第1卷 第3期
1981年5月

光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA

Vol. 1, No. 3
May 1981

光学薄膜的自动设计

范正修 钱伟珍
(中国科学院上海光学精密机械研究所)

提 要

运用负滤光片的组合，对具有复杂光谱曲线的光学薄膜进行自动合成。为了克服个别负滤光片之间的多次反射形成的光谱曲线畸变，在负滤光片中间插入若干匹配层，并用统计试验方法选取膜层参数。最后用阻尼最小二乘法对全部或部分膜层的厚度进行精确化，使设计曲线达到予期结果。作为例子给出彩色电视摄影机的W分光膜，可见区三角形滤光片宽带中性分光膜和宽带反射膜的设计结果。

引 言

薄膜设计的基本任务在于确定薄膜的层数、各层膜的厚度和膜层的折射率使之具有特定的光谱特性。由于薄膜的光谱性质是薄膜参数的多元非线性函数，所以，在使用电子计算机之前，除了极简单的情形之外，对薄膜的光学性质进行特定设计几乎是不可能的。电子计算机的引入，促进了薄膜自动设计的发展，从而建立了各种各样的设计方法[1~12]。

薄膜自动设计中最常见的方法是优化法[11]。它的特点是首先建立起能够反映光学薄膜性质优劣的评价函数，然后求出评价函数的极小值，由此解出满足评价函数极小的薄膜参数。这种方法的优点在于简单易行，而且各种各样的优化方法经前人大量工作，已经比较成熟。然而，光学薄膜的光谱性质是薄膜参数的多峰值函数。这样，由一般优化方法求得的极值点往往是局部极值。它的性质的优劣，直接依赖于薄膜初始函数的选取。为了克服这一缺点，郑权提出了基于随机投点基础上的统计试验法。采用统计试验法原则上可以求出总极值。这样，在大多数情况下，可以较有效地对光学薄膜进行自动设计。但是，这种方法毕竟是在一定概率下求解。当光谱曲线比较复杂、波区较宽、薄膜参数又比较多的情况下，能找到总极值的几率很小；同时，在搜查过程中，每个参数都不重复地随机变化，这就有可能丢掉一些好的结果。所以，对于较复杂的课题，这种方法是难以凑效的。

我们的设计是建立在负滤光片组合的基础上的。为了克服工作中负滤光片之间的多次反射造成的困难[2]，我们在负滤光片间加入匹配层，并用统计试验法初步定出匹配层的参数，由负滤光片加匹配层构成合成膜系的初始结构，最后，用阻尼最小二乘法完成膜系的全部设计工作。

下面，我们介绍一下设计程序的基本方法和几个典型的设计结果，并对结果进行讨论。

一、负滤光片的选择

所谓负滤光片就是除了特定的光谱范围外，其他光谱区透过率均为1的光学薄膜。这

收稿日期：1980年8月7日

段特定的光谱范围叫做截止区。一块负滤光片的性质，可以由截止带的半宽、截止带宽和最小透过率来确定。

设 T_M 为负滤光片截止带的最小透过率，Δg 为截止带宽，$\Delta\omega$ 为截止带的半宽，则三者间近似地满足以下关系[2]

$$\frac{\Delta g}{\Delta\omega}=\begin{cases}1-[T_M/17.676]^{0.2137} & T_M<0.57,\\ 1-[T_M/1.508]^{0.7542} & T_M>0.57,\end{cases}\tag{1}$$

即

$$\Delta g=\begin{cases}[1-(T_M/17.676)^{0.2137}]\cdot\Delta\omega & T_M<0.57,\\ [1-(T_M/1.508)^{0.7542}]\cdot\Delta\omega & T_M>0.57。\end{cases}\tag{2}$$

设 $n=\frac{n_H}{n_L}$ 为相对折射率，其中 n_H, n_L 分别为周期膜系中高低折射率材料的折射率，则有

$$n=\left[1+\sin\left(\frac{\Delta g\pi}{4}\right)\right]\Big/\left[1-\sin\left(\frac{\Delta g\pi}{4}\right)\right]。\tag{3}$$

对于一个特定的负滤光片，其半宽可以直接由光谱曲线量出。这样由(2)、(3)式可以很方便地求出相应的四分之一波长膜系的相对折射率。至于该膜系的周期数可由下式求出

$$S=\ln[(n_0-\sqrt{1-T_M})/n_s(n_0+\sqrt{1-T_M})]/2\ln\left(\frac{n_L}{n_H}\right),\tag{4}$$

式中 n_0, n_s 分别为入射介质和基体折射率。

当 $\lambda/4$ 膜系的截止带宽确定之后，由预定的负滤光片的光谱性质，可以求出截止波长处的透过率。设 T_g 为截止波长的透过率，对一个无吸收的周期膜系[14]有

$$T_g=\begin{cases}4n_0n_s/[(n_0+n_s)^2+(Sn_0n_s|M_{12}|)^2] & (M_{21}=0),\\ 4n_0n_s/[(n_0+n_s)^2+(S|M_{21}|)^2] & (M_{12}=0),\end{cases}\tag{5}$$

式中 M_{12} 和 M_{21} 分别为薄膜特征矩阵元，

$$\begin{cases}|M_{21}|^2=\dfrac{4n_L(n_L-n_H)^2}{n_H} & M_{12}=0,\\[2ex] |M_{12}|^2=\dfrac{4(n_L-n_H)^2}{n_L^3+n_H} & M_{21}=0。\end{cases}\tag{6}$$

取 $M_{12}=0$，将式(5)代入式(4)，则

$$T_g=4n_0n_s/[(n_0+n_s)^2+4S^2(n_L-n_H)^2/(n_L^3+n_H)]。\tag{7}$$

由(3)、(7)式可以确定膜层的折射率。

一般 $\lambda/4$ 反射膜的通带区内包含有周期变化的反射次峰，这不符合负滤光片的要求。为了消除通带区内的反射次峰，我们采用了加入匹配膜系的方法。假设一个负滤光片，其初始结构为$\left(\frac{L}{2}\,H\,\frac{L}{2}\right)^s$，等效折射率为 $N_{初}$，等效厚度为 Γ，则[13]

$$\frac{N_{初}}{n_L}=\left\{\frac{\left[\cos(\pi\lambda_0/2\lambda)-\left(1-\frac{n_H}{n_L}\right)\Big/\left(1+\frac{n_H}{n_L}\right)\right]}{\left[\cos(\pi\lambda_0/2\lambda)+\left(1-\frac{n_H}{n_L}\right)\Big/\left(1+\frac{n_H}{n_L}\right)\right]}\right\}^{1/2},\tag{8}$$

$$\Gamma(\lambda)=\frac{\lambda_0}{\pi}\arccos[1-(1+n_H/n_L)^2\cdot\sin^2(\pi\lambda_0/2\lambda)/(2n_H/n_L)],\tag{9}$$

式中 λ_0 为中心波长，λ 为通带区内任意波长。

为了较好地消除截止区附近的反射次峰，我们把匹配点选在 $\Gamma=(3/8)\lambda_0$ 的地方。根据这一要求，可以由(9)式求出匹配波长，继而由(8)式求出匹配波长处的等效折射率，求出 $N_{初}(\lambda)$ 后，便可以着手考虑适当的匹配膜系了。这里之所以考虑匹配膜系而不是匹配膜层，主要是等效折射率色散比较大，如果匹配膜系的等效折射率 $N_{匹}$ 能和 $N_{初}$ 很好地匹配，则有希望在整个通带区获得良好的匹配结果。为了使初始膜系与入射介质匹配，必须使

$$N_{0匹}(\lambda)=[n_0N_{初}(\lambda)]^{1/2}。\tag{10}$$

为了使初始膜系与基体匹配，则有

$$N_{s匹}(\lambda)=[n_sN_{初}(\lambda)]^{1/2}。\tag{11}$$

一般负滤光片的设计中选 $n_0=n_s=n_L$，则

$$N_{0匹}(\lambda)=N_{s匹}(\lambda)=N_{匹}(\lambda)=[n_LN_{初}(\lambda)]^{1/2}。\tag{12}$$

这时膜系具有光谱对称的特性，考虑到结果的普遍性，我们的设计是从式(10)、(11)出发的。

把(10)、(11)式分别代入(8)式，并令匹配膜系中的 $n_{sL}=n_{0L}=n_L$，则可分别求出匹配膜系中的 n_{0H}，n_{sH}

$$n_{0H}=n_L\left[\frac{1-\cos\left(\frac{\pi\lambda_0}{2\lambda}\right)\left[\frac{1-(N_{0匹}/n_L)^2}{1+(N_{0匹}/N_L)^2}\right]}{1+\cos\left(\frac{\pi\lambda_0}{2\lambda}\right)\left[\frac{1-(N_{0匹}/n_L)^2}{1+(N_{0匹}/n_L)^2}\right]}\right],\tag{13}$$

$$n_{sH}=n_L\left[\frac{1-\cos\left(\frac{\pi\lambda_0}{2\lambda}\right)\left[\frac{1-(N_{s匹}/n_L)^2}{1+(N_{s匹}/n_L)^2}\right]}{1+\cos\left(\frac{\pi\lambda_0}{2\lambda}\right)\left[\frac{1-(N_{s匹}/n_L)^2}{1+(N_{s匹}/n_L)^2}\right]}\right]。\tag{14}$$

为了使设计的负滤光片便于制备，我们把折射率限制在一定范围内。

二、负滤光片的组合

单个负滤光片设计完毕后，进而要把它们组合成期望的光谱曲线。

设个别负滤光片的透过率是 $T_1(\lambda)$，$T_2(\lambda)\cdots$，如果它们之间不相干，并且忽略多次反射的影响，则组合滤光片的透过率为

$$T(\lambda)=T_1(\lambda)\cdot T_2(\lambda)\cdots。\tag{15}$$

当不同的负滤光片淀积在同一块基体上时，它们的组合透过率绝不是个别透过率相乘，而必须考虑多光束相干的结果。设两个负滤光片的组合透过率为 $T'(\lambda)$，则

$$T'(\lambda)=[T_1(\lambda)\cdot T_2(\lambda)/(1-R)]\cdot[1/(1+F\sin^2\theta)],\tag{16}$$

式中

$$R=\{[1-T_1(\lambda)][1-T_2(\lambda)]\}^{1/2},\tag{17}$$

$$F=4R/(1-R)^2,\tag{18}$$

$$\theta=\frac{1}{2}(\phi_1+\phi_2),\tag{19}$$

式中 ϕ_1，ϕ_2 为两个负滤光片各自的相位变化。由(16)式可以看出，组合透过率 $T'(\lambda)$ 与 $T_1(\lambda)$，$T_2(\lambda)$ 呈比较复杂的关系。它不仅与其数值的大小有关，而且与其相位变化有关。

由此 $T'(\lambda)$ 与 $T(\lambda)$ 将有明显的不同。为了使 $T(\lambda)$ 达到预期的结果，我们在两个负滤光片之间引入匹配层。这时(16)式变为

$$T'(\lambda)=[T'_1(\lambda)T'_2(\lambda)/(1-R')][1/(1+F'\sin^2\theta'], \tag{16'}$$

式中

$$\theta'=\frac{1}{2}(\phi'_1+\phi'_2+\delta)。 \tag{19'}$$

δ 为匹配层引起的相位变化。为使 $T'(\lambda)$ 达到预期值，可由 $T'(\lambda)$ 对匹配层的厚度或折射率求解。在目标曲线比较复杂的情况下，必须选更多的匹配点，也就是说，需要更多的匹配层。当然，当匹配点很多时，直接对(16′)式求解显然是困难的。为了比较方便地找到适当的膜层参量，我们采用统计试验法对匹配层求近似解，从而克服了负滤光片组合过程中的困难。

在(16)式中如果令 $T_1(\lambda)$ (或 $T_2(\lambda)$) 等于1，则由(17)式可直接得到期望的结果，即 $T(\lambda)=T_2(\lambda)$ (或 $T_1(\lambda)$)。这时，毋需加入匹配层，便可直接得到预期的结果。这就是我们要消除负滤光片通带区的反射次峰的原因。

三、评 价 函 数

评价函数是直接反映设计结果的优劣和确定自动设计方向的依据。在一般设计中，评价函数的核心是膜系反射率和目标函数之差值，即

$$F(\lambda)=R_{膜}(\lambda)-R_{目标}(\lambda)。$$

F 越小，表示设计结果越好。在我们的工作中，对评价函数作了如下的考虑。

1. 在计算薄膜的反射率时，我们引入了偏振分量权重。即

$$R(\lambda)=[W_sR_s(\lambda)+W_pR_p(\lambda)]/2, \tag{20}$$

式中 W_s, W_p 分别为 S 分量和 P 分量的反射率权重，引入这两个量之后，可以对两个反射分量分别予以考虑，运用于偏振膜的设计。

2. 采用平方型评价函数，但在建立评价函数的过程中考虑了多种因素。设评价函数为 F，则：

$$F=\sum_{\lambda}G(\lambda)|W(\lambda)|^2, \tag{21}$$

式中 $G(\lambda)$ 为波长权重。

$$W(\lambda)=G_1W_1(\lambda)+G_2W_2(\lambda)+G_3W_3(\lambda),$$

式中 G_1、G_2、G_3 为权重因子，

$$W_1(\lambda)=|R_{膜}(\lambda)-R_{目标}(\lambda)|, \tag{22}$$

$$W_2(\lambda)=\big||R_{膜}(\lambda)-R_{目标}(\lambda)|-\bar{R}\big|, \tag{23}$$

$$\bar{R}=\frac{1}{m}\sum_{\lambda=1}^{m}|R_{膜}(\lambda)-R_{目标}(\lambda)|, \tag{24}$$

$$W_3(\lambda)=\big||R_{s膜}(\lambda)-R_{目标}(\lambda)|-|R_{膜}(\lambda)-R_{目标}(\lambda)|\big|。 \tag{25}$$

(23)式表示设计结果的平坦性，(25)式表示设计结果的偏振性。这样，由(21)式表示的评价函数，在配以适当的权重因子之后，不仅可以使设计结果尽量接近目标函数，而且还考虑了曲线的光滑和偏振特性，从而使程序的通用性更大。

四、设 计 过 程

在以上讨论中，已经阐明了我们的基本方法，现在把设计过程大体陈述如下：

1. 把目标函数分解为负滤光片的组合

这一工作可以用计算机完成，也可以用计算机结合分析的方法完成。为了适应各种各样的目标函数灵活地选用不同的组合，在我们的设计中，这项工作是用分析的方法完成的。

2. 对个别负滤光片进行自动设计

把目标函数分解为负滤光片的组合之后，把所需要的负滤光片的光谱特性输入电子计算机，自动求出负滤光片的层数和膜层参数。

3. 把个别负滤光片组合成总膜系

个别负滤光片设计成功后，把它们加上匹配层的搜索区间组成总膜系。在我们的程序中，可以同时纳入两块负滤光片和两组匹配膜。考虑到匹配膜具有较大的容量，所以实际上可以有更多的个别膜系组合。

4. 用统计试验法搜索匹配层的最佳参数

在以上的组合膜系中，根据目标函数选择匹配层数和搜索区间，然后用统计试验法对匹配膜层的参数自动搜索，搜索的方向和结果取决于评价函数。当评价函数小于预定值或者迭代的次数等于预定的次数时给出结果并停止搜索。

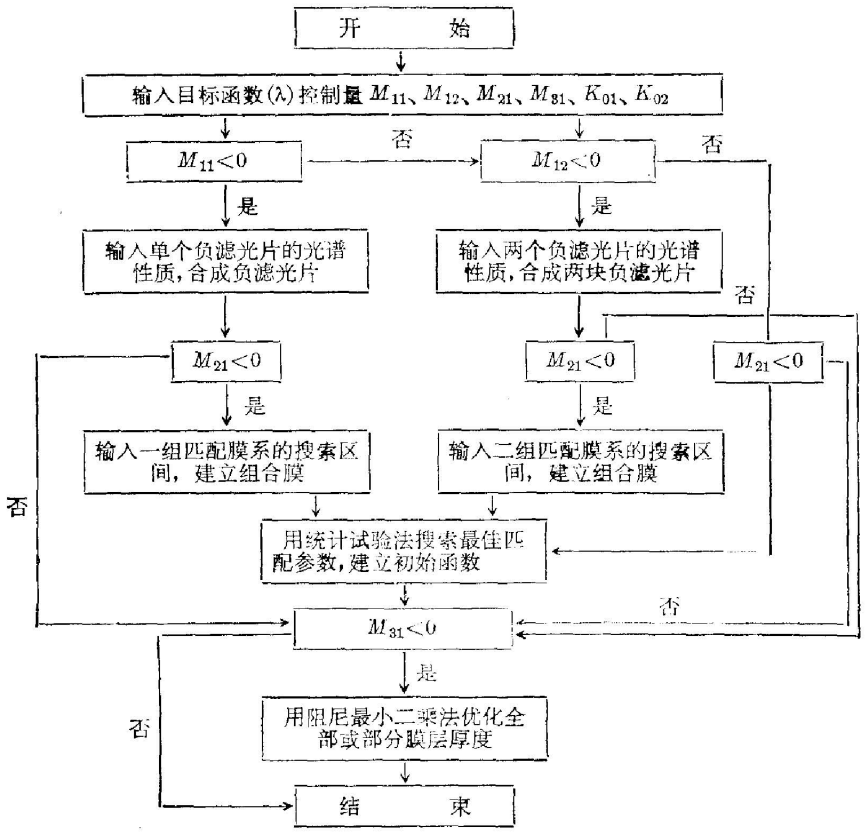

图1　自动设计程序框图

5. 用阻尼最小二乘法优化膜系

以上结果已具备目标函数的雏形，所以可以作为优化法的零级近似。我们采用的优化法是阻尼最小二乘法[15]。该方法的评价函数是平方型的，其收敛速度和最终结果的优劣，在很大程度上依赖阻尼因子的选取。

为了适应不同的要求，程序可以对所有的膜层厚度优化，也可以对选定的几层膜厚进行优化。

设计过程的每一步可以单独进行，也可以联合进行。整个设计程序的框图由图1给出。

五、设计结果

1. 彩色电视W分光膜的设计

彩色电视W分光膜的设计是根据色度要求提出的，具有特定的光谱特性。我们用一块负滤光片加入三层匹配层进行设计，得到满意的效果。设计结果和目标曲线如图2所示。

2. 三角形透过型滤光片的设计

三角形透过型滤光片是一种特殊的分光元件，滤光片的截止点分别在4600Å和6400Å，顶点在5500Å。我们采用两组普通的反射板，两组负滤光片，并加入适当的匹配层组合，得到较好的设计结果。设计结果和目标曲线如图3所示。

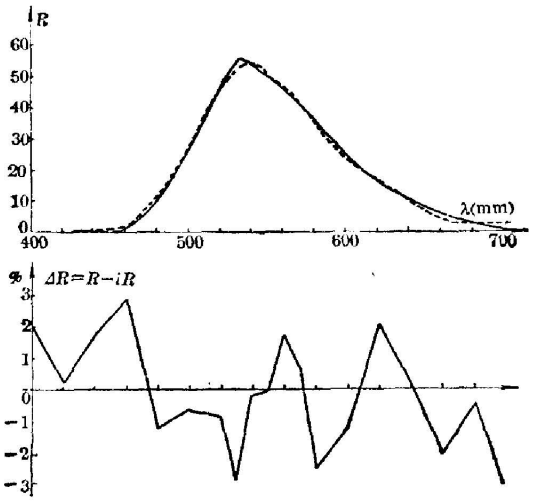

图2 彩色电视机分光膜设计曲线

(实线——目标曲线，虚线——设计曲线)
上图：设计曲线，下图：设计线曲——目标曲线

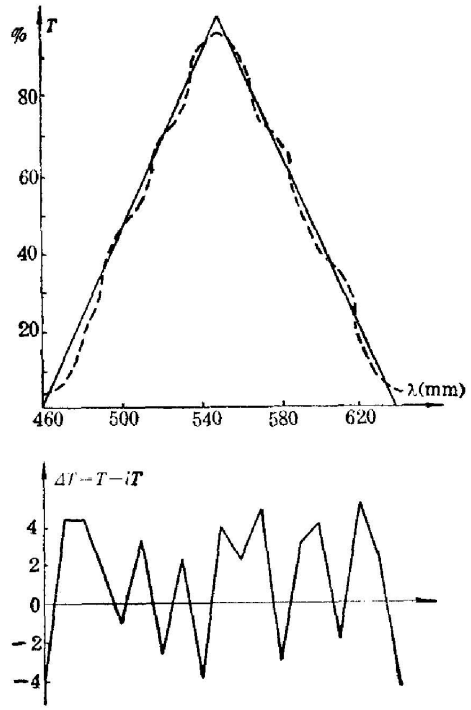

图3 可见区三角形透过型滤光片设计曲线

(实线——目标曲线，虚线——设计曲线)
上图：设计曲线，下图：设计曲线——目标曲线，

3. 标准具反射膜的设计

全电介质标准具反射膜要求一个在可见光范围内反射率为95%的平滑曲线。我们用统计试验法加阻尼最小二乘法进行设计，得到的结果如图4所示。在这次设计中，我们使薄膜的折射率完全固定。

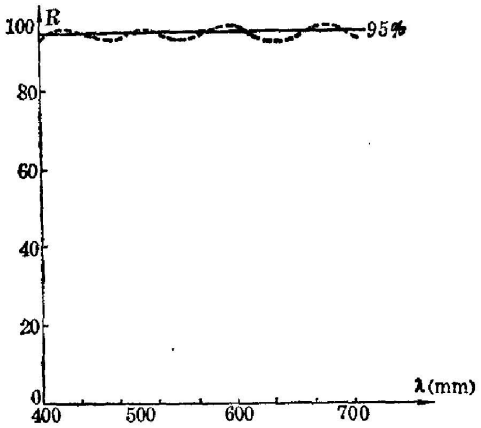

图 4　标准具发射膜设计曲线
(实线——目标曲线，虚线——设计曲线)

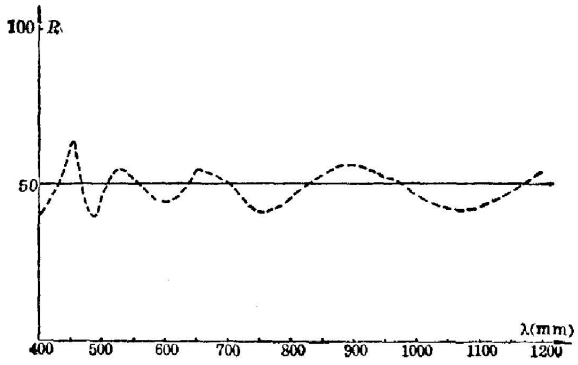

图 5　长波段半透膜设计曲线
(实线——目标曲线，虚线——设计曲线)

4. 4000 Å～12000 Å 宽带半透膜的设计

目标曲线要求在较宽的范围内反射率为 50%。我们同样用统计试验法加阻尼最小二乘法进行设计。设计结果如图 5 所示。

六、讨　　论

1. 利用这种设计方法，原则上可以合成任意的目标曲线。

2. 该程序从单个负滤光片设计起到最终结果的输出，可以全自动进行。

3. 该设计不对折射率进行优化，而且设计的全过程都把折射率约束在一定范围内，所以便于实现。

4. 评价函数中考虑了薄膜的偏振特性，可以进行偏振或消偏振设计。

5. 程序中附有几个控制变量，使设计过程的每一步可以独立进行。

6. 设计的最终结果，有相当多的膜层厚度是任意的，所以需采用非 λ/4 控制方法。

7. 程序没有对薄膜的总层数进行优选，这样膜系的层数具有一定的盲目性，层数选得少了设计结果不理想。欲达到理想的设计结果，可能加入不少的冗余层，这正是该程序的不足之处。

本程序的全部计算都是在 TQ-16 机上进行的。在程序的编写、调试等及膜系的设计过程中，得到该机组同志们的大力支持和协助，特此表示感谢。

参 考 文 献

[1] J. A. Dobrowolski; *Appl. Opt.*, 1965, **4**, No. 8 (Aug), 937.
[2] J. A. Dobrowolski; *Appl. Opt.*, 1973, **12**, No. 3 (Aug), 1885.
[3] J. A. Dobrowolski; *Thin Solid Films*, 1976, **34**, No. 2 (17 May), 313.
[4] Ш. А. Фурман, Е. Т. Столоь; *Опт и спектр.*, 1974, **34**, No. 3, 589.
[5] Е. Т. Столоь; *Опт. и спектр.*, 1977, **43**, No. 6, 1126.
[6] Erwin Delano; *J. O. S. A.*, 1967, **57**, No. 12 (Dec), 1529.
[7] J. P. Borgogno, E. Pelletier; *Thin Solid Films*, 1976, **34**, No. 2 (17 May), 357.
[8] J. P. Borgogno, E. Pelletier; *J. O. S. A.*, 1978, **68**, No. 7 (Jul), 964.

[9] J. A. Dobrowolski, D. Lowe; *Appl. Opt.*, 1978, **17**, No. 19 (1 Oct), 3039.
[10] H. S. Hou; *Appl. Opt.*, 1974, **13**, No. 8 (Aug), 979.
[11] Harald Zycha; *Appl. Opt.*, 1973, **12**, No. 5 (May), 979.
[12] O. S. Heavens, H. M. Liddell; *Optica Acta*. 1968, **15**, No. 2 (Mar-Apr), 129.
[13] R. G. Pegis; *J. O. S. A.*, 1961, **51**, No. 10 (Oct), 1255.
[14] H. A. Macleod 著，周九林，尹树白译：《光学薄膜技术》(国防出版社，1974 年)。
[15] 中国科学院沈阳计算技术研究所，后字 414 部队，北京工业大学编；《电子计算机常用算法》(科学出版社，1976年)，

Automatic coating of optical thin films

FAN ZHENGXIU AND QIEN WEIZHEN
(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

(Received 7 August 1980)

Abstract

Automatic synthesis of optical thin films with complex spectral curve was performed using a combination of minus filters. In order to eliminate the distorsion of spectral curve induced by multi-reflection among certain minus filters, a number of matching layers were interposed between the filters, and coating parameters were chosen by means of statistical experiments. Finally, the thickness of layers for total or partial coatings were optimized by damping least square approach to the desired accuracy of designed curves. For example, designs of W-split coating used in colour TV cameras, visible triangular filters, wide neutral split coatings and wide band reflective coatings are given.