

无透镜傅里叶变换及其在 三维干涉测量中的应用

陈岩松 李秀英 李翠梅*
(中国科学院物理研究所)

提 要

对利用无透镜傅里叶变换全息图实现傅里叶变换,以及它在三维干涉测量等方面的应用,进行了分析和研究,并给出了实验结果。

一、引 言

无透镜傅里叶变换全息图^[1~3](简称 LF 图)具有某些傅里叶变换全息图(简称 F 图)的性质,但是它记录的并不是傅里叶频谱。物体上的一个点源对应于全息图平面上的一组平行干涉条纹,从这个意义上说它们是类似的。但是 F 图平面上的光场分布是物体的傅里叶谱与一倾斜平面参考波之和;而 LF 图平面上的光场分布是物体与参考点源(位于物平面内)的非涅耳衍射场之和。因为记录过程是一个平方律检测过程,所以使得在记录平面上全息图的原始象项中包含的物波与参考波的二次位相因子相互抵消,但是还保留着输入平面上的二次位相因子。因此,LF 图所记录的还不是物体的傅里叶谱。只有当物体尺寸远小于输入平面到全息图的距离,以致输入平面上的二次位相因子可以被忽略时^[4],它所记录的才近似于傅里叶谱。

LF 图用单色平面波照明,再现光波中原始象项经过一段距离的传播后,输入平面上的二次位相因子自动消失,从而完成傅里叶变换。因此这段距离相当于透镜焦距,此平面相当于透镜的后焦面,它上面的光场分布即为傅里叶频谱分布。这段传播的距离等于输入平面到全息图的距离。

二、用 LF 图实现傅里叶变换

图 1 是记录 LF 图的示意图。在旁轴近似条件下,非涅耳衍射积分的 x 宗量与 y 宗量是可以分离的,因此为了简便我们把二维问题化为一维问题处理,而不失其普遍性。

设 $f(x_1)$ 是输入图片的复数透过率,它在记录平面(x_2)上的光场分布为

$$O(x_2) = A \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1) \exp\left[\frac{-ik}{2z_1}(x_2 - x_1)^2\right] dx_1, \quad (1)$$

收稿日期: 1980年7月2日

* 中国科技大学 1980 年毕业生。

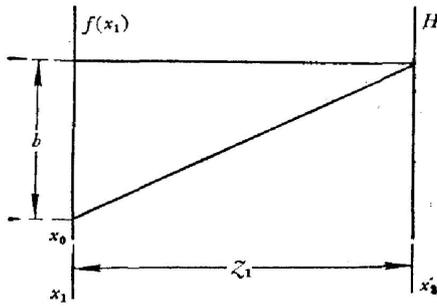
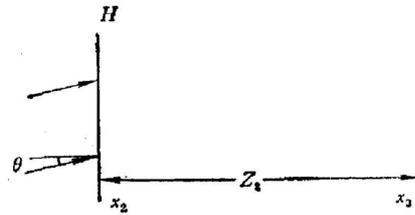


图1 LF图记录示意图

x_1 与 x_2 是输入与记录面; x_0 是参考光源, 距离坐标原点 b ; $f(x_1)$ 是输入函数; H 是全息图

图2 LF图再现在 x_3 平面上完成傅里叶变换

x_2 与 x_3 是全息图平面与傅里叶谱平面; θ 是再现束入射角

式中 A 是与光波长 λ 和距离 z 有关的常数, $k = 2\pi/\lambda$ 。

设 x_0 为参考光源, 与 $f(x_1)$ 同处于输入平面内。它与坐标原点的距离为 b , 在记录平面上造成的光场分布为

$$R(x_2) = R_0 \exp\left[\frac{-ik}{2z_1}(x_2 - b)^2\right], \quad (2)$$

式中 R_0 是与 A 性质相同的常数。在 x_2 平面上的总光强分布为

$$I = |O(x_2) + R(x_2)|^2. \quad (3)$$

在(3)式中我们感兴趣的是原始象项, 即

$$O(x_2)R^*(x_2) = AR_0 \exp\left[\frac{ik}{2z_1}(b^2 - 2x_2b)\right] \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1) \exp\left[\frac{-ik}{2z_1}(x_1^2 - 2x_1x_2)\right] dx_1. \quad (4)$$

在线性近似下, 全息图 H 经过曝光和处理后, 其复数透过率为 tI , 其中 t 是曝光和处理因子。当用平面波 $\exp\left[\frac{ik}{z_1}x_2b\right]$ 照明这个全息图(图2)时, 在透过全息图的光波中, 我们得到所要的一项是

$$u(x_2) = C \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1) \exp\left[\frac{-ik}{2z_1}(x_1^2 - 2x_1x_2)\right] dx_1. \quad (5)$$

这里 C 总括了所有的常数。由 $u(x_2)$ 的菲涅耳衍射在 x_3 平面上造成的场分布为

$$F(x_3) = A \int_{-\infty}^{\infty} u(x_2) \exp\left[\frac{-ik}{2z_2}(x_3 - x_2)^2\right] dx_2. \quad (6)$$

把(5)式代入(6)式, 并完成对宗量 x_2 的积分, 得

$$F(x_3) = C \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1) \exp\left[\frac{ik}{z_1}x_1x_3\right] \exp\left[\frac{-ik}{2z_1}x_1^2\left(1 - \frac{z_2}{z_1}\right)\right] dx_1. \quad (7)$$

如果 $z_1 = z_2 = z$, 则

$$F(x_3) = C \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1) \exp\left[\frac{ik}{z_1}x_1x_3\right] dx_1. \quad (8)$$

(7)式和(8)式表明, 用 LF 图进行的傅里叶变换与有透镜的傅里叶变换是完全一样的, 输入平面到全息图的距离相当于透镜的前焦距, 而距离输入平面二倍焦距的地方就是后焦平面, 亦即频谱面。

图 3 是用 LF 图进行傅里叶变换而得到的圆孔的傅里叶谱照片。因圆孔的边缘较粗糙, 所以它的傅里叶谱同 Bessel 函数有某些偏离。

实验的具体参数如下: 圆孔直径 360μ , 焦距 $z=260 \text{ mm}$, 参考点源离圆孔的中心距离为 40 mm 。

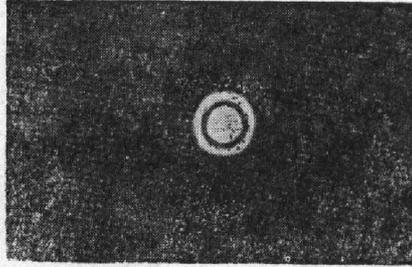


图 3 从 LF 图得到的圆孔的傅里叶谱

三、用于三维位移测量

在一般全息干涉计量中, 测量物体的纵向位移具有很高灵敏度, 但对横向位移的测量则存在某些困难。然而散斑方法的特点恰恰与此相反。因此往往把二者结合起来使用。这里我们提出采用两次曝光的 LF 图, 同样可以进行三维的干涉测量。

设第一次曝光期间 LF 图所记录的物函数为 $f_1(x_1, z)$, 第二次记录的物函数为 $f_2(x_1+a, z+d)$, 其中 a 是物体的整体横向位移量, 对于非整体位移的情况将在下面讨论, d 为纵向位移量。因为通常 $d \ll z$, 所以根据 (7) 式它对傅里叶变换的影响是可以被忽略的。两次曝光的 LF 图 H 经过处理后, 用平面波照明再现 (见图 4), 在频谱平面 x_3 上得到物函数 f_1 与 f_2 的谱 $F_1(x_3)$ 和 $F_2(x_3)$ 。根据傅里叶变换的平移性质, 我们有

$$F_2(x_3) = F_1(x_3) \exp\left[\frac{-ik}{z} ax_3\right], \quad (9)$$

$$\therefore I = |F_1 + F_2|^2 = 2F_1^2(x_3) \left[1 + \cos\left(\frac{k}{z} ax_3\right)\right]. \quad (10)$$

因此在此谱面上的光强分布呈现出杨氏干涉条纹。于是从干涉条纹的周期 Δx_3 即可求出物体的横向位移量

$$a = \frac{z\lambda}{\Delta x_3}. \quad (11)$$

LF 图是非涅耳全息图的一种特殊类型。因此既可以采用一般全息干涉计量方法进行纵向位移的测量, 也可以采用图 4 所示的方法, 在成象平面 x_4 上进行纵向位移的测量。关于纵向位移的测量在许多著作中都可以找到, 在这里不再赘述。

在实验中, 我们把被测物体 (带有字符的散射片) 安装在三维微调架上, 以便于在两次曝光期间模拟三维位移。图 5 所示的照片给出了三维位移的实验结果。图 5(a)、5(b) 是频谱面上的干涉图。把具体的实验参数 $\lambda = 6328 \text{ \AA}$, $z = 520 \text{ mm}$, 以及实测的条纹周期 Δx_3 代入 (11) 式, 就可求出物体横向位移量。与图 5(a) 和 5(b) 对应的条纹周期 $\Delta x_3 = 2.25 \text{ mm}$ 和 3.3 mm , 相应的横向位移测量值为 $146.2 \mu\text{m}$ 和 $99.7 \mu\text{m}$, 这与实际位移量 $150 \mu\text{m}$ 和

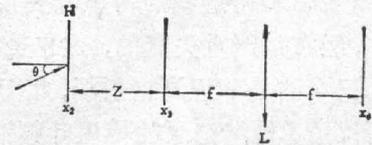
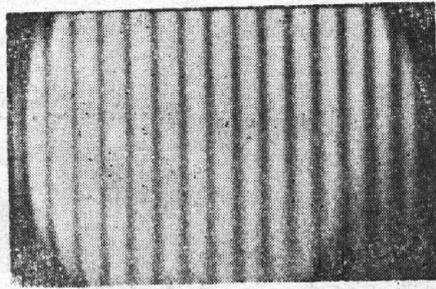
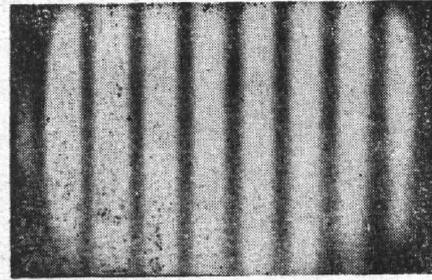
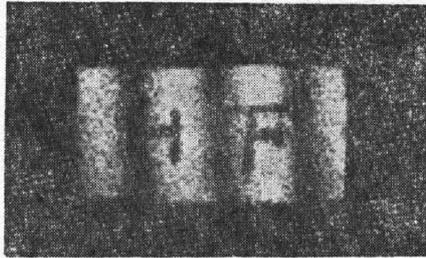
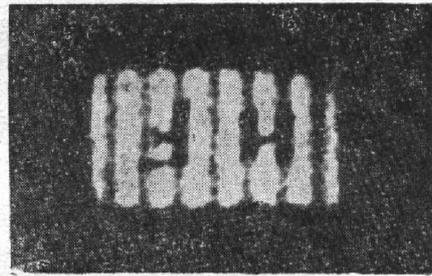


图 4 两次曝光的 LF 图再现

x_2, x_3 与 θ 的意义同图 2; x_4 是象平面; L 是透镜, f 为焦距

(a) 频谱面干涉图,测得的位移量为 146.2μ (b) 频谱面干涉图,测得的位移量为 99.7μ 

(c) 成像面干涉图



(d) 成像面干涉图

图 5 反映三维位移的干涉图

$100\mu\text{m}$ 基本相符。图 5(c) 和 5(d) 是成像平面上的干涉图。只要能够正确地判读物体各点的干涉条纹级数,即可求出物体上相应各点的纵向位移量。虽然纵向位移的定量测定同一般全息干涉法一样是有些麻烦的,但是定性测量却是十分有效的。

四、讨 论

1. 利用透镜的傅里叶变换全息图所记录的傅里叶频谱,由于记录材料动态范围的限制,经常是严重失真的,这也是模糊象解卷积处理中遇到的困难问题之一。对于 LF 图,因为记录的是菲涅耳衍射场,此衍射场的光强最大起伏一般远小于傅里叶谱面上的光强起伏,所以用 LF 图记录的傅里叶频谱失真比较小。

对于 LF 图,在旁轴近似范围以内,傅里叶变换的焦距根据需要可任意选择。如能采用可重复使用的实时记录材料记录 LF 图,那么要进行变焦距的傅里叶变换是相当方便的。

利用全息图进行傅里叶变换,必然会给傅里叶变换带来全息图的特点。例如,我们可以在一块记录材料上,同时记录几个物体的 LF 图,也可以通过多次曝光,顺序记录不同时刻物体的 LF 图。然后在再现过程中可以对它们进行干涉比较,滤波和相关等光学处理。因此通过 LF 图进行的傅里叶变换,尽管光学质量可能差一些,但是由于它具有全息图的特点,所以它在光学处理中的应用是有特色的。

2. 通过两次曝光的 LF 图,测量物体整体的横向位移是方便的,因此它可以用于测量悬浮粒子、流体等的整体运动速度。分析表明,对于非整体的横向运动,用两次曝光的 LF 图也是能够测量的;一种非整体的横向运动一般可以分解为整体位移和内部的相对位移两个部分。设 a 为整体位移量,则物体在位移形变前后的傅里叶谱分别为 $F_1(x_3)$ 和

$F_2(x_3)\exp\left[-\frac{ik}{z}ax_3\right]$, 这里 $F_2(x_3)$ 是物体内部相对位移的谱分布。在谱平面 x_3 上总的光场分布是

$$\begin{aligned} & F_1(x_3) + F_2(x_3)\exp\left[-\frac{ik}{z}ax_3\right] \\ &= \exp\left[-\frac{ik}{2z}ax_3\right]F_1(x_3)\left\{\exp\left[\frac{ik}{2z}ax_3\right] + \exp\left[-\frac{ik}{2z}ax_3\right]\right\} \\ & \quad + [F_2(x_3) - F_1(x_3)]\exp\left[-\frac{ik}{z}ax_3\right] \\ &= \exp\left[-\frac{ik}{2z}ax_3\right]F_1(x_3)2\cos\left(\frac{k}{2z}ax_3\right) + [F_2(x_3) - F_1(x_3)]\exp\left[-\frac{ik}{z}ax_3\right]. \quad (12) \end{aligned}$$

(12)式中第一项表示由整体位移引起的杨氏干涉条纹状的光场分布, 第二项表示内部相对位移引起的两个傅里叶频谱之差。如果我们把一狭缝 MASK 放在 x_3 谱面上, 且使狭缝同杨氏条纹的极小值重合, 那么(12)式中的第一项将被遮挡住, 而只允许第二项透过。此项经过透镜再进行一次傅里叶变换得到内部相对位移图 ($f_2 - f_1$), 即实现了物体形变前后的相减。此外, 如使一组等间隔狭缝同杨氏条纹的极大值重合, 即让狭缝位于 $x_3 = 2n\lambda z/a$ 处 ($n = 0, 1, \dots$), 那么, 从(12)式我们得到两个物体图象的相加 ($f_2 + f_1$)。

参 考 文 献

- [1] G. W. Stroke, D. Brumm *et al.*; *J. O. S. A.*, 1965, **55**, No. 10 (Oct), 1327.
 [2] 中国科学院物理研究所《全息学原理》翻译组; 《全息学原理》(科学出版社), 53, 56.
 [3] R. J. Collier, C. B. Burckhardt *et al.*; 《*Optical Holography*》, (Academic Press, 1971), 124~212.
 [4] A. Kalestynski; *Appl. Opt.*, 1976, **15**, No. 4 (Apr), 853.

The lensless Fourier-transform and its application to 3-D measurement

CHEN YANSONG, LI XIUYING AND LI CUIMEI*
(*Institute of Physics, Academia Sinica, Beijing*)

(Received 2 July 1980)

Abstract

The Fourier transform realized by lensless Fourier hologram, and its application to 3-D measurement were studied. The experimental results were presented.

* Graduated from China University of Science and Technology in 1980.