

# 电子束干涉和自由电子辐射

王之江

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

电子束干涉或拍频,都能形成周期变化的电荷密度分布,从而形成周期分布的电场。当另一电子在周期电场中运动时,就应由于加速度而辐射电磁波,我们曾讨论过拍频的电子束辐射问题<sup>[1]</sup>。但电子束拍频不是常见的物理现象,而电子束干涉则较为普通,我们将表明,也可以利用电子束的干涉场形成辐射。

## 一、

电子衍射很容易以实验演示,例如电子显微镜的成像就属于演示电子衍射的实验现象。尤其是经过直边时,在电子显微镜中可以清楚看到非涅尔衍射条纹<sup>[2]</sup>,更是明显演示电子衍射的存在。但是获得良好的电子束干涉条纹却不容易。例如<sup>[3]</sup>,采用 Mollenstedt 型电子双棱镜作为电子分束器,得到 3000 条干涉条纹,作者声称这是已往所得条纹数的十倍。但可以认为,这并不是现有技术水平应有的极限。

电子束干涉实验的困难之一是它的亮度太低。但是这也许并不是最重要的困难,光学干涉也有采用极弱的光源来做,例如检查光的量子性的干涉实验。与光学实验相比,电子束干涉这个领域的工作,似乎有不少改进的余地,例如,一般所知,场发射电子束的能量差别小于  $1\text{eV}$ <sup>[4]</sup>,故当加速到  $70\text{keV}$  时单色度  $(\lambda/\Delta\lambda)$  优于  $7 \times 10^4$ ,从而可达到的干涉级应为  $7 \times 10^4$ ,即可获得  $10^5$  量级的条纹。因此,文献[3]所述的 3000 条纹不是由单色度所限制,而应由实验的布局所造成。在光学领域中,采用干涉仪测量最大干涉级,并从而测量源的单色度,甚至从条纹能见度测定谱分布(傅里叶光谱仪)。这种工作应可用于电子束干涉中,从而由干涉条纹能见度的测量求得电子束的能谱分布。

电子分束还可以用其他方法达到,例如用完整单晶的布拉格反射分束。实际上已经采用这种分束干涉作为观察晶体缺陷的手段<sup>[5]</sup>。但是对于这种干涉实验本身,则似乎还没有进行什么研究工作。

可以认为,电子干涉应可作为一个方向加以发展。

## 二、

从库伦定律可以算出任何电荷分布产生的电场分布,为了产生频率恒定的电磁波辐射,希望使电子在确定周期的电场中运动,这种周期场应可由周期分布的“线”电荷或“面”电荷而形成。电子束干涉和拍频都可能形成这种电荷分布。

例如把一个电子束相应的平面波一分为四,其波矢量分别为:  $(\xi, \eta, \zeta)$ ,  $(\xi, -\eta, \zeta)$ ,  $(\xi, \eta, -\zeta)$ ,  $(\xi, -\eta, -\zeta)$ 。其值满足:

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2, \quad (1)$$

式中  $\lambda$  是电子德布洛意波波长。那么在这四束平面波的迭加区域内的电荷密度分布就是:

$$\rho(x, y, z) = \rho_0 \cos^2 \eta y \cos^2 \zeta z. \quad (2)$$

这相当于在  $y, z$  方向各有确定周期的“线”电荷分布。当  $\zeta=0$ , 亦即相应于电子束一分为二而干涉时, (2)式就表示周期面电荷分布。袭用 Mollenstedt 方法, 用正交金属丝或单金属丝带电就可以形成这种干涉场。

由此可见, 用干涉方法可以使电子束在与进行方向相垂直的方向上聚束。反之拍频则使电子束在行进方向聚束。这两种聚束看来都是有意义的<sup>[1]</sup>。

形如(2)式的电荷产生的静电场是:

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2\rho_0 \cos^2 \eta y' \cos^2 \zeta z'}{(y-y')^2 + (z-z')^2} (0, y-y', z-z') dy' dz'. \quad (3)$$

因此,

$$E_y = \frac{\pi\rho_0}{2} \sin 2\eta y \left( \frac{1}{\eta} + \frac{\eta}{\eta^2 + \zeta^2} \cos 2\zeta z \right), \quad (4)$$

$$E_z = \frac{\pi\rho_0}{2} \sin 2\zeta z \left( \frac{1}{\zeta} + \frac{\zeta}{\eta^2 + \zeta^2} \cos 2\eta y \right). \quad (5)$$

当与电子束相应的德布洛意波波长很短时, 由(4)、(5)式可见, 可以形成空间频率非常高的电场, 但是电场强度也随空间频率的提高而下降。

电子在这个周期场中运动时, 受到的库仑力也发生周期变化, 从而有周期性的加速度。当  $\zeta=0$  时, 亦即电子在双电子束干涉场中运动时, 加速度为:

$$\ddot{y} = \frac{e\rho_0\pi}{2m\eta} \sin 2\eta y. \quad (6)$$

当  $\eta=\zeta$  时, 则有:

$$\begin{cases} \ddot{y} = \frac{e\rho_0\pi}{2m\eta} \left( \sin 2\eta y + \frac{1}{2} \sin 2\eta y \cos 2\eta z \right); \\ \ddot{z} = \frac{e\rho_0\pi}{2m\eta} \left( \sin 2\eta z + \frac{1}{2} \sin 2\eta z \cos 2\eta y \right). \end{cases} \quad (7)$$

### 三、

关于高速运动的电子的辐射, 很早就已用经典电动力学做过适当的处理<sup>[6]</sup>, 明确只有电子的加速度部分才对远处的辐射有贡献。为了避免一些不必要的复杂表示式, 下面仅对较简单的情况作一些讨论。

当  $\zeta=0$ , 即  $z$  方向没有交变电场, 此时电子仅在  $y$  方向有加速度, 考虑电子在  $y$  方向的初速为  $v_y$ , 则  $y \simeq v_y t$ , 此时(6)式成为:

$$\begin{cases} \ddot{y} = \frac{e\rho_0\pi}{2m\eta} \sin \omega t, \\ \omega = 2\eta v_y, \end{cases} \quad (8)$$

$\omega$  也就是所辐射的电磁波的角频率。我们再设电子的速度和加速度相平行, 亦即电子在  $x$  方向和  $z$  方向的速度分量为零, 此时的辐射场有简单的表达式<sup>[6]</sup>, 即单位立体角内的辐射功率为:

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{e^2(\ddot{y})^2 \sin^2 \theta}{4\pi c^3 (1 - \beta \cos \theta)^5}, \quad (9)$$

式中  $\theta$  是辐射方向和  $y$  轴的夹角,  $\beta = v_y/c$  是电子速度和光速之比。(9)式和一般低速运动电子辐射表示式的差别是因子  $(1 - \beta \cos \theta)^{-5}$ , 当  $\beta \rightarrow 1$  时它会是很大的值, 并使辐射最强的方向不再是  $\theta = 90^\circ$  的方向, 而倾向于电子行进的方向, 例如, 当  $\beta = 0.94$  (1 MeV) 时,  $\sin^2 \theta (1 - \beta \cos \theta)^{-5}$  的极值为  $1.3 \times 10^4$ , 比 1 大得多。相应的  $\theta \simeq 10^\circ$ 。

### 参 考 文 献

- [1] 王之江;《光学学报》, 1981, 1, No. 2 (Mar), 115.
- [2] 西门纪业等编;《电子显微镜的原理和设计》(科学出版社, 1979).
- [3] A. Tonomura; *J. Electron Microsc.*, 1979, 28, No. 1 (Jan), 1.  
A. Tonomura; *Japan J. A. P.*, 1978, 17, No. 6 (Jun), 1137.
- [4] A. V. Crewe; *Progr. Opt.*, 1973, 11, 225.
- [5] M. H. 洛雷托等;《分析晶体缺陷的电子显微术》, (上海科学技术出版社, 1979).
- [6] J. B. Marion; 《Classical Electromagnetic Radiation》(Academic Press., 1965).

## The electron beam interference and the free electron radiation

WANG ZHIJIANG

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

(Received 4 August 1981)

### Abstract

Both electron beam interference and beat can form a periodic charge density distribution and thus a periodic electric field respectively. When another electron is moving across this field, it should irradiate electro-magnetic waves due to the acceleration. We have discussed the problems on the electron beam radiation from beat<sup>[1]</sup>. And the electron beam beat is, however, an un-usual physical phenomenon while the electron beam interference is rather common. We shall indicate here that the interference field may be used to form radiation as well.