

## 基于卷积神经网络的干涉投影畸变校正方法

颜蒙<sup>1,2</sup>, 黄启泰<sup>1,2\*</sup>, 任建锋<sup>1,2</sup><sup>1</sup>苏州大学光电科学与工程学院&苏州纳米科技协同创新中心, 江苏 苏州 215006;<sup>2</sup>江苏省先进光学制造技术重点实验室&教育部现代光学技术重点实验室, 江苏 苏州 215006

**摘要** 在非球面零位干涉检测中,待测面检测误差分布与实际误差分布间存在干涉投影畸变。针对目前投影畸变校正方法计算复杂、通用性差等问题,提出一种基于卷积神经网络(CNN)的投影畸变校正方法。该方法首先在待测面上加入井字形柔性遮挡物,并根据投影畸变系数范围合成干涉图像作为CNN的数据集;然后选择合适的网络结构基于该数据集来训练网络;最后将实际干涉图像输入该网络以预测畸变系数,从而实现投影畸变的标定与校正。实验结果表明,该方法的理论校正误差小于1 pixel,实际误差校正精度优于传统标记点法,证明了该方法高效可行。

**关键词** 干涉检测; 畸变校正; 深度学习; 卷积神经网络; 系统标定

中图分类号 O436.1

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP230636

## Distortion Correction Method of Interference Projection Based on Convolutional Neural Network

Yan Meng<sup>1,2</sup>, Huang Qitai<sup>1,2\*</sup>, Ren Jianfeng<sup>1,2</sup><sup>1</sup>School of Optoelectronic Science and Engineering & Collaborative Innovation Center of Suzhou Nano Science and Technology, Soochow University, Suzhou 215006, Jiangsu, China;<sup>2</sup>Key Laboratory of Advanced Optical Manufacturing Technologies of Jiangsu Province & Key Laboratory of Modern Optical Technologies of Education Ministry of China, Soochow University, Suzhou 215006, Jiangsu, China

**Abstract** In the aspherical surface zero position interference detection, there is a projection distortion between the measurement error distribution and the actual error distribution of the surface to be measured. Aiming at the problems of complex calculation and poor generality of current projection distortion correction methods, a correction method based on a convolutional neural network (CNN) is proposed. In this method, an intersecting parallels flexible occlude is added to the surface, and the interference image is synthesized according to the range of projected distortion coefficient as the data set of CNN. Then the appropriate network structure to train the network based on the data set is selected. Finally, the actual interference image is input into the network to predict the distortion coefficient, and to realize the calibration and correction of the projection distortion. Experimental results show that the theoretical correction error of this method is less than 1 pixel, and the actual error correction accuracy is better than that of the traditional marker method, which proves that the method is efficient and feasible.

**Key words** interferometry; distortion correction; deep learning; convolutional neural network; system calibration

## 1 引言

零位干涉检测作为一种常见的非球面检测方法,对非球面超精密加工具有重要的指导意义。然而使用该方法检测时,零位补偿元件及干涉仪自身在检测过程中会引入误差,导致电荷耦合元件(CCD)像素坐标与被测镜坐标之间存在非线性误差,也被称为投影畸

变<sup>[1]</sup>。在参考检测结果对非球面进行补偿加工时,如果忽略了检测数据与被测镜坐标的实际对应关系,则在补偿加工过程中会存在定位误差大、补偿精度低、需要多次补偿的情况,大大降低了光学元件的加工效率。因此投影畸变的校正对非球面加工来说是十分重要的环节。

现有的投影畸变校正方法主要包括以下三种:

收稿日期: 2023-02-15; 修回日期: 2023-03-28; 录用日期: 2023-04-12; 网络首发日期: 2023-04-22

通信作者: \*huangqitai@suda.edu.cn

Novak 等<sup>[2]</sup>提出通过检测波面 Zernike 系数中离焦项和球差项的变化来分解得到检测系统中的投影畸变,但是该方法计算复杂且需精确控制检测系统的移动; Zeng 团队<sup>[3]</sup>采用光线追迹法对离轴非球面检测时的投影畸变进行校正,该方法计算难度大且需少量的标记点参与计算,实际校正过程复杂;李锐钢等<sup>[4]</sup>曾利用非球面与干涉图上的标记点来求解投影畸变,该方法在点的标记与读取过程中费时且会引入较大误差,影响校正结果。另外上述方法皆需获取检测系统的参数,因此提出一种通用且有效的投影畸变校正方法十分必要。

在过去几年里,随着深度学习在图像分类、结果预测等方面的快速发展,卷积神经网络(CNN)被逐步运用到光学领域<sup>[5-6]</sup>。Rong 等<sup>[7]</sup>提出了一种基于 CNN 的镜头畸变校正方法,该方法采用单参数划分模型作为鱼眼镜头的畸变模型,构建了一个用于计算鱼眼图像畸变系数的 CNN,通过完成畸变系数的分类问题来校正镜头引入的图像畸变。Yin 团队<sup>[8]</sup>提出的

FishEyeRectNet 是另一种具有代表性的基于 CNN 的鱼眼图像校正网络,该网络为多语境协作深度网络,通过自动学习高层语义信息和低层表象信息来提高鱼眼畸变图像校正的准确度,但其结构的复杂程度也相应增加。

上述为 CNN 在镜头畸变方面的应用,但关于非球面零位检测中的投影畸变,尚未出现采用 CNN 求解其畸变系数的相关讨论,所以本文对其进行研究,提出一种高效便捷、通用性强的自动校正投影畸变的方法。该方法利用井字形柔性结构生成带遮挡的畸变干涉图,通过 CNN 端到端地学习训练网络,然后使用训练好的网络对干涉图进行分析,预测畸变系数并对投影畸变进行校正。

## 2 投影畸变模型

投影畸变主要可以分为三种形式,分别是径向畸变、偏心畸变和薄棱镜畸变<sup>[9]</sup>。它们的具体表现如图 1 所示。

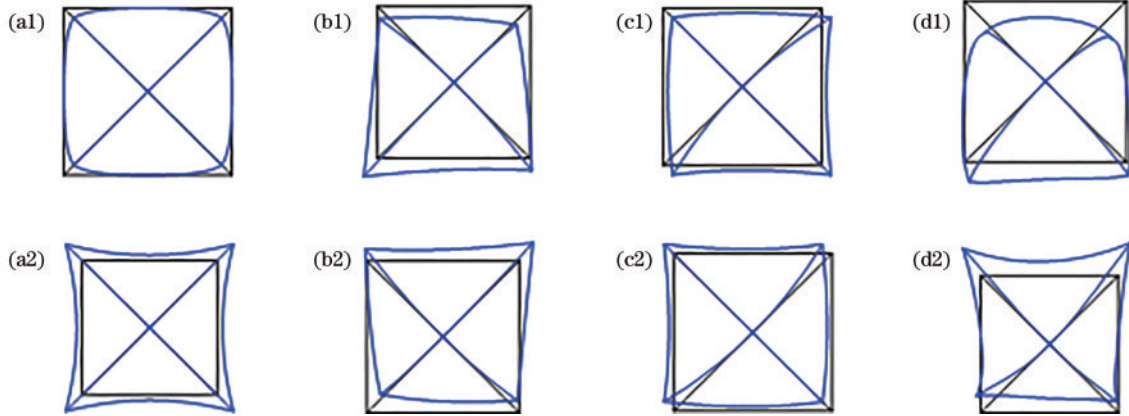


图 1 投影畸变的表现形式。(a1)(a2)径向畸变;(b1)(b2)偏心畸变;(c1)(c2)薄棱镜畸变;(d1)(d2)畸变叠加图

Fig. 1 Manifestation of projection distortion. (a1)(a2) Radial distortion; (b1)(b2) decentering distortion; (c1)(c2) thin prism distortion; (d1)(d2) distortion superposition diagram

若畸变中心的坐标为  $(x_0, y_0)$ , 畸变坐标为  $(x', y')$ , 理想坐标为  $(x, y)$ , 则畸变模型的表达式为

$$r^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2, \quad (1)$$

$$x' = x + x(k_1 r^2 + k_2 r^4 + \dots + k_n r^{2n}) + [p_1(3x^2 + y^2) + 2p_2 xy] + s_1 r^2, \quad (2)$$

$$y' = y + y(k_1 r^2 + k_2 r^4 + \dots + k_n r^{2n}) + [p_2(3y^2 + x^2) + 2p_1 xy] + s_2 r^2, \quad (3)$$

式中:  $r$  为理想坐标点距畸变中心的距离;  $k_1, k_2, \dots, k_n$  为径向畸变系数;  $p_1, p_2$  为偏心畸变系数;  $s_1, s_2$  为薄棱镜畸变系数。该模型用于给图像加入畸变噪声, 将理想坐标点  $(x, y)$  转换为畸变坐标点  $(x', y')$ , 在投影畸变的校正过程中, 通常采用其逆公式将畸变坐标点转化为理想坐标点。

一般来说, 使用补偿器检测同轴非球面所产生的投影畸变以径向畸变为主, 实际检测中几乎不会引入

明显的非旋转对称畸变, 如偏心畸变<sup>[10]</sup>, 因此本文中投影畸变主要指径向畸变。通常情况下, 对于较小的径向畸变只考虑二阶畸变系数  $k_1, k_2$  带来的误差<sup>[11]</sup>, 对于畸变很大的图像, 如鱼眼镜头产生的图像, 则可以相应地增加高阶畸变系数来进行描述。

## 3 构建数据集

众所周知, 优质的数据集是优质网络模型的保障。由于投影畸变校正任务的特殊性, 实验中缺乏大量在实际非球面检测中含投影畸变的干涉图, 所以本文通过仿真得到携带投影畸变的干涉图来合成数据集。数据集采集过程分为两个步骤: 1) 生成带有井字形遮挡的无畸变干涉图作为原始数据集; 2) 在原始数据集中加入投影畸变, 建立有畸变系数标签的畸变数据集。

### 3.1 原始数据集

CNN 因其良好的性能被推广到各种任务中, 如图

像分类和目标检测等,同时也有一些学者研究基于 CNN 的镜头畸变校正方法,在校正过程中,为了提高网络训练的准确度,往往筛选一些带有直线的畸变图像作为数据集来参与训练<sup>[12-13]</sup>。

参考上述思想对待测非球面进行处理,即在待测面贴上井字形柔性遮挡物,创建参考直线,该参考直线通过如图 2 所示的仿真检测光路后携带投影畸变,从而生成带有井字形遮挡的干涉图。

根据干涉原理利用两个存在固定光程差的球面波来获取仿真干涉图样,调节其中一球面波的中心位置及倾斜角度,使之可模拟生成大量不同干涉条件下的干涉图像,再在图像中加入井字形遮挡,从而完成原始数据集的创建。

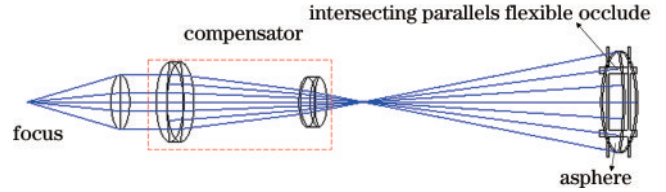


图 2 非球面补偿检测的仿真光路  
Fig. 2 Simulation optical path of aspheric surface compensation detection

### 3.2 畸变数据集

为了让数据集更贴合实际检测情况,还需要得到真实的畸变系数范围合成畸变数据集。对一非球面元件进行测试,其表面参数如表 1 所示。

表 1 待测非球面参数  
Table 1 Aspheric surface parameters to be tested

Effective aperture /mm	Radius of curvature /mm	Conic	4 <sup>th</sup> order term	6 <sup>th</sup> order term	8 <sup>th</sup> order term	10 <sup>th</sup> order term
102.5	276.41	4.88	$3.151 \times 10^{-8}$	$1.343 \times 10^{-12}$	$5.962 \times 10^{-17}$	$5.514 \times 10^{-21}$

由于在此只需得到畸变系数大致范围,无须得到精确的畸变系数数值,所以使用操作简便的标记点法<sup>[4]</sup>求解畸变系数。遵循标记点法的计算过程,利用 3 组标记坐标计算出的畸变系数如表 2 所示。

由表 2 可知,使用补偿器对非球面进行检测时,畸变模型归一化后求解得到的畸变系数  $k_1$ 、 $k_2$  为  $10^{-2}$  量

表 2 畸变系数  
Table 2 Distortion coefficient

No.	$k_1$	$k_2$
A <sub>1</sub>	-0.0481	0.0499
A <sub>2</sub>	-0.0269	0.0448
A <sub>3</sub>	-0.0417	0.0470

级。参考标记点法得到的畸变系数,设置标签  $k_1$  的范围为  $\{-0.01, -0.02, -0.03, \dots, -0.09\}$ ,  $k_2$  的范围为  $\{0.01, 0.02, 0.03, \dots, 0.09\}$ , 然后根据畸变系数的范围为原始数据集加入畸变噪声,生成带有畸变系数标签的畸变数据集。

一个神经网络的数据集可分为训练集、验证集和测试集。根据干涉投影畸变模型共生成 21000 张畸变图像,其中:18000 张作为训练集用来训练网络;2000 张作为验证集对网络参数进行微调;1000 张作为测试集用来评估训练好的网络。数据集中部分畸变图像如图 3 所示,可见干涉图中的井字形遮挡呈现出明显的可变性。

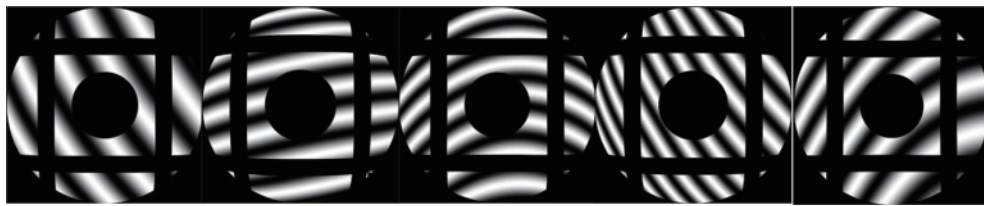


图 3 数据集中的部分图像  
Fig. 3 Partial images of the data set

## 4 网络结构

CNN 主要包括卷积层、池化层和全连接层。卷积层通过卷积核提取图像局部特征,利用图像卷积运算获取特征映射,卷积核在网络中的共享减少了参数的数量和过拟合的风险<sup>[14]</sup>;池化层的功能主要是对图像特征进行筛选,压缩数据;全连接层位于整个 CNN 的最后,将上层输出的二维特征图转化为一维向量,由此实现端到端的学习。

卷积核的大小和个数、卷积层的个数和层数、全连接层的个数等都会影响 CNN 的性能。目前还没有完善的理论可以确定 CNN 的最佳结构<sup>[15]</sup>,以经典的 AlexNet 和 VGGNet 为参考构建如图 4 所示的 DCE Net (Distortion coefficient extraction network) 模型,该模型为 CNN 的回归模型。

DCE Net 由输入层、5 个卷积层、5 个平均池化层、3 个全连接层和 2 个丢弃层组成。网络输入层为 224 pixel×224 pixel 的畸变图像;卷积层后使用 ReLU

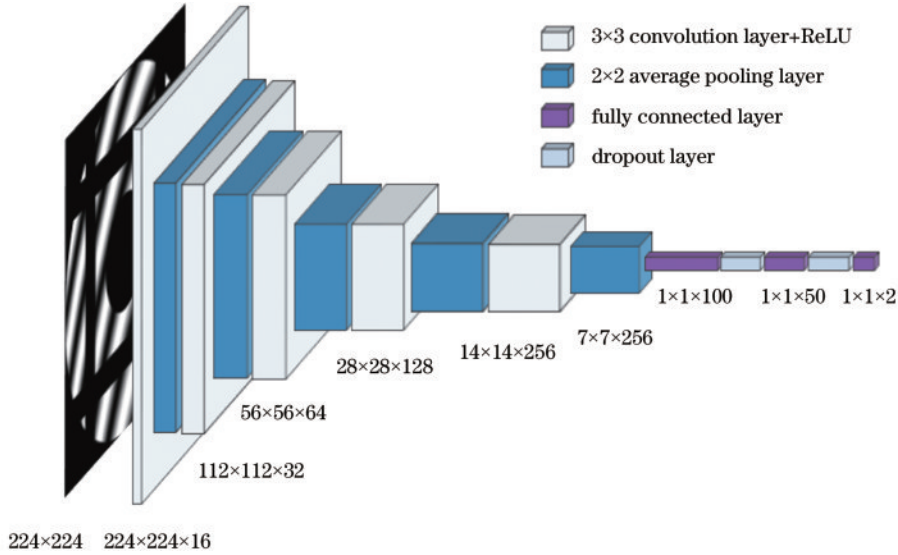


图4 DCE Net模型的网络结构

Fig. 4 Network structure of DCE Net model

函数代替传统的 Sigmoid 函数和 Tanh 函数作为神经元的非线性激活函数<sup>[16]</sup>;最后将丢弃层设置在网络结构中,其目的与卷积层一样为减少过拟合。

DCE Net 主要参考 AlexNet 中卷积层后连接池化层,以及 VGGNet 中反复堆叠简单模块的结构来构建,有利于提取图像微小视觉特征。与 AlexNet 和 VGGNet 不同的是,DCE Net 中使用的池化结构为平均池化,平均池化更强调对整体特征信息进行一层下采样,更有利于信息的完整传递。本文输入图像为带畸变的干涉图,目的在于根据图中扭曲的参考直线预测畸变系数,需考虑参考线所处的位置,即需要整体把握图像特征,因此在 DCE Net 中平均池化比最大池化更合适。网络训练由 Matlab R2022a 完成,环境为 Windows 10 64 位操作系统,硬件环境为 Intel i7。

由于测试集中的合成干涉图提供了精确的畸变系数,因此可以对网络性能进行定量评价。采用网络训练时间(elapsed time)、预测结果的均方根误差(RMSE)、平均相对误差  $\delta$  来评估网络性能, $\delta$  的表达式为

$$\delta = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \left| \frac{\alpha_{i-t} - \alpha_{i-r}}{\alpha_{i-t}} \right|, \quad (4)$$

式中: $n$  为测试集样本数量; $\alpha_{i-t}$  为测试集中的畸变系数; $\alpha_{i-r}$  为预测的畸变系数。为了证实 DCE Net 结构的有效性,对其结构模块的不同方面进行消融研究,并使用 AlexNet 和 VGG11Net (VGG11Net 为 VGGNet 的其中一种结构)在同一数据集下进行训练,训练结果如表 3 所示。

其中:Net-MP 将 DCE Net 中的平均池化换为最大池化;Net-Without2AP 去除了 DCE Net 中第 2、第 4 个平均池化层;Net-5×5 则将 DCE Net 中所有卷积核尺寸由 3×3 扩大为 5×5。从表 3 中可以看出,DCE Net 通过结合 AlexNet 和 VGGNet 的部分结构并使用

表 3 实验结果

Table 3 Experimental results

Item	$\delta / \%$	RMSE	Elapsed time
Net-MP	6.910	0.0085	226 min 1 s
Net-Without2AP	26.580	0.0313	825 min 18 s
Net-5×5	3.390	0.0059	464 min 27 s
AlexNet	5.105	0.0127	239 min 48 s
VGG11Net	4.735	0.0262	289 min 44 s
DCE Net	0.430	0.0047	206 min 30 s

平均池化层提高了特征提取能力,增强了网络模型的性能。

## 5 实验与分析

基于 CNN 的校正投影畸变的原理如图 5 所示:首先以仿真的畸变干涉图作为输入样本,以畸变系数作为输出样本去训练网络,建立干涉图与畸变系数的映射关系;再将训练结束的网络应用于真实干涉图像畸变系数的预测从而完成投影畸变的标定;最后根据预测出的畸变系数来校正投影畸变。

为了评估投影畸变的校正精度,将校正误差  $\varphi$  定义为畸变坐标位置  $(x', y')$  与投影校正后的理想坐标位置  $(x, y)$  的偏差,计算公式为

$$\varphi = \sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2}. \quad (5)$$

使用训练好的 DCE Net 对测试集中随机提取的 100 张干涉图进行实验,分别预测其畸变系数,再参考畸变系数来校正干涉图像,得到每幅干涉图像校正误差的 RMSE 如图 6 所示。

可以发现,100 次随机实验得到的坐标校正误差 RMSE 在 1 pixel 以内,证实了该方法理论上的可行性及稳定性。

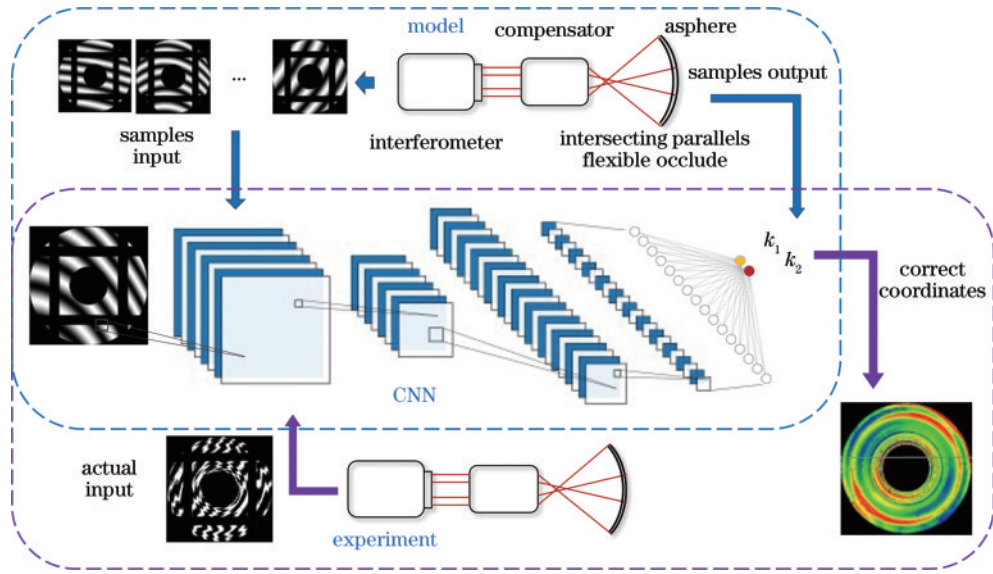


图 5 基于 CNN 的投影畸变校正

Fig. 5 Projection distortion correction based on CNN

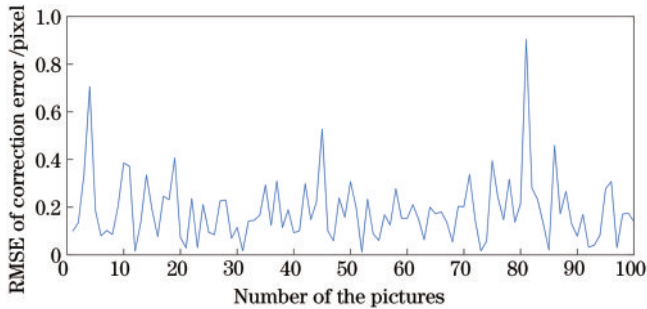


图 6 100 次随机实验得到的坐标校正误差 RMSE

Fig. 6 RMSE of coordinate correction error obtained from 100 random experiments

为了验证该方法在实际非球面干涉检测中的可行

性,使用 ZYGO 干涉仪对表 1 所述的非球面进行检测,其检测实验如图 7 所示,图 7(a)为非球面补偿检测时的实物图。由于 ZYGO 干涉仪检测该非球面的干涉图像尺寸为 480 pixel×640 pixel,为了使干涉图匹配 DCE Net 输入层的大小,还需将原始干涉图处理为 224 pixel×224 pixel 的干涉图[图 7(b)]。

将与 DCE Net 结构匹配的干涉图输入网络对畸变系数进行预测,然后使用预测数据对非球面面形误差检测结果中的投影畸变进行校正,校正前后的面形误差如图 8(a)和 8(b)所示,图中任取 3 个特征点,以 Zemax 中的无畸变坐标为基准,特征点对应像素坐标校正前后的畸变大小如表 4 所示。

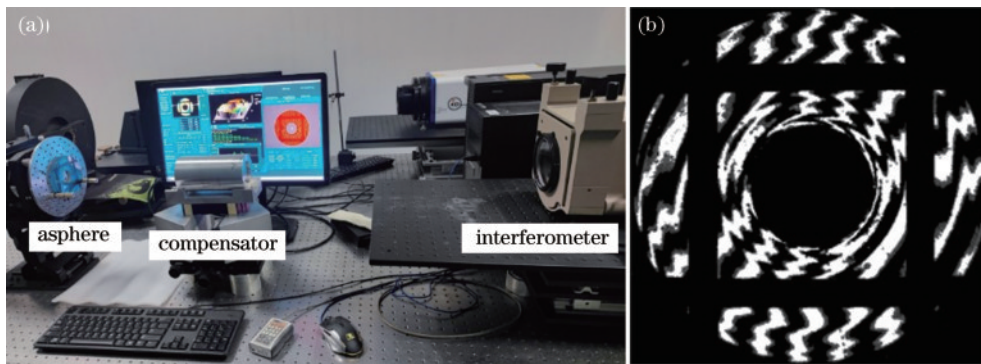


图 7 实验图。(a)补偿检测实物图;(b)干涉图(输入层)

Fig. 7 Experimental picture. (a) Physical picture of compensation test; (b) interferogram (input layer)

从表 4 中可以看出使用所提畸变校正方法校正投影畸变,使特征点的畸变大小降低了 80% 以上,实现了畸变的有效校正。

表 5 为分别使用李锐钢<sup>[4]</sup>提出的标记点法、郝三峰<sup>[17]</sup>提出的校正方法和本文方法求解非球面上 100 个特征点校正精度的 RMSE,从表 5 中可看出本文方法

的校正精度优于其余两种方法,特征点校正误差的 RMSE 为 1.7895 pixel,可以满足非球面点对点的加工方法需求。然而表 5 的干涉投影畸变实际校正结果与理论校正结果有一定偏差,该偏差主要由两方面原因导致,一是忽略了检测过程中引入了其他误差,二是输入网络中的实际干涉图与数据集中的仿真干涉图形式

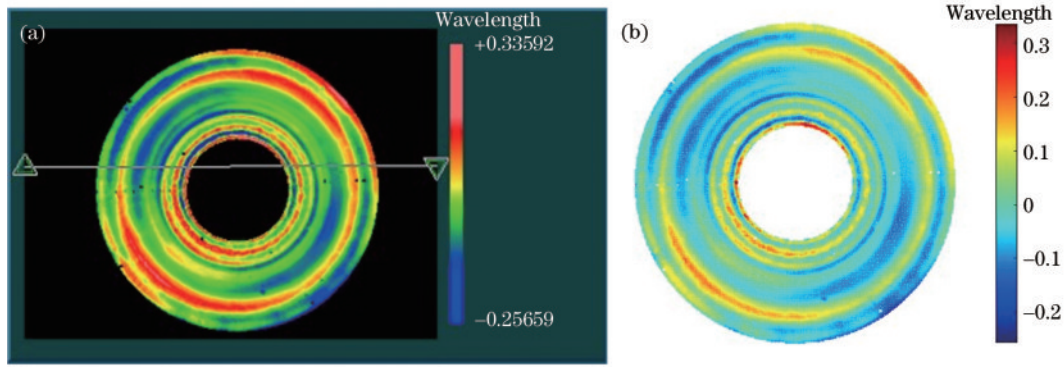


图 8 非球面面形误差检测结果。(a)校正前;(b)校正后

Fig. 8 Results of aspheric surface error detection. (a) Before correction; (b) after correction

表 4 畸变校正前后特征点畸变大小

Table 4 Distortion of feature points before and after distortion correction unit: pixel

Feature point	Before correction	After correction
(92, 63)	6.4546	1.0555
(112, 78)	7.9949	0.8279
(156, 108)	9.1243	1.2871

表 5 不同方法校正结果对比

Table 5 Comparison of correction results of different methods

Method of correction	Position error RMSE /pixel		
	$x'-x$	$y'-y$	$\varphi$
Marker <sup>[4]</sup>	2.9482	2.1261	3.6349
Rapid correction <sup>[17]</sup>	1.2498	1.4661	1.9265
DCE Net	1.4514	1.0467	1.7895

不完全相同。

## 6 结 论

提出了一种通用、快速的基于 CNN 的投影畸变校正方法,不同于现有投影畸变校正方法,该方法直接对检测干涉图进行学习,不仅简化了传统方法的计算过程,而且解除了对不同检测光路的限制,无须确定非球面检测光路的具体参数,使用计算简单的卷积过程即可完成。其理论校正误差小于 1 pixel,能够有效地校正非球面使用补偿检测法产生的投影畸变,实际校正精度高于传统方法,表明该方法可以提供精确的表面特征位置信息,能够实现投影畸变的有效校正。然而该方法主要校正补偿检测中存在的径向畸变,忽略了检测系统装调时可能引起的偏心畸变和薄棱镜畸变,限制了校正精度的进一步提高。为了实现高精度非球面的制造,下一步将引入更精确的畸变模型和复杂的网络结构对投影畸变进行校正。

### 参 考 文 献

[1] 郑立功. 离轴非球面 CCOS 加工过程关键技术研究[D]. 长春: 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所,

2003: 66-68.

Zheng L G. Research on key technology of off-axis aspheric CCOS machining process[D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2003: 66-68.

[2] Novak M, Zhao C, Burge J H. Distortion mapping correction in aspheric null testing[J]. Proceedings of SPIE, 2008, 7063: 706313.

[3] Zeng X F, Zhang X J, Xue D L, et al. Mapping distortion correction in freeform mirror testing by computer-generated hologram[J]. Applied Optics, 2018, 57(34): F56-F61.

[4] 李锐钢, 郑立功, 薛栋林, 等. 大口径高次、离轴非球面干涉测量中投影畸变的标定方法[J]. 光学精密工程, 2006, 14(4): 533-538.

Li R G, Zheng L G, Xue D L, et al. Calibration method for projection distortion in interferometric testing high order and off-axis aspheric surface with big aperture[J]. Optics and Precision Engineering, 2006, 14(4): 533-538.

[5] 程钊, 赵南京, 殷高方, 等. 基于多任务卷积神经网络的浮游藻类群落识别方法[J]. 光学学报, 2022, 42(5): 0530002.

Cheng Z, Zhao N J, Yin G F, et al. Identification method of planktonic algae community based on multi-task convolutional neural network[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(5): 0530002.

[6] 廖陆峰, 李思坤, 王向朝. 基于预训练 VGG11 模型的光刻坏点检测方法[J]. 光学学报, 2023, 43(3): 0312008.

Liao L F, Li S K, Wang X Z. Lithography hotspot detection method based on pre-trained VGG11 model[J]. Acta Optica Sinica, 2023, 43(3): 0312008.

[7] Rong J P, Huang S Y, Shang Z, et al. Radial lens distortion correction using convolutional neural networks trained with synthesized images[M]//Lai S H, Lepetit V, Nishino K, et al. Computer vision-ACCV 2016. Lecture notes in computer science. Cham: Springer, 10113: 35-49.

[8] Yin X Q, Wang X C, Yu J, et al. FishEyeRecNet: a multi-context collaborative deep network for fisheye image rectification[M]//Ferrari V, Hebert M, Sminchisescu C, et al. Computer vision-ECCV 2018. Lecture notes in computer science. Cham: Springer,

- 2018, 11214: 475-490.
- [9] 高松涛, 王高文, 张健, 等. 用计算全息图校正非球面的畸变[J]. 光学精密工程, 2013, 21(8): 1929-1935.  
Gao S T, Wang G W, Zhang J, et al. Correction of distortion in asphere testing with computer-generated hologram[J]. Optics and Precision Engineering, 2013, 21(8): 1929-1935.
- [10] 高松涛, 武东城, 苗二龙. 大偏离度非球面检测畸变校正方法[J]. 中国光学, 2017, 10(3): 383-390.  
Gao S T, Wu D C, Miao E L. Distortion correcting method when testing large-departure asphere[J]. Chinese Optics, 2017, 10(3): 383-390.
- [11] Wang J H, Shi F H, Zhang J, et al. A new calibration model of camera lens distortion[J]. Pattern Recognition, 2008, 41(2): 607-615.
- [12] Mei X, Yang S, Rong J P, et al. Radial lens distortion correction using cascaded one-parameter division model [C]//2015 IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), September 27-30, 2015, Quebec City, QC, Canada. New York: IEEE Press, 2015: 3615-3619.
- [13] Xue Z C, Xue N, Xia G S, et al. Learning to calibrate straight lines for fisheye image rectification[C]//2019 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), June 15-20, 2019, Long Beach, CA, USA. New York: IEEE Press, 2020: 1643-1651.
- [14] Rehman Y A U, Po L M, Liu M Y. LiveNet: improving features generalization for face liveness detection using convolution neural networks[J]. Expert Systems with Applications, 2018, 108: 159-169.
- [15] Zhang L, Li C, Zhou S, et al. Enhanced calibration for freeform surface misalignments in non-null interferometers by convolutional neural network[J]. Optics Express, 2020, 28(4): 4988-4999.
- [16] Chu H Y, Liao X, Dong P, et al. An automatic classification method of well testing plot based on convolutional neural network (CNN)[J]. Energies, 2019, 12(15): 2846.
- [17] 郝三峰, 张建, 杨建峰. F/0.78 高次非球面零位补偿检测与投影畸变校正[J]. 光子学报, 2023, 52(2): 0212004.  
Hao S F, Zhang J, Yang J F. F/0.78 high order aspheric surface testing with null compensator and mapping distortion correction[J]. Acta Photonica Sinica, 2023, 52(2): 0212004.