

# 基于亚像素边缘检测和圆心修正补偿的高精度相机标定方法

康朝海, 洪立, 任伟建\*, 霍凤财

东北石油大学电气信息工程学院, 黑龙江 大庆 163318

**摘要** 基于圆形标定板的相机标定过程中,当镜头畸变较大时图像质量降低、圆形投影边缘模糊,导致标定产生误差。基于此,提出一种基于亚像素边缘检测和圆心修正补偿的高精度相机方法。首先,通过 Canny-Zernike 矩法提取亚像素级的圆形特征轮廓点,使用边缘点链连接独立轮廓点,得到闭环的精确特征轮廓,增强对模糊边缘轮廓的提取能力;其次,对内外轮廓分别采样取点拟合椭圆,将两者中心的均值作为特征点,并通过三点判断排序法得到有序特征点集后进行粗标定;最后,用粗标定参数对轮廓的采样点集进行校正,重新获取中心坐标后反投影回图像上进行相机精标定,实现畸变情况下的圆心修正补偿标定。实验结果表明,所提方法有效提高了镜头畸变较大时相机标定的精度。

**关键词** 相机标定; Canny-Zernike 矩; 边缘点链; 圆心修正补偿

中图分类号 O436

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP231648

## High-Precision Camera Calibration Method Based on Subpixel Edge Detection and Circularity Correction Compensation

Kang Chaohai, Hong Li, Ren Weijian\*, Huo Fengcai

School of Electrical and Information Engineering, Northeast Petroleum University,

Daqing 163318, Helongjiang, China

**Abstract** During camera calibration process based on a circular calibration board, when the lens distortion is large, the image quality decreases, and the circular projection edge becomes blurry, resulting in calibration errors. Accordingly, a high-precision camera technique based on subpixel edge detection and center correction compensation is proposed. First, the Canny-Zernike moment method was used to extract subpixel-level circular feature contour points. Moreover, edge point chains were used to connect independent contour points to obtain closed-loop accurate feature contours, enhancing the ability to extract fuzzy edge contours. Second, the inner and outer contours were sampled separately, and points were taken to fit the ellipse. The mean of the two centers was used as the feature points, and an ordered feature point set was obtained through the three-point judgment sorting method for rough calibration. Finally, the rough calibration parameters were used to calibrate the sampling point set of the contour, and the center coordinates were reobtained before backprojection onto the image for precise camera calibration, achieving center correction compensation calibration under distortion. The experimental results show that the proposed method effectively improves the accuracy of camera calibration when the lens distortion is large.

**Key words** camera calibration; Canny-Zernike moment; edge point chain; center correction compensation

## 1 引言

相机标定的目的是校正光学系统的畸变影响,还原准确的图像信息。高精度的相机参数可提升智能驾驶、航空航天等领域中计算机视觉系统的精确度和安全性。相机标定常用的方法有直接线性变换法<sup>[1]</sup>、Tsai

两步法<sup>[2]</sup>以及张氏棋盘格平面标定法<sup>[3]</sup>。其中,张氏棋盘格标定法对标定板要求低且具有较好的准度,但在实际应用中,由于光照不均、镜头畸变等影响,提取到的棋盘格角点不精确<sup>[4]</sup>,使得标定误差变大。而圆形标定板以圆心作为特征点,获取的拟合中心更稳定,受噪声、拍摄模糊的影响小,因此圆心标定被广泛采用。

收稿日期: 2023-07-03; 修回日期: 2023-07-29; 录用日期: 2023-08-08; 网络首发日期: 2023-08-21

基金项目: 黑龙江省自然科学基金资助项目(LH2023F007)

通信作者: \*dongyoudianqi202@126.com

圆心标定的过程中,由于标定板不平行于图像平面,圆形特征投影在像平面上为椭圆,且由于光亮不均、镜头畸变的影响,边缘特征模糊<sup>[5]</sup>,投影的中心产生偏移<sup>[6]</sup>,此时若直接使用投影中心进行标定得到的相机参数会有误差。魏振忠等<sup>[7]</sup>分析了平面夹角与畸变误差的关系。卢晓冬等<sup>[8]</sup>将圆形特征逆向映射在虚拟标靶上,获取圆心后反投影回图像上反复迭代标定,但当图像尺寸较大时此法涉及图像插值,计算时间较长且容易出现混频效应<sup>[9]</sup>。段振云等<sup>[10]</sup>分析了光源强度对特征边缘的影响,但没有考虑提升边缘特征提取的精度。高世一等<sup>[11]</sup>推导出  $7 \times 7$  的 Zernike 矩模板系数并对像素进行卷积运算得到相应的 Zernike 矩,提高了边缘定位精度。Ouillet 等<sup>[12]</sup>通过椭圆边界的梯度信息拟合圆心,但梯度方向与轮廓的切线过多使得计算量过大。林旭东等<sup>[13]</sup>通过初标定参数对椭圆参数进行变换求取圆心。娄群等<sup>[14]</sup>通过基于局部区域面积特征求解表征边缘的二次函数,但是当轮廓附近模糊时较难求解。梁力等<sup>[15]</sup>指出拟合法在畸变较大的场合会出现中心排序混乱的情况。

基于上述分析可知,使用圆形标定板时需要考虑畸变情况下圆形特征投影的中心偏差和边缘模糊的问题。本文使用 Canny-Zernike 矩法结合边缘点链对模糊的边缘提取亚像素级的边缘轮廓,对轮廓采样取点后拟合中心,并通过三点判断排序法排序后进行标定,根据标定初值对轮廓的采样坐标点集进行校正,再重新拟合出更精确的圆心后反投影回图像上进行相机标定,实现了圆心偏差的修正补偿。实验结果表明,所提方法能有效提高相机标定精度。

## 2 相机标定原理

相机标定基于投影模型,广泛应用的针孔投影模型如图 1 所示。相机模型通过已知特征点的三维世界坐标和二维图像坐标的对应关系建立一组数学方程,相机标定则通过求解建立的模型并优化得到相机模型

的内外参数。

图 1 中: $O_c-X_cY_cZ_c$  为相机坐标系; $O_0-uv$  为像素坐标系; $O_1-xy$  为图像坐标系; $O_w-X_wY_wZ_w$  为世界坐标系。当针孔投影模型在理想情况下时,位于世界坐标系中的一点  $P(X_w, Y_w, Z_w)$  可通过式 (1) 变换至像素坐标系:

$$s \begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \gamma & u_0 & 0 \\ 0 & \beta & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

式中: $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{t}$  为  $O_w-X_wY_wZ_w$  坐标系变换到  $O_c-X_cY_cZ_c$  坐标系的旋转矩阵与平移向量; $(u_0, v_0)$  为图像中心点; $\gamma$  为  $X_c$  与  $Y_c$  两轴间夹角的扭曲系数; $\alpha$  和  $\beta$  分别为  $X_c$  与  $Y_c$  两轴方向上的等效焦距; $s$  为尺度因子; $P_d(u, v)$  是理想情况下经过变换得到的点  $P$  的像素坐标。

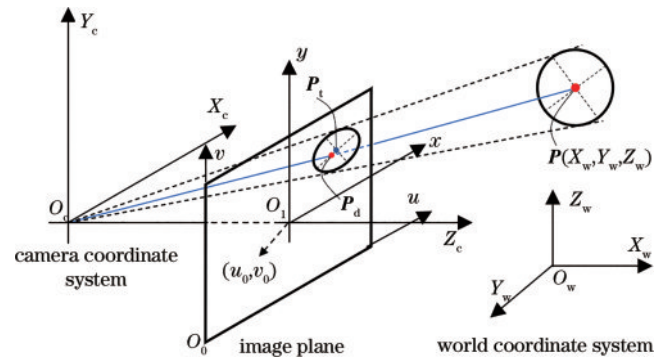


图 1 相机针孔投影模型

Fig. 1 Camera pinhole projection model

在实际标定过程中,世界坐标系中的点  $P$  投影在像平面上的位置并不在理想的位置点  $P_d$ , 而是会受到镜头畸变的影响偏离至  $P_1$ , 偏移量  $\Delta P = P_1 - P_d$ 。因此考虑光学镜头畸变,引入径向畸变系数  $[k_1, k_2, k_3]$  和切向畸变系数  $[p_1, p_2]$ , 描述理想图像坐标点  $(x_c, y_c)$  对应的存在畸变的坐标点  $(x_d, y_d)$  的表达式为

$$\begin{cases} x_d = x_c + x_c(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + p_2(r^2 + 2x_c^2) + 2p_1 x_c y_c \\ y_d = y_c + y_c(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + p_1(r^2 + 2y_c^2) + 2p_2 x_c y_c \end{cases}, \quad (2)$$

式中: $r^2 = x^2 + y^2$ 。因此相机标定的关键就是获得相机模型的内外参数和镜头畸变系数集合。为了求解并优化参数,可以通过拍摄  $m$  张不同位姿下标定板上  $n$  个特征点的图来构造超定方程组,将最小化重投影误差作为目标函数时,其表达式如下:

$$\underset{\mathbf{K}, \mathbf{D}, \mathbf{R}_k, \mathbf{T}_k}{\operatorname{argmin}} \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^n \left\| \mathbf{p}_{kl} - \hat{\mathbf{p}}(\mathbf{K}[\alpha, \beta, u_0, v_0], \mathbf{D}[k_1, k_2, k_3, p_1, p_2], \mathbf{R}_k, \mathbf{T}_k, \mathbf{P}_l) \right\|^2, \quad (3)$$

式中: $\mathbf{P}_l$  为世界坐标系中标定板上第  $l$  个特征点的坐标; $\mathbf{p}_{kl}$  与  $\hat{\mathbf{p}}$  分别为第  $k$  张拍摄图上检测到的第  $l$  个特征

点和对应的真实相机模型投影点; $\mathbf{K}[\alpha, \beta, u_0, v_0]$  为相机内参; $\mathbf{D}[k_1, k_2, k_3, p_1, p_2]$  为畸变系数集合; $\mathbf{R}_k$  和  $\mathbf{T}_k$  为每张拍摄图像对应的外参矩阵。采用 Levenberg-Marquardt 优化算法<sup>[16]</sup>对式 (3) 进行迭代,求解出标定参数。

## 3 基于改进 Canny-Zernike 矩算法的亚像素边缘检测

拍摄标定板图片时,如果光亮不均或镜头畸变大,圆形特征轮廓会出现模糊的情况,此时仅使用像素

级的边缘检测算子很难提取准确、完整的轮廓。基于此,在 Canny 算子检测边缘的基础上引入 Zernike 矩亚像素级检测法并通过边缘点链法排除干扰点、连接可能断开的轮廓。

### 3.1 Zernike 矩的基本原理

Teague<sup>[17]</sup>指出密度分布函数为  $f(r, \theta)$  的图像旋转  $\phi$  角后的 Zernike 矩  $Z'_{nm}$  与旋转前图像的 Zernike 矩  $Z_{nm}$  的关系为

$$Z'_{nm} = Z_{nm} \exp(-im\phi). \quad (4)$$

从式(4)可以看出,同一幅图像旋转前后模保持不变,只有相角发生变化,这个性质被称为 Zernike 矩的旋转不变性。基于此,Ghosal 等<sup>[18]</sup>提出一种理想边缘模型,图 2(a)为原始理想边缘模型,其中,单位圆包围直线  $l$  的阴影区域代表图像理想边缘,直线  $l$  两侧的灰度值分别为  $h$  和  $h+k$ ,  $k$  代表背景与前景图像之间的灰度差,  $l$  为原点 to 理想边缘的最短距离,  $\varphi$  为  $l$  和  $x$  轴的夹角,图 2(b)为图 2(a)绕  $y$  轴顺时针旋转  $\varphi$  角的结果。

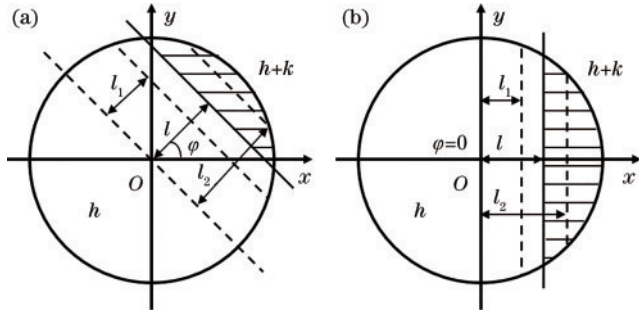


图 2 理想边缘模型。(a)原始理想边缘模型;(b)旋转后的理想边缘模型

Fig. 2 Ideal marginal model. (a) Original ideal edge model; (b) rotated ideal edge model

在离散条件下,图像  $f(x, y)$  的二维  $n$  阶  $m$  次 Zernike 矩在  $x^2 + y^2 \leq 1$  条件下又可表达为

$$Z_{nm} = \sum_x \sum_y f(x, y) V_{nm}^*(\rho, \theta), \quad (5)$$

式中:  $V_{nm}(\rho, \theta)$  表示 Zernike 多项式; \* 表示复共轭。

图 2(b) 中令旋转后的图像为  $f'(x, y)$ , 此时直线  $l$  垂直于  $x$  轴, 在单位圆内满足如下关系:

$$\iint_{x^2+y^2 \leq 1} f'(x, y) y dx dy = 0. \quad (6)$$

当  $n=1$  时, 由式(4)和(5)可得:

$$Z'_{11} = \cos(\phi_{11}) \operatorname{Re}(Z_{11}) + \sin(\phi_{11}) \operatorname{Im}(Z_{11}) + [\sin(\phi_{11}) \operatorname{Re}(Z_{11}) - \cos(\phi_{11}) \operatorname{Im}(Z_{11})] i. \quad (7)$$

由式(6)可知, 旋转后图像关于  $x$  对称, 且  $\operatorname{Im}[Z_{11}]$  是关于  $y$  的奇函数, 因此  $\operatorname{Im}(Z'_{11}) = 0$ , 代入式(7)可得:

$$\phi = \arctan \left[ \frac{\operatorname{Im}(Z_{11})}{\operatorname{Re}(Z_{11})} \right]. \quad (8)$$

Zernike 矩得到的边缘是通过不同阶次的模板与像素卷积得到的, 当模板为  $N \times N$  时, 需要考虑模板放大的影响, 并且根据图 2 可推导出亚像素边缘检测公式为

$$\begin{bmatrix} x_s \\ y_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \frac{N}{2} l \begin{bmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{bmatrix}, \quad (9)$$

式中:  $x$  和  $y$  可以通过 Canny 边缘检测法得到, 在此基础上可以通过 Zernike 矩法得到亚像素级的边缘坐标点。考虑精度和计算时间的影响, 选取  $7 \times 7$  的模板进行卷积运算。

### 3.2 改进边缘点链的连接策略

当图像边缘模糊时, 传统点连接法会使得边缘圆形轮廓断开、不完整, 由式(9)可知, Zernike 矩检测每个边缘点的过程都是独立于其他边缘点的, 因此通过确保每一个点在保持连续轮廓的基础上单向连接到最近边缘点的连接策略, 将同属一边缘的边缘点集连接起来, 从而构成完整的轮廓曲线并且消除部分干扰点的影响。

边缘轮廓区分亮暗区域, 因此需要连接的边缘点有类似的梯度方向, 即  $g(A) \cdot g(B) > 0$ 。当点  $A$  到  $B$  的矢量与  $A$  的图像梯度方向近似垂直且  $\overrightarrow{AB} \cdot g(A)^\perp > 0$  时, 约定为  $A$  到  $B$  的正向连接; 则当  $\overrightarrow{AB} \cdot g(A)^\perp < 0$  时, 约定为  $A$  到  $B$  的反向连接。使用  $A \Rightarrow B$  表示从  $A$  到  $B$  的正向连接。因此, 每个边缘点最多只能有一个正向连接和一个反向连接。在将边缘点  $A$  连接到边缘点  $B$  之前, 需要验证  $A$  是否已分配正向连接,  $B$  是否已分配反向连接。如果符合任一条件, 并且当前的点链长度比已存在的点链短, 则会切断之前的点链并改为当前的点链。

图 3 为模拟提取到的边缘点, 假定链路搜索顺序为  $A \Rightarrow E \Rightarrow C \Rightarrow D$ , 当从  $A$  出发时, 存在  $A \Rightarrow B$  的距离小于  $A \Rightarrow E$ , 所以  $A \Rightarrow E$  作为正向连接会被切断。同样地,  $C$  存在一个正向连接  $C \Rightarrow D$ , 两个反向连接  $B \Rightarrow C$  和  $E \Rightarrow C$ , 由于  $B \Rightarrow C$  链的距离更短, 所以  $E \Rightarrow C$  会被切断。最后的链路结果为  $A \Rightarrow B \Rightarrow C \Rightarrow D$ , 消除了边缘轮廓外干扰点的影响。

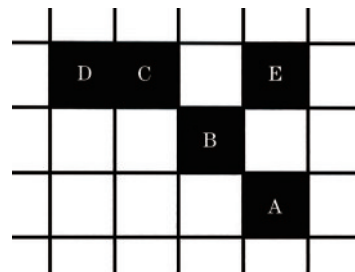


图 3 边缘点模拟图

Fig. 3 Edge point simulation map

## 4 投影椭圆的中心拟合

### 4.1 采样拟合法

椭圆中心的获取方法有几何法、拟合法等,本研究采用直接最小二乘法<sup>[19]</sup>拟合椭圆,而由于直接使用检测到的边缘轮廓拟合时依赖边缘提取的准确度且容易受到干扰点的影响,轮廓某处凹陷或突出会导致拟合出

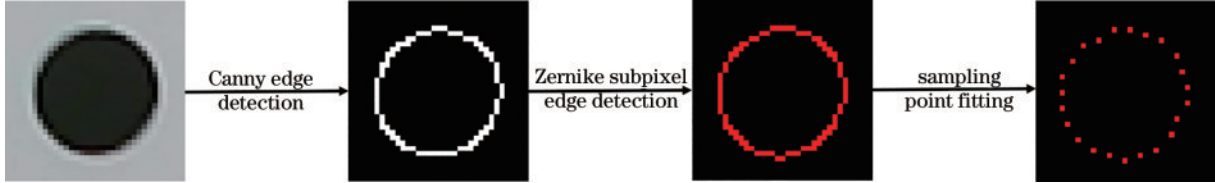


图4 边缘轮廓采样取点的过程

Fig. 4 The process of edge contour sampling and point taking

的圆心发生偏移,因此使用采样取点拟合的方法来避免过于依赖完整轮廓形状的问题。

首先,对 Zernike 矩与边缘点链法提取到的图像边缘进行轮廓提取,如图 4 所示,提取轮廓的过程中,对每一个连续的轮廓每隔  $n$  个点采样一个图像坐标点,最后在该条轮廓上采样出  $m$  个均匀分布的图像坐标点,并使用直接最小二乘法拟合椭圆。

对拟合椭圆采用优化的方法获得椭圆二次曲线矩阵的参数:

$$[A, B, C, D, E] = \arg \min_{A, B, C, D, E}$$

$$\left[ \sum_{i=1}^m (Au_i^2 + 2Bu_iv_i + Cv_i^2 + 2Du_i + 2Eu_i + 1)^2 \right]. \quad (10)$$

根据椭圆的性质可以求出椭圆的中心  $(u_0, v_0)$  为

$$\begin{cases} u_0 = \frac{BE - 2CD}{4AC - B^2} \\ v_0 = \frac{BD - 2AE}{4AC - B^2} \end{cases}. \quad (11)$$

由于对闭环轮廓进行轮廓提取时,可以提取到内外两个椭圆的轮廓,拟合出的椭圆中心  $(u_{01}, v_{01})$  和  $(u_{02}, v_{02})$  近似同心,因此考虑求取两个椭圆中心坐标的均值  $(u'_0, v'_0)$  作为特征点。

### 4.2 三点判断排序法

由于存在镜头畸变和光照不均等问题,根据相机畸变模型,远离图像中心的点间距畸变较大,使得原先间距相等的圆心阵列间距发生改变,且通过轮廓拟合法得到的中心,对于存在较大畸变的场景,可能会出现排序错误的情况。针对以上问题,提出一种基于欧氏距离的三点判断排序法来解决特征点乱序的情况。

首先需要确定一个排序的起始点,而圆心阵列阵近似于矩形,因此可通过计算每个圆心与点阵中心的欧氏距离找到距离最远的 4 个角点并且设置 2 点之间的阈值,避免寻点接近的情况。最后取  $x$  和  $y$  最小的值作为左上起始点,记为  $O$ 。

图 5 为模拟图像中提取到的  $4 \times 5$  个椭圆中心,排序步骤如下所示:

1) 以左上角点  $O$  为起始点,计算除点  $O$  外剩余点与  $O$  点的欧氏距离,并将剩余点坐标按照欧氏距离从小到大排序;

2) 取距离  $O$  最小的 3 个坐标点,分别为  $A_1, B_0, B_1$ ,

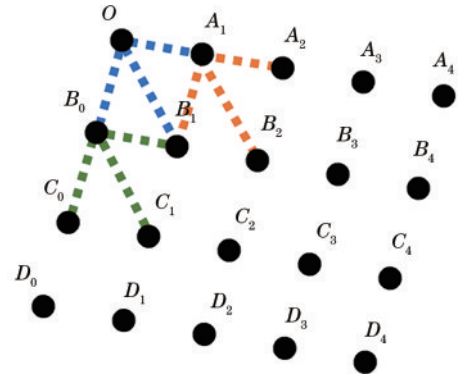


图5 模拟特征点排序示意图

Fig. 5 Schematic diagram of sorting simulated feature points

其中,3 个点中  $y$  值最小的点为  $A_1$ ,位于第 1 行之中,将点  $A_1$  作为下次寻找起始点。当点  $O$  位于最左侧一列时,还需取一点作为下一行的起始点,此时将  $A_1, B_0, B_1$  中  $x$  最小的点  $B_0$  记作第 2 行的起始点;

3) 重复步骤 2),直至找到的该行个数等于标定板上个数,跳转至下一行;

4) 重复步骤 2)、3),直至最后一行时,从点  $D_0$  开始每次只需依次寻找最近的剩余点;

5) 最终当排序完的点的个数等于标定板中所有特征点个数时,完成排序。

圆形标定板排序前后示意图如图 6 所示。

## 5 圆心修正补偿的相机标定

在透视模型中,当物平面不平行于像平面时,圆成像为椭圆,透视椭圆的中心为  $P_d$ ,又由于镜头畸变使得透视椭圆畸变成扭曲的椭圆,扭曲的椭圆中心为  $P'_d$ ,如图 7 所示,此时存在圆心偏移误差的情况,真实的圆心特征点  $P'_i$  与扭曲中心  $P'_d$  间的偏移误差  $\Delta P = P'_i - P'_d$ ,因此直接将拟合出的中心用作标定得到的参数也存在误差。基于此,通过圆心修正补偿的相机标定方式,来减小镜头畸变导致圆心偏移的影响。

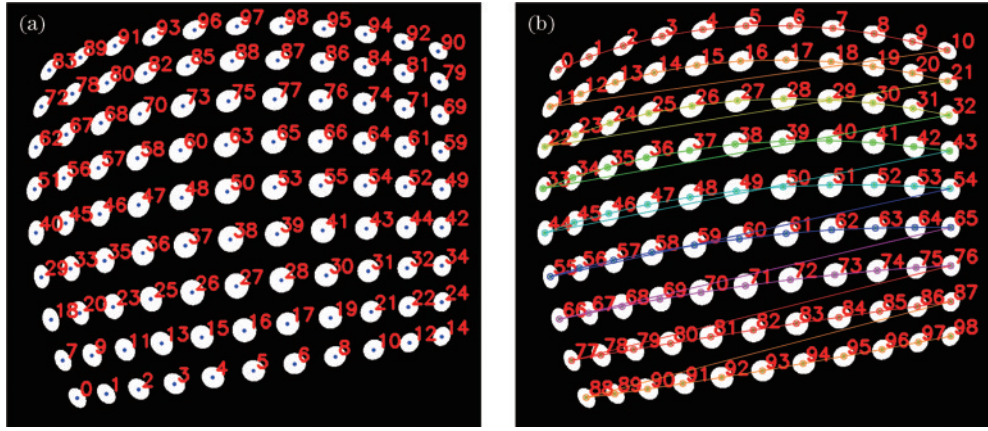


图 6 特征点排序前后示意图。(a)未排序圆形标定板;(b)排序后圆形标定板

Fig. 6 Schematic diagrams of feature point sorting before and after. (a) Unsorted circular calibration plate; (b) sorted circular calibration plate

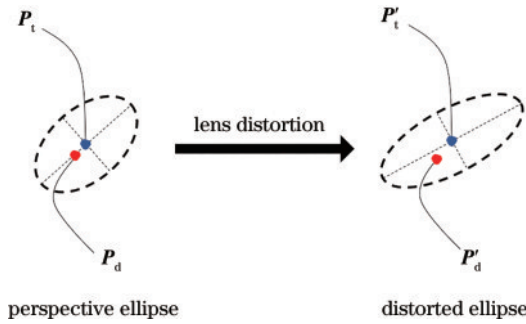


图 7 透视模型和真实相机模型的中心投影

Fig. 7 Central projection of perspective model and real camera model

将有序的特征点集通过张正友标定法进行粗标定,使用粗标定参数对畸变椭圆进行矫正使其接近标准圆形,但矫正的过程中涉及图像插值,可能会引入混频效应,在高频区域产生伪影和模糊。因此,采用更加精准的方法来矫正畸变,将对整张图像进行矫正的方法改为对图像中所有椭圆轮廓的采样坐标点集进行矫正,该方法避免了对整张图像进行插值可能引入混频效应的问

题,而且只对局部椭圆图像区域进行矫正也减少了矫正与特征标志物无关的图像区域,加快运算的速度。获得矫正完的点集后,再对其重新拟合得到更准确的中心坐标。最后,使用粗标定中得到的相机参数通过式(2)将更准确的中心坐标反向投影回图像上,重新进行精确的相机标定,以得到更精确的相机参数和畸变系数。

整体流程如图 8 所示:首先,对所提算法边缘检测后的拍摄圆进行轮廓提取,接着对轮廓采样取点使用最小二乘拟合出椭圆中心,由于畸变影响,椭圆局部存在变形导致拟合出的中心发生偏移;其次,对拟合中心点集进行粗标定,在实际相机标定过程中,绝大部分的圆心在粗标定的时候已经足够准确,重投影后的圆心非常接近真实的圆心投影,而拍摄标定板图片时,需要拍摄不同角度的标定板以及一些偏转标定板的图,处于图像边缘或受到偏转的点由于受镜头畸变较大,粗拟合出的中心存在偏移,需要对其进行圆心修正补偿后再反投影回图像上;最后,通过修正后更准确的中心坐标进行精确标定。

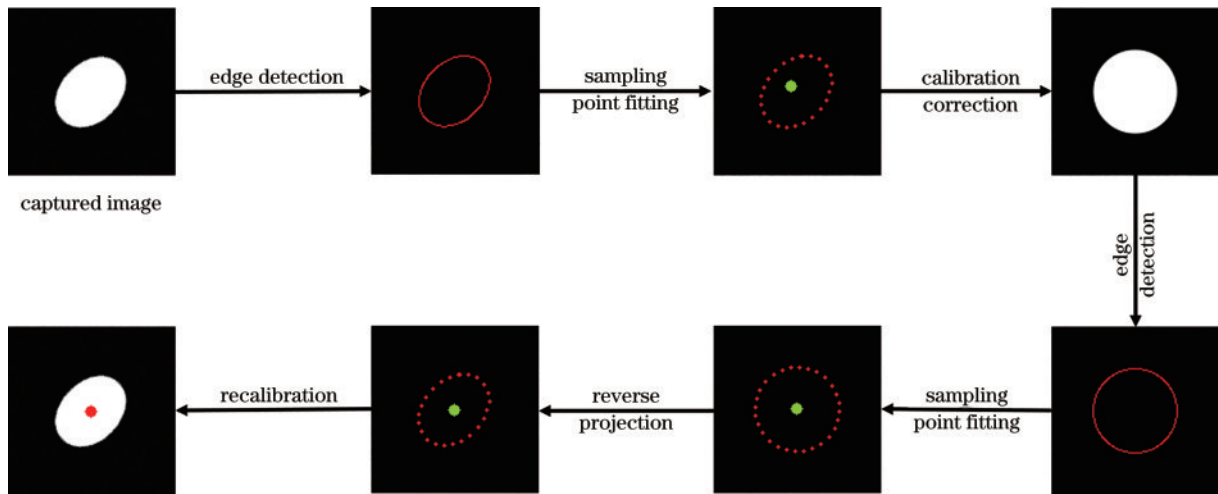


图 8 特征点修正补偿的过程

Fig. 8 The process of feature point correction and compensation

## 6 实验验证与分析

仿真和算法在 Windows 10 操作系统下的集成开发工具 Visual Studio 2019 搭配计算机视觉库 OpenCV 实现,硬件环境为 Inter CPU i7-10870H,运行内存为 16 GB。

### 6.1 实验验证

为了验证所提算法的定位精度。首先,检验边缘检测的准确度,通过 Canny 边缘检测和所提 Canny-Zernike 结合边缘点链的方法提取边缘轮廓。从图 9(b)、(c)的对比可明显发现,所提算法对椭圆轮廓的提取更符合原始图的灰阶分布,且在轮廓上进行了更精确的亚像素细分。



图 9 圆特征边缘提取。(a)原始图像;(b)Canny算子;(c)所提算法

Fig. 9 Circle feature edge extraction. (a) Original image; (b) Canny operator; (c) proposed algorithm

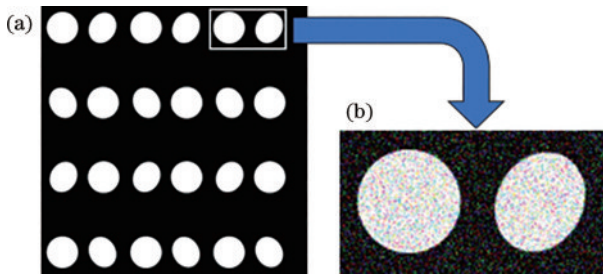


图 10 模拟圆形图像。(a)模拟投影图像;(b) $\sigma=0.2$ 的高斯白噪声局部图

Fig. 10 Simulated circular image. (a) Simulated projection image; (b) Gaussian white noise local image with  $\sigma=0.2$

由于图中所有中心坐标和模拟相机参数已知,分别使用 3 种方法拟合中心坐标与其对比,分别为:传统的椭圆轮廓点直接进行最小二乘拟合的方法;对提取到的椭圆单一边缘轮廓采样取点拟合椭圆的方法;所提在采样取点检测到的亚像素闭环边缘使用内外双轮廓进行采样取点拟合椭圆,并对两者拟合中心的均值进行圆心补偿的方法。计算 3 种方法测试得到的中心坐标与图像中心真值坐标的距离作为定位误差,定位误差结果如图 11 所示。

从图 11 可以看出,当不添加任何噪声的情况下,3 种拟合方法都有较高的定位精度,当添加的高斯白噪声逐渐增强时,3 种方法的定位误差随之增加,尤其是第 1 种方法使用全部边缘轮廓点进行拟合,图像噪声干扰边缘提取的轮廓且椭圆局部畸变易干扰拟合,直接导致拟合圆心误差上升。在相同噪声水平下,所提方法的定位误差始终是最小的,表明采用内外双轮

为验证算法的鲁棒性和准确性,绘制大小为 500 pixel $\times$ 500 pixel 的圆形标定板投影模拟图,如图 10 所示,图 10(a)中有 12 个半径  $r$  为 30 pixel 的圆和长轴为 60 pixel 的椭圆,分别模拟拍摄圆形标定板时,镜头畸变较小成像近似标准圆和镜头畸变较大成像为椭圆的情况,按照每行中心间距 75 pixel、每列中心间距 140 pixel 等距排序,便于计算不同拟合法获得的圆心与真值坐标的偏差。为模拟拍摄受图像采集设备、光照等影响存在噪声干扰或在镜头上留有轻微污迹的情况,在图 10(a)中分别添加标准差  $\sigma$  为 0~0.25 的高斯白噪声,图 10(b)为在图 10(a)中添加标准差为 0.2 高斯白噪声时一组圆和椭圆的成像情况。

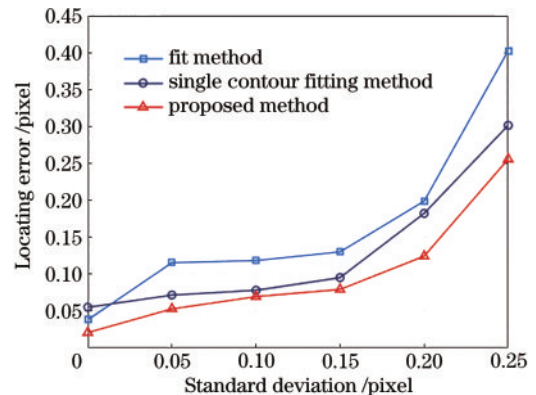


图 11 添加不同标准差白噪声时的定位误差

Fig. 11 Positioning error when adding white noise with different standard deviations

廓采样取点拟合后取两者均值为中心坐标并进行圆心补偿的方法增强了拟合椭圆的稳定性和抗干扰能力。

### 6.2 相机标定实验

实验采用的车载相机为 HY0103B,分辨率为 1824 pixel $\times$ 940 pixel,有效焦距为 8.5 mm,像元尺寸为 4.2  $\mu\text{m}$ ,视场角(FOV)为 60°。用分辨率为 1920 pixel $\times$ 1080 pixel、像素间距为 0.283 mm 的 N50Pro2 显示器显示圆形标靶,标定板为 11 $\times$ 9 的圆形特征均匀排布,相邻之间的点距为 40 mm,相机从不同位置拍摄 11 幅标定图像,位姿如图 12 所示。

标定实验的过程中,首先使用 Matlab calibration toolbox 标定工具箱对角点数同为 11 $\times$ 9 且方格宽度为 40 mm 的棋盘格标定板进行传统平面标定,此时某一视角下的棋盘格图像如图 13(a)所示,图像中棋盘格

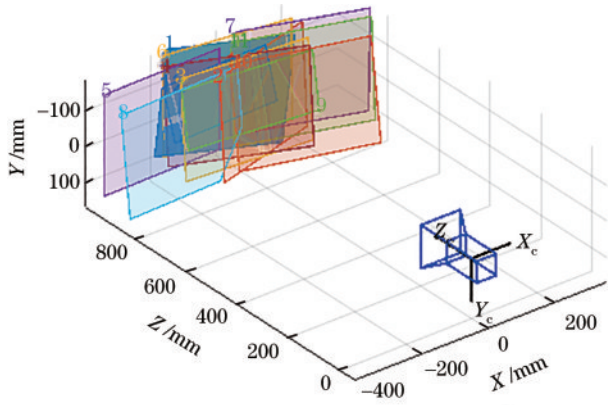


图 12 标定板位姿

Fig. 12 Calibration board pose

角点信息丢失较为严重。再使用传统拟合圆法、在传统拟合圆法基础上的采样拟合圆法以及所提方法对拍摄的圆形标定板进行标定,其中,某一视角下拍摄的圆形标定板图进行圆心提取与排序处理后的结果如图 13(b)所示。最终标定结果如表 1 所示。

从表 1 可以看出,4 种方法的焦距与主点坐标都较

为接近,相比棋盘格标定,3 种圆形标定法在镜头畸变较大的情况下精度都有提升。而在 3 种圆形标定法中,传统的圆拟合法直接拟合边缘轮廓,没有考虑圆特征受畸变影响投影有偏差和局部畸变导致中心偏移的情况,重投影误差较大,通过采样取点的拟合方式没有圆心修正补偿过程的标定,虽然降低了重投影误差但仍大于所提方法。所提标定法重投影误差比传统棋盘格标定法降低超过 60%,相比于传统的圆拟合法降低约 50%,并且通过圆心修正补偿可以提升约 20% 的重投影精度。所提方法得到的相机参数计算出的重投影点更接近于真值,可以有效提高镜头畸变较大时的标定精度。

为了更直观比较不同方法的标定精度,将重投影点与像点之间在  $x$  方向和  $y$  方向上差值的分布情况绘制出来,如图 14 所示。从图中可以看出,在镜头畸变较大的情况下,使用张正友棋盘格标定法的残差分布分散较为严重,而使用圆形标定时,所提方法相对于传统圆拟合法的残差分布呈圆形,更集中,说明由所提方法标定出的参数计算重投影点更精确,标定精度更高。

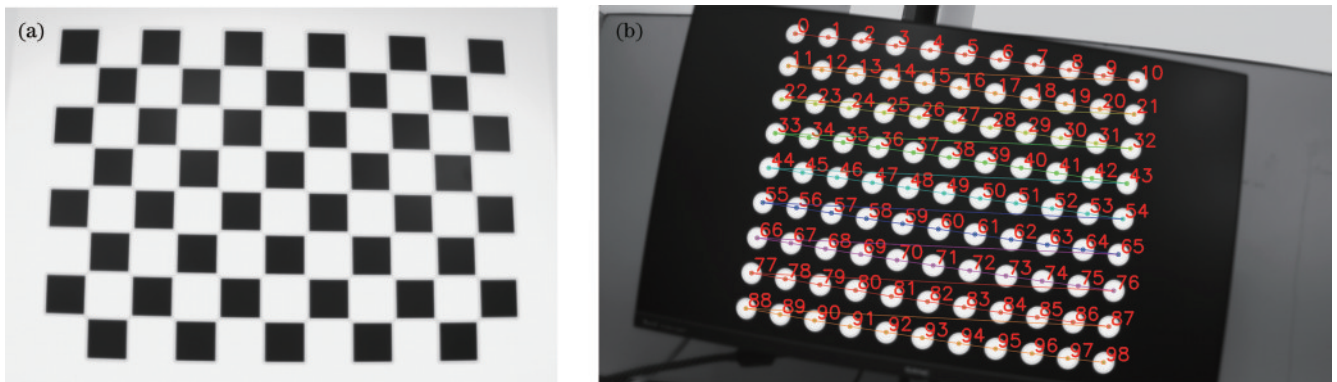


图 13 畸变较大情况下的棋盘格与圆心标定板图像。(a)畸变下的棋盘格图像;(b)圆心提取效果图

Fig. 13 The image of the checkerboard and the center calibration plate in the case of large distortion. (a) Checkerboard image under distortion; (b) effect picture of circle center extraction

表 1 标定结果比较

Table 1 Comparison of calibration results

Parameter	Checkerboard method	Traditional fit method	Sampling fitting without center compensation	Proposed method	
Focal length	$f_x$ /pixel	2035.2773	2029.1668	2036.0971	2037.0731
	$f_y$ /pixel	2035.6585	2027.7686	2034.1494	2037.1021
Principal point	$u_0$ /pixel	932.3056	936.8316	933.6352	931.8365
	$v_0$ /pixel	478.8474	463.6108	465.0632	464.9431
	$k_1$	-0.3622	-0.3703	-0.3841	-0.3855
Distortion	$k_2$	0.1504	0.0964	0.1758	0.1754
	$p_1$	-0.00241	-0.00028	-0.00028	-0.00029
	$p_2$	-0.00095	-0.00137	-0.00112	-0.00115
	$k_3$	-0.1263	0.0544	-0.0982	-0.1041
Reprojection error /pixel	0.3828	0.2801	0.1723	0.1349	

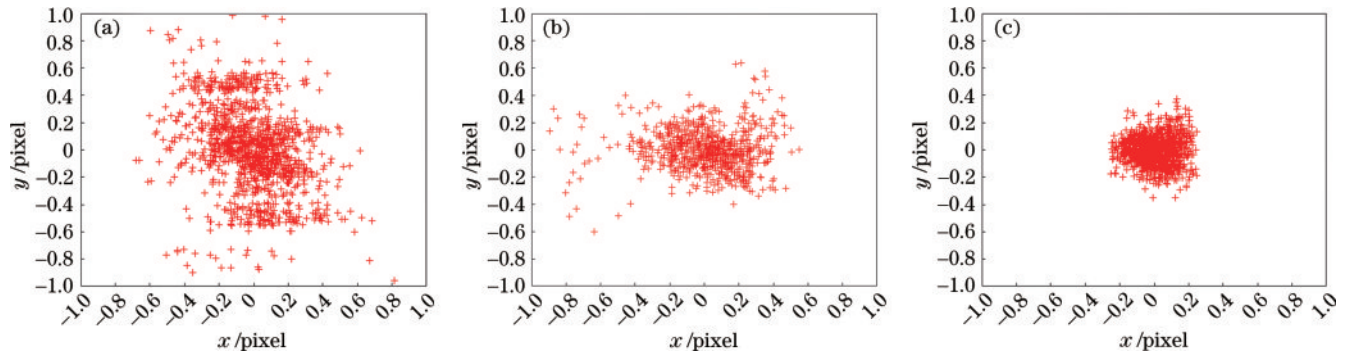


图 14 重投影误差散点图。(a)张正友棋盘格标定法;(b)传统圆拟合法;(c)所提算法

Fig. 14 Reprojection error scatterplot. (a) Zhang's method; (b) traditional circle fitting method; (c) proposed algorithm

## 7 结 论

针对镜头畸变较大时图片质量低、圆形特征边缘模糊的问题,提出一种 Canny-Zernike 矩边缘检测和圆心修正补偿的高精度相机方法。通过 Canny-Zernike 矩法结合边缘点链的连接策略,提高在圆形特征模糊情况下提取边缘的准确度,然后利用粗标定得到的相机内参,对圆形特征边缘上采样的轮廓点矫正后重新拟合获取圆心,反投影回图像上进行精标定,从而避免透视投影变换以及镜头畸变造成的圆心偏差问题。实验结果表明,在镜头畸变大时所提方法的标定误差较传统圆拟合方法降低了约 50%,具有更高的精度和鲁棒性,可以满足视觉领域中对相机参数高精度的要求。

### 参 考 文 献

- [1] Abdel-Aziz Y I, Karara H M. Direct linear transformation from comparator coordinates into object space coordinates in close-range photogrammetry[J]. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 2015, 81(2): 103-107.
- [2] Tsai R. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses[J]. *IEEE Journal on Robotics and Automation*, 1987, 3(4): 323-344.
- [3] Zhang Z. A flexible new technique for camera calibration [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [4] 孙婷, 陈娜, 孟然, 等. 基于超分辨率角点检测算法的双目相机高精度标定方法[J]. *激光与光电子学进展*, 2023, 60(8): 0811029.  
Sun T, Chen N, Meng R, et al. High-precision binocular camera calibration based on super-resolution corner point detection algorithm[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2023, 60(8): 0811029.
- [5] Ye J, Fu G K, Poudel U P. High-accuracy edge detection with blurred edge model[J]. *Image and Vision Computing*, 2005, 23(5): 453-467.
- [6] Shen Y J, Zhang X, Cheng W, et al. Quasi-eccentricity error modeling and compensation in vision metrology[J]. *Measurement Science and Technology*, 2018, 29(4): 045006.
- [7] 魏振忠, 张广军. 透视投影变换中椭圆中心畸变误差模型及其仿真研究[J]. *仪器仪表学报*, 2003, 24(2): 160-164.  
Wei Z Z, Zhang G J. A distortion error model of the perspective projection of ellipse center and its simulation [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2003, 24 (2): 160-164.
- [8] 卢晓冬, 薛俊鹏, 张启灿. 基于圆心真实图像坐标计算的高精度相机标定方法[J]. *中国激光*, 2020, 47(3): 0304008.  
Lu X D, Xue J P, Zhang Q C. High camera calibration method based on true coordinate computation of circle center[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2020, 47(3): 0304008.
- [9] Hartley R I, Zisserman A. *Multiple view geometry in computer vision*[M]. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2000: 192-193.
- [10] 段振云, 王宁, 赵文辉, 等. 基于点阵标定板的视觉测量系统的标定方法[J]. *光学学报*, 2016, 36(5): 0515004.  
Duan Z Y, Wang N, Zhao W H, et al. Calibration method based on lattice calibration plate in vision measurement system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36 (5): 0515004.
- [11] 高世一, 赵明扬, 张雷, 等. 基于 Zernike 正交矩的图像亚像素边缘检测算法改进[J]. *自动化学报*, 2008, 34(9): 1163-1168.  
Gao S Y, Zhao M Y, Zhang L, et al. Improved algorithm about subpixel edge detection of image based on Zernike orthogonal moments[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2008, 34(9): 1163-1168.
- [12] Ouellet J N, Hébert P. Precise ellipse estimation without contour point extraction[J]. *Machine Vision and Applications*, 2009, 21(1): 59.
- [13] 林旭东, 张旭. 基于透视畸变矫正的高精度相机标定方法[J]. *激光与光电子学进展*, 2023, 60(16): 1615004.  
Lin X D, Zhang X. Accurate camera calibration method based on perspective distortion correction[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2023, 60(16): 1615004.
- [14] 娄群, 吕钧灏, 文立华, 等. 基于亚像素边缘检测的高精度相机标定方法[J]. *光学学报*, 2022, 42(20): 2012002.  
Lou Q, Lü J H, Wen L H, et al. High-precision camera calibration method based on sub-pixel edge detection[J].



- Acta Optica Sinica, 2022, 42(20): 2012002.
- [15] 梁力, 尹东斐, 王川. 高精度摄像机标定模板的设计及识别算法[J]. 西安交通大学学报, 2011, 45(4): 82-85.  
Liang L, Yin D F, Wang C. Design and detection methods for accurate camera calibration targets[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2011, 45(4): 82-85.
- [16] Lucas B D, Kanade T. An iterative image registration technique with an application to stereo vision[C]// Proceedings of the 7th International Joint Conference on Artificial Intelligence, August 24-28, 1981, Vancouver, BC, Canada. San Francisco: William Kaufmann, 1981: 674-679.
- [17] Teague M R. Image analysis via the general theory of moments[J]. Journal of the Optical Society of America, 1980, 70(8): 920-930.
- [18] Ghosal S, Mehrotra R. Orthogonal moment operators for subpixel edge detection[J]. Pattern Recognition, 1993, 26(2): 295-306.
- [19] Fitzgibbon A W, Pilu M, Fisher R B. Direct least squares fitting of ellipse[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1999, 21(5): 476-480.