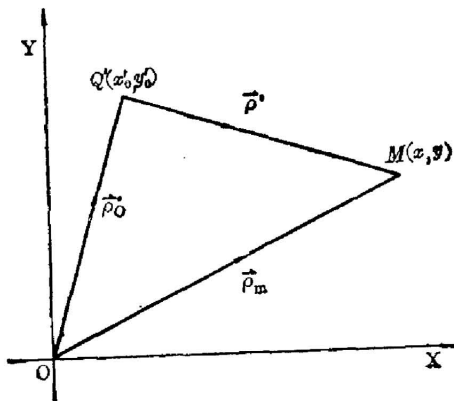


图 8

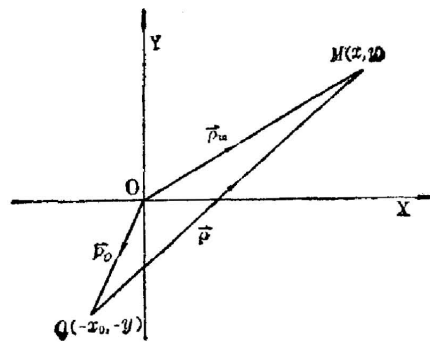


图 9

故 $(x-x_0')^2 + (y-y_0')^2 = |\rho_m - \rho_0'|^2 = \rho'^2$ 。

代入上式中, 得到

$$\phi' = \frac{2\pi}{\lambda} \left\{ z_0' + \frac{\rho'^2}{2z_0'} - \frac{\rho'^4}{8z_0'^3} + \frac{\rho'^6}{16z_0'^5} - \dots \right\} \quad (26)$$

Q 点的位相分布(如图 9 所示)是

$$\phi = -\frac{2\pi}{\lambda} z_0 \left[1 + \frac{(x+x_0)^2 + (y+y_0)^2}{z_0^2} \right]^{\frac{1}{2}},$$

令

$$\rho = QM, \rho_0 = OQ, \rho_m = QM,$$

故

$$(x+x_0)^2 + (y+y_0)^2 = |\rho_m - \rho_0|^2 = \rho^2。$$

代入上式中, 得到

$$\phi = -\frac{2\pi}{\lambda} \left[z_0 + \frac{\rho^2}{2z_0} - \frac{\rho^4}{8z_0^3} + \frac{\rho^6}{16z_0^5} - \dots \right] \quad (27)$$

于是位相变换算符为

$$\mathcal{P} = \frac{\exp\{i\phi'(x, y)\}}{\exp\{-i\phi(x, y)\}} = \mathcal{P}_1 \cdot \mathcal{P}_2, \quad (28)$$

其中

$$\mathcal{P}_1 = \exp\left\{ik \left(\frac{\rho'^2}{2z_0'} - \frac{\rho'^4}{8z_0'^3} + \frac{\rho'^6}{16z_0'^5} - \dots \right)\right\}, \quad (29)$$

$$\mathcal{P}_2 = \exp\left\{ik \left(-\frac{\rho^2}{2z_0} + \frac{\rho^4}{8z_0^3} - \frac{\rho^6}{16z_0^5} + \dots \right)\right\} \quad (30)$$

我们可以分别形成两个 Fresnel 位相变换系统 \mathcal{P}_1 和 \mathcal{P}_2 , 然后按坐标位置把它们正确地迭合在一起, 就构成一个使 Q 和 Q' 共轭点变换成完善球面波位相变换的位相变换系统。这种类型的位相变换系统, 可以用类似于 Fresnel 透镜的方法来实现^[6], 因此称之为 Fresnel 位相变换系统。

用同样的方法, 可以求出一个系统的位相变换算符和对应的曲面函数, 该系统能够使已给的入射光场的位相分布状态, 变换成所需要的出射光场的位相分布状态。

六、结 束 语

如果我们不计入光的损耗的话, 透镜、位相全息照片和 Fresnel 透镜等都是位相变换系统。它们的作用是把入射光场的位相分布状态变换成另一状态的位相分布。

用 Fresnel 位相变换系统来作为成像光学元件时, 还需要进一步的研究, 因为必须设法解决视场位相差和色位相差两个问题。不过, 将 Fresnel 位相变换系统用于校正物镜的像差是很有意义的。对位相变换系统的进一步分析, 是否能代替物镜的设计理论, 尚待研究。除此之外, 对于那些需要精确波面形态的光场, 采用 Fresnel 位相变换系统来实现也是很好的方法。

总之, 对于位相变换系统的前途还不能作出全面的估计; 但是, 用位相变换系统的概念来描述光场的变换有它的独特的地方。这也就是促使我们对光场的位相变换发生浓厚兴趣的原因。作者对薛培贞教授的审阅和指导表示感谢。

参 考 文 献

- [1] A. K. Ghatak, K. Thyagarajan; *«Contemporary Optics»* (New York Plenum, 1978), 191.
 [2] E. J. Collier, C. B. Burckhardt *et al.*; *«Optical Holography»* (New York, Academic Pr., 1971), 62.
 [3] R. W. Meier; *J. O. S. A.*, 1965, **55**, No. 8 (Aug), 987.
 [4] A. K. Ghatak, K. Thyagarajan; *«Contemporary Optics»* (New York Plenum, 1978), 125.
 [5] 上海机械学院; *«应用光学»*, 1964, 84.
 [6] E. Wolf; *«Progress in Optics»* Vol. 14 (Ansterdam, North-Holland Pub. Co., 1978), 70.

The phase transform system

CHEN NANTJEN

(Shanghai Institute of Mechanical Engineering)

(Received 4 May 1981)

Abstract

This article deals with the phase transform system in detail. In short, the transform properties of field are discussed with the phase conception of field. A phase transform system can make the phase distribution of an incident field turned into the desirable phase distribution of the emergent field. Our analysis starts with the thin lens as a phase transform system, then derive the phase transform field of the thick lens, and at last put forward the Fresnel phase transform system, which can change an incident spherical wave into an perfect emergent spherical one.

~~~~~

(上接第 27 页)

这方面的发展之后指出, 关键的问题在于能否设计并实现高维变换矩阵及二维图形识别, 他还报告了他自己实验室内实现  $N=128$  的 SIN 变换的初步结果。虽然国内外已经提出了很多实现任意空间可变变换的方法, 但是, 真正有可能作到高维矩阵的还极少, 有的还存在一些固有的困难。因此, 实现高维矩阵并使之接近可以实用的条件, 还是一个当前需要努力的重要问题。

有十位代表在大会上作了报告, 北京物理所副研究员张洪钧宣读了“双稳液晶电光调制器”的论文, 他们利用液晶的场致双折射所引起的透过率  $T(V)$  的非线性效应, 观察到电光反馈条件下液晶光调制器的光学双稳现象, 并指出这种效应在光学逻辑元件、光信息的非线性处理和超线性调制等方面的可能应用。

在大会报告之后, 分十个专题在两个分会场进行专题报告和讨论。这些专题包括相干光处理、非相干光处理、白光处理、散斑和全息术在光信息处理中的应用, 半色调技术, 电视图象处理, 光学方法可实现的变换、光电混合处理及其接口元件, 底片的研究等。

与第一届全国光信息处理学术报告会(1979年于成都)相比, 这次会议上宣读的论文在数量和质量上都有了一定程度的提高, 它们标识着我国光信息处理的研究工作在广度和深度两方面都有了显著进步, 为赶超国际先进水平打下了良好的基础。同时, 与会代表普遍认为, 若干关键元件和设备, 例如底片的系列化、实时元件、光电接口、列阵探测器和存贮器等应投入更多的力量。

代表们一致认为, 这次学术报告会对促进学术交流、加快我国光信息处理的研究工作是有益的, 并建议成立中国光学学会光信息处理专业委员会及在 1983 年召开下一届学术报告会。 (王能鹤)