

光学方法清晰周期性图象

董碧珍 郑师海 潘少华

(中国科学院物理所)

李 钦

(中国科学院微生物所)

提 要

利用光学周期平均法能够清晰地描绘带有噪声的周期性图象。本文讨论了用这种处理方法所得到的较高信噪比,改进了实验装置,给出了相干光处理系统所使用的滤波器的具体形式和实验结果。

一、引 言

在生物学上,有一部分结构是属于周期性的排列,人工制备的生物分子晶体也属于这种类型。它与一般生物结构一样,通常是利用电子显微镜的显微放大图象进行结构分析的。但是,由于不可避免地存在噪声(例如,生物样品切片时损伤、染色颗粒、胶片颗粒等),影响生物结构的观察、分析和研究。

可以利用这种噪声是无规的,而周期结构是有规的性质,实现周期平均运算^[1,2],使得有规的周期结构得到加强,无规噪声相互平均得到减弱,从而提高信噪比。

本文讨论了滤波器形式和这种方法所提高的信噪比,并对国外实验装置进行一定的改进,最后给出了牛肝过氧化氢酶的电镜图象的处理结果。

二、原 理

1. 处理后的输出信号形式

众所周知,在空间平移不变的光学系统中,可以实现卷积运算。

假设被处理的输入周期信号为 $s(x, y)$, 系统中掩膜 (Mask) 函数为 $m(x, y)$, 它是由 n 个 δ 函数组成的。通过该光学系统处理后, 输出信号为 $g(x, y)$ 。它们的运算可以写为

$$g(x, y) = s(x, y) \otimes m(x, y), \quad (1)$$

其中, \otimes 为卷积符号,

$$s(x, y) = \sum_{l, k=-\infty}^{\infty} f(x-l\Delta_x, y-k\Delta_y),$$

这里 Δ_x, Δ_y 分别为信号在 x, y 方向上的周期间隔, $f(x, y)$ 为单个周期的结构式。

$$m(x, y) = \sum_{j=0}^n \delta(x - j\Delta_x, y)。$$

此式仅以一维为例。把 $s(x, y)$ 和 $m(x, y)$ 代入(1)进行计算,最后得出

$$g(x, y) = ns(x, y)。 \quad (1')$$

上述假设的信号为无限多个周期。但实际上,图象周期只是包含有限个,也可以证明在一定数目的范围内,上式结果是成立的。这说明了图象经过处理后,输出信号增加 n 倍。

2. 信噪比

根据信息理论^[3],我们可以把每一个周期中的无规噪声分布表示成如下解析表达式:

$$N(x) = \sum_k g_k \frac{\sin(2\pi\omega x - k\pi)}{2\pi\omega x - k\pi}, \quad (2)$$

这里, x 为坐标, ω 为噪声带宽, g_k 为在第 k 个取样点的无规噪声值,它的方差为

$$\sigma^2 = \overline{(g_k - \bar{g}_k)^2}。 \quad (3)$$

假设一张带有无规噪声的图象,它的信号平均值为 $\overline{s(x, y)}$,根据对图象信噪比的定义,该图象的信噪比为

$$(S/N) = \frac{\overline{S(x, y)}}{\sigma}, \quad (4)$$

其中 σ 是表示信号的标准偏差。

通过卷积运算,每个周期结构中的无规噪声是由 n 个相邻周期结构中的无规噪声迭加而成。相邻周期结构的无规噪声可以写为

$$N_j(x) = \sum_k g_k^{(j)} \frac{\sin(2\pi\omega x - k\pi)}{2\pi\omega x - k\pi} \quad (j=1, 2, \dots, n)。 \quad (2')$$

最后可以推算出,处理后的信噪比为

$$(S/N)' = \sqrt{n} \frac{\overline{S(x, y)}}{\sigma}。 \quad (4')$$

这说明根据上述数学关系,平均运算法所得图象的信噪比提高为 \sqrt{n} 倍。

这一节讨论的原理对于相干光和非相干光处理系统全都适用。

三、滤波器的形式

在相干光处理系统中,对给定的处理图象,必须首先确定滤波器的形式。

假设对给定的处理图象信号是由有限个周期结构组成,它可以表达为

$$s(x, y) = \text{Rect}\left(\frac{x}{X_s}\right) \text{Rect}\left(\frac{y}{Y_s}\right) \left[f(x, y) \otimes \sum_{l, k=-\infty}^{\infty} \delta(x - l\Delta_x, y - k\Delta_y) \right], \quad (5)$$

这里 X_s, Y_s 分别表示矩形函数的宽度和高度, $X_s = N'_s \Delta_x$ 和 $Y_s = N''_s \Delta_y$, N'_s, N''_s 分别为 x, y 方向上的周期数。

对应于 N_m 个 δ 函数组成的膜片函数可以表示为

$$m(x, y) = \text{Rect}\left(\frac{x}{X_m}\right) \sum_{j=-\infty}^{\infty} \delta(x - j\Delta_x, y), \quad (6)$$

其中, $X_m = N_m \Delta_x$ 代表矩形函数的宽度。

利用卷积定理,可以把空间域的卷积运算变成频率域的乘积运算。所以必须先从对信号 $s(x, y)$ 和对掩膜的 $m(x, y)$ 进行傅里叶的频谱分析中得出滤波器的形式。

1. 信号图象频谱

$$S(u, v) = \mathcal{F}\{s(x, y)\} \\ = \sum_{l, k=-\infty}^{\infty} F\left(l \frac{1}{\Delta_x}, k \frac{1}{\Delta_y}\right) \sin C\left[\pi X_s\left(u - l \frac{1}{\Delta_x}\right)\right] \sin C\left[\pi Y_s\left(v - k \frac{1}{\Delta_y}\right)\right]. \quad (7)$$

此式说明信号图象频谱是由二维无限多个 $\sin C$ 函数组成。 $\sin C$ 函数的空间间隔及宽度可以从(7)式中确定。

2. 掩膜函数的频谱

$$M(u, v) = \mathcal{F}\{m(x, y)\} = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sin C\left[\pi X_m\left(u - j \frac{1}{\Delta_x}\right)\right] \quad (8)$$

说明掩膜频谱是由一维无限个 $\sin C$ 函数组成的。 $\sin C$ 函数列的空间间隔与宽度可以从(8)式中确定。

3. 滤波器形式

根据信号图象频谱及掩膜频谱, 可以近似地确定该系统的滤波器是由狭缝列组成的, 狭缝的宽度和间距可以从(7), (8)式中求出。利用这些关系, 对给定图象的处理, 所得到的信噪比提高极限为 $\sqrt{N_s}$ 。

本文以牛肝过氧化氢酶为例, 具体讨论了滤波器的形式及制作。牛肝过氧化氢酶的电镜图象如图 3 所示, 它的数学表达式为

$$s(x, y) = \text{Rect}\left(\frac{x}{X_s}\right) \text{Rect}\left(\frac{y}{Y_s}\right) \left\{ f_1(x, y) \otimes \sum_{l, k=-\infty}^{\infty} \delta(x - 2l\Delta_x, y - 2k\Delta_y) \right. \\ \left. + f_2(x, y) \otimes \sum_{l, k=-\infty}^{\infty} \delta\left[x - (2l+a)\Delta_x, y - (2k+b)\Delta_y\right] \right\}, \quad (9)$$

其中 $a\Delta_x$, $b\Delta_y$ 分别是 x , y 方向两行相对错开的距离。这里的 $f_1(x, y)$, $f_2(x, y)$ 分别表示交错两行的结构式。对它进行傅里叶变换后为

$$S(u, v) = \sin C(\pi X_s u) \sin C(\pi Y_s v) \otimes \left[F_1(u, v) \sum_{l, k=-\infty}^{\infty} \delta\left(u - l \frac{1}{2\Delta_x}, v - k \frac{1}{2\Delta_y}\right) \right. \\ \left. + F_2(u, v) \sum_{l, k=-\infty}^{\infty} \delta\left(v - l \frac{1}{2\Delta_x}, v - k \frac{1}{2\Delta_y}\right) \cdot e^{-i2\pi(a\Delta_x u + b\Delta_y v)} \right]. \quad (10)$$

根据电镜图象的观察和生物学的分析, 可以看出交错两行周期结构是相同的, $F_1(u, v) = F_2(u, v)$, 故上式又可以写为

$$S(u, v) = \sum_{l, k=-\infty}^{\infty} \sin C\left[\pi X_s\left(u - l \frac{1}{2\Delta_x}\right)\right] \sin C\left[\pi Y_s\left(v - k \frac{1}{2\Delta_y}\right)\right] \\ \cdot F\left(l \frac{1}{2\Delta_x}, k \frac{1}{2\Delta_y}\right) [1 + e^{-i2\pi(a\Delta_x u + b\Delta_y v)}]. \quad (10')$$

由(10')式可以确定图象频谱的极大值在

$$\begin{cases} u = l \frac{1}{2\Delta_x} \\ v = k \frac{1}{2\Delta_y} \end{cases} \quad (l, k = 0, 1, 2, \dots)$$

处。因此, 滤波器的表达式为

$$M(u, v) = \sum_{l, k=-\infty}^{\infty} \sin C\left[\pi X_s\left(u - l \frac{1}{2\Delta_x}\right)\right] \sin C\left[\pi Y_s\left(v - k \frac{1}{2\Delta_y}\right)\right] [1 + e^{-i2\pi(a\Delta_x u + b\Delta_y v)}]. \quad (11)$$

实际滤波器只需保留求和号内有限的几项就足够了,这是因为图象频谱中 $F\left(l \frac{1}{2\Delta_x}, k \frac{1}{2\Delta_y}\right)$ 随 l 和 k 的增加很快趋于 0。

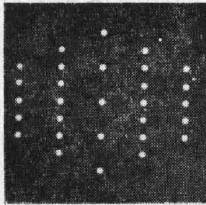


图 1 实验中使用的实际滤波器

实际制作滤波器时,通常把被处理的电镜图象先作光学傅里叶变换,并记录下它的频谱图,如图 4 所示。根据频谱图中的衍射点之间的相对尺寸大小,用圆点代替理论上计算的 $\sin C$ 函数点,成比例地放大画在纸上,然后用照相机拍摄并适当地加以缩小,从而得到所要求的滤波器(见图 1)。实验结果证实,制作滤波器时,只要取到第三级衍射点,即可得到满意的处理效果。

实验中得到的频谱图(图 4)与理论计算的(11)式一致,同时还可以看出它对应于(11)式中的 $a \neq 1, b = 1$ 的情况。由于 $b = 1$,所以在 $l = 0$ 的那一纵行,奇数点不出现(见图 1)。

由于未处理电镜图象的反差小,所以在滤波处理时要考虑去除直流问题。在我们实验中,将适当透过率的衰减片放置在滤波器的中心处,可明显地改进处理效果。

四、实验装置及处理结果

1. 相干光处理系统

(1) 实验装置

采用物体位于透镜之后的光学系统(见图 2)。它具有的优点是可变标度,对滤波器制作带来方便^[4],即对同一数学类型结构的电镜图象,只需一个滤波器。但对不同数学类型结构的电镜图象,由于频谱彼此不存在相似性关系,仍需一一制备滤波器。

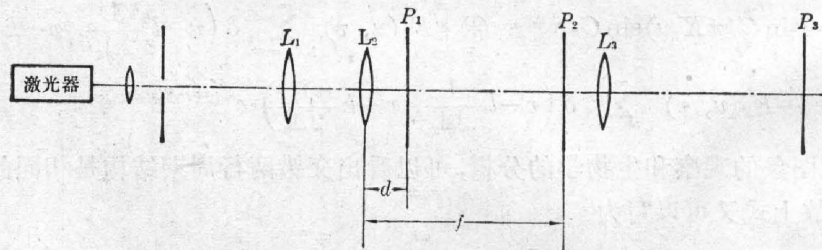


图 2 相干光处理系统的实验装置

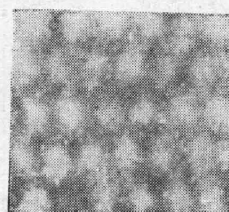
在图 2 的装置中, L_1 为准直透镜, L_2, L_3 为一对傅里叶变换透镜, P_1 平面放置被处理的图象, P_2 平面放置滤波器, P_3 平面为记录平面(它是 P_1 平面的象平面,其位置是随 d 而改变的)。

(2) 处理结果

利用这个系统处理了牛肝过氧化氢酶结晶的电镜图象。图 3 是未经处理的图象,图 4 是图 3 的频谱图,图 5 是处理后的图象。

2. 非相干光处理系统

在光学实验中,模拟 δ 函数的最好形式是透镜的焦点。因此,在非相干光处理系统中,用一排透镜列阵的焦点模拟 δ 函数(见图 6),该系统的成象分辨率相应于透镜焦点的大小,



(高放大倍数)

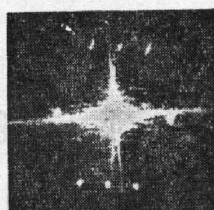


图4 图象光学频谱图(图中的十字线是由矩形函数产生的)

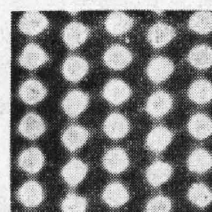
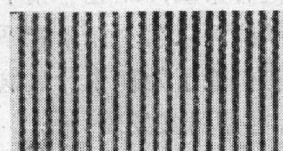
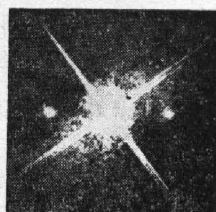


图5 处理后的电镜图象



(低放大倍数)

图3 未经处理的牛肝过氧化氢酶的电镜图象



从而改进了国外采用的灯泡列系统的分辨率。不过,这种系统要求 δ 函数列的间距十分精确,否则会影响图象的处理效果。

(1) 实验装置

在图6的装置中, P' 平面放置透镜列阵,透镜孔径为8mm,焦距为1.8cm,透镜间距为1.5cm,共用6个透镜。 P_1 平面存在焦点列阵,作为 δ 函数列。 P_2 平面放置被处理的图象,应该根据透镜的孔径和焦距以及被处理图象的孔径 D ,确定 u 的距离,以便使得被处理图象的孔径全部落在几个焦点的共同发散区内。 P_3 平面为记录平面。在 u 固定时,根据被处理图象的周期,调节 v ,可得到一个清晰的图象。

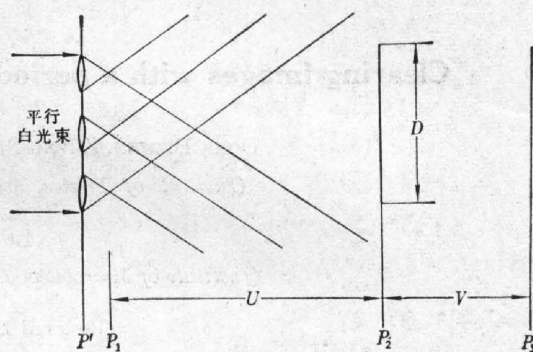


图6 非相干光系统的实验装置

该系统的优点是装置简单,对不同结构的图象都可直接处理,只要调节 u, v 量,而不必象相干光系统那样分别作空间滤波器。

(2) 处理结果

利用这个系统处理了牛肝过氧化氢酶结晶的电镜图象。图7是未经处理的图象(它与

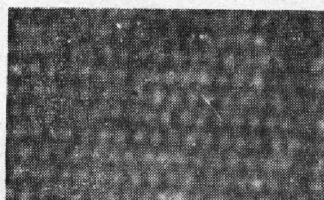


图7 未经处理的牛肝过氧化氢酶电镜图象

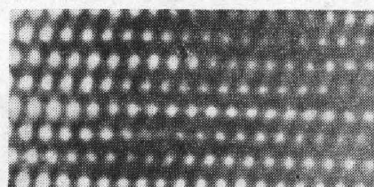


图8 处理后的电镜图象(图象中结构点大小不一,是由于电镜图象本身光强不均匀)

图 3 是一样的), 图 8 是处理后的图象。

五、讨 论

我们采用了相干光和非相干光系统处理图象, 均能达到满意的效果。但两个系统各有特点。对相干光处理系统, 第一, 可得到图象的频谱图, 它对生物结构的分析和研究具有参考价值。第二, 比起非相干光系统更易于二维处理和迭加更多的结构周期数。而非相干光处理系统可以避免相干光系统处理时带来的斑纹噪声。

我们除了处理牛肝过氧化氢酶结晶图象外, 还处理了肽结晶等的图象, 也获得了预期的结果, 将用另文发表。

参 考 文 献

- [1] R. D. B. Fraser *et al.*; *J. Ultrastructure Research*, 1970, **31**, No.3~4(May), 203.
- [2] R. C. Warren *et al.*; *J. Ultrastructure Research*, 1971, **36**, No. 5~6 (Sep), 861.
- [3] S. Goldman; *Information Theory* (Prentice Hall Inc., 1954).
- [4] J. W. Goodman; *Introduction to Fourier Optics* (Editor Mc Graw-Hall, 1968).

Clearing images with a periodic structure by optical method

DONG BIZHEN, ZHENG SHIHAI and PAN SHAOHUA

(*Institute of Physics, Academia Sinica, Beijing*)

LI QIN

(*Institute of Microbiology, Academia Sinica, Beijing*)

(Received 1 April 1980)

Abstract

Noisy images with a periodic structure can be cleared by utilizing optical periodic average method. In this paper the higher signal-to-noise ratio obtained by this processing method was discussed, the experimental apparatus was improved, the specific pattern of filter used in the coherent optical system and the experimental results were given.