激光写光电子学进展

基于多层级最小外包矩形规则建筑物轮廓线提取

李纲¹,刘科^{2*},马洪超³,张良⁴,元佳林³ ¹西安测绘研究所地理信息工程国家重点实验室,陕西西安710054; ²武汉轻工大学电气与电子工程学院,湖北武汉430048; ³武汉大学遥感信息工程学院,湖北武汉430079; ⁴湖北大学资源环境学院,湖北武汉430062

摘要 建筑物轮廓线是各类应用的数据源,但散乱、不规则激光点云数据给轮廓线提取带来了难度。针对上述问题,提出一种基于多层级最小外包矩形规则建筑物轮廓线提取方法,首先使用迭代区域增长算法对轮廓点进行分组,根据点数最多的一组确定初始最小外包矩形。再对初始最小外包矩形进行多层级分解,使轮廓点与不同层级最小外包矩形重合,最后根据不同层级最小外包矩形生成轮廓线。使用Vaihingen城区中规则建筑物进行实验,实验结果表明:与最小面积方法与最大重叠度方法相比,所提方法能准确确定初始最小外包矩形,且提取效率得到略微提高。提取的轮廓线角点均方根误差为0.71 m,优于其他4种方法。所提方法可快速提取规则建筑物轮廓线,有利于后续三维重建。
 关键词 机载激光雷达;建筑物;最小外包矩形;多层级分解;轮廓线提取
 中图分类号 TP237 文献标志码 A

Regular Building Outline Extraction Based on Multi-Level Minimum Bounding Rectangle

Li Gang¹, Liu Ke^{2*}, Ma Hongchao³, Zhang Liang⁴, Yuan Jialin³

¹State Key Laboratory of Geo-Information Engineering, Xi'an Research Institute of Surveying and Mapping, Xi'an 710054, Shaanxi, China;

²School of Electrical and Electronic Engineering, Wuhan Polytechnic University, Wuhan 430048, Hubei, China;
 ³School of Remote Sensing and Information Engineering, Wuhan University, Wuhan 430079, Hubei, China;
 ⁴Faculty of Resources and Environmental Science, Hubei University, Wuhan 430062, Hubei, China

Abstract Building outlines serve as data sources for various applications. However, accurately extracting outlines from scattered and irregular point clouds presents a challenge. To address this issue, a method utilizing the concept of the multi-level minimum bounding rectangle (MBR) is proposed for extracting precise outlines of regular buildings. Initially, the boundary points are segmented into groups using an iterative region growing technique. Subsequently, the group with the maximum boundary points is utilized to identify the initial MBR. The initial MBR is then decomposed into multi-level rectangles, ensuring that the boundary points align with rectangles of different levels. Ultimately, the outlines are conducted on regular buildings in Vaihingen. The results demonstrate that the proposed method, experiments were conducted on regular buildings in Vaihingen. The results demonstrate that the proposed method achieves an accurate initial MBR with a slightly enhanced efficiency compared to the minimum area and the maximum overlapping methods. The root mean square errors of the extracted outline corners measure 0.71 m, surpassing the performance of four other comparison methods. In conclusion, the proposed method enables the effective extraction of outlines from regular buildings, providing a valuable contribution to subsequent three-dimensional reconstruction tasks.

Key words light detection and ranging; building; minimum bounding rectangle; multi-level decomposition; outline extraction

收稿日期: 2023-03-07;修回日期: 2023-04-06;录用日期: 2023-04-23;网络首发日期: 2023-05-03

基金项目:国家重点研发计划项目(2018YFB0504500)、武汉轻工大学科研项目(2022RZ003)

通信作者: *liuke@whpu.edu.cn

研究论文

先进成像

.....

1引言

建筑物轮廓线是一种矢量数据,也是其他各种应 用的数据源,如建筑物变化检测、数字地图更新、三维 城市重建等^[1-3]。机载激光雷达(Light detection and ranging, LiDAR)可以采集地物表面高精度点云数据, 与遥感影像相比,其不受外界天气环境影响^[4-5],这使 得从LiDAR点云数据中提取建筑物轮廓线成为当前 的一种主流方式。与影像数据相比,LiDAR获取的点 云数据散乱不规则,这给LiDAR点云提取建筑物轮廓 线带来挑战。

从LiDAR点云数据中提取建筑物轮廓线在过去 数十年间一直是研究热点,提取建筑物轮廓线的方法 可以分为关键点选择法、主方向法与最小外包矩形 (Minimum bounding rectangle, MBR)法^[6-10]。关键点 选择法从原始轮廓点中选择能够反映建筑物形状的关 键点,典型代表有道格拉斯-普克(Douglas-Peuker, DP)算法^[8]。该算法将首尾两点连接成线,再计算首 尾两点之间所有点到该线的垂直距离,并找到距离最 大的点。若最大距离小于给定的距离阈值,则舍弃中 间所有点;否则以该点为界,将点划分成两部分,再重 复上述步骤,直至检测出所有关键点^[7]。Sampath^[11]使 用DP算法得到一定长度的轮廓线,再利用相邻线段 相交得到轮廓线角点。DP算法获取的轮廓线段一般 不满足平行、垂直几何关系^[12]。建筑物主方向法根据 建筑物主方向对轮廓线段进行调整,达到生成规则轮 廓线的目的^[13]。Awrangjeb^[14]使用追踪算法将轮廓线 段划分成多组,再将提取的初始轮廓线段根据主方向 进行调整,得到建筑物轮廓线。郭亚栋^[15]首先使用DP 算法提取关键轮廓点,再使用随机抽样一致性算法简 化轮廓线,最后使用方向预测算法对轮廓线进行规则 化处理。建筑物主方向法适用于规则与不规则建筑 物,但其受噪声、轮廓点以及点云密度影响,且设置参 数过多。MBR法是将建筑物分解成多个小矩形,

第 61 卷第 8 期/2024 年 4 月/激光与光电子学进展

Habib^[16]使用 MBR 表示简单结构建筑物轮廓线, Kwak^[17]使用递归 MBR 对建筑物轮廓线进行规则化。 MBR法适用于提取规则建筑物轮廓线,且提取的轮廓 线较为理想,尤其在点云数据部分缺失情况下仍可准 确提取建筑物轮廓线,但初始 MBR 受建筑物形状、点 云影响,估算不准确,且计算效率低。

针对现有 MBR 法提取初始 MBR 不准确、效率低,导致轮廓线提取错误的问题,本文提出一种基于多 层级 MBR 方法提取规则建筑物轮廓线。首先使用 Alpha Shapes 算法提取建筑物外轮廓点,再使用迭代 区域增长对轮廓点进行分组,以点数最多的一组点确 定初始 MBR。最后对初始 MBR 进行多层级分解,根 据不同级 MBR生成建筑物轮廓线。选取 Vaihingen城 区规则建筑物进行实验,实验结果表明:与最小面积方 法与最大重叠度方法相比,所提方法克服无法准确确 定初始 MBR 的缺陷,同时提取效率分别提高6倍与 16倍。

2 方 法

规则建筑物轮廓线提取方法包括3部分:1)分组 轮廓点;2)确定初始MBR;3)多层级分解初始MBR。

2.1 分组轮廓点

先将建筑物点投影到二维平面上,再采用 Alpha Shapes^[18]算法提取轮廓点,提取结果如图 1(a)所示。 将属于同一线段的轮廓点划分到同一组,采用迭代区 域增长算法对轮廓点进行分组。在轮廓点分组前需要 估算每个点的局部拟合直线方程与拟合误差。对任意 轮廓点 P 及其 n 个近邻点集 $N_p = \{ p_1(x_1, y_1, z_1), \cdots, p_n(x_n, y_n, z_n) \}$,利用最小二乘得到点 P 对应的直线模 型 $L_p(y = ax + b)$ 以及拟合误差 σ,σ 可表示为

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (ax_i + b - y_i)}{n}}, \qquad (1)$$

式中: $a_{,b}$ 分别为直线模型 L_{p} 的斜率与截距;n为近邻 点个数; $x_{i,y_{i}}$ 为近邻点集 N_{p} 中任意点坐标值。



图1 轮廓点及分组。(a)轮廓点;(b)轮廓点分组

Fig. 1 Boundary points and grouping. (a) Boundary points; (b) boundary points grouping

参数 n 对估算拐角处轮廓点直线模型的影响较 大,但对远离拐角处轮廓点的影响较小,因此在迭代区 域增长算法中优先从远离拐角处的轮廓点中选择初始 种子点。在实验中,n在5~8范围内取值时结果较为 理想,本次实验设置为5。在得到每个点的局部拟合 直线方程与拟合误差后,轮廓点分组步骤如下:

步骤1)记待分组点集为Q以及所有点标记为未 访问。从点集Q中选取拟合误差最小的点作为种子

研究论文

第 61 卷第 8 期/2024 年 4 月/激光与光电子学进展

点,其直线模型L作为待分组点的模型。

步骤2)计算种子点的所有近邻点到直线L的垂 直距离d。若小于距离阈值d。则将其添加到种子点集 seed,并标记为已访问。

步骤3)利用新探测到的种子点集 seed 拟合直线 得到新的模型,并更新直线模型L。以 seed 为种子点 集,重复步骤2)。

步骤4)重复步骤3)直至不再有新的种子点被探测到,则表明一组点划分完成。

步骤 5) 搜集点集中未访问的点组成新的点集 $Q_{\text{remaining}}$ 。若 $Q_{\text{remaining}}$ 为非空,则令 $Q = Q_{\text{remaining}}$,执行步骤1)。否则停止操作,轮廓点分组完毕。

图 1(b)为轮廓点分组后的结果,可以发现轮廓点 被划分成若干组。将 d₀设置为一倍平均点距。

2.2 确定初始 MBR

MBR法提取建筑物轮廓线最早由Kwak^[17]提出, 该方法的核心是确定初始MBR,目前常用的方法包括 最小面积方法与最大重叠度方法^[17],但上述两种方法 存在缺陷:1)算法效率低。上述两种方法均是依据相 邻两轮廓点计算外包矩形,选取其中面积最小或重叠 度最大的矩形作为MBR。随着轮廓点数据量增加,计 算量显著增加,且存在大量冗余计算。2)计算的初始 MBR受建筑物形状影响,有时不太准确。图2(c)、 图2(f)分别为最小面积方法与最大重叠度方法计算的 建筑物1与2的初始MBR。由图2(c)、图2(f)可知,上 述两种方法计算的MBR与初始MBR参考基准存在 明显偏差。





Fig. 2 Initial MBR. (a) Boundary points of building 1; (b) initial MBR reference of building 1; (c) initial MBR of building 1 using minimum area method; (d) boundary points of building 2; (e) initial MBR reference of building 2; (f) initial MBR of building 2 using maximum overlapping method

最小面积方法与最大重叠度方法在提取建筑物轮 廓线时,均是假设建筑物只有唯一的主方向,所有轮廓 线段与主方向垂直或平行。根据文献[14-15],轮廓线 段越长,其计算的主方向精度越高。因此,对轮廓点进 行分组,选择最大分组点计算建筑物主方向,以此确定 初始 MBR,避免根据所有相邻两点计算主方向导致计 算效率低、初始 MBR 不准确的问题。当分组边缘轮 廓点含有噪声时,可使用稳健直线拟合方法估算直线 方程以此确定建筑物主方向,降低噪声影响,详细步骤 见文献[19]。确定初始 MBR 的具体步骤如下:

步骤 1) 统计原始轮廓点 x = y 坐标值, 得到 x, y的最小值 $x_{\min} = y_{\min}$ 。根据 $x_{\min} = y_{\min}$ 设定虚拟点 Virtual point(x_{\min}, y_{\min}),如图 3(a)虚线框内点所示(为 便于绘图解释,虚拟点向左下方偏移)。

步骤2) 以虚拟点点数最多的一组拟合直线方向



图 3 初始 MBR 计算。(a) MBR 计算示意图;(b) 初始 MBR Fig. 3 Initial MBR calculation. (a) MBR calculation; (b) initial MBR

研究论文

第 61 卷第 8 期/2024 年 4 月/激光与光电子学进展

与垂直方向,求出两条过虚拟点的直线 $L(y=a_1x+b_1)$ 与 $L'(y=a_2x+b_2)$,其满足 $a_1 \times a_2 = -1$,分别为图 3(a)中垂直朝向直线1与水平朝向直线2。

步骤3)分别计算所有轮廓点到垂直朝向直线1 的距离,确定距离其最近与最远的两个点,以这两个点 确定平行垂直朝向直线1的两条直线,分别为图3(a) 中垂直朝向直线2与3。

步骤4)分别计算所有轮廓点到水平朝向直线1 的距离,确定距离其最近与最远的两个点,以这两个点 确定平行水平朝向直线1的两条直线,分别为图3(a) 中水平朝向直线2与3。

步骤5)根据水平朝向直线2、3与垂直朝向直线2、3 相交计算MBR的4个角点,得到MBR如图3(b)所示。

2.3 多层级分解外包矩形

在获取初始MBR(即一级MBR)后,对初始MBR 进行多层级分解得到不同层级矩形,让轮廓点与不同 层级矩形重合,最后根据不同层级矩形生成轮廓线。 以图4的建筑物为例进行说明。首先,计算一级MBR 对应的每个轮廓点(即原始轮廓点)到一级 MBR 的四 条边(图4(a)中的矩形)的垂直距离,若到四条边距离 均小于d。,则该点标记为重叠点,否则为非重叠点。 对探测出来的不重叠点,使用欧氏距离聚类得到多个 点簇,每簇点集可计算得到 MBR,即二级 MBR,如 图 4(b) 中矩形所示。重复上述步骤,确定与二级 MBR 不重合的轮廓点,并进行欧氏聚类,得到三级 MBR,如图4(c)所示。至此所有轮廓点与不同层级 MBR重合,如图4(d)所示。最后,利用不同层级矩形 边相交获取角点,最终得到建筑物轮廓线,如图4(e) 所示。需要注意的是,不同层级 MBR 的边相互平行 或垂直。文献[15]将ds设置成一倍平均点距时可以 将不属于同一直线上的轮廓点进行区分,因此,所提方 法将 ds 设置成一倍平均点距。



图 4 多层级 MBR 及轮廓线提取。(a)一级 MBR;(b)二级 MBR;(c)三级 MBR;(d)多级 MBR;(e)轮廓线 Fig. 4 Multi-level MBR and outline extraction. (a) Level 1 MBR; (b) level 2 MBR; (c) level 3 MBR; (d) multi-level MBR; (e) outline

3 实验及分析

从国际摄影测量与遥感学会提供的Vaihingen城 区数据中选择形状不同的规则建筑物,在Visual Studio 2013 C++和 Intel Core i7 7700HQ处理器的 软硬件环境下进行实验,选取的8栋典型规则建筑物 影像与点云如图5所示。

最小面积方法、最大重叠度方法以及所提方法确 定的初始MBR如图6所示。由图6可知,最小面积方 法除提取建筑物D初始MBR失败外,其他7栋建筑物 均提取正确,最大重叠度方法只成功提取出建筑物C、 G的初始MBR,而所提方法成功提取出所有建筑物的 初始MBR,这表明所提方法的可靠性。

此外,还对比了3种方法的提取效率,提取每一栋 建筑物初始MBR具体耗时如图7所示。由图7可知, 所提方法耗时最短;最大重叠度方法耗时最多,且明显 多于其他两种方法。这是因为最小面积方法与最大重 叠度方法时间复杂度均为O(n²),而与最小面积方法 相比,最大重叠度方法增加重叠度计算步骤,所提方法 时间复杂度为O(n)。所提方法、最小面积方法与最大 重叠度方法提取8栋建筑物初始MBR总共耗时分别 为114、691、1923 ms。由总耗时可知,所提方法耗时 最少,大约为最大重叠度方法的1/16,最小面积方法 的1/6。

所提方法提取的建筑物轮廓线结果如图8所示。 从整体上看,生成的轮廓线符合真实情况,且所有建筑 物点均落入轮廓线内。当建筑物点采集较为理想时, 轮廓线与点云贴合比较好,如图8(b)、图8(c)图8(f) 所示。当建筑物点采集不完整时,则会出现个别建筑 物角点偏差较大的情况,如图8(a)、图8(d)、图8(e)中 箭头所指的角点。

为了定量评价所提方法提取建筑物轮廓线的精度,将所提方法提取的建筑物轮廓线角点坐标与实际 角点坐标进行对比,结果如表1所示,表1中RMSE为 均方根误差。由表1可知,建筑物A提取的轮廓线角点 与真值相差最大,原因是计算的MBR边的方向与真实 方向存在一定误差,使得最后建筑物轮廓线与实际存 在较大偏差,如图8(a)箭头所示。而对建筑物B、C、F、



图 5 实验数据 Fig. 5 Experimental datasets

	Table 1 Building corner accuracy		unit: n
Building	RMSE_X	RMSE_Y	RMSE
А	0.631	0.647	0.904
В	0.396	0.557	0.684
С	0.215	0.499	0.543
D	0.595	0.557	0.822
Е	0.583	0.516	0.779
F	0.365	0.423	0.559

0.535

0.512

H而言,MBR边的方向估算准确,最后计算的轮廓线精 度明显偏小,最小为0.543m。选取5种方法与所提方 法进行对比如表2所示。

0.463

0.452

G

Η

第 61 卷第 8 期/2024 年 4 月/激光与光电子学进展 表2 不同方法精度对比 Table 2 Accuracy comparison of different methods unit: m Method RMSE Method in Ref. [20] 0.87 Method in Ref. [21] 0.87 Method in Ref. [22] 0.93 Method in Ref. [23] 0.70 Method in Ref. [24] 0.83 Proposed method 0.71



图 6 初始 MBR 提取对比。(a)最小面积方法;(b)最大重叠度 方法;(c)所提方法

Fig. 6 Initial MBR extraction comparison. (a) Minimum area method; (b) maximum overlapping method; (c) proposed method



图 7 提取初始 MBR 所耗时间 Fig. 7 Consuming time of initial MBR extraction

0.708

0.683



图 8 所提方法的轮廓线提取结果。(a)建筑物 A;(b)建筑物 B;(c)建筑物 C;(d)建筑物 D;(e)建筑物 E;(f)建筑物 F;(g)建筑物 G; (h)建筑物 H

Fig. 8 Outline extraction results of the proposed method. (a) Building A; (b) Building B; (c) Building C; (d) Building D; (e) Building E; (f) Building F; (g) Building G; (h) Building H

由表2可知,与5种方法相比,所提方法表现较好, 其RMSE比文献[23]中的方法略高0.01m,但所提方 法提取的轮廓线更加规则平滑,更符合真实情况。其 他4种对比方法的轮廓线提取精度均比所提方法低。

4 结 论

提出一种基于多层级 MBR 方法提取建筑物轮廓 线,以包含轮廓点最多一组点确定初始 MBR,克服传 统方法获取初始 MBR 不准确的问题。对初始 MBR 进行多层级分解,最终得到建筑物轮廓线。使用 Vaihingen 城区规则建筑物进行实验,实验结果表明: 与最小面积方法与最大重叠度方法相比,所提方法可 以准确提取建筑物初始 MBR,且提取效率得到一定提 升,最终提取的轮廓线与实际点云形状相符合。所提 方法只适用于提取规则矩形建筑物轮廓线,后续将进 一步拓展所提方法的应用范围,使其也适用于提取规 则曲线结构建筑物轮廓线,提高算法的普适性。同时, 对局部为规则矩形的建筑物而言,可以将 MBR 法与 轮廓线自适应调整相结合,对不满足矩形的轮廓线段 让其根据实际轮廓点自适应调整,以此提高算法的实 用性。

参考文献

- 潘美美,常京新,高贤君,等.基于主方向的建筑物轮 廓优化方法[J].光学学报,2022,42(18):1828005.
 Pan M M, Chang J X, Gao X J, et al. Optimization method of building contour based on principal direction [J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(18):1828005.
- [2] Bizjak M, Žalik B, Lukač N. Parameter-free half-spaces based 3D building reconstruction using ground and

segmented building points from airborne LiDAR data with 2D outlines[J]. Remote Sensing, 2021, 13(21): 4430.

[3] 惠振阳, 胡海瑛, 李娜, 等. 改进的 Alpha-shapes 建筑物 轮廓线提取算法[J]. 激光与光电子学进展, 2022, 59 (10): 1028006.
 Hui Z Y, Hu H Y, Li N, et al. Improved alpha-shapes

building profile extraction algorithm[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2022, 59(10): 1028006.

- [4] 李维刚,梅洋,樊响,等.基于车载激光点云的铁路轨 道检测[J].中国激光,2022,49(4):0410002.
 Li W G, Mei Y, Fan X, et al. Railway track detection based on vehicle laser point cloud[J]. Chinese Journal of Lasers, 2022, 49(4): 0410002.
 [5] 王明军,李乐,易芳,等.模拟真实水体环境下目标激
- [5] 土明车, 李乐, 易芳, 等. 模拟具实水体环境下目标激 光点云数据的三维重建与分析[J]. 中国激光, 2022, 49
 (3): 0309001.

Wang M J, Li L, Yi F, et al. Three-dimensional reconstruction and analysis of target laser point cloud data under simulated real water environment[J]. Chinese Journal of Lasers, 2022, 49(3): 0309001.

- [6] 洪绍轩,袁枫,王竞雪,等.机载LiDAR点云建筑物边 界线规则化算法研究[J]. 测绘科学,2020,45(7):100-105,125.
 Hong S X, Yuan F, Wang J X, et al. Research on buildings boundary regularization algorithm for aerial LiDAR point clouds[J]. Science of Surveying and Mapping, 2020, 45(7):100-105, 125.
- [7] Xia S B, Chen D, Wang R S, et al. Geometric primitives in LiDAR point clouds: a review[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2020, 13: 685-707.
- [8] 彭认灿,董箭,郑义东,等.垂距法与道格拉斯-普克法删 除冗余顶点效率的比较[J].测绘通报,2010(3):66-67,71.

第 61 卷第 8 期/2024 年 4 月/激光与光电子学进展

研究论文

Peng R C, Dong J, Zheng Y D, et al. The efficiency comparison of methods between perpendicular distance and douglas-peucker in deleting redundant vertexes[J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2010(3): 66-67, 71.

[9] 李云帆,龚威平,林俞先,等.LiDAR点云与影像相结 合的建筑物轮廓信息提取[J].国土资源遥感,2014,26
(2):54-59.
LiYF, Gong WP, LinYX, et al. The extraction of

building boundaries based on LiDAR point cloud data and imageries[J]. Remote Sensing for Land & Resources, 2014, 26(2): 54-59.

 [10] 刘春,李楠,吴杭彬,等.机载激光扫描中复杂建筑物 轮廓线平差提取模型[J].同济大学学报(自然科学版), 2012,40(9):1399-1405.
 Liu C, Li N, Wu H B, et al. Adjustment model of

boundary extraction for urban complicate building based on LiDAR data[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2012, 40(9): 1399-1405.

- Sampath A, Shan J E. Building boundary tracing and regularization from airborne lidar point clouds[J]. Photogrammetric Engineering & Remote Sensing, 2007, 73(7): 805-812.
- [12] Siddharthan A. A survey of research on text simplification[J]. ITL-International Journal of Applied Linguistics, 2014, 165(2): 259-298.
- [13] 蔡湛,李如仁,李新科,等.一种基于激光点云数据的 房屋轮廓线提取方法[J].地理与地理信息科学,2013, 29(5):17-21,25.
 Cai Z, Li R R, Li X K, et al. Building roof boundary extraction from LiDAR point cloud[J]. Geography and Geo-Information Science, 2013, 29(5):17-21,25.
- [14] Awrangjeb M. Using point cloud data to identify, trace, and regularize the outlines of buildings[J]. International Journal of Remote Sensing, 2016, 37(3): 551-579.
- [15] 郭亚栋,王贤昆,宿殿鹏,等.基于方向预测规则化的 机载激光雷达建筑物正交轮廓线提取[J].激光与光电子 学进展,2020,57(6):062801.

Guo Y D, Wang X K, Su D P, et al. Building orthogonal boundary extraction for airborne LiDAR based on directional prediction regularization[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(6): 062801.

- [16] Habib A, Kwak E, Al-Durgham M. Model-based automatic 3D building model generation by integrating lidar and aerial images[J]. Archiwum Fotogrametrii Kartografii i Teledetekcji, 2011, 22: 187-200.
- [17] Kwak E, Habib A. Automatic representation and reconstruction of DBM from LiDAR data using Recursive Minimum Bounding Rectangle[J]. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 2014, 93: 171-191.
- [18] 闫国庆,孙同贺. 粗差探测与稳健估计相结合的方法在直 线拟合中的应用[J]. 测绘地理信息,2017,42(5):39-41.
 Yan G Q, Sun T H. Application of combining outlier detection and robust estimation in line fitting[J]. Journal of Geomatics, 2017, 42(5):39-41.
- [19] 沈蔚,李京,陈云浩,等.基于LIDAR数据的建筑轮廓 线提取及规则化算法研究[J].遥感学报,2008,12(5): 692-698.
 Shen W, Li J, Chen Y H, et al. Algorithms study of building boundary extraction and normalization based on LIDAR data[J]. Journal of Remote Sensing, 2008, 12
- (5): 692-698.
 [20] Awrangjeb M, Lu G, Fraser C. Automatic building extraction from LiDAR data covering complex urban scenes
 [J]. The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, 2014, 40: 25-32.
- [21] Cao S S, Weng Q H, Du M Y, et al. Multi-scale threedimensional detection of urban buildings using aerial LiDAR data[J]. GIScience & Remote Sensing, 2020, 57 (8): 1125-1143.
- [22] Awrangjeb M, Fraser C. Automatic segmentation of raw LIDAR data for extraction of building roofs[J]. Remote Sensing, 2014, 6(5): 3716-3751.
- [23] Niemeyer J, Rottensteiner F, Soergel U. Contextual classification of lidar data and building object detection in urban areas[J]. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 2014, 87: 152-165.
- [24] Yang B S, Xu W X, Dong Z. Automated extraction of building outlines from airborne laser scanning point clouds[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2013, 10(6): 1399-1403.