# 红外光学系统中能量弥散的计算

徐尧洲

(中国科学院上海技术物理研究所)

#### 提 要

对红外光学系统,用几何光线追迹得到点列图或用基尔霍夫衍射理论计算得到点扩散函数。计算了 面状目标经入射光瞳的光辐射通过系统后,进到出射窗的能量占总能量的百分比*T*。

对下述一系列不同的情况具体推导了公式:圆环和长方环形的衍射瞳孔;点列图是等强度弥散圆和高 斯型弥散的型式;圆视场和长方视场等。

部分情况下用数字计算得出了T值。

此计算原则适用于任何红外光学系统。

简单的情况下的 *T* 值表格可供红外整机总体设计用。 *T* 也可用作光学系统评价函数。对衍射作用占 优势的系统 *T* 的计算是非常重要的。

## 一、引 言

对于红外整机(无论是红外辐射计、红外扫描仪、红外雷达、热象仪以及其他红外整机), 它们的光学系统的任务是将整个视场内物体各点向入射光瞳发射的红外辐射,按一定的需 要集中到红外探测器上。由光信号转换成电信号则是探测器的功能。

传统的光学系统设计没能给出因为象差和衍射而损失掉的光能量究竟有多少。而红外 整机灵敏度的计算中绝大多数算法仍要用这个能量值作为计算的出发点,因而光能损失计 算问题是红外整机系统设计中必须考虑的主要问题之一。

对于红外目标,每个物点发出的红外辐射,经过实际的光学系统传递到达象平面上,一般来说每一物点的象不是一个点。我们将物点在象面上形成的光能分布称为弥散。由于物点的弥散,一定视场内的面状目标向入射光瞳发射的光能量不能全部到达出射窗之内。本 文将讨论弥散对能量损失的影响。

在这里我们要考虑的是在整机总体指标(如作用的距离、角视场、温度分辨率等)提出 后,如何在总体设计公式中使用比较准确的能量值。一般地说,红外光学系统的光能量损失 应该计及到轴外光束的拦光、反射损失、透射损失等项,但这些问题已有大量的文献进行了 讨论,并有较简单而现成的公式供计算用。对于由弥散引起的损失没有简单的公式可进行 计算。由于红外波长比可见光的波长要长,对相同口径的光学系统,红外光衍射效应比可见 光的要大得多。如10 微米波长的比 0.5 微米的可见光波长要大 20 倍,其衍射角也将大 20 倍。故红外光学系统较容易接近衍射限。通过计算衍射弥散的能量损失以确定其理论极 限,这样可以避免提出不切实际的总体指标,也将有助于在定量考虑时,权衡总体指标的取 舍。在这里仅仅利用一般书中计算出爱里圆内能量占全能量的 82% 这一简单数据不足以

收稿日期: 1980年10月13日

说明问题。一般的说,目标不是物点而是面状的,况且爱里圆也不适用于方形光瞳的情况。 美国地球资源卫星上的多光谱扫描仪的热红外波段即属于接近衍射限的情况。

二、弥散的表示法

红外光学系统无论它的具体结构如何,一般都可用图1表示。目标经过系统成象到象面,物面是入射窗,入射光瞳决定了物向光学系统发射的光束的宽窄。出射窗一般位于象面上,其大小由红外探测器光敏面大小来决定。对于望远系统,出射窗在焦平面上,入射窗在 无穷远处的物面上。

对任何红外光学系统,弥散形成原因可分两类:几何象差(球差、彗差、象散、色差等)和 衍射效应。对几何象差形成的弥散,我们用空间光线追迹得到的点列图来讨论能量损失。对 衍射导致的弥散损失,我们从基尔霍夫的衍射理论出发来讨论能量损失<sup>111</sup>。



#### 1. 几何象差形成的弥散

这里我们采用的点列图是这样构成的:如图 2 所示,入射光瞳上按面积分割成面积相等 的 N 块小面积元,只要 N 足够大,物点到入瞳的距离 S 也足够大,则某物点 A 与每一面积 元中心的连线作为初始光线,每根光线的方向代表着光能量 E/N 的走向(E 是物点 A 射向 入瞳的总能量)。用空间光线追迹方法可在象平面上求出每条光线与象平面的 交点 A'(i), 共 N 个交点, i=1, 2, ..., N。A'(i) 在象平面上的一定的坐标中,描绘出该系统对于 A 物 点的点列图。A 的理想象点 A' 在 xy 平面上的坐标为 x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>, A'(i) 点在象平面的密集程度 将描绘出象面上弥散的能量分布。其数学表示为:

$$\rho^{\dagger}(x_0, y_0, x-x_0, y-y_0) = \frac{1}{N} \frac{\Delta N}{\Delta S}$$

这里 4N 是小面积元 4S 中的 A'(i) 点的数目,1/N 是归一化因子。 当 S 足够大(即物 距远),光强在入瞳上均匀分布,只要N 足够大, $\rho^{t}$  是完全可以表示物点 A 的象的光能分布的。 我们称  $\rho^{t}$  为物点 A 经红外光学系统后的扩散函数(点扩散函数)。

#### 2. 衍射形成的弥散



图 3 入瞳示意图

衍射效应所致的点扩散函数 ρ<sup>4</sup> 是这样构成的。一般地 说, 红外光学系统的夫琅和费衍射可用复标量波函数的复 振幅来计算<sup>□1</sup>, 大多数红外光学系统可作为望远系统, 其入 瞳考虑如图 3 所示, 有两种典型形状(实际上绝大多数都属 于此两种形状), 其入射光瞳通光孔为 B。

圆环形:外圆半径为 ro,内圆半径为 sro, (0≤s<1)

231

长方环形:外长方边为  $2l_1 \times 2l_2$ ,内长方边为  $2\epsilon_1 l_1 \times 2\epsilon_2 l_2$ (0  $\leq \epsilon_1 < 1$ , 0  $\leq \epsilon_2 < 1$ ),自物点 A 向入瞳发射总光能 B。望远光学系统焦距设为 f'。在入瞳上建立直角坐标  $\xi$ ,  $\eta$ ,并设沿 光轴方向为  $\zeta$ 。入射波方向余弦为  $l_0$ ,  $m_0$ ,  $n_0$ ,而衍射波方向余弦为 l, m, n,并设  $p=l-l_0$ ,  $q=m-m_0$ (注意关系式  $l_0^2+m_0^2+n_0^2=1$ ,  $l^2+m^2+n^2=1$ )。根据基尔霍夫衍射理论<sup>111</sup>, 衍射 波复标量波的复振幅可以表示为:

$$U(p, q) = C \iint_{B} e^{-ik(p + q \eta)} d\xi \, d\eta \quad ( i \neq i \neq 0 ),$$

其中  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $d\xi d\eta$  是入瞳 B 上的积分元,  $\lambda$  是波长。

 $C = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{E}{D}}, D$ 是入瞳 B 的通光面积。

 $I(p, q) = |U(p, q)|^2 = \rho^d(x_0, y_0, x - x_0, y - y_0)$ , 这就是与衍射效应所致弥散相应的 点扩散函数。

显然有 $\int |U(p, q)|^2 dp \, dq = E$  (只要积分是对所有可能的 p, q 方向的积分范围),

当 p=q=0 时(即衍射方向是入射方向  $l_0, m_0$ ),

 $U(0, 0) = C \cdot D, \quad I(0, 0) = ED/\lambda^2,$ 小视场情况:  $l_0 = x_0/f', \quad m_0 = y_0/f', \quad l = x/f', \quad m = y/f'_o$ 

## 三、光能量弥散损失的计算方法

上面我们引入了两种点扩散函数的计算方法,下面讨论如何用 p<sup>4</sup> 和 p<sup>4</sup> 求出一个面状目 标的弥散损失。我们分三种情况讨论,先作下述几点考虑:

① 象面上(即焦面)理想象点 A' 的集合构成出射窗 Q, 这里的理想成象指既无几何象差又无衍射效应。面状目标的所有物点发出的射向入瞳的全部光能量将全部到达 Q 内(这里未计及光阑象差,折射和反射对光能的影响)。

② 当 ρ<sup>d</sup> 可忽略时 (或当 ρ<sup>t</sup> 可忽略), 按每个物点 A 的ρ<sup>t</sup> (或 ρ<sup>d</sup>)算出落在 Q 内的能量 占物点 A 的总光能 E 的比例,并称这一比例值(无量纲)为 ρ<sup>0</sup>(x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>)。

③ 在全出射窗 Q 内, 对 ρ<sup>0</sup>(x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>)求平均值得到 *T*, 此 *T* 被称为光学系统对全视场物体的能量集中函数。这里"全视场物体"是指红外光学系统的视场范围内所有物点的 总 和。 又定义 *R*=1-*T* 为能量损失函数, 它将是对于全视场物体而言的能量弥散损失的比例值。

求 T 的公式必然是 
$$T = \iint\limits_{Q} \rho^0(x_0, y_0) dx_0 dy_0 / \iint\limits_{Q} dx_0 dy_{0o}$$

对于ρ⁰的求法分三种情况讨论:

1. 大象差系统

这时  $\rho^{d}$  被忽略。

$$\rho^{0}(x_{0}, y_{0}) = \frac{1}{E} \iint_{O} \rho^{t}(x_{0}, y_{0}, x-x_{0}, y-y_{0}) dx dy,$$

其中 E 是物点A 发出的射向入瞳的全部能量。

$$E = \iint_{Q_{r}} \rho^{t}(x_{0}, y_{0}, x - x_{0}, y - y_{0}) dx dy,$$

其中 Q<sub>t</sub> 是 ρ<sup>t</sup> 不能被忽略(即不近似为 0,如计算中计算误差为 ±σ,则 ρ<sup>t</sup>-0>σ 就是不近似 **为 0**)的整个区域。

## 2. 小象差系统

· 这时  $\rho^{t}$  的作用被忽略,  $\rho^{d}$  的对称中心在 A' 点。

$$\rho^{0}(x_{0}, y_{0}) = \frac{1}{E} \iint_{Q} \rho^{d}(x_{0}, y_{0}, x - x_{0}, y - y_{0}) dx dy,$$
$$E = \iint_{Q_{d}} \rho^{d}(x_{0}, y_{0}, x - x_{0}, y - y_{0}) dx dy,$$

其中 $Q_a$ 是 $\rho^a$ 不近似为0的 xy 平面上的整个区域。

3. 中等象差情况

又可分为以下三点进行讨论。

(1) ρ<sup>t</sup> 占优势的系统: 设这时的 ρ<sup>d</sup> 不随 x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub> 变化, 对不同的 i 也不变化。这时求 ρ<sup>0</sup> 的公式可表达成

$$\rho^{0}(x_{0}, y_{0}) = \frac{1}{E} \iint_{Q} \rho^{t}(x_{0}, y_{0}, x - x_{0}, y - y_{0}) \eta_{d} dx dy,$$

$$\eta_d = \iint_{Q_d} \rho^d(x_0, y_0, x'-x, y'-y) dx' dy' / \iint_{Q_d} \rho^d(x_0, y_0, x'-x, y'-y) dx' dy',$$

这里Qa是Qa与Q的重叠区域。

(2)  $\rho^{t}$  占优势的系统: 设这时  $\rho^{t}$  不随  $x_{0}$ ,  $y_{0}$  变化。

$$\rho^{0}(x_{0}, y_{0}) = \frac{1}{E} \iint_{Q} \rho^{d}(x_{0}, y_{0}, x - x_{0}, y - y_{0}) \eta_{t} dx dy,$$

其中  $\eta_t = \iint_{Q_t} \rho^t(x_0, y_0, x'-x, y'-y) dx' dy' / \iint_{Q_t} \rho^t(x_0, y_0, x'-x, y-y') dx' dy',$ 

这里 Qi 是 Qi 与 Q 的重叠区域。

(3) ρ<sup>d</sup> 与 ρ<sup>t</sup> 均势的系统:这时 ρ<sup>0</sup>(x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>)的计算最为复杂,需要用同一物点的光波的 相干(振幅)叠加和不同物点的光波的不相干(强度)叠加两种计算(其步骤较为复杂,限于 本文篇幅,从略)。

## 四、小象差系统计算的公式推导

下面先具体推导出 p<sup>d</sup>。通常可分两种衍射孔进行。

#### 1. 圆环形入瞳

设  $\omega^2 = p^2 + q^2$ ,  $p = \omega \cos \psi$ ,  $q = \omega \sin \psi$ , 这里  $\omega \neq (p, q)$ 方向与中心方向( $p_0, q_0$ ) 夹角 的正弦(一般取  $p_0 = q_0 = 0$ )。又设  $\rho^2 = \xi^2 + \eta^2$ ,  $\xi = \rho \cos \theta$ ,  $\eta = \rho \sin \theta_o$ 

夫琅和费衍射的复振幅化为:

$$U(p, q) = C \iint_{\mathcal{H}} e^{-ik(\omega_{\rho}\cos\theta\cos\psi + \omega_{\rho}\sin\psi\sin\theta)} \rho \, d\rho \, d\theta = C \int_{sr_{0}}^{r_{0}} \rho \, d\rho \int_{0}^{2\pi} e^{-ik\omega_{\rho}\cos(\theta - \psi)} d(\theta - \psi)$$
$$= 2\pi C \int_{sr_{0}}^{r_{0}} J_{0}(k\rho\omega) d\rho = C\pi r_{0}^{2} \left[ \frac{2J_{1}(kr_{0}\omega)}{kr_{0}\omega} \right] - C\pi r_{0}^{2} \varepsilon_{0}^{2} \left[ \frac{2J_{1}(k\varepsilon r_{0}\omega)}{k\varepsilon r_{0}\omega} \right],$$

其中 Jo 和 J1 分别是零阶和一阶贝塞耳函数<sup>[2]</sup>。

$$I(p, q) = |U(p, q)|^{2} = |C|^{2} \pi^{2} r_{0}^{4} \left[ \frac{2J_{1}(kr_{0}\omega)}{kr_{0}\omega} - \varepsilon^{2} \frac{2J_{1}(k\varepsilon r_{0}\omega)}{k\varepsilon r_{0}\omega} \right]^{2},$$

当 p=q=0 时,  $\omega=0_{\circ}$ 由于这时  $2J_1(kr_0\omega)/(kr_0\omega)=1$ ,  $2J_1(ker_0\omega)/(ker_0\omega)=1$ ,  $I(0, 0)=I_0=|C|^2D^2[1-\varepsilon^2]$ , 这里  $D=\pi r_0^2$ ,

$$Φd = I(p, q) = \frac{I_0}{(1-s^2)^2} \left[ \frac{2J_1(kr_0\omega)}{kr_0\omega} - ε^2 \frac{2J_1(k\varepsilon r_0\omega)}{k\varepsilon r_0\omega} \right]^3$$

注意到  $C = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{E}{D}}$ ,故  $I_0$  中包含  $E_{\circ}$ 

近轴区有关系  $l_0 = x_0/f'$ ,  $m_0 = y_0/f'$ , l = x/f', m = y/f',  $p = (x - x_0)/f'$ ,  $q = (y - y_0)/f'$ ,  $\omega = \frac{1}{f'}\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$ 。从结果的  $\rho^d$ 表示式可见,在近轴区的衍射光强分布是圆环 形的图样。贝塞耳函数可从表中查得。

2. 长方环形入瞳

这时积分化为

$$\begin{split} U(p, q) &= C \iint_{B} e^{-ik(p\ell+q\eta)} d\xi \, d\eta = C \left\{ \int_{-l_{1}}^{l_{1}} \int_{-l_{1}}^{l_{1}} e^{-ik(p\ell+q\eta)} d\xi \, d\eta - \int_{-\epsilon,l_{1}}^{\epsilon,l_{1}} \int_{-\epsilon,l_{1}}^{\epsilon,l_{1}} e^{-ik(p\ell+q\eta)} d\xi \, d\eta \right\} \\ &= C \cdot D \left\{ \frac{\sin(kpl_{1})}{kpl_{1}} \cdot \frac{\sin(kql_{2})}{kql_{2}} - \varepsilon_{1}\varepsilon_{2} \, \frac{\sin(kp\varepsilon_{1}l_{1})}{kp\varepsilon_{1}l_{1}} \cdot \frac{\sin(kq\varepsilon_{2}l_{2})}{kq\varepsilon_{2}l_{2}} \right\}, \\ & \nexists \Phi D = 4l_{1}l_{2}, \ I(p, q) = |U(p, q)|^{2} \circ \ \ \ \Im B \ \beta \ fin \ l_{0}, \ m_{0} \ \theta \ \varkappa \ \Im \beta \ d\eta - \int_{-\epsilon,l_{1}}^{\epsilon,l_{1}} e^{-ik(p\ell+q\eta)} d\xi \, d\eta \right\} \end{split}$$

$$I(0, 0) = |C|^2 D^2 (1 - \varepsilon_1 \varepsilon_2)^2 = I_{00}$$

综上所述,长方环孔的衍射所形成的点扩散函数为

$$\rho^{d} = I(p, q) = \frac{I_{0}}{(1 - \varepsilon_{1}\varepsilon_{2})^{2}} \left[ \frac{\sin(kpl_{1})}{kpl_{1}} \cdot \frac{\sin(kql_{2})}{kql_{2}} - \varepsilon_{1}\varepsilon_{2} \frac{\sin(kq\varepsilon_{2}l_{2})}{kq\varepsilon_{2}l_{2}} \cdot \frac{\sin(kp\varepsilon_{1}l_{1})}{kp\varepsilon_{1}l_{1}} \right]^{2} \sigma$$

近轴条件下有  $p = (x - x_0)/f'$ ,  $q = (y - y_0)/f'$ , 由  $\rho^a$  求  $\rho^0$  和 T 的方法在 (三、)中已 叙述, 具体的进一步推导从略。

# 五、大象差系统的计算推导

这里 ρ<sup>d</sup> 被忽略,我们首先讨论两种类型的 ρ<sup>t</sup>。 **1**. 若 ρ<sup>t</sup> 是等强度分布的圆 数学上表示为:

$$\rho^{t}(x_{0}, y_{0}, x-x_{0}, y-y_{0}) = \begin{cases} 1 & \stackrel{\text{w}}{=} r \leq R_{0}, \\ 0 & \stackrel{\text{w}}{=} r > R_{0}, \end{cases}$$

$$\omega_{a} \times \omega_{b}, \ Q = 2a \times 2b \ (- 般总可设 a, b 都比 R_{0} \pm), \ 2a = f'\omega_{a}, \ 2b = f'\omega_{b},$$

$$\rho^{0}(x_{0}, y_{0}) = \iint_{Q} \rho^{t} dx dy / \iint_{Q_{t}} \rho^{t} dx dy, \quad \iint_{Q_{t}} \rho^{t} dx dy = \pi R_{0}^{2},$$

$$ide f(x_{0}, y_{0}) = \int_{Q} \rho^{t} dx dy / \iint_{Q_{t}} \rho^{t} dx dy, \quad \iint_{Q} \rho^{t} dx dy = \pi R_{0}^{2},$$

$$ide f(x_{0}, y_{0}) = \int_{Q} \rho^{t} dx dy / \iint_{Q} \rho^{t} dx dy = \pi R_{0}^{2},$$

分区的具体方法如下,一般可分成五个小区,每 个小区的ρ<sup>0</sup>可以求出统一的表达式(分区的方法不 是唯一的,但总的结果 T 应是一致的)。如图 4 所 示,Q 的四分之一可以分成五个区域 Q<sub>1</sub>, Q<sub>2</sub>, Q<sub>3</sub>, Q<sub>4</sub>, Q<sub>5</sub>。而 Q 的其余四分之三可用对称方法同样分成五 个小区。各个小区的ρ<sup>0</sup> 函数可以具体推导求得(过 程从略):

1

图 5 圆视场的分区图

2 3

Q1

Q3

b

$$\begin{split} Q_2 \boxtimes : & \rho_2^0(x_0, y_0) = 1 - S_y / (\pi R_0^2), & Q_3 \boxtimes : \rho_3^0(x_0, y_0) = 1 - S_x / (\pi R_0^2), \\ Q_4 \boxtimes : & \rho_4^0(x_0, y_0) = 1 - \frac{S_x + S_y - S^*}{\pi R_0^2}, & Q_5 \boxtimes : \rho_5^0(x_0, y_0) = 1 - (S_x + S_y) / (\pi R_0^2), \end{split}$$

 $S_{y} = R_{0}^{2} \sin^{-1} \left[ \sqrt{R_{0}^{2} - (b-y)^{2}} / R_{0} \right] - (b-y) \sqrt{R_{0}^{2} - (b-y)^{2}},$ 

 $Q_1 \boxtimes : \rho_1^0(x_0, y_0) = 1,$ 

其中

$$S_{x} = R_{0}^{2} \sin^{-1} \left[ \sqrt{R_{0}^{2} - (a-x)^{2}} / R_{0} \right] - (a-x) \sqrt{R_{0}^{2} - (a-x)^{2}},$$
  

$$S^{*} = \frac{1}{2} (S_{x} + S_{y}) + (b-y) (a-x) - \frac{1}{4} \pi R_{00}^{2}$$
  
求 T 时:  $\iint_{Q} dx \, dy = 4ab, \iint_{Q} \rho^{0}(x_{0}, y_{0}) dx_{0} \, dy_{0}$  可分区积分。即

$$\iint_{Q} \rho^{0} dx_{0} dy_{0} = 4 \left\{ \iint_{Q_{1}} \rho_{1}^{0} dx_{0} dy_{0} + \iint_{Q_{2}} \rho_{2}^{0} dx_{0} dy_{0} + \iint_{Q_{1}} \rho_{3}^{0} dx_{0} dy_{0} + \iint_{Q_{1}} \rho_{4}^{0} dx_{0} dy_{0} + \iint_{Q_{1}} \rho_{5}^{0} dx_{0} dy_{0} \right\}_{Q_{1}}$$

经过复杂的积分变换,可得到解析形式的 T 值的计算表达式如下:

$$T = 1 - \left\{ \frac{4R_0}{3\pi} (2a + 2b) - \frac{R_0^2}{2\pi} \right\} / (2a \cdot 2b),$$
  
$$R = \left\{ \frac{4R_0}{3\pi} (2a + 2b) - \frac{R_0^2}{2\pi} \right\} / (2a \cdot 2b)_o$$

对这种情况,我所郑元林同志用卷积方法作了推导,其*T*和 R的计算推导结果与这里的结果完全一致。

(2) 圆形视场

设视场角为 $\omega_1$ , Q 是半径为 $R_1$ 的圆,  $R_1 = f'\omega_1/2$ , 对Q仍可分区进行求 $\rho^0$ 。

如图 5 所示, Q 可分成三个区, 中心小圆为 Q<sub>1</sub>, Q<sub>2</sub> 和 Q<sub>3</sub> 都是圆环。由外向内三个圆的半 径分别是  $R_1$ ,  $\sqrt{R_1^2 - R_0^2}$ ,  $R_1 - R_{00}$  在  $Q_1$ ,  $Q_2$  和  $Q_3$  中的  $\rho^0$  函数可以具体推导出(过程从略): Q<sub>1</sub> 区:  $\rho_1^0(x_0, y_0) = 1$ ,

$$Q_{2} \boxtimes : \rho_{2}^{0}(x_{0}, y_{0}) = \frac{1}{\pi R_{0}^{2}} [\pi R_{0}^{2} - S_{R_{0}} - S_{R_{1}}],$$

$$Q_{3} \boxtimes : \rho_{3}^{0}(x_{0}, y_{0}) = \frac{1}{\pi R_{0}^{2}} [S'_{R_{0}} + S'_{R_{1}}]_{o}$$

类似长方视场, 由  $\rho^0$  计算 T(其过程从略)结果为:

 $T = 1 - [(R_0/R_1)^2 + 2(G_2 - G_3)/(\pi R_1^2 R_0^2)],$ 

对于不同的 R<sub>0</sub>/R<sub>1</sub>值,可以用电子计算机算得 T 值和 R 值。现列出几组于下:

 R<sub>0</sub>/R<sub>1</sub>
 0.1
 0.2
 0.3
 0.4
 0.5
 0.6
 0.7
 0.8
 0.9
 1.0

 R=1-T(%)
 4.3
 8.5
 12.7
 16.9
 21.1
 25.3
 29.3
 33.4
 37.4
 41.3

 此结果在搞红外总体设计时,经常作最初估算指标用。

#### 2. $\rho^{t}$ 是高斯函数

数学表述为:

$$\rho^t = e^{-\alpha r^2}, \quad r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2},$$

不同的  $\alpha$ 得到不同的  $\rho'$  形状。一般地说这时  $Q_t > Q_t$  若以全平面代替  $Q_t$  应是可以的。

$$\iint_{Q_t} \rho^t \, dx \, dy = \iint_{\overset{\infty}{x} \overset{\alpha}{=} \overset{\pi}{=}} e^{-\alpha r^t} \, dx \, dy = \frac{\pi}{\alpha} \circ$$

在求 ρ<sup>0</sup>(x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>) 中利用这一结果得:

$$\rho^0(x_0, y_0) = \frac{\alpha}{\pi} \iint_Q e^{-\alpha r^2} dx \, dy_0$$

进一步求 T 可得: Q 为长方形时( $2a \times 2b$ ),

$$T = \frac{a}{4ab\pi} \left\{ \int_{-a}^{a} dx_0 \int_{-a}^{a} e^{-a(x-x_0)^{a}} dx \right\} \cdot \left\{ \int_{-b}^{b} dy_0 \int_{-b}^{b} e^{-a(y-y_0)^{a}} dy \right\}_{0}$$

Q为圆形时(半径为 $R_1$ ),

$$T = \frac{\alpha}{\pi^2 R_1^2} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{R_1} r \, dr \int_{-R_1}^{R_1} e^{-\alpha (x-x_0)^2} \, dx \int_{-\sqrt{R_1^2 - x_0^2}}^{\sqrt{R_1^2 - x_0^2}} e^{-\alpha (y-y_0)^2} \, dy_0$$

用计算机可算出这些积分的值。

若 ρ<sup>i</sup> 是其他型式的函数,上述的计算方法仍可完全沿用,只是函数的求积分方法不同。 需要说明的一点是,在高斯函数中,只要选择适当的α值便可表示大多数 ρ<sup>i</sup> 的近似情况。

对更一般的大象差系统,要计算 T 之前必须先计算具体光学系统的点列图才可进行。 实际设计时,往往要先用粗略的近似估算(如利用算好的表),最终结果又用点列图具体计算 T,有时甚至需要反复进行。 在设计带场镜的红外扫描仪的光学系统过程中,用传统的设计方法算得的探测器位置 和大小与用本文方法算得的结果差别甚大,位置有时大约要差 30%,大小也差得很显著。实际仪器的光学零件是采用本文方法计算的数据进行加工。该仪器已在 1979 年初的一次大型

遥感试验中受到检验,证明效果良好。过去用传统方法也设计过类似系统,其光学增益的实际效果比计算的小得多。经过分析,其能量关系(定量计算)不准确,主要的原因是这里讨论的弥散损失未算清楚;而透射、反射及轴外拦光等问题同样存在于两种系统中。

# 六、关于中等象差系统的说明

按照前面(二、)中的说明,可以说中等象差红外光学系统的能量损失计算是相当复杂的, 但原则上无困难,只是计算量大,可用电子计算机进行。

中等象差类型的确定中,选用爱里斑作为尺度。 均势的情况是指弥散圆与爱里斑大小 的比例在1:2到2:1之间。中等象差计算中, ρ<sup>i</sup> 和 ρ<sup>d</sup> 的计算方法与以前完全相同。均势的 情况计算是最复杂的,因为其中既有相干叠加又有非相干叠加混在一起。 在研制高要求的 红外光学系统中又必须作这种计算,只有这样做,加工精度才有定量的依据。

## 七、结束语

对于各种要求的红外光学系统,本文提出了用适当的方法计算能量集中函数 T。要求 低的红外光学系统可用简单的计算方法(甚至可用解析式经最简单的代数运算即行)。要求 高的红外光学系统可用复杂的细致的计算方法求得 T 值。但简单的计算方法用到要求 高 的系统上就无法准确表达量的关系,使总体设计与光学设计之间脱节,也就是说从总体指标 过渡到(分配到)光学系统指标时不能准确确定。

也可以将 T 作为红外光学系统的评价函数, 将 T 包括到光学系统设计的自动平衡程序 中去, 应该说是比较合理的, 理由如下:

(1) 红外光学系统区别于可见光学系统的作用,主要在于红外探测器将光能量的变化 变成电信号的变化,探测器与光学系统的耦合状况决定了光能量的有效传递状况。红外探测 器的灵敏度比可见光探测器(如光电倍增管等)的灵敏度往往低得多(约2~3个数量级),红 外探测器应用在极限情况下,而可见光探测器则有较大的余量。此外,自然界的辐射源往往 红外的比可见的要弱得多。因此,计算红外光学系统的能量传递问题就比可见系统重要得 多。可见光学系统所关心的往往是光强的空间分布(用对比传递函数的较多)。

(2)从红外整机的设计原理来讨论光学系统的质量时,采用红外光学系统平均弥散圆 半径作评价函数有些不足。对红外波段,衍射作用往往起着显著的作用,有时甚至十分重要 (如美国地球资源卫星的多光谱扫描仪的热红外通道),能量集中函数T可以综合衍射和象 差两种因素的影响来评价红外光学系统的质量,应该说具有更为正确、更为精确的特点。

本文涉及的一些问题曾与我所匡定波、薛永祺、龚惠兴、顾勇华、叶人超、郑元林、汪元 钧、方家熊、陈祖培等同志讨论过,使我得到很大的启发和帮助。在定稿过程中,匡定波先生 化了不少时间给予具体的指教,陈祖培同志也提出了宝贵意见,在此表示谢意。

### 参考文献

 [1] M. Born, E. Wolf; *«Principles of Optics»*, Chapter 8 (London, Pergamon 1964).
 [2] 王竹溪, 郭敦仁, 《特殊函数论》, 贝塞耳函数部分(科学出版社, 1965)。 麦伟麟; 《光学传递函数及其数理基础》贝塞耳函数部分(国防工业出版社, 1979)。

## Calculation of the blurring of energy in infrared optical systems

HSU YAOCHOU (Shanghai Institute of Technological Physics, Academia Sinica)

(Received 25 April 1980)

#### Abstract

For infrared optical systems a point spread function is calculated in terms of the spot diagram obtained through geometrical ray trace or the theory of Kirchhoff diffraction. Also is calculated the ratio T of the energy passing through the system onto the exit window, to the total energy radiated from a plane target into the entrance pupil.

Formulas are derived separately for the following different cases: a circular or rectangular ring diffraction pupil, a blur of equivalent intensity distribution or a Gaussian blur, and a circular or rectangular field stop.

In certain cases T values are given through digital calculation. This method of T calculation is useful for any infrared optical systems.

The table of T values can be applied to the system layout design of infrared instruments and T function used as the merit function of optical systems. The calculation of T is very important for diffraction limited systems.