

球面范成法成形一般原理及范成 表面形状精度分析

杨 力

(中国科学院光电技术研究所, 大邑)

提 要

本文讨论球面范成法成形的一般原理, 分析和计算范成表面的形状偏差, 给出若干数据和结果。

一、概 述

利用几何意义上的圆, 依据一定的运动规范形成球面的方法, 称之为球面范成法。然而纯几何意义的圆在工程上无法实现, 光学冷加工领域中, 通常把采用筒形金刚石砂轮的球面铣磨加工称为范成法。从理论上讲这虽是一种近似的范成, 但已经充分地具有范成法的特点, 它与传统的采用球模的研磨法以及采用具有一定曲率半径的宽带圆环的加工法相比较有着原则上的区别: 范成表面不是球模的复制品; 用同一砂轮可以范成一系列不同曲率半径的球面, 既可以范成凸球面又可范成凹球面。

球面范成法广泛用于透镜的粗磨铣磨加工已近二十年, 而作为粗磨和抛光之间的重要工序——精磨, 则至今范成法精磨铣磨未见实际应用, 其中一个主要原因在于, 采用“铣磨”这种机械加工方法来实现光学表面以光的波长为度量的精度要求有一定的困难, 在加工设备、磨具、检测乃至工艺理论等方面还要做不少工作。

然而, 范成法精磨铣磨是有发展前途的: 它与已经成熟的粗磨铣磨有技术上的继承性; 易于实现单机自动化, 并同粗磨及抛光工序组成合理的透镜生产自动线; 单机应用尤适于试制性单件小批量加工; 降低工具费用, 缩短生产或加工准备周期等等。因此, 光学冷加工领域对这种方法寄予很大关注。

本文把通常的球面范成方案扩展到一般性的范成原理来讨论, 并用简单的数学方法对范成表面形状精度进行分析计算, 给出若干实用数据和结果。

二、范成法成形一般原理

通常的用圆环范成球面的方案如图1所示。

设 M_1M_2 为一垂直于图面的圆环, 过其圆心 O_1 引垂线 O_1O (圆的旋转轴线) 同范成表面的旋转轴线 M_1O 交于 O 点, 两轴线夹角为 α 。

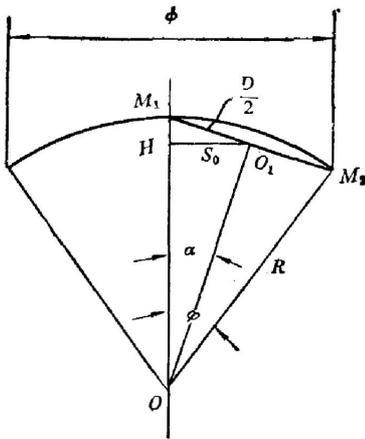


图1 通常的球面范成原理简图

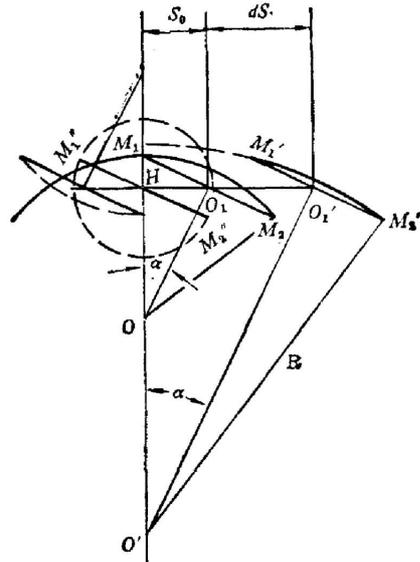


图2 一般球面范成简图

范成运动可以看做为圆环 M_1M_2 自转并绕轴线 M_1O 公转，则圆环上任一点 M 在任一瞬间距定点 O 的距离 MO 为一常量， M 点在空间的运动轨迹必然包络成以 MO 为半径的球面。

该球面曲率半径 R 同圆环直径 D 、两轴线夹角(实用上又称为磨头倾角) α 有如下简单关系：

$$R = \frac{D}{2 \sin \alpha} \quad (1)$$

圆环中心 O_1 对于轴线 M_1O 的垂直偏移量记为 S ，通常称为磨头移距，为了下面讨论方便计，在此处暂称为标准移距 S_0 ，则

$$S_0 = \frac{D}{2} \cos \alpha \quad (2)$$

(1) 和 (2) 式即通常的球面范成关系式。

下面，把通常的球面范成扩展一步来讨论(参看图 2)。

在两条轴线共面的前提下，圆环 M_1M_2 不同轴线 M_1O 相交，而位于图 2 所示的任一位置 $M_1'M_2'$ 。

为了便于讨论，可以把图 2 归化为图 1，即认为任一圆环 $M_1'M_2'$ 是图 1 所示圆环 M_1M_2 垂轴平移的结果，图 1 所示 M_1M_2 的标准移距 S_0 发生了变化，其增量记为 dS ，按习惯规定圆环向右移距 dS 取正号。

不难证明，圆环 $M_1'M_2'$ 范成出以 O' 为球心的球面环带，其延伸面亦为以 O' 为球心的完整球面。由图 2 经推导得出该球面曲率半径 R 与圆环直径(工程上称为砂轮中径或磨头中径) D 及圆环位置的一般关系式

$$R = \sqrt{\left(\frac{S_0 + dS}{\sin \alpha}\right)^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2} \quad (3)$$

离开圆环 $M_1'M_2'$ 是由标准移距变化而来的概念，将 (3) 式中 $S_0 + dS$ 用一般的符号 S 代

替,则(3)式可以写为更一般的形式

$$R = \sqrt{\left(\frac{S}{\sin \alpha}\right)^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2} \quad (4)$$

(4)式即描述球面范成关系的一般方程式。

进一步讨论发现,圆环 M_1M_2 由图 2 所示位置垂直于轴线 M_1O 向左平移时,所范成球面曲率半径 R 逐渐变小,其球心 O' 亦沿轴线 M_1O 由下而上逐渐上升;当圆环 M_1M_2 的中心移在轴线 M_1O 上的 H 点时,范成球面的球心 O' 亦落在 H 点,此时得到范成球面的最小曲率半径 $R_{\min} = D/2$;圆环继续向左平移,则范成球面的球心 O' 将沿轴线 M_1O 继续上升,而球面曲率半径逐渐增大。由此可以得出:球心 O' 在 H 点之下时,范成表面为凸球面;反之为凹球面。

下面我们利用式(3)来讨论圆环在几个特殊位置时范成球面的曲率半径 R 。

(a) 移距增量 $dS = 0$

此时圆环位于图 1 所示标准移距位置。将 $dS = 0$ 代入式(3)并考虑到(2)式,整理后得到 $R = D/2 \sin \alpha_0$ 。即式(3)演变为式(1),可见图 1 所示范成方案可以看作为图 2 所示一般范成关系的一种特例(当然不排斥图 1 是常用范成方案)。

(b) 移距增量 $dS = -S_0$

此时圆环中心移至轴线 M_1O 上的 H 点处,由 M_1M_2' 表示(参看图 2)。

由式(3)解出 $R = D/2$:当角 $\alpha = 0^\circ$ 时,范成结果为圆环本身所在圆;当角 $\alpha \neq 0$ 时范成出球面环带;当 $\alpha = 90^\circ$ 时,范成出完整球体。

(c) 移距增量 $dS = -2S_0$

此即与图 1 反向的标准移距位置,由(3)式算出 $R = D/2 \sin \alpha_0$ 。与(1)式完全一致,只不过此时得到凹球面。

讨论表明,用方程(3)及(4)式来描述球面范成的一般情况是精确和方便的,由此进一步启示我们扩展范成法的应用途径,即:

(1) 可以用小口径筒形砂轮范成加工大口径的球面圆环,且其圆弧的球心可在圆环对称轴线的任意点上;

(2) 可以设想用小口径砂轮范成面形连续的大口径球面镜乃至大口径非球面镜,这一点至少在镜面的粗成形阶段是有一定意义的。

更详尽的研究不在本文范围内。

三、范成表面形状精度分析

范成法精磨铣磨表面质量可用三项主要精度指标来表示:表面光洁度(粗糙度);球面半径精度(用光圈数 N 表示)和球面面形精确度(局部差 ΔN)。

表面粗糙度可视为表面的微观的高频不规则性。它主要与砂轮粒度、机床的刚性、磨头的动、静平衡情况等因素有关,牵涉到对表面微观结构的研究,不列为本文讨论范围。这里主要讨论由后两项指标所表征的范成表面的几何形状偏差。

1. 球面半径精度

对(1)式微分,得

$$dR = \csc \alpha d\left(\frac{D}{2}\right) - \frac{D}{2} \csc \alpha \operatorname{ctg} \alpha d\alpha. \quad (5)$$

由(5)式可见,影响半径精度的误差来源主要有两项,即 $d(D/2)$ 和 $d\alpha$ 。其中 $d(D/2)$ 为砂轮环口名义中径偏差,源于环口名义中径标定值不准确,以及砂轮同范成表面实际接触环带同名义中径不一致。它主要导致所计算的磨头倾角 α 不能够保证一次即达到所要求的范成球面半径。但在此后的若干次试磨中,一般只微量改变磨头倾角 α 来修正半径 R ,因此 $d(D/2)$ 完全可以视为常量。于是(5)式可简化为

$$dR = -\frac{D}{2} \csc \alpha \operatorname{ctg} \alpha d\alpha. \quad (6)$$

考虑到(1)式,则(6)式可改写为

$$dR/R = -\operatorname{ctg} \alpha d\alpha. \quad (7)$$

式(7)中 dR/R 按习惯称为曲率半径相对偏差,在这里亦可视为曲率半径变化速率。由(7)式可见, dR/R 只同磨头倾角 α 和倾角增量 $d\alpha$ 有关。

给定一组数据代入(7)式,计算结果列于表1。

表1 对于给定的 α 和 $d\alpha$ 值计算的 dR/R 值

磨头倾角 α	$\operatorname{ctg} \alpha$	dR/R				
		$d\alpha=1''$	$d\alpha=5''$	$d\alpha=10''$	$d\alpha=15''$	$d\alpha=20''$
2°	28.636	0.00014	0.00072	0.001432	0.002148	0.002864
5°	11.430	0.000057	0.000286	0.000572	0.000857	0.001143
10°	5.6713	0.000028	0.000142	0.000284	0.000425	0.000567
20°	2.7475	0.000014	0.000069	0.000138	0.000206	0.000275
30°	1.7321	—	0.000043	0.000087	0.000130	0.000173
40°	1.1918	—	0.000030	0.000060	0.000089	0.000119
45°	1.0000	—	0.000025	0.000050	0.000075	0.000100

精磨是抛光的准备工序,按惯例采用允许光圈数 N 表示半径公差。为了计算 N 所相应的半径偏差 ΔR ,引用如下公式^[1]

$$\Delta R = \frac{4N\lambda}{(\phi/R)^2}, \quad (8)$$

式中 ϕ 为计数光圈相应的被测量表面直径; N 为光圈数; λ 为光波长,以 $\lambda=0.55$ 微米计; R 为球面半径。

为了便于同范成误差相比较,将(8)式改写为用半口径表示的公式

$$\Delta R = \frac{N\lambda}{\sin^2 \varphi}, \quad (9)$$

式中 N 仍为全口径光圈数, φ 为计数光圈相应的孔径角之半,同图1相对应,则有 $\varphi=2\alpha$ 。

对应于表1给定的 α 角,确定相应 φ 角,取 $N=5$ 代入式(9)求出 ΔR ;按中型铣磨机考虑,取 $D=50$ 毫米,代入(1)式算出相应的 R 及 $\Delta R/R$ 。将计算结果一并列入表2。

表 2 对于 $N=5$, 不同 φ 角相应的 dR/R 值

角 φ	$\sin^2 \varphi$	dR (毫米)	R (毫米)	dR/R
4°	0.004866	0.5651	716.34	0.000789
10°	0.030154	0.0912	286.84	0.000318
20°	0.116978	0.0235	143.96	0.000163
40°	0.413179	0.00666	73.095	0.000091
60°	0.750008	0.00367	50.000	0.0000733
80°	0.969846	0.00284	38.893	0.0000729
90°	1.000000	0.00275	35.355	0.0000008

将表 1 和表 2 所列计算结果在同一坐标系中绘成曲线, 见图 3。

在图 3 中, 三条虚线分别为 $d\alpha=1''$, $5''$ 和 $10''$ 的 $dR/R-\alpha$ 曲线, 实线为 $N=5$ 所相应的 $dR/R-\varphi$ 曲线。由图 3 明显看出, 这两组曲线反映的函数规律十分相近, 其中, $d\alpha=5''$ 同 $N=5$ 两条曲线接近吻合。

从上述计算方法可以看出, 当取不同的磨头中径 D 时, 表 2 中的 dR/R 值将随之成比例变化: 例如当取 $D=100$ 毫米时, 从表 1 查出 $d\alpha=2.5''$ 所对应的 dR/R 值与之相近; 反之取 $D=25$ 毫米时, $d\alpha=10''$ 与之相近。

由此得出结论: 范成法精磨铣磨机的磨头倾角分度和定位精度应达到“角秒”的量级。对于同国产中型铣磨机相应规格的精磨铣磨机而言, 大约每 $1''$ 的磨头倾角增量相应于表面(张角为 $2\varphi=4\alpha$) 一个干涉圈的变化; 对大型铣磨机的磨头倾角精度要求将随磨头中径的增大而成比例提高, 当 $D=100$ 毫米时, 每 $0.5''$ 的磨头倾角增量相应于表面一个干涉圈的变化; 反之, 对小口径磨头, 则磨头倾角精度成比例放宽。

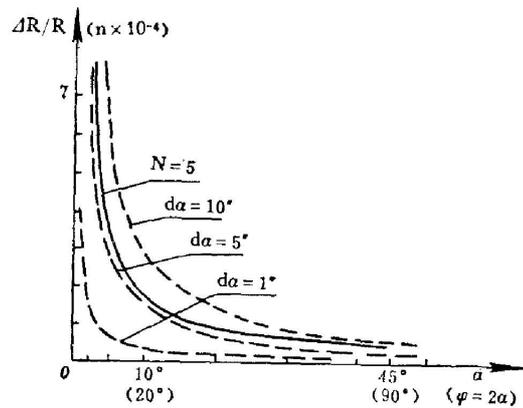
2. 非球面度偏差

工件轴线和磨头轴线位于同一平面内彼此相交, 这是球面范成的基本条件, 我们称这个平面为“范成主截面”。当此二轴线在空间交叉错开而不相交时, 或者说不能构成一范成主截面时, 范成表面将不是球面而是非球面。同理想球面形状相比较, 则不论范成表面是凸面还是凹面, 均呈边高, 中心高, “二肋”低的非球面形状, 我们称这种偏差为非球面度偏差。本文暂不论及建立这种非球面方程式的问题, 只从精度分析的角度把这种非球面度作为表面形状的局部差来讨论, 则可使问题大为简化, 并得出便于应用的结果。

(1) 磨头轴线相对范成主截面平移

如图 4 所示, 取磨头轴线为 z 轴, 在范成主截面内取 x 轴, 构成 x, y, z 坐标系。取工件轴线 M_1O 为 Z 轴, 按上述方法构成 X, Y, Z 坐标系。其余符号同前。在 x, y, z 坐标系中, 范成球面方程为

$$z = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}。 \quad (10)$$

图 3 $dR/R-\alpha, \varphi$ 曲线

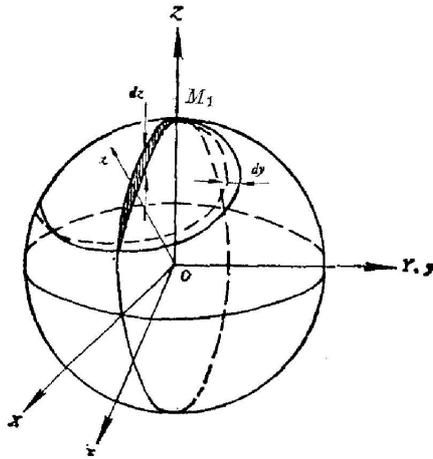
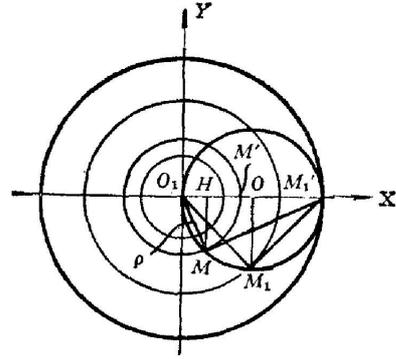


图4 计算非球面度偏差的示意图

图5 带区同 x, y 坐标的换算关系简图

对(10)式微分,并令 dx 项为零,得

$$dz = -\frac{y dy}{\sqrt{R^2 - x^2 - y^2}} \quad (11)$$

将直径为 D , 用 x, y 坐标表示的圆方程代入(11)式, 整理后得该圆限定范围内的 $dz-dy$ 关系式如下

$$dz = -\frac{\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - x^2}}{R \cos \alpha} dy, \quad (12)$$

式中 R 为当磨头倾角为 α 时的范成球面半径。

式(12)的数学含义,原指球面的微差关系。但在范成方案的具体情况下,圆环的工作部分同范成表面密切吻合,因此式(12)又可以代表在圆环限定区域内,实际范成表面(非球面)同初始球面(理想范成表面)之间的 z 坐标差 dz 的分布情况。半径为 R 的初始球面相当于透射式凸二次非球面的最接近比较球面。

将(12)式中的 dz 转换为 dZ , 则有

$$dZ = -\frac{\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - x^2}}{R \cos^2 \alpha} dy. \quad (13)$$

式(13)中的 dZ , 即相当于通常定义的非球面偏离量,但在此处是按圆环上各点分布的,应将其换算到该非球面轮廓曲线上不同高度(不同带区)的偏离量。 dy 为圆环偏移量。

带区换算示意图5。由图5可见, M' 点与 M 点位于同一环带, M_1' 与 M_1 于同一环带,余类推。

经简单推导得,

$$\rho = \sqrt{\frac{D^2}{2} + Dx}, \quad (14)$$

式中 ρ 为带区半径(高度), x 按正负号取值。此处 ρ 是按 x 轴方向量取的,但与 X 轴方向仅差一常数因子 $\cos \alpha$, 故无需再行换算。

取表面边缘点 $\rho=1$, 顶点 $\rho=0$, 按(14)式算出各带相应的 x 值,列于表3。

表 3 各带区对应的 x 值

ρ	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.707	0.8	0.9	1
x (\pm ,毫米)	-25	-24.5	-23	-20.5	-17	-12.5	-7	0	7	15.5	25

表 4 dZ/dy 值分布情况

磨头 倾角 α	范成球面 R (毫米)	dZ/dy										
		x (毫米)										
		-25	-24.5	-23	-20.5	-17	-12.5	-7	0	7	15.5	25
1°	1432.47	0	0.00347	0.00684	0.00999	0.01280	0.01511	0.01675	0.01746	0.01675	0.01370	0
2°	716.34	0	0.00695	0.01369	0.0200	0.02562	0.0303	0.03354	0.03494	0.03354	0.02741	0
5°	286.84	0	0.01748	0.0344	0.0503	0.06439	0.0761	0.08431	0.08782	0.08431	0.06891	0
10°	143.97	0	0.0356	0.0702	0.1025	0.1313	0.1551	0.1719	0.1790	0.1719	0.1401	0
20°	73.095	0	0.0771	0.1518	0.2217	0.2840	0.3354	0.3718	0.3873	0.3718	0.3031	0
30°	50.000	0	0.1327	0.2613	0.3816	0.4888	0.5774	0.640	0.667	0.640	0.523	0
40°	38.893	0	0.218	0.429	0.627	0.803	0.949	1.052	1.095	1.052	0.859	0
45°	35.355	0	0.281	0.554	0.809	1.037	1.225	1.358	1.414	1.358	1.110	0

取 $D=50$ 毫米, 按表 3 取 x 值代入式(13)算出 dZ/dy 值, 列于表 4(表中数值一律略去负号)。

在表 4 中选取 $\alpha=5^\circ$ 及 10° 的 dZ/dy 值绘成曲线(见图 6)。图中纵坐标表示带区高度, 横坐标为 dZ/dy 值, 表示非球面偏差同磨头轴线偏移量两者比例关系。

计算表明, 非球面偏差 dZ 与轴线偏移量 dy 、磨头中径 D 及磨头倾角 α 有关。 α 角越大, 则由此形成的非球面偏差越大。不同带区具有不同的非球面偏离量, 最大偏离量 δ_{max} 在 0.707 带, 且只有这一个极值点。

从上述特征来判断, 由此形成的非球面一般可看做为二次非球面, 或者是与二次非球面接近的高次非球面。又从最大非球面度 δ_{max} 不论对于凸面还是凹面均为负值来判断, 范成凹球面应为扁球面(椭圆绕短轴旋转而成), 或者是与扁球面接近的高次非球面。

(2) 磨头轴线相对范成主截面倾斜

即磨头轴线同范成主截面相交成一微小夹角(又称空间角 τ), 但其交点不在工件轴上。

如果把两轴线看做为两个矢量, 则构成空间角的情况仍可归之于磨头轴线相对于某一新的范成主截面的平行偏移, 所谓新的范成主截面即由原始主截面绕工件轴线微转一个角度所构成。因此, 在空间角情况下产生的非球面偏差同磨头轴线平行偏移的情况具有相同的性质。

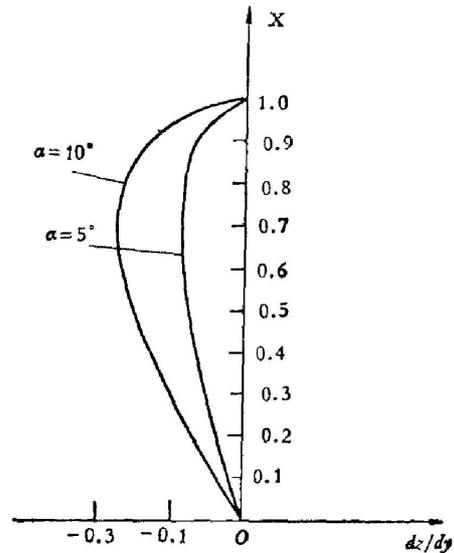


图 6 按表面带区分布的 dZ/dy 值

由于空间角的大小、方向以及磨头轴线同原始主截面交点位置等等都是变量，因此，寻求一个有实用意义的一般表达式是比较麻烦的。但是，从精度分析的角度，我们总可以取一些典型情况来讨论。例如，假定磨头轴线同原始主截面构成空间角 τ ，但其交点刚好落在磨头环口中心 O_1 点，见图 7。

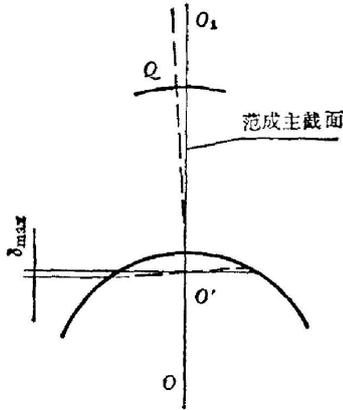


图 7 形成空间角的典型情况示意图

根据图 7 所示简单几何关系，可推导出范成非球面的最大偏离量 δ_{max} 同空间角 τ 有如下简单关系

$$\delta_{max} = \frac{D\tau}{2 \cos \alpha}, \tag{15}$$

式中 D 为磨头中径； α 为磨头倾角； τ 为以弧度表示的空间角。

设一磨头全长 300 毫米， $D=50$ 毫米， $\alpha=20^\circ$ ，轴线倾斜 0.03 毫米。

将数值代入(15)式算出 $\delta_{max}=0.00266$ 毫米。不难看出，最大偏离量在 0.707 带。

上面讨论到的两种产生非球面偏差的情况中，将必然形成磨头的“偏刃”磨削，即只有一半环口同范成表面吻合(指“光刀”阶段)，表面加工痕迹呈单向菊花纹路，见图 8(a)、(c)。产生的原因见图 8 的图注。

两轴线较准确共面相交时，加工痕迹呈双向菊花网状纹路，见图 8(b)。唯有在这种情况下范成表面具有较好的球面面形。

3. 范成表面顶点残留突起

由于筒形砂轮同范成表面的接触圆环没有准确落在工件轴线上，形成顶点残留突起。

设砂轮环口截面为一理想圆弧，其曲率半径为 r ，移距偏差为 ΔS ，参见图 9。

把顶点区近似看做平面，则顶点残留突起高度 Δh 可按下式计算

$$\Delta h = r - \sqrt{r^2 - (\Delta S)^2}. \tag{16}$$

设 Δh 允许值为 0.001 毫米， $r=1.5$ 毫米，代入(16)式算得允许移距偏差 $\Delta S=0.055$ 毫米。

计算表明，所要求的移距精度不难实现。实践表明，虽然第一次试磨不易获得完美的顶点质量，但顶点突起

容易发现，并及时修正磨头移距，加以消除。微量的突起会在抛光中很快去除，并不影响表面质量。

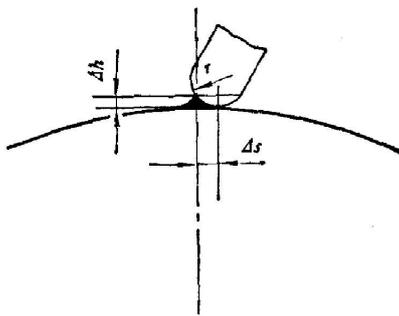


图 9 顶点残留突起示意图

四、结 束 语

本文把通常的球面范成方案扩展到更普遍的范围来讨论,给出了描述一般球面范成关系的方程式。由此启示我们,存在着扩大范成法加工的应用途径的可能性:例如用小口径砂轮范成加工大口径球面圆环;由静态范成发展到动态范成,从而用小口径砂轮范成大型球面及非球面镜,等等。

范成球面半径精度取决于磨头倾角定位精度。对精磨而言,后者应达到角秒的量级。对中型机床($D=50$ 毫米),每 $1''$ 倾角增量相应于表面 1 个干涉圈的变化。

范成球面主要形状偏差是非球面度,一般可看做为二次非球面,或者是与二次非球面接近的高次非球面,它主要源于两轴线不共面。非球面偏离量的大小取决于磨头轴线对于范成主截面的平行偏离量以及空间角的大小,并同磨头中径 D 及磨头倾角 α 有关。文中用简便的计算方法给出了有关数据和结果。

刘云喜、宫振江和周万金同志,在与本文有关的试验工作中付出了辛勤的劳动。宋从武和郝沛明同志在审校本文初稿时给予作者不少帮助,谨在此一并表示谢意。

参 考 文 献

- [1] C. R. Munnerylyn; *Opt. Engng*, 1972, 11. No. 2 (Apr), 38.

General principle of the precise spherical generation and the accuracy analysis of the resulting surface shape

YANG LI

(*Institute of Optics and Electronics, Academia Sinica, Deyi*)

(Received 10 June 1980)

Abstract

The general principle of the precise spherical generation is discussed. The deviation of the resulting surface shape is analysed and calculated. Some data and results are given.