

激光与光电子学进展

洛默尔高斯光束在梯度折射率介质中的传输特性

苏艳丽¹, 王渊博¹, 吉琳聪¹, 张存¹, 姜其畅^{1,2*}¹运城学院物理与电子工程系, 山西 运城 044000;²山西省光电信息科学与技术实验室, 山西 运城 044000

摘要 基于梯度折射率介质, 分析了洛默尔高斯光束的强度包络和传输特性, 给出了洛默尔高斯光束的强度表达式。高斯腰斑取值越小, 洛默尔高斯光束的非零区域越小即高斯光束的截断作用越明显; 半锥角取值越大, 光束的空间尺度越小; 拓扑荷数取值越大, 光束中心的暗斑尺寸越大。非对称参数可以改变洛默尔高斯光束的空间形态和对称特性, 随着非对称参数幅值的增加, 光强分布逐渐由圆对称改变为轴对称的双月结构, 随着非对称参数幅角的增大, 双月结构的对称轴呈现顺时针旋转的特性。洛默尔高斯光束在梯度折射率介质中传输时, 在一个传输周期内, 光束的相对强度分布没有变化, 只是光束尺度发生周期性聚焦变化, 而在自由空间中, 光束会很快演化为两个光斑。这些结果对研究洛默尔高斯光束的实际应用具有一定参考价值。

关键词 物理光学; 光场调控; 洛默尔高斯光束; 梯度折射率介质

中图分类号 O437 文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP230582

Propagation Characteristics of Lommel-Gaussian Beams in a Gradient-Index Medium

Su Yanli¹, Wang Yuanbo¹, Ji Lincong¹, Zhang Cun¹, Jiang Qichang^{1,2*}¹Department of Physics and Electronic Engineering, Yuncheng University, Yuncheng 044000, Shanxi, China;²Laboratory of Optoelectronic Information Science and Technology of Shanxi Province, Yuncheng 044000, Shanxi, China

Abstract The intensity envelopes and propagation characteristics of Lommel-Gaussian beams are investigated numerically based on gradient-index medium. The intensity expression of Lommel-Gaussian beams is provided. The zero-free region of Lommel-Gaussian beams decreases with decreasing spot of Gaussian beams, that is, the truncation effect of beams is more obvious. The spatial scale decreases with increasing half-cone angles and the hollow region of beam center increases with increasing topological charges. The spatial distribution and symmetry can be modulated by changing the asymmetric parameters. The intensity distribution of beams gradually changes from circular symmetry to axial-symmetry double-crescent pattern with increasing amplitude of asymmetric parameters and the symmetric axis of double-crescent pattern is rotated clockwise with increasing argument of asymmetric parameters. When the Lommel-Gaussian beams are propagating in a gradient-index medium, within a transmission cycle, the relative intensity distribution of beams has no change, only the beam scale has a periodic focus change. But in free space, the beam quickly evolves into two light spots. All results are helpful to study the application of Lommel-Gaussian beams.

Key words physical optics; light field modulation; Lommel-Gaussian beams; gradient-index medium

1 引言

衍射是光束传输过程中的自然属性, 基于激光在光通信等长距离传输领域应用的需要, 人们希望通过有效的技术手段来抑制光束的衍射。目前抑制光束衍

射的手段可以分成两类: 一是借助非线性方式, 比如利用光折变效应、克尔效应、强非局域介质的非线性抵消光束的自然衍射效应, 形成空间光孤子^[1-3]; 二是利用光场调控技术产生各类具有特殊空间结构的无衍射光场, 比如贝塞尔光束、马丢光束、韦伯光束、艾里光束、

收稿日期: 2023-02-06; 修回日期: 2023-02-26; 录用日期: 2023-03-07; 网络首发日期: 2023-03-10

基金项目: 山西省自然科学基金(201801D121023)、运城学院学科建设项目

通信作者: *jiangsir009@163.com

洛默尔光束等^[4-8]。其中,洛默尔光束是 Kovalev^[8]在 2015 年提出的,它可以看成是无穷多个贝塞尔光束的叠加,相比于贝塞尔或者其他具有轨道角动量的光束,洛默尔光束的轨道角动量可以通过非对称参数的变化而连续变化。随后洛默尔光束在自由空间、散射介质和梯度折射率介质中的传输特性被相继报道^[9-10]。

无衍射光场在数学形式上携带无穷大的能量,导致其无法在实验上直接产生,所以在实际中人们往往采用近似无衍射光束的形式,即通过增加截断因子或者采用高斯调制的方式来获得实验中的近似无衍射光束。基于此,贝塞尔高斯光束、艾里高斯光束、洛默尔高斯光束相继受到人们的关注^[11-16]。同时,梯度折射率介质是一种规则的、连续的非均匀介质,尤其是径向分布的梯度折射率介质应用较为广泛,其折射率的横向连续变化能够使入射光束产生波导效应和类透镜效应^[17]。目前,贝塞尔高斯光束和艾里高斯光束在梯度折射率介质中的传输特性^[18-19],以及洛默尔高斯光束在自由空间、海洋湍流中的传输特性^[20-22],但是洛默尔高斯光束在梯度折射率介质中的传输特性研究还较少,所以本文聚焦于梯度折射率介质,首先从柯林斯衍射积分公式导出洛默尔高斯光束在梯度折射率介质中任意传输距离处的表达式,然后对洛默尔高斯光束的强度包络特性及其传输特性进行了数值分析。

2 理论模型与研究方法

首先参照文献^[14]的方法,给出洛默尔高斯光束在柱面坐标系中的具体表达式。将洛默尔高斯光束的复振幅表示为

$$E(r, \varphi, z) = \frac{1}{q(z)} c^{-m} \exp \left[ikz - \frac{izk_r^2}{2kq(z)} - \frac{r^2}{\omega^2 q(z)} \right] \cdot U_m \left[\frac{ck_r r \exp(i\varphi)}{q(z)}, \frac{k_r r}{q(z)} \right], \quad (1)$$

式中: E 为洛默尔高斯光束的复振幅, r, φ, z 分别为光束的径向位置、角向位置和传输距离; $q(z) = 1 + iz/z_0$, $z_0 = k\omega^2/2$,为瑞利距离; c 为非对称复参数,基于收敛性要求 $|c| < 1$; m 取整数,为洛默尔高斯光束的拓扑荷数即轨道角动量取值;波数 $k = 2\pi/\lambda$ 满足 $k^2 = k_z^2 + k_r^2$,其中 $k_r = k \sin \beta$, $k_z = k \cos \beta$, k_z 和 k_r 分别是纵向和横向的波矢分量, β 是入射光束的半锥角, λ 是真空波长, ω 是光束的束腰半径; $U_m(\cdot, \cdot)$ 为洛默尔函数,可以表示为

$$U_m(\sigma, \tau) = \sum_{p=0}^{\infty} (-1)^p (\sigma/\tau)^{m+2p} J_{m+2p}(\tau), \quad (2)$$

式中: $J_{m+2p}(\cdot)$ 表示 $m+2p$ 阶第一类贝塞尔函数; σ 和 τ 是给定的两个变量。

将式(2)代入式(1),可以导出洛默尔高斯光束的复振幅

$$E(r, \varphi, z) = \frac{1}{q(z)} \exp \left[ikz - \frac{izk_r^2}{2kq(z)} - \frac{r^2}{\omega^2 q(z)} \right] \cdot \sum_{p=0}^{\infty} (ic)^{2p} \exp [i(m+2p)\varphi] J_{m+2p} \left[\frac{k_r r}{q(z)} \right]. \quad (3)$$

从式(3)可以看出,洛默尔高斯光束可以看作多个贝塞尔高斯光束的线性叠加,其中贝塞尔高斯光束具有不同的阶数和相同的横向波数。在初始入射平面即 $z=0$ 处的洛默尔高斯光束可以简化为

$$E_0(r_0, \varphi_0, z=0) = \exp \left(-\frac{r_0^2}{\omega_0^2} \right) \sum_{p=0}^{\infty} (ic)^{2p} \exp [i(m+2p)\varphi_0] J_{m+2p}(k_r r_0). \quad (4)$$

利用式(4)可以分析入射光束的强度包络特性。为研究洛默尔高斯光束的传输特性,从柯林斯衍射积分出发,导出洛默尔高斯光束在 $ABCD$ 矩阵光学系统中任意传输距离处的表达式

$$E(r, \varphi, z) = \frac{-ik}{2\pi B} \iint_{s_0} E_0(r_0, \varphi_0, 0) \times \exp \left\{ \frac{ik}{2B} [Ar_0^2 + Dr^2 - 2r_0 r \cos(\varphi_0 - \varphi)] \right\} r_0 dr_0 d\varphi_0, \quad (5)$$

式中的 A, B, D 是光学系统传输矩阵的矩阵元。将式(4)代入式(5)可以得到

$$E(r, \varphi, z) = \exp(ik'z) \times \sum_{p=0}^{\infty} (ic)^{2p} \exp(i\varphi) \left(\frac{q_0}{B + Aq_0} \right) J_l \left(\frac{k_r r}{A + B/q_0} \right) \cdot \exp \left[\frac{-B}{4q_0} \frac{k_r^2 \omega_0^2}{(A + B/q_0)} \right] \exp \left[\frac{ikDr^2}{2B} - \frac{ikq_0 r^2}{2B(Aq_0 + B)} \right], \quad (6)$$

式中: $k' = nk$ 表示光束在一定介质中传输的波数; $l = m + 2p$ 。式(6)的结果与具体的光学系统即 $ABCD$ 矩阵元的取值有关,如果分析的是自由空间,则

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

如果分析的是梯度折射率介质,则介质的 $ABCD$ 传输矩阵为

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(z/\gamma) & \frac{\gamma \sin(z/\gamma)}{n_0} \\ -\frac{n_0 \sin(z/\gamma)}{\gamma} & \cos(z/\gamma) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

其中,折射率分布规律为

$$n = n_0 \left(1 - \frac{r^2}{2\gamma^2} \right), \quad (9)$$

式中: γ 为折射率分布因子,在本文中取 $\gamma = 0.05$ ^[10]; n_0 为介质对称轴上的折射率。

如果利用梯度折射率介质矩阵元素之间的特殊关系,式(6)还可以进一步简化为

$$E(r, \varphi, z) = \exp(ik'z) \times \sum_{p=0}^{\infty} (ic)^{2p} \cdot \exp(il\varphi) \left(\frac{q_0}{B + Aq_0} \right) J_l \left(\frac{k_r r}{A + B/q_0} \right) \cdot \exp \left[\frac{-B}{4q_0} \frac{k_r^2 \omega_0^2}{(A + B/q_0)} \right] \exp \left[-\frac{Cq_0 + D}{Aq_0 + B} \frac{q_0 r^2}{\omega_0^2} \right], \quad (10)$$

根据式(10)可以对光束在梯度折射率介质中的传输特

性进行数值分析。

3 数值结果与分析

3.1 光束强度包络特性

首先利用式(4)分析洛默尔高斯光束的归一化强度包络受各参数控制的特性。取拓扑荷数 $m = 2$, 半锥角 $\beta = 10^\circ$, 非对称参数 $c = 0.9$, 波长 $\lambda = 0.532 \mu\text{m}$, 改变光束高斯腰斑 ω_0 的取值, 得到图 1。可以看到, 随着高斯腰斑取值的减小, 高斯函数的截断作用就越明显, 即洛默尔高斯光束的非零尺度越小。

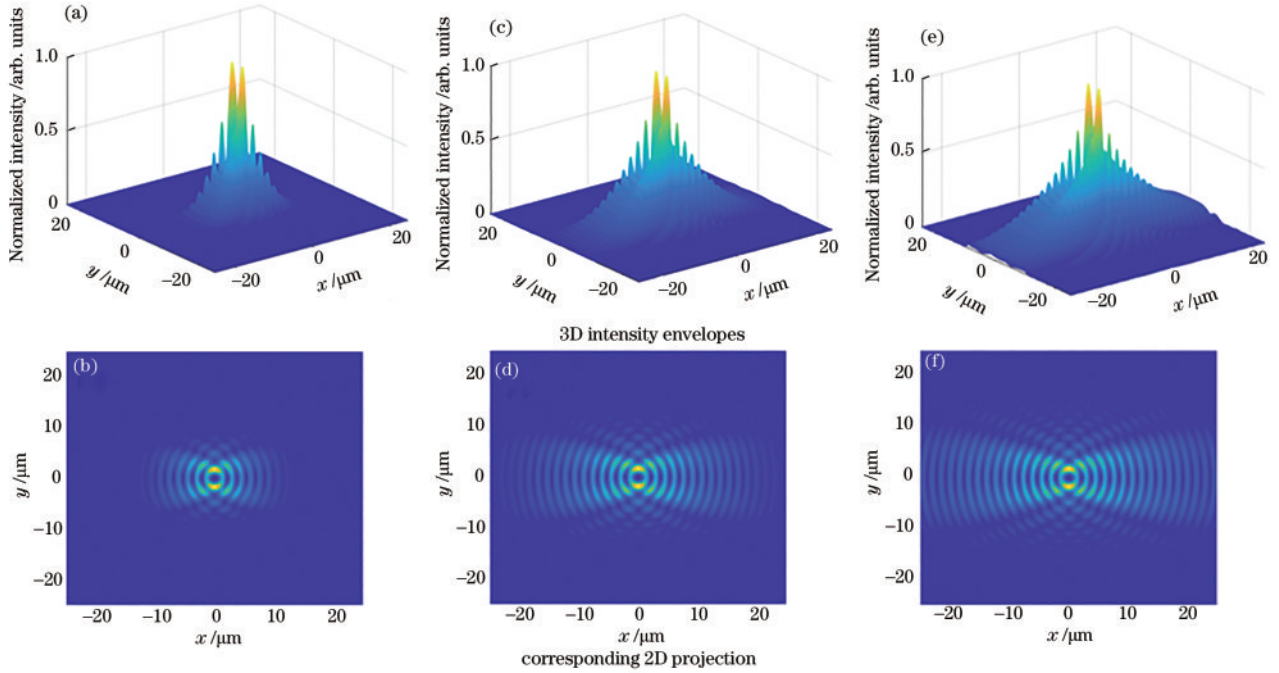


图 1 洛默尔高斯光束的三维强度包络和对应的二维投影图。(a)(b) $\omega_0 = 10 \mu\text{m}$; (c)(d) $\omega_0 = 20 \mu\text{m}$; (e)(f) $\omega_0 = 30 \mu\text{m}$
 Fig. 1 Three-dimensional intensity envelopes of Lommel-Gaussian beams and corresponding two-dimensional projection drawing.
 (a) (b) $\omega_0 = 10 \mu\text{m}$; (c) (d) $\omega_0 = 20 \mu\text{m}$; (e) (f) $\omega_0 = 30 \mu\text{m}$

然后, 取高斯腰斑 $\omega_0 = 20 \mu\text{m}$, 改变半锥角 β 的取值, 可以看到半锥角实际上是洛默尔高斯光束的尺度参数, 随着半锥角的加大, 光束尺度反而减小, 如图 2 所示。再取半锥角 $\beta = 5^\circ$, 高斯腰斑 $\omega_0 = 20 \mu\text{m}$, 改变扑荷数 m 的取值, 可以得到图 3, 洛默尔高斯光束中心

暗斑的尺寸随着扑荷数取值的增加而增大, 与一般涡旋光束的情况一致。

根据上面的数值模拟结果, 取 $m = 2, \beta = 5^\circ, \omega_0 = 20 \mu\text{m}$, 改变非对称参数 c 的取值, 可以看到 $|c|$ 较小时光束强度分布接近圆对称, $|c|$ 较大时光束呈现双月分

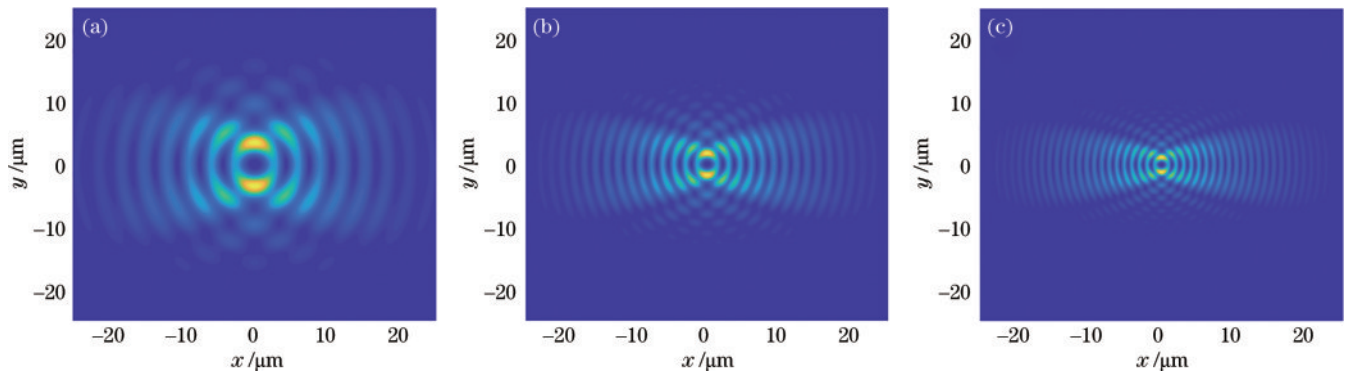


图 2 不同半锥角取值下, 洛默尔高斯光束的二维投影图。(a) $\beta = 5^\circ$; (b) $\beta = 10^\circ$; (c) $\beta = 15^\circ$

Fig. 2 Two-dimensional projection drawing of Lommel-Gaussian beams with different half-cone angles. (a) $\beta = 5^\circ$; (b) $\beta = 10^\circ$; (c) $\beta = 15^\circ$

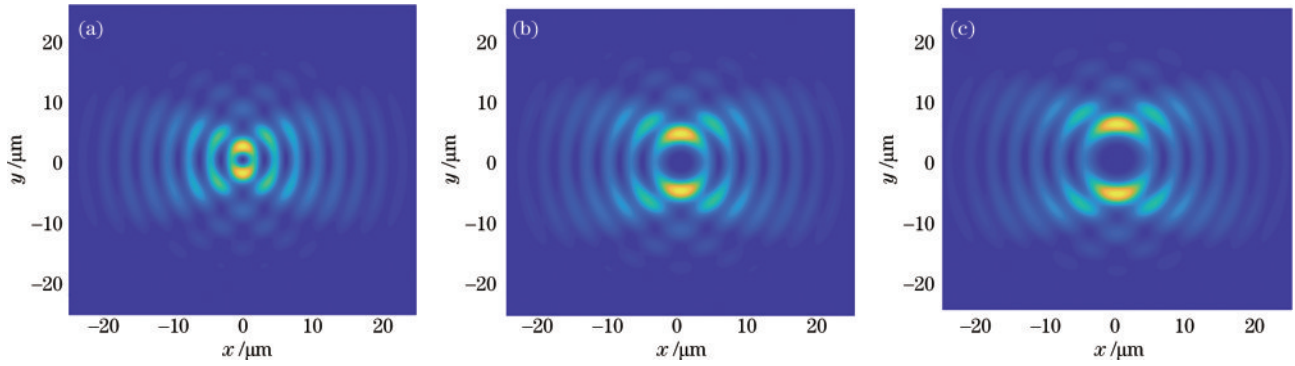


图 3 不同拓扑荷数取值下,洛默尔高斯光束的二维投影图。(a) $m = 1$; (b) $m = 3$; (c) $m = 4$

Fig. 3 Two-dimensional projection drawing of Lommel-Gaussian beams with different topological charges. (a) $m = 1$; (b) $m = 3$; (c) $m = 4$

布,如图 4(a)~(c)所示,这种双月式的光强分布在生物微粒捕获和导引方面具有优势。此外,双月式光强分布下对称轴的方向可以通过改变非对称参数的幅角而发生旋转,随着幅角的逐渐加大,对称轴表现出顺时

针旋转的特征,如图 4(d)~(i)所示。

3.2 传输特性

利用式(10)继续分析洛默尔高斯光束的传输特性,光束与传输介质即 ABCD 矩阵光学系统之间相对位置

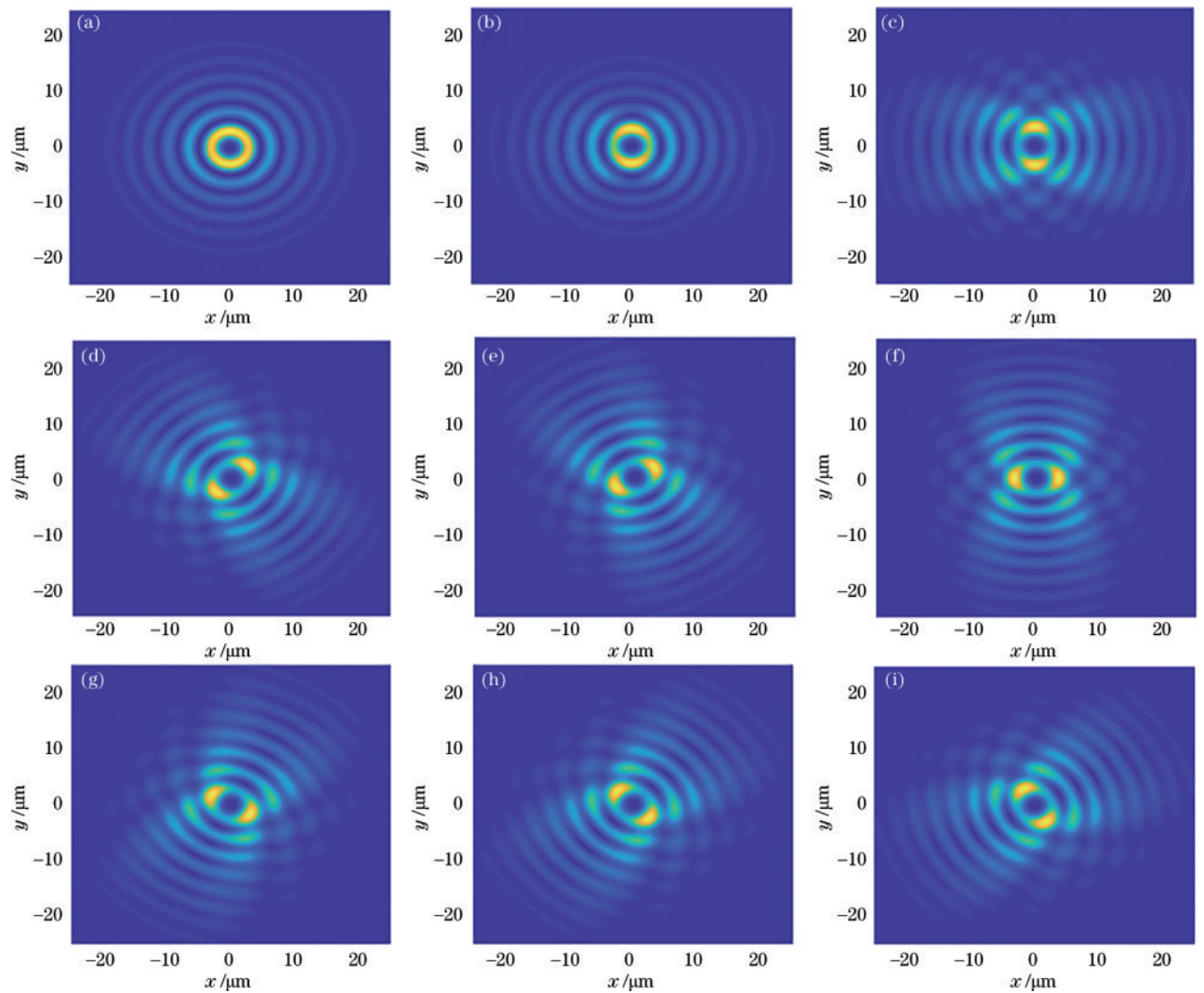


图 4 不同非对称参数下,洛默尔高斯光束的二维投影图。(a) $c = 0.3$; (b) $c = 0.6$; (c) $c = 0.9$; (d) $c = 0.9\exp(i\pi/4)$;

(e) $c = 0.9\exp(i\pi/3)$; (f) $c = 0.9\exp(i\pi/2)$; (g) $c = 0.9\exp(i2\pi/3)$; (h) $c = 0.9\exp(i3\pi/4)$; (i) $c = 0.9\exp(i5\pi/6)$

Fig. 4 Two-dimensional projection drawing of Lommel-Gaussian beams with different asymmetric parameters. (a) $c = 0.3$; (b) $c = 0.6$;

(c) $c = 0.9$; (d) $c = 0.9\exp(i\pi/4)$; (e) $c = 0.9\exp(i\pi/3)$; (f) $c = 0.9\exp(i\pi/2)$; (g) $c = 0.9\exp(i2\pi/3)$; (h) $c = 0.9\exp(i3\pi/4)$;

(i) $c = 0.9\exp(i5\pi/6)$

如图 5 所示。洛默尔高斯光束可以看作多个贝塞尔高斯光束的线性叠加,各个贝塞尔高斯光束在介质的前表面构成一锥面,并以相同的角度即半锥角 β 入射。

首先考虑 ABCD 矩阵光学系统为梯度折射率介质,分析洛默尔高斯光束在一个传输周期即 $L = 2\pi\gamma$ 内的传输情况。从式 (8) 可以分析得到, $z = [(2q + 1)L] / 4$ ($q = 0, 1, 2, \dots$) 为光束传输的奇点位置,在计算奇点位置光强分布时偏移 $0.01L$ ^[10]。图 6

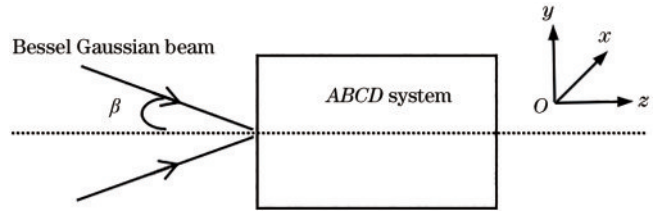


图 5 光束传输示意图

Fig. 5 Schematic representation of beam propagation

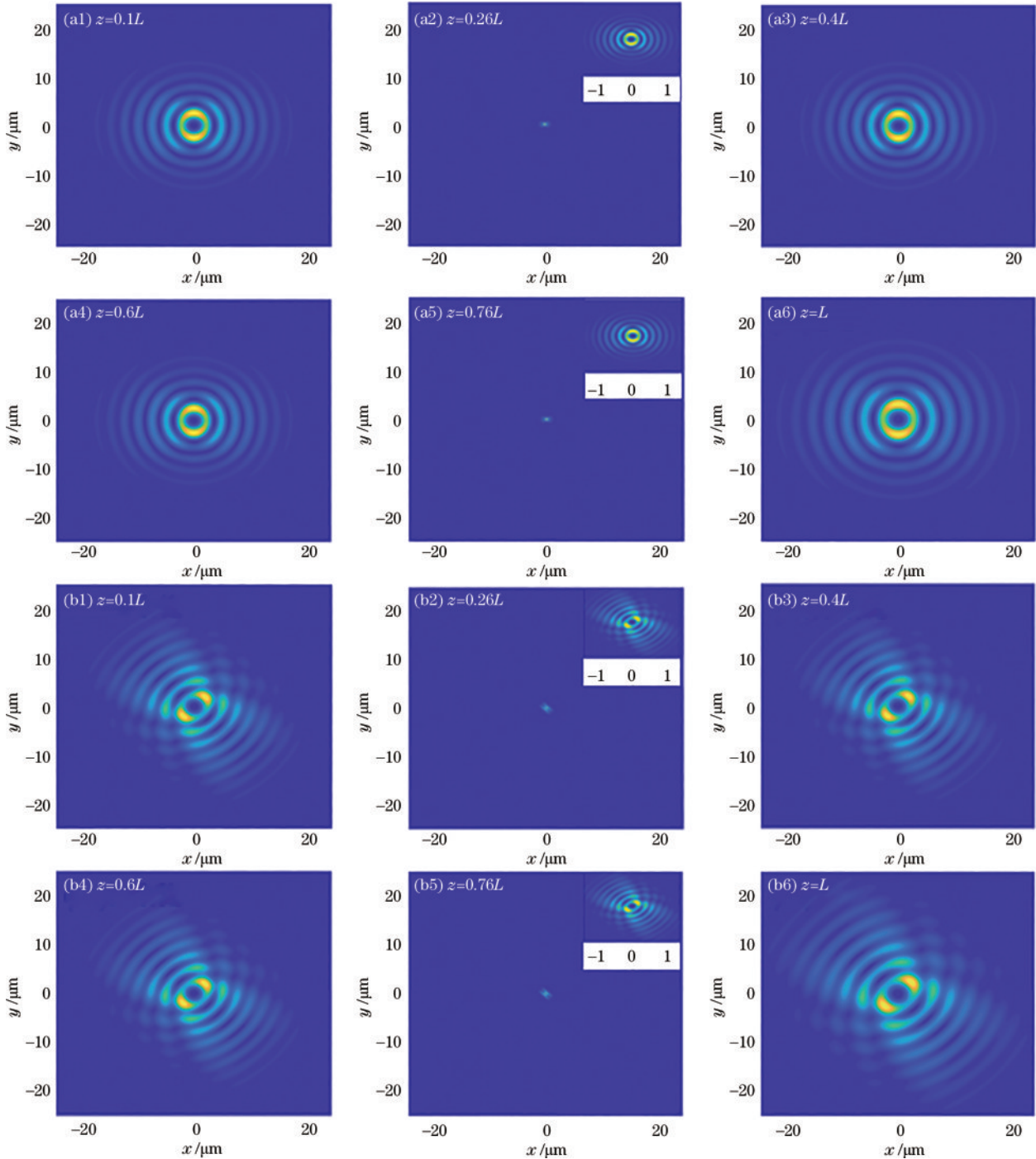


图 6 不同传输距离处,洛默尔高斯光束的横向强度分布 ($m = 2, \beta = 5^\circ, \omega_0 = 20 \mu\text{m}$)。(a1)~(a6) $c=0.6$;(b1)~(b6) $c=0.9\exp(i\pi/4)$
Fig. 6 Transverse intensity distribution of the Lommel-Gaussian beams at different propagations ($m = 2, \beta = 5^\circ, \omega_0 = 20 \mu\text{m}$). (a1)~(a6) $c=0.6$;
(b1)~(b6) $c=0.9 \exp(i\pi/4)$

是洛默尔高斯光束在不同传输距离处的归一化横向截面图,图 6(a1)~(a6)的非对称参数 $c = 0.6$,图 6(b1)~(b6)的非对称参数 $c = 0.9\exp(i\pi/4)$ 。从图中可以看到:在一个传输周期内,强度分布表现出奇点附近的对称性[图 6(a1)和 6(a3)、6(b1)和 6(b3)]以及两个奇点的对称性[图 6(a2)和 6(a5)、6(b2)和 6(b5)];同时,奇

点附近的强聚焦只是光斑尺寸的聚焦,并不影响光强的相对分布(放大的内插图),这些结果与洛默尔光束的情况相一致^[10]。

如果将 ABCD 矩阵元素取式(7)的形式,就可以分析洛默尔高斯光束在自由空间中的传输特性,如图 7 和图 8 所示,图中(d)、(e)和(f)分别是(a)、(b)和

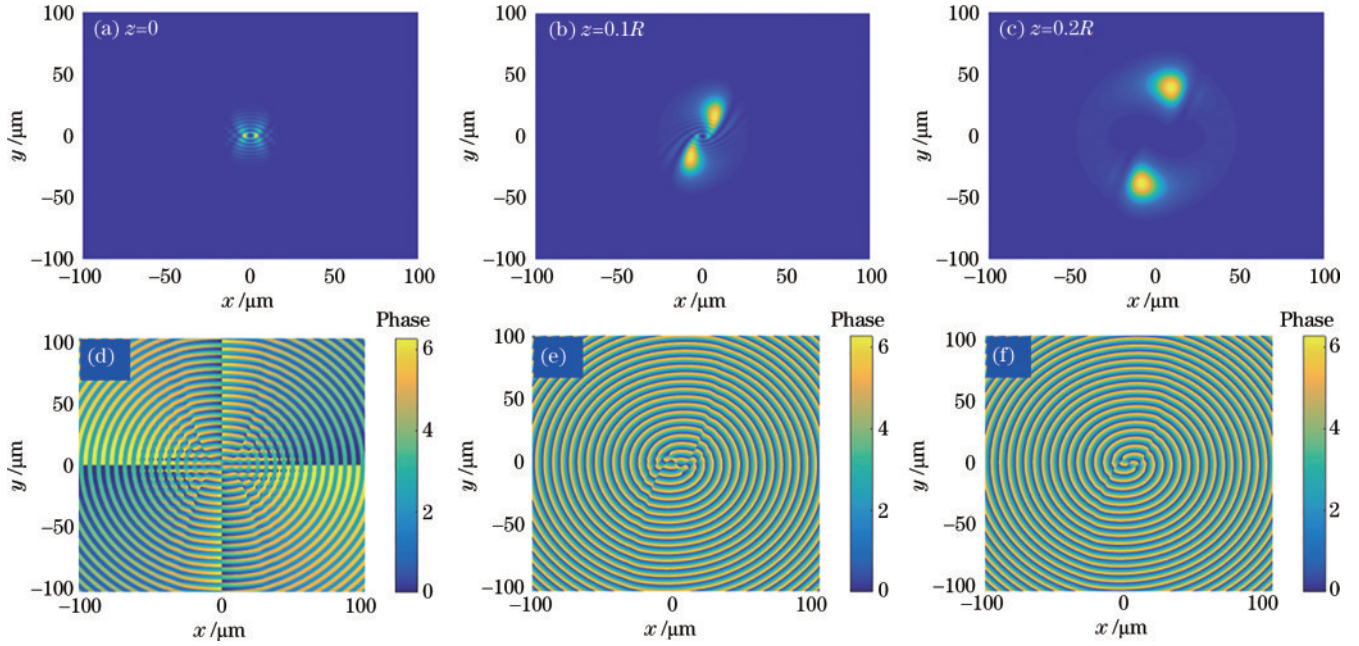


图 7 洛默尔高斯光束在自由空间的传输特性 [$m = 2, \beta = 5^\circ, \omega_0 = 20 \mu\text{m}, c = 0.9\exp(i\pi/2)$]。(a)~(c)二维投影图;(d)~(f)对应的相位分布图

Fig. 7 Propagation characteristics of the Lommel-Gaussian beams in free space [$m = 2, \beta = 5^\circ, \omega_0 = 20 \mu\text{m}, c = 0.9\exp(i\pi/2)$]. (a)~(c) Two-dimensional projection drawing; (d)~(f) corresponding phase distribution map

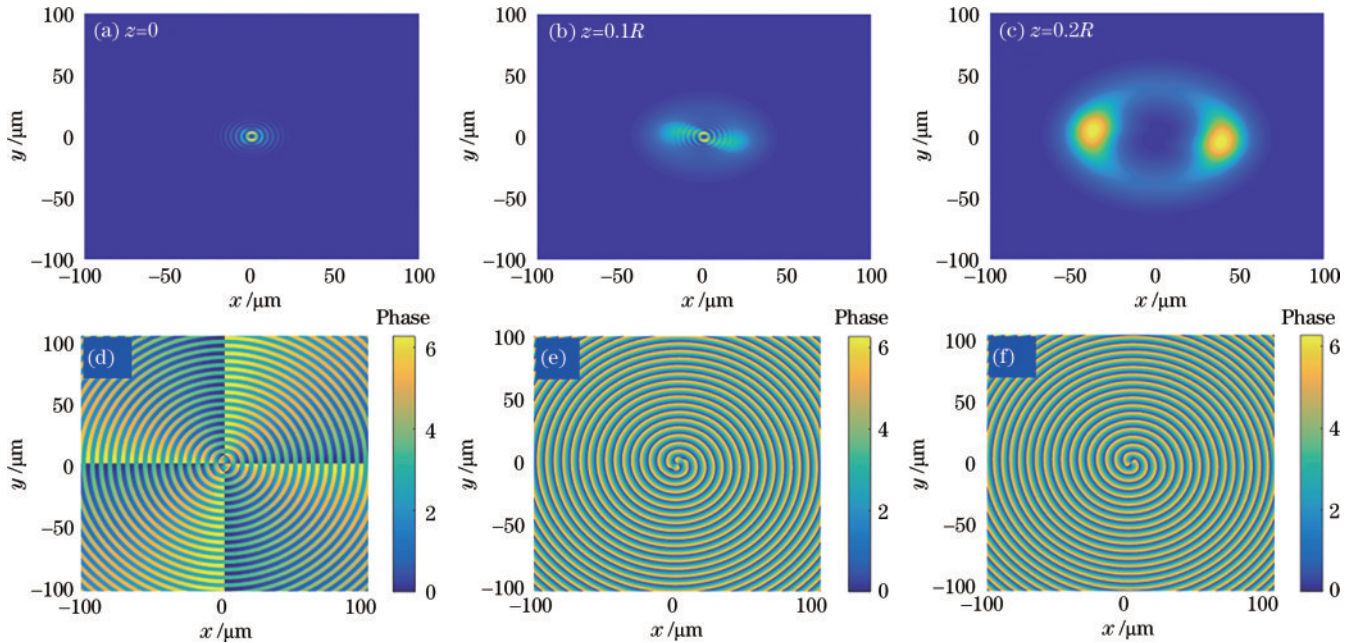


图 8 洛默尔高斯光束在自由空间的传输特性 ($m = 2, \beta = 5^\circ, \omega_0 = 20 \mu\text{m}, c = 0.6$)。(a)~(c)二维投影图;(d)~(f)对应的相位分布图

Fig. 8 Propagation characteristics of the Lommel-Gaussian beams in free space ($m = 2, \beta = 5^\circ, \omega_0 = 20 \mu\text{m}, c = 0.6$). (a)~(c) Two-dimensional projection drawing; (d)~(f) corresponding phase distribution map

(c)对应的相位分布图, R 是指瑞利距离。可以看到,与梯度折射率介质中的情况不同,洛默尔高斯光束在自由空间中传输时,光强分布形态将发生变化,不管非对称参数如何取值,光束在较短传输距离处(约 $0.1R$)就可以演化为两个亮斑的情况,之后,随着传输距离的增加,两个亮斑的间隔逐渐变大。初步分析出现这种差异的原因源于洛默尔高斯光束本身携带的轨道角动量作用。光束在自由空间传输时,轨道角动量会引起场分布的旋转,而在梯度折射率介质中传输时,介质的周期性及类透镜效应在一定程度上会抑制旋转效应,更详细的原因分析还有待进一步研究。

4 结 论

对洛默尔高斯光束在不同参数下的强度包络以及光束在梯度折射率介质和自由空间的传输特性进行了数值分析。分析了光束腰斑、半锥角、拓扑荷数和不对称参数对光束强度包络的影响,发现可以通过不同参数的选取获得不同空间形态的洛默尔高斯光束。从柯林斯衍射积分公式导出了洛默尔高斯光束在梯度折射率介质中传输的光场表达式,分析了不同非对称参数下,光束在一个传输周期中的传输特性。本文的研究进一步丰富了洛默尔相关光束的理论研究,对研究洛默尔高斯光束的实际应用具有一定参考价值。

参 考 文 献

- [1] 陈志刚,许京军,胡毅,等.自加速光的调控及其新奇应用[J].光学学报,2016,36(10):1026009.
Chen Z G, Xu J J, Hu Y, et al. Control and novel applications of self-accelerating beams[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(10): 1026009.
- [2] Kartashov Y V, Malomed B A, Konotop V V, et al. Stabilization of spatiotemporal solitons in Kerr media by dispersive coupling[J]. Optics Letters, 2015, 40(6): 1045-1048.
- [3] Deng D M, Zhao X, Guo Q, et al. Hermite-Gaussian breathers and solitons in strongly nonlocal nonlinear media[J]. Journal of the Optical Society of America B, 2007, 24(9): 2537-2544.
- [4] Durmin J. Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1987, 4(4): 651-654.
- [5] Gutiérrez-Vega J C, Iturbe-Castillo M D, Chávez-Cerda S. Alternative formulation for invariant optical fields: Mathieu beams[J]. Optics Letters, 2000, 25(20): 1493-1495.
- [6] Bandres M A, Gutiérrez-Vega J C, Chávez-Cerda S. Parabolic nondiffracting optical wave fields[J]. Optics Letters, 2004, 29(1): 44-46.
- [7] Siviloglou G A, Broky J, Dogariu A, et al. Observation of accelerating airy beams[J]. Physical Review Letters, 2007, 99(21): 213901.
- [8] Kovalev A A, Kotlyar V V. Lommel modes[J]. Optics Communications, 2015, 338: 117-122.
- [9] Belafhal A, Ez-zariy L, Hricha Z. A study of nondiffracting Lommel beams propagating in a medium containing spherical scatterers[J]. Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, 2016, 184: 1-7.
- [10] Hui Y F, Cui Z W, Song P. Propagation characteristics of non-diffracting Lommel beams in a gradient-index medium[J]. Waves in Random and Complex Media, 2021, 31(6): 2514-2524.
- [11] Thakur V, Kumar S, Kant N. Self-focusing of a Bessel-Gaussian laser beam in plasma under density transition[J]. Journal of Nonlinear Optical Physics & Materials, 2022: 388.
- [12] 陈卫军,卢克清,惠娟利,等.饱和非线性介质中艾里-高斯光束的传输与相互作用[J].物理学报,2016,65(24):244202.
Chen W J, Lu K Q, Hui J L, et al. Propagation and interactions of Airy-Gaussian beams in saturable nonlinear medium[J]. Acta Physica Sinica, 2016, 65(24): 244202.
- [13] Jiang Q C, Su Y L, Ma Z W, et al. Propagation properties of Airy-Gaussian beams in centrosymmetric photorefractive media[J]. Journal of Modern Optics, 2018, 65(19): 2243-2249.
- [14] Kovalev A A, Kotlyar V V. Family of three-dimensional asymmetric nonparaxial Lommel modes[J]. Proceedings of SPIE, 2015, 9448: 944828.
- [15] 李怡,楚兴春,唐翰玲,等.有限能量艾里光束的传输演化特性[J].激光与光电子学进展,2022,59(13):1326001.
Li Y, Chu X C, Tang H L, et al. Propagation and evolution properties of finite energy airy beams[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2022, 59(13): 1326001.
- [16] 张家宁,陈卫军,赵鹏.基于分数阶效应的饱和非线性介质中艾里高斯光束的传输与交互[J].光学学报,2022,42(15):1519001.
Zhang J N, Chen W J, Zhao P. Propagation and interaction of Airy-Gaussian beams in saturable nonlinear medium based on fractional effect[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(15): 1519001.
- [17] Adiazola J, Goodman R H. Optimal control approach to gradient-index design for beam reshaping[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2022, 39(5): 907-915.
- [18] Pei S X, Xu S S, Cui F P, et al. Propagation of a Bessel-Gaussian beam in a gradient-index medium[J]. Applied Optics, 2019, 58(4): 920-926.
- [19] Deng D M. Propagation of Airy-Gaussian beams in a quadratic-index medium[J]. The European Physical Journal D, 2011, 65(3): 553-556.
- [20] Tu J L, Wang X Y, Yu X, et al. Free space realization of the symmetrical tunable auto-focusing Lommel Gaussian vortex beam[J]. Annalen der Physik, 2022, 534(2): 2100419.
- [21] Li Y, Zhang Y X, Zhu Y. Lommel-Gaussian pulsed beams carrying orbital angular momentum propagation in asymmetric oceanic turbulence[J]. IEEE Photonics Journal, 2020, 12(1): 7900915.
- [22] Suo Q B, Han Y P, Cui Z W. The spectral properties of a partially coherent Lommel-Gaussian beam in turbulent atmosphere[J]. Optics & Laser Technology, 2020, 123: 105940.