

傅里叶变换准干涉法

刘立人

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

提 要

基于光学傅里叶变换和强度空间滤波,本文提出了一种用相干或非相干光测量透明或反射位相变化物体的新方法,可以按照滤波器的设计得到不同的位相变化信息。并且详细分析了两种系统。同时给出了某些可能的应用和实验结果。

球面波在传播过程中一般将会变形,测量波面变形以检验传播介质的光学性质,是光学检验的目的之一。这种检验的本质是作位相测量。对光学位相物体作观察或测量时,所需解决的也是同一性质的问题。因此使用方法和原理是相同的,大致有两类^[1~2]。一类基于光波的干涉,如各种光学干涉仪、剪切干涉和全息干涉法,所测量的位相差不能大于波长的几个数量级。另一类是谱变换法,因用于光学检验或位相体观察的不同其称呼亦有些不同,如刀口法、纹影法、位相反衬法等等,其中郎奇检验在谱面位置使用了衍射光栅,可看作刀口法的发展,但它产生波面的多级谐波相干涉,即剪切干涉。在大多数情况下,它们只适用于弱位相体的测量。

本文基于傅里叶光学提出一种实时测量强变化位相体的新方法,其基本原理是对物体进行傅里叶变换和强度空间滤波。显著的优点是装置简单,用非相干光照明,而且可以依照空间滤波器的设计不同而得到不同的位相变化的信息。由于这种方法的测量灵敏度可变而且能调节得较低,因此可以广泛地应用于工业检测部门作定性和定量分析。因为位相变化的信息仍然以等位线的条纹形式表示,故又称之为“干涉法”。

下面先讨论强变化位相体的傅里叶谱问题,然后再讨论两种傅里叶干涉法。

一、透明位相体傅里叶谱的几何解释

透明位相体可以考虑为具有相同透过率而只发生位相变化的物体,因此可记作

$$O(x, y) = \exp[i\phi(x, y)]. \quad (1)$$

它的傅里叶变换空间频谱为

$$O(f_x, f_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} O(x, y) \exp[-i2\pi(f_x x + f_y y)] dx dy, \quad (2)$$

其中 f_x, f_y 为空间频率。

一般而言,物体的位相变化是复杂的,上述积分将得不到解析解。但是对于强变化透明物,它的厚度是不均匀的,通过其不同部份的光线将经受变化着的位相延迟。变形波面的法

线也就是折射后的光线。

由(1)式表示的位相可用台劳级数展开, 即在某点 (x_0, y_0) 上的位相变化有

$$\phi(x, y) \doteq \phi(x_0, y_0) + \left[\frac{\partial \phi}{\partial x} (x - x_0) + \frac{\partial \phi}{\partial y} (y - y_0) \right].$$

代入(1)式, 并由分离变量傅里叶变换及相移定律可得到这一点的傅里叶变换的准几何近似

$$O(f_x, f_y) \Big|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} = e^{i\phi_0(x_0, y_0)} \delta \left(f_x - \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}}, f_y - \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} \right). \quad (3)$$

由此可得物体的傅里叶谱分布的准几何解释; 物体上任何一点将在谱面上产生相应的一个对应点, 它的空间频率正比于位相变化率。同样, 谱面上任何一点包含了物体在此折射方向上具有相同位相变化率的全部物点的谱。按准几何近似, 傅里叶谱分布代表了物体位相变化率的分布。

必须注意, 对于弱变化位相体 ($\phi \ll 1$), 这时

$$\exp [i\phi(x, y)] \doteq 1 + i\phi(x, y).$$

它同时产生一项不随物体变化的直流分量和另一项较弱的偏离的衍射光。位相法用 $1/4$ 波长片使零级谱 1 变为 i , 纹影法则除去零级谱 1, 从而使位相物体成为强度物体^[1]。

二、单通道傅里叶变换系统

单通道傅里叶变换系统的原理见图 1, 这是一种常见的透镜傅里叶变换系统。透镜有两个作用, 首先它把物体成像于观察屏上, 其次在后焦面上对物体产生傅里叶变换。然后在谱面上进行强度空间滤波, 对物体的位相变化率作编码调制, 最终在物体的像上显现出有关条纹信息。

系统的数学过程是: 先在后焦面上产生物体的傅里叶变换^[3] (在以上的推导中, 考虑到强度滤波关系, 积分号前的无关常数记作 A), 即

$$O'(x_f, y_f) = A \exp \left[i \frac{k}{2f} \left(1 - \frac{l_1}{d} \right) (x_f^2 + y_f^2) \right] \iint_{-\infty}^{\infty} O(x, y) \exp \left[i \frac{2\pi}{\lambda f} (xx_f + yy_f) \right] dx dy,$$

或者

$$O'(x_f, y_f) = A \exp \left[i \frac{k}{2f} \left(1 - \frac{l_1}{f} \right) (x_f^2 + y_f^2) \right] O(x_f, y_f), \quad (4)$$

其中, $x_f = \lambda f f_x$, $y_f = \lambda f f_y$ 。

当然, 由于物体的位相变化产生的谱的位置有

$$\begin{aligned} x_f &= \frac{1}{f} \frac{\partial \phi}{\partial x}, \\ x_f &= \frac{1}{f} \frac{\partial \phi}{\partial y}. \end{aligned} \quad (5)$$

如果强度空间滤波器的透过率记作 $S(x_f, y_f)$, 则其输出为

$$O''(x_f, y_f) = O'(x_f, y_f) \cdot S(x_f, y_f). \quad (6)$$

同时, 经过距离 $l_2 - f$ 的非涅耳传播, 在成像面上产生

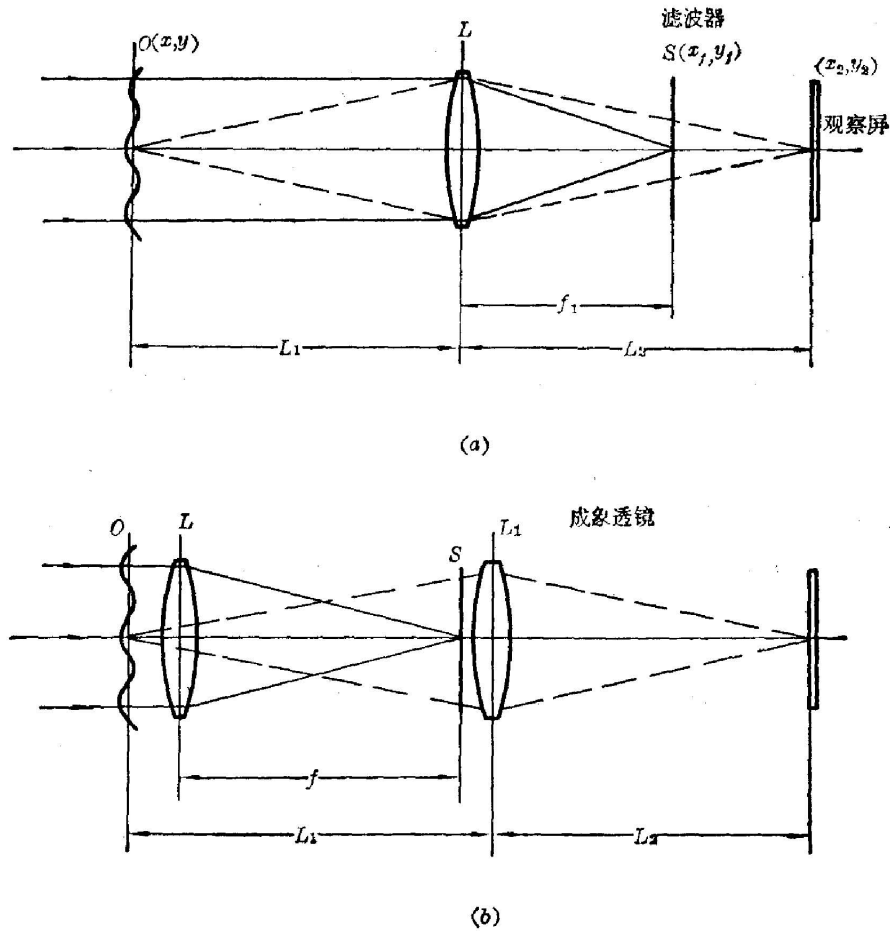


图1 单通道傅里叶变换干涉仪原理

$$O'(x_2, y_2) = A \iint_{-\infty}^{\infty} O(x_1, y_1) S(x_1, y_1) \exp \left[i \frac{k}{2f} \left(1 - \frac{l_1}{f} \right) (x_1^2 + y_1^2) \right] \\ \times \exp \left[i \frac{k}{2(l_2 - f)} (x_1^2 + y_1^2) \right] \exp \left[-i \frac{2\pi}{\lambda(l_2 - f)} (x_1 x_2 + y_1 y_2) \right] dx_1 dy_1.$$

由于 l_1 和 l_2 满足成像关系, 由牛顿公式

$$(l_1 - f)(l_2 - f) = f^2,$$

上式变为

$$O'(x_2, y_2)_f = A \iint_{-\infty}^{\infty} O(x_1, y_1) S(x_1, y_1) \exp \left[-i \frac{2\pi}{\lambda(l_2 - f)} (x_1 x_2 + y_1 y_2) \right] dx_1 dy_1, \quad (7)$$

其中由傅里叶变换定律, 得

$$\iint_{-\infty}^{\infty} O(x_1, y_1) \exp \left[-i \frac{2\pi}{\lambda(l_2 - f)} (x_1 x_2 + y_1 y_2) \right] dx_1 dy_1 = O \left(\frac{-x_2}{M}, \frac{-y_2}{M} \right). \quad (8)$$

这是几何光学所预言的像, 成像放大率为 $M = \frac{l_2 - f}{f}$ 。同样,

$$\iint_{-\infty}^{\infty} S(x_1, y_1) \exp \left[-i \frac{2\pi}{\lambda(l_2 - f)} (x_1 x_2 + y_1 y_2) \right] dx_1 dy_1 = S \left(\frac{x_2}{\lambda(l_2 - f)}, \frac{y_2}{\lambda(l_2 - f)} \right). \quad (9)$$

根据卷积变换定理, (7)式成为

$$O'(x_2, y_2) = AO \left(-\frac{x_2}{M}, -\frac{y_2}{M} \right) \otimes S \left(\frac{x_2}{\lambda(l_2-f)}, \frac{y_2}{\lambda(l_2-f)} \right), \quad (10)$$

而象的强度

$$IO(x_2, y_2) = |O'(x_2, y_2)|^2, \quad (11)$$

其中 \otimes 记作卷积积分。显然无空间滤波器时 $S=1$, $S=\delta(x, y)$, 故

$$O'(x_2, y_2) = AO \left(-\frac{x_2}{M}, -\frac{y_2}{M} \right)$$

就是普通的成象过程。

因为谱面上的一点代表了物体具有相应位相变化率和方向的所有点, 所以一定的滤波器就能在物体象上产生相应的明暗信息。空间滤波的作用可由 (10) 式的卷积积分精确求解。因为位相以指数的形式表示, 由三角函数的正交性可求得物像上根据滤波器形状所确定的信息。与其等效的是 (6) 式的更为直观的直接在谱面上的解释。下面的讨论都基于谱面上的分析。例如, 将图 2(a) 所示的明暗交替的同心圆环放在谱面上时, 则一个圆环表示等空间频率分布, 因此它对一定的等空间频率产生滤波, 所以这种滤波器将在物像上产生相当于位相变化率等位线的条纹。

图 2(b) 是明暗交替的辐射线, 在谱面上一条通过中心的直线代表谱的等变化方向的分布, 因此产生等方向滤波。这种滤波器在物像上将产生相当于位相变化方向的等位线条纹。

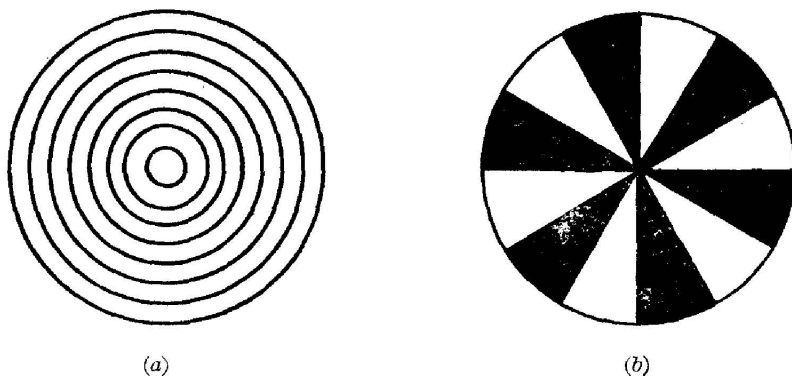


图 2 两种常用的空间滤波器

当然也可以根据需要来设计其它各种离散形或连续形的滤波器。滤波器的形状和密度可以随意变化, 因而能够灵活地改变条纹信息和测量灵敏度。条纹所反映的测量精度可根据滤波器图案间隔 d 和透镜焦距 f 确定, 即

$$\Delta \left(\frac{d\phi}{dr} \right) = \frac{d}{f}. \quad (12)$$

可以看出测量灵敏度是比较低的。

当物体的高频分量较大时, 由于距离 l_1 而发散较大, 不易被透镜所收集, 而镜框本身则起着高阻滤波作用。图 1(b) 中用另一透镜作成像, 物体紧靠变换透镜就可以克服这一缺点。

在这一系统中, 当物体 $\phi \ll 1$ 时, 如果空间滤波器是刀口、中心暗点或中心位相调制板,

显然就是观察位相体的纹影法、中央暗场法和位相反衬法。再进一步假设系统中没有物体，这时变换透镜或反射镜本身就成为检验对象了。事实上这就是光学元件的检验方法之一——刀口法。如果空间滤波器是衍射光栅，就能得到波前剪切干涉，即郎奇方法。因此可以认为本文提出的傅里叶变换滤波法是这些方法的推广。

三、多通道傅里叶变换系统

多通道傅里叶变换系统的原理见图 3。透镜 L_1 对编码照明光源 $S_1(x_1, y_1)$ 变换为多通道平行光。透镜 L_2 对物体进行傅里叶变换，在后焦面上产生复合谱分布并作强度空间滤波。同时它也把物体成象于观察屏上。这一滤波过程比较复杂，可先进行数学分析。

根据几何光学成像原理，无物体时，将在 L_2 后焦面上产生照明光源的象，即

$$S'_1 = S_1 \left(-\frac{x_f}{N}, -\frac{y_f}{N} \right), \quad (13)$$

其中 $N = \frac{f_2}{f_1}$ 为放大率。因此

$$\begin{aligned} x_f &= -N x_1, \\ y_f &= -N y_1. \end{aligned} \quad (13)'$$

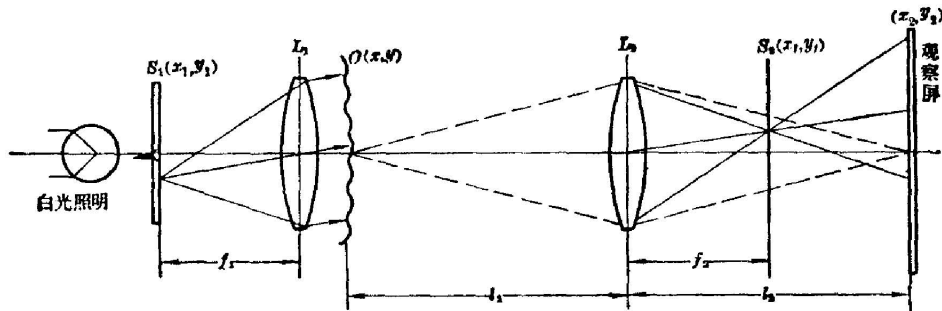


图 3 多通道傅里叶变换干涉仪原理

当存在物体 $O(x, y)$ 时，照明光源上任意一点 $\delta(x_1 - x_0, y_1 - y_0)$ 将在 L_2 的后焦面上产生物体的傅里叶变换谱，由 (4) 式及傅里叶变换相移定律，

$$O'(x_f, y_f) = A \exp \left[i \frac{k}{2f_2} \left(1 - \frac{l_1}{f_2} \right) (x_f^2 + y_f^2) \right] O \left(\frac{x_f + N x_0}{\lambda f_2}, \frac{y_f + N y_0}{\lambda f_2} \right). \quad (14)$$

再经过空间滤波器 $S_2(x_f, y_f)$ 和 $l_2 - f_2$ 的非涅耳传播到达观察面上时，象为，

$$\begin{aligned} O'(x_2, y_2) &= A \iint_{-\infty}^{\infty} O \left(\frac{x_f + N x_0}{\lambda f_2}, \frac{y_f + N y_0}{\lambda f_2} \right) S_2(x_f, y_f) \exp \left[i \frac{2\pi}{\lambda f_2} \left(1 - \frac{l_1}{f_2} \right) (x_f^2 + y_f^2) \right] \\ &\quad \times \exp \left[-i \frac{2\pi}{\lambda (l_2 - f_2)} (x_f x_2 + y_f y_2) \right] dx_f dy_f. \end{aligned} \quad (15)$$

当满足成像关系时，

$$\begin{aligned} O'(x_2, y_2) &= A \iint_{-\infty}^{\infty} O \left(\frac{x_f + N x_0}{\lambda f_2}, \frac{y_f + N y_0}{\lambda f_2} \right) S_2(x_f, y_f) \\ &\quad \times \exp \left[-i \frac{2\pi}{\lambda (l_2 - f_2)} (x_f x_2 + y_f y_2) \right] dx_f dy_f, \end{aligned} \quad (16)$$

其中

$$\begin{aligned} & \iint_{-\infty}^{\infty} S_2(x_f, y_f) \exp \left[-i \frac{2\pi}{\lambda(l_2 - f_2)} (x_f x_2 + y_f y_2) \right] dx_f dy_f \\ &= S_2 \left(\frac{x_2}{\lambda(l_2 - f_2)}, \frac{y_2}{\lambda(l_2 - f_2)} \right), \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & \iint_{-\infty}^{\infty} O \left(\frac{x_f + N x_0}{\lambda f_2}, \frac{y_f + N y_0}{\lambda f_2} \right) \exp \left[-i \frac{2\pi}{\lambda(l_2 - f_2)} (x_f x_2 + y_f y_2) \right] dx_f dy_f \\ &= O \left(-\frac{x_2}{M}, -\frac{y_2}{M} \right) \exp \left[-i 2\pi \left(\frac{N x_2 x_0}{\lambda(l_2 - f_2)} + \frac{N y_2 y_0}{\lambda(l_2 - f_2)} \right) \right], \end{aligned} \quad (18)$$

其中 $M = \frac{l_2 - f_2}{f_2}$ 为成像放大率。在运算中已使用了傅里叶变换和相似定律、位移定律等。

由(17)和(18)式根据卷积变换定律, (16)式为

$$\begin{aligned} O'(x_2, y_2) &= \left\{ O \left(-\frac{x_2}{M}, -\frac{y_2}{M} \right) \exp \left[-i 2\pi \left(\frac{N x_2 x_0}{\lambda(l_2 - f_2)} + \frac{N y_2 y_0}{\lambda(l_2 - f_2)} \right) \right] \right\} \\ &\otimes S_2 \left(\frac{x_2}{\lambda(l_2 - f_2)}, \frac{y_2}{\lambda(l_2 - f_2)} \right). \end{aligned} \quad (19)$$

(14)和(19)式事实上是系统的脉冲响应。当照明光源为 S_1 时, 根据非相干光扩展光源的系统理论, 由(13)和(14)式, 在 f_2 后焦面滤波器 S_2 后的输出为

$$|O''(x_f, y_f)|^2 = A^2 S_2(x_f, y_f) \left[\left| O \left(\frac{x_f}{\lambda f_2}, \frac{y_f}{\lambda f_2} \right) \right|^2 \otimes S_1 \left(-\frac{x_f}{N}, -\frac{y_f}{N} \right) \right]. \quad (20)$$

同样由(19)式在观察面上,

$$\begin{aligned} |O''(x_2, y_2)|^2 &= A^2 \iint_{-\infty}^{\infty} \left| O \left(-\frac{x_2}{M}, -\frac{y_2}{M} \right) \exp \left[-i 2\pi \left(\frac{N x_1 x_2}{\lambda(l_2 - f_2)} + \frac{N y_1 y_2}{\lambda(l_2 - f_2)} \right) \right] \right|^2 \\ &\otimes S_2 \left(\frac{x_2}{\lambda(l_2 - f_2)}, \frac{y_2}{\lambda(l_2 - f_2)} \right) \cdot S_1(x_1, y_1) dx_1 dy_1, \end{aligned} \quad (21)$$

其中, 对于双通形滤波器 $S^2 = S'$ 。(20)和(21)式等效说明空间滤波作用。现仍用谱平面进行解释。

我们所感兴趣的系统是 S_1 为编码光源, S_2 为位于中心的小孔。故 $S_2 = \delta(x_f, y_f)$, 由式(20)

$$|O''(0, 0)|^2 = A^2 \iint_{-\infty}^{\infty} \left| O \left(\frac{-u}{\lambda f_2}, \frac{-v}{\lambda f_2} \right) \right|^2 S_1 \left(\frac{-u}{N}, \frac{-v}{N} \right) du dv,$$

其中, u 和 v 是隐坐标, 此式清楚地表明其物理意义是通过滤波小孔的信息量相当于

$$\bar{O} = O \left(\frac{-x_f}{\lambda f_2}, \frac{-y_f}{\lambda f_2} \right) S_1 \left(-\frac{x_f}{N}, -\frac{y_f}{N} \right).$$

由此系统中的(13)'式关系, 得

$$\bar{O} = O \left(\frac{x_1}{\lambda f_1}, \frac{y_1}{\lambda f_1} \right) S_1(x_1, y_1). \quad (22)$$

可见它与(5)式相当, 说明此种系统的滤波方式与上一节单通道系统一样。因此上述系统的各种分析均能直接应用到这里。所不同的是这时滤波器尺寸由其照明编码光源所决定。物体谱的变换等效于透镜 L_1 的焦距 f_1 , 而与 L_2 无关。此种系统从光路倒置角度看, 也等效于上述系统。由于各种通道对物体进行傅里叶变换, 而小孔滤波器只通过其平行于

光轴的分量, 因此系统本身对物体高频分量的限止仅取决于透镜 L_1 的相对口径, 所以系统的高阻作用影响较小。

当滤波器 S_2 为其它函数时, 情况较为复杂, 也可能具有其它一些特性, 这里不再进行深入的分析。

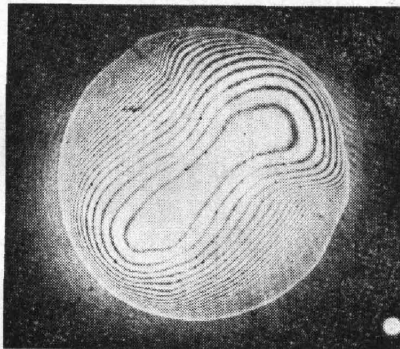
上述两种系统都是强度空间滤波, 因此在推导过程中, 一些积分号外的位相因子都不计及。实验上当然也可以使用非相干光甚至白光。在第二种系统中可以使用扩展白光照明, 这也是一个突出的优点。

这里必须说明, 各系统的分析虽然是对透明物体而作的, 但是完全适用于镜反射物体, 只不过是利用表面的反射代替了透明物体的折射。当系统用于镜反射体时, 要将半反射镜适当地引入到光路中去。

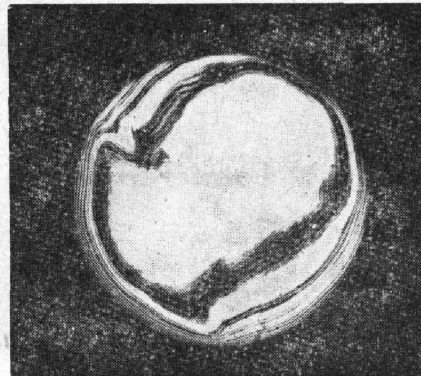
四、实验和应用*

傅里叶变换干涉仪装置简单而且实用, 因而可以广泛地应用于工业检验部门。以下仅举几例实验说明其应用的可能性。

在集成电路制造过程中, 硅片的抛光平度对成品的质量有很大的影响。用光学干涉仪检验, 灵敏度太高。而用本方法检验, 适当控制同心环滤波器的密度可以得到适合于质量要求的条纹干涉图。图 4(a) 和 4(b) 分别是其测量结果, 可见硅片边缘部份误差甚大, 普通干涉条纹过密而不能反映情况。



(a) 普通干涉图



(b) 傅里叶变换干涉图

图 4 硅片测量

图 5 所示为眼镜片的梯度等位条纹。测量椭圆条纹能定量地得到眼镜片的中心距、屈光度、散光及其方向等全部数据, 并且相当直观和方便。

对于某些玻璃制品, 可以定性测量其光学均匀性。图 6(a) 和 6(b) 所示为玻璃三通接头的位相梯度和方向的等位条纹。显而易见, 存在着两个厚度结点。图 7 是氦-氖激光器封接处的情况。

* 本工作在王之江同志指导下进行。

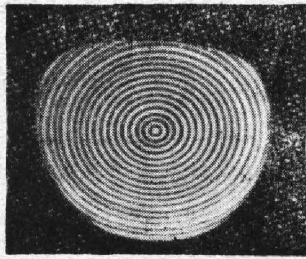
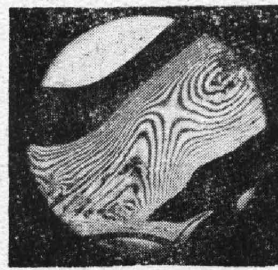


图 5 眼镜片梯度等位线



(a) 位相变化率等位线



(b) 位相变化方向等位条纹

图 6 玻璃三通接头

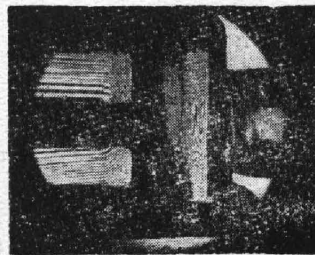


图 7 氦-氖激光器

参 考 文 献

- [1] S. G. Lipson; *«Optical Physics»* (Cambridge at the University Press, 1969).
 [2] D. Malacara; *«Optical Shop Testing»* (New York, John Wiley & Sons 1978).
 [3] J. W. Goodman; *«Introduction to Fourier Optics»* (San Francisco, McGraw-Hill 1968).

Fourier-transform quasi-interferometry

LIU LIREN

(Shanghai Institute of Optics and Mechanics, Academia Sinica)

(Received 8 March 1980)

Abstract

A new method for measuring the strongly varied phase objects has been proposed according to the Fourier-transform of the object and the intensity spatial filtering with coherent or non-coherent light sources. The filter can be designed to obtain the information of different phase changes. Two kinds of system are discussed in detail. The experimental results and some possible applications are given.