

激光与光电子学进展

月球激光反射器指向角度计算及对准精度分析

潘武琪^{1,2,3**}, 程志恩^{1*}, 张忠萍¹, 廖新浩^{1,2}¹中国科学院上海天文台, 上海 200030;²上海科技大学物质科学与技术学院, 上海 201210;³中国科学院大学天文与空间科学学院, 北京 100049

摘要 月球激光测距(LLR)是地月间距测量精度最高的技术。其中,月球激光反射器(LRRR)是实现高精度月球激光测距的关键设备。中国计划在月面放置有人部署的新一代月球激光反射器,为使反射器有效工作,需调节反射器的俯仰角、方位角,使其指向对准平均地球。本文设计了一套算法,用于计算月球激光反射器指向对准所需调节的角度,同时分析了部署时间偏差、位置偏差对指向对准的影响。月球激光反射器指向对准偏差估计值约为 2.7° ,最大不超过 5.0° ,可以满足反射器对准精度优于 5.5° 的需求。设计的算法和开展的分析,可以为未来中国月球激光反射器部署任务提供参考。

关键词 测量; 月球激光测距; 激光反射器; 对准精度; 平均地球

中图分类号 P228.5

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP240465

Pointing Angle Calculation and Aiming Accuracy Analysis of a Lunar Laser Ranging Retro-Reflector

Pan Wuqi^{1,2,3**}, Cheng Zhien^{1*}, Zhang Zhongping¹, Liao Xinhao^{1,2}¹Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China;²School of Physical Science and Technology, ShanghaiTech University, Shanghai 201210, China;³School of Astronomy and Space Science, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract Lunar laser ranging (LLR) has the highest precision in measuring the earth-moon distance. The lunar laser ranging retro-reflector (LRRR) is an essential piece of equipment for realizing lunar laser ranging. China has plans to deploy a manually emplaced new generation LRRR. For the LRRR to work effectively, the azimuth and altitude angle of the LRRR must be adjusted such that the LRRR is aligned with the mean Earth direction. We established a method for calculating the adjustment angle of the LRRR and analyzed the misalignment caused by the biases of emplacement time and emplacement site. Results show that the aiming of error of the LRRR can be estimated at approximately 2.7° , and the maximum value is less than 5.0° , which satisfies the requirements for an aiming accuracy of 5.5° . The calculation method and analysis presented in this study can act as guidelines for future China LRRR emplacement missions.

Key words measure; lunar laser ranging; ranging retro-reflector; aiming accuracy; mean earth

1 引言

月球激光测距(LLR)是地月间距测量精度最高的技术,单次测量精度目前可达厘米级。激光测月在多个学科和课题的研究中发挥着重要作用,主要有:构建国际天球参考系(ICRS)和国际地球参考系(ITRS)^[1-3]、建立与验证高精度月球历表^[4-5]、验证相对论和引力理

论^[6]、研究地球和月球内部结构^[7-9]等。

在月球激光测距开展以来的50年间,激光测距技术取得了很大进展^[10-13],激光测月资料也取得了显著的科学成就。其中,月球激光反射器是实现高精度月球激光测距的关键设备,其主要功能是:利用角反射镜对入射光束的反向反射特性,对地面站发射的激光脉冲信号进行反射,使其原路返回,配合地面系统通过测

收稿日期: 2024-01-08; 修回日期: 2024-02-27; 录用日期: 2024-03-07; 网络首发日期: 2024-03-13

基金项目: 国家自然科学基金(12373085)

通信作者: *cze@shao.ac.cn; **panwuqi@shao.ac.cn

量激光脉冲的双程光行时实现地月距离精确测量。激光反射器(LRA)是由若干个角反射器(亦称角锥棱镜)组成的角反射器阵列。每个角锥棱镜为3个直角面相互垂直的四面体,其光学特性如下:一束光从四面体棱镜顶面入射,依次经过3个直角面反射后从顶面出射,此出射光束与入射激光束平行但方向相反。

目前,月球表面共有5个激光反射器可供地面站进行月球激光测距。1969年7月21日,美国 Apollo-11 首次将一组激光反射器阵列放置在月面上,实现了高精度月球激光测距。随后, Apollo-14 和 Apollo-15 以及苏联的 Lunakhod-1, -2(激光反射器由法国制造)任务在月面又安置了4组角反射器阵列,取得了大量观测数据和显著的科学成就。

为使激光反射器有效工作,月球激光反射器指向需对准平均地球。Apollo系列月球激光反射器均为有人部署,均具备指向调节功能,由航天员放置在月面,完成指向调节部署后可以保证激光反射器指向对准平均地球。Lunokhod-1, -2月球激光反射器安装在月球车上,设计一定的斜置角度完成俯仰角对准,最后由月球车完成方位角和水平的对准,保证激光反射器指向对准平均地球。反射器的指向存在一定的偏差,根据月球激光测距观测结果, Apollo系列反射器的指向偏差约为 1° ,而Lunokhod反射器的指向偏差约为 5° ^[14]。

中国计划在2030年前实现载人登月,计划在月面部署新一代单体大口径月球激光反射器。而部署月球激光反射器关键一环是完成俯仰角、方位角和水平的调节部署。本文首先介绍月球激光反射器指向对准平均地球的需求,为使指向对准平均地球设计了一套计算方法,用于计算指向对准所需调节的俯仰角和方位角,并分析了部署时间偏差、部署位置偏差对指向对准的影响,最终月球激光反射器指向对准偏差估计值约为 2.7° ,最大不超过 5.0° ,可以满足小于 5.5° 的需求。本文设计的计算方法以及开展的反射器指向精度分析,可以为未来中国月球激光反射器部署时俯仰角和方位角的调节提供参考。

2 指向对准角度计算

2.1 指向对准需求

由于月面温度变化大,对于月球激光反射器,角锥棱镜不宜镀膜,可通过角锥棱镜内部的三次全反射实现激光反向返回。由角锥棱镜的工作原理和几何光学理论可知,非镀膜角锥棱镜存在一个工作临界角 i_c ^[15]:

$$i_c = \arcsin \left\{ n \sin \left[\arctan \sqrt{2} - \arcsin \left(\frac{1}{n} \right) \right] \right\}, \quad (1)$$

式中: n 为角锥棱镜材料的折射率。角锥棱镜通常采用熔石英材料,折射率 $n = 1.461$ (@532 nm),可以算出 i_c 为 17.0° 。角锥棱镜直角反射面不镀膜,且在激光入射角大于 17.0° 时,其光学反射率将急剧下降,即月

球激光反射器的有效工作视场角(临界角)为 $\pm 17.0^\circ$ 。为了保证月球激光反射器有效工作,需保证激光入射角小于 17.0° 。

月球被地球潮汐锁定,因此从地球上,月球总是一面朝着地球。然而,月球同时具有天平动,这使得月球朝向地球的面存在小幅度摆动,因此地球质心在月面上的投影点会有小幅度变化。月固坐标系(lunar body-fixed coordinate system)的平均地球/极轴(ME)定义正是通过这个投影点所定义的:ME系的Z轴指向月球的平均旋转极,而ME系的本初子午线(0° 经度线)则由地球投影点的平均位置所定义,对应的地球方向称为平均地球方向,即ME系的X轴。根据该定义,在ME月固系中,平均地球方向即为X轴的方向,其经纬度坐标为 $(0^\circ, 0^\circ)$ 。

为展示地球质心在月面上投影点位置的变化,绘制了5年的较长时间段内地球质心在月固系中的轨迹,如图1所示。图1中横坐标为月固系经度,纵坐标为月固系纬度, $(0, 0)$ 即为平均地球方向。由图1可知,由于月球天平动的影响,地球质心在东西方向有振幅约为 8.2° 的摆动,在南北方向有振幅约为 6.9° 的摆动,因此地球质心偏离平均地球方向的最大角度可达约 10.7° ,即月球天平动将导致月球激光测距激光入射角存在最大约 10.7° 的变化。

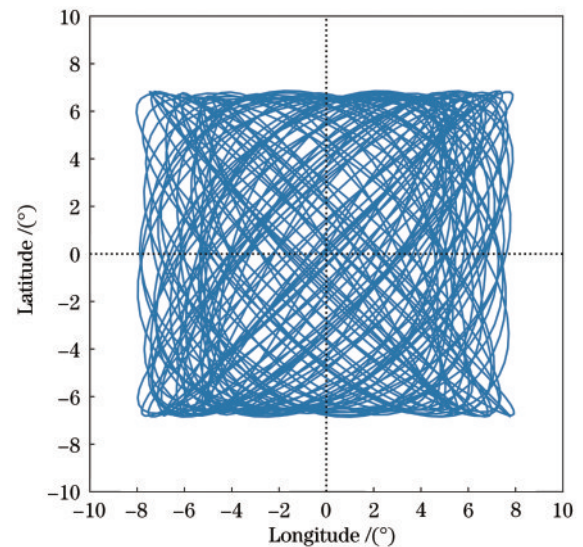


图1 2020-01-01—2025-01-01期间,地球质心在ME月固系中的轨迹

Fig. 1 Track of barycenter of Earth in ME reference system between 2020-01-01 and 2025-01-01

地面观测站进行月球激光测距时,由于观测站和地球中心相对于反射器有一定张角,并不在同一方向,因此观测站的观测仰角也会导致激光入射角存在最大约 0.8° 的变化。月球激光反射器的有效工作视场角(临界角)为 $\pm 17^\circ$,考虑月球天平动及观测仰角对激光入射角的最大影响分别为 10.7° 、 0.8° ,为保证月球激

光反射器有效工作,激光反射器指向对准平均地球的精度需要小于 5.5° 。

2.2 指向对准调节角度计算方法

有人部署月球激光反射器上均配有指向对准调节装置,通过完成俯仰角、方位角和水平的调节,可使激光反射器指向对准平均地球。其中:水平调节通过水平仪来引导完成;俯仰角需要计算出平均地球相对部署着陆点月平面的俯仰角度,并通过设置指向调节装置的俯仰角度来实现;方位角的指示调节相对复杂一些,通常采用日晷工作原理来实现,下面详细介绍方位角调节原理。

对于月球激光反射器方位角调节,由于月面上并无明显且准确的参照物,利用太阳作为参照物来确定方位角是一种可行的方式。太阳照射产生的影子是很好的指示物,可以使用太阳罗盘引导方位角的调节:太阳罗盘由水平的晷面和竖直的晷针组成,晷面上有方位角刻度线,太阳通过照射晷针在晷面上形成投影来引导方位角的调节。根据计划的部署地点和部署时间计算出平均地球方位角 A_{ME} 和太阳方位角 A_{sun} ,并在晷面上标记出角度 $\theta = A_{sun} - A_{ME}$ 。登月后在计划的部署时间、地点,由航天员转动激光反射器的方位,晷面则相应转动,太阳通过晷针投影在晷面上的角度也相应变化。当投影指向事先标记出的角度 θ 时,即说明激光反射器的方位角指向了平均地球。

因此,在月面部署激光反射器,需要提前计算出激光反射器指向对准调节的俯仰角和方位角。在部署地点站心坐标系下,通过计算平均地球的俯仰角度可获得指向对准调节的俯仰角;通过计算部署时太阳和平均地球的相对方位角可获得指向对准调节的方位角。为计算上述角度,需要得知特定时刻太阳、地球和月球在太阳系中的坐标位置,以及月球的自转轴指向和自转角。

采用高精度行星历表获取上述数据。DE421 星历是目前广泛使用的行星和月球历表,由美国喷气推进实验室(JPL)基于大量实际观测数据进行数值积分编写得来^[3]。DE421 星历中提供了基于质心动力学时(TDB)的太阳系天体在 ICRS 中的坐标位置,以及月固系相对于 ICRS 旋转的欧拉角 ϕ 、 θ 和 ψ ,满足研究需要。基于星历中获得的天体坐标位置和月固系旋转欧拉角,可以计算出目标天体在月球站心坐标系下的方位角和高度角。利用从 DE421 星历中读取的坐标位置和欧拉角计算月球站心坐标系下方位角和高度角的步骤如下

太阳系天体在月固系中的坐标矢量 \mathbf{V}_{LBF} 可表示为

$$\mathbf{V}_{LBF} = \mathbf{R}_z(\psi) \mathbf{R}_x(\theta) \mathbf{R}_z(\phi) (\mathbf{V}_{ICRS} - \mathbf{V}_{moon}), \quad (2)$$

式中: \mathbf{V}_{ICRS} 是太阳系天体在 ICRS 中的坐标矢量; \mathbf{V}_{moon} 是月球质心在 ICRS 中的坐标矢量; \mathbf{R}_x 、 \mathbf{R}_z 分别为绕

X 轴和绕 Z 轴进行右手旋转的旋转矩阵。坐标系旋转示意图如图 2 所示,其中,ICRF 为国际天球参考架,是 ICRS 的具体实现。

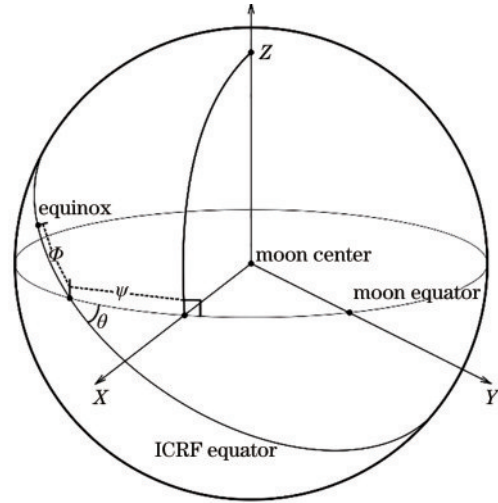


图 2 月心-ICRF 赤道坐标系与月固坐标系的旋转示意图
Fig. 2 Diagram of rotation between moon center-ICRF equator system and lunar body-fixed coordinate system

根据国际天文学联合会(IAU)的决议^[16],月球采用的参考椭球为半径 $R_{moon} = 1737.4 \text{ km}$ 的正球体,其平均半径、赤道半径和极半径相等。经度向东为正、向西为负,范围为 $-180^\circ \sim 180^\circ$,纬度向北为正、向南为负,范围为 $-90^\circ \sim 90^\circ$ 。现采用月球站心坐标系,定义如下:以月球表面的站心为原点,过站心与月球参考椭球相切的平面为基本平面,基本平面的法线为 Z 轴,基本平面内沿月球正东方向为 X 轴,沿正北方向为 Y 轴。月固系与站心坐标系之间的坐标转换可以表示为

$$\mathbf{V}_{TCS} = \mathbf{R}_x(90^\circ - \beta) \mathbf{R}_z(90^\circ + \lambda) (\mathbf{V}_{LBF} - \mathbf{V}_{obs}), \quad (3)$$

$$\mathbf{V}_{obs} = (R_{moon} + h) \times [\cos \beta \cos \lambda, \cos \beta \sin \lambda, \sin \beta]^T, \quad (4)$$

式中: \mathbf{V}_{LBF} 是目标在月固系中的坐标矢量; \mathbf{V}_{TCS} 是目标在月球站心坐标系中的坐标矢量; \mathbf{V}_{obs} 是站心位置在月固系中的坐标矢量; h 为高程; λ 、 β 为站心位置在月固系中的经纬度。坐标系转换如图 3 所示。

通过上述坐标系转换可获得目标在月球站心坐标系中的位置矢量,而目标在月球站心坐标系中的方位角 A 和高度角 h 与其直角坐标的关系为

$$A = \arcsin\left(\frac{x}{y}\right), \quad (5)$$

$$h = \arccos\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right), \quad (6)$$

式中:方位角 A 以正北方向为 0° ,正东方向为 90° ,顺时针方向增加,范围为 $0^\circ \sim 360^\circ$;高度角 h 以水平方向为 0° ,天顶方向为 90° ,范围为 $0^\circ \sim 90^\circ$ 。

利用 Python 语言编写计算程序。首先编写程序读取 DE421 星历中的天体轨道数据和月球欧拉角,并

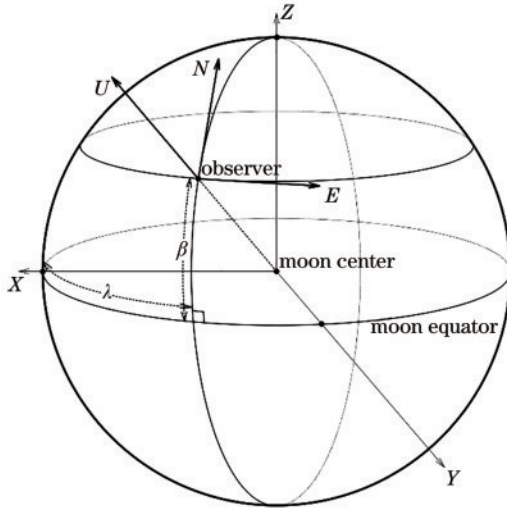


图 3 月固坐标系与月球站心坐标系旋转示意图

Fig. 3 Diagram of rotation between lunar body-fixed coordinate system and lunar topocentric coordinate system

在程序中输入月球激光反射器的部署时间和部署地点,根据上述矢量运算和坐标系转换,联立计算式(2)~式(6),便可计算出在月球激光反射器的站心坐标系下,平均地球、太阳的方位角和高度角。它们是与天体在 ICRS 中的坐标 V_{ICRS} 、 V_{moon} , 月固系的旋转欧拉角 ϕ 、 θ 和 ψ , 以及站心位置在月固系中的经纬度 λ 、 β 有关的函数:

$$A = A(V_{ICRS}, V_{moon}, \phi, \theta, \psi, \lambda, \beta), \quad (7)$$

$$h = h(V_{ICRS}, V_{moon}, \phi, \theta, \psi, \lambda, \beta). \quad (8)$$

进而计算出月球激光反射器指向对准调节的俯仰角 $h = h_{ME}$ 和晷针投影角度 $\theta = A_{sun} - A_{ME}$, 其中, ME、sun 分别表示平均地球和太阳。

2.3 指向对准调节角度计算结果

本节以月球激光反射器指向对准调节角度的计算结果为示例。对激光反射器部署地点和时间进行假设后,将其输入编写的指向对准调节角度计算程序,即可计算得出激光反射器部署指向对准所需的俯仰角和方位角。

为了展示计算结果,不失一般性地,假设了 2 个拟部署地点和 2 个拟部署时间。拟部署地点 A 点:经度 18.5° , 纬度 27.3° , 位于月球澄海区域; B 点:经度 -23.2° , 纬度 -9.0° , 位于月球知海区域; 拟部署时间 T_1 : 协调世界时 (UTC) 2030-02-14T10:00:00; T_2 : UTC 2030-08-10T20:00:00。使用上述地点时间进行计算,得出平均地球和太阳的站心坐标位置,从而得到反射器的部署角度,结果如表 1 所示。

从表 1 可以得知,如果部署地点为 A 点 ($18.5^\circ E$, $27.3^\circ N$), 部署时间为 T_2 (UTC 2030-08-10T20:00:00), 则需要将反射器的俯仰角调节为平均地球的高度角 $h_{ME} = 57.3^\circ$, 将晷针投影角度调节为太阳方位角和平均地球方位角的夹角 $\theta = -70.1^\circ$, 其中, 负号表示晷

表 1 反射器部署角度

Table 1 Emplacement angle of retro-reflector unit: ($^\circ$)

Emplacement site and time	A_{ME}	h_{ME}	A_{sun}	h_{sun}	θ
A, T_1			135.5	55.9	-80.6
A, T_2	216.1	57.3	146.0	56.5	-70.1
B, T_1			84.3	24.6	14.3
B, T_2	70.0	65.1	86.4	30.1	16.4

针预指向需逆时针旋转, 即太阳处于平均地球的逆时针方向。在月面部署月球激光反射器时, 需在计划的时间进行部署, 按此角度分别完成反射器俯仰角、方位角的调节对准, 并完成反射器的置平, 可使月球激光反射器的光轴指向平均地球。

3 指向对准精度分析

3.1 概述

当事先给定了月球激光反射器的部署时间和部署地点时, 可以在反射器发射升空前计算出反射器部署所需的俯仰调节角度和太阳罗盘晷针投影角度, 并在反射器进入登月火箭前便设置好相应的角度, 以便于航天员部署工作。

在已知部署时间和地点的情况下, 可以提前计算出月球激光反射器指向对准调节的俯仰角和方位角。然而, 实际的部署时间和地点存在一定变化, 会导致俯仰角和方位角发生变化。受到客观硬件条件等限制, 反射器登月后存在无法更改调节角度的可能性, 从而导致反射器按照预先设置的调节角度部署时, 其真实指向与理论指向存在偏差。考虑到这种可能性的存在, 需要对由于实际部署时间地点与原计划不符所导致的指向对准角度偏差问题进行分析。

当部署时间存在变化而部署地点不变时, 平均地球方向的方位角和高度角不会改变, 而太阳的方位角会随着时间变化。因此, 此种情况反射器的俯仰调节角度不变, 而晷针投影角度会随着时间变化。当部署时间不变而地点改变时, 平均地球和太阳的方位角、高度角均会随着地点变化, 因此反射器的俯仰调节角度和晷针投影角度均会变化。

设原定部署地点的反射器的俯仰角度偏差为 Δh , 晷针投影角度偏差为 $\Delta \theta$, 月球激光反射器光轴指向对准偏差角度为 α , 原定部署地点的俯仰角为 h_0 。考虑到各角度偏差均为小量, 其关系近似符合以下公式:

$$\alpha = \sqrt{\Delta h^2 + (\Delta \theta \cos h_0)^2}. \quad (9)$$

由于反射器的调节角度需要变化, 而反射器登月后可能并无客观条件更改调节角度, 这就导致反射器的实际指向并不对准平均地球方向。由第 2 节中分析可知, 为保证反射器的反射能力, 指向的总偏差应小于 5.5° 。本节分析部署时间和部署地点偏差对指向对准的影响, 并分析评估反射器的总指向对准精度。

3.2 部署时间偏差对指向对准的影响

不失一般性地,对计划部署地点为 B 点 (23.2°W , 9.0°S)、计划部署时间为 T_1 时刻 (2030-02-14T10:00:00) 的情况进行分析。当部署地点准确、而部署时间有变化时,在计算程序中固定部署地点为 B 点,对部署时间从 T_1 时刻前后 72 h 进行遍历,计算出每一时刻的晷针投影角度与原晷针投影角度之差 $\Delta\theta$ 和指向偏差角度 α ,其结果如图 4 所示。图 4 中横轴为实际时间原定部署时间的差值,实际时间提前为负、推迟为正,纵轴为角度的偏差量, $\Delta\theta$ 为晷针投影角度的偏差, α 为指向偏差。

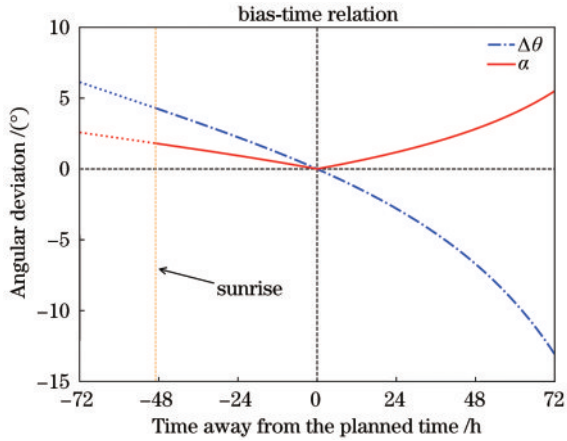


图 4 角度偏差和时间偏差关系图

Fig. 4 Relation of angular deviation and bias of time

地点 B 在 T_1 时刻,正处于太阳上升阶段,其日出时刻为 UTC 2030-02-12T08:46:48,约为 T_1 时刻的前 49.2 h。从日出时刻至 T_1 时刻的后 72 h 时间内,太阳方位角从 88.6° 减小到 71.2° ,反射器晷针投影角度偏差相应从 4.3° 变化到 -13.1° 。相应地,指向偏差的大小从日出时刻的 1.8° 逐渐减小到 0,后逐渐增加到 5.5° 。

为进一步分析部署时间偏差对指向的影响,结合反射器部署任务的实际,考虑了指向偏差在 2° 以内的允差条件时可以进行部署的允差时间范围,即当反射器在允差时间范围内部署时,由部署时间偏差导致的指向偏差小于 2° 。允差时间越长,说明部署时间偏差对指向的影响越小,从而可以为登月任务给出更加充足的时间余量。

以部署地点 B 和计划部署时刻 T_1 为例,由图 4 可知,可以进行部署的时间范围为 T_1 前 49.2 h (日出时刻,指向偏差 1.8°) 至 T_1 后 37.2 h (指向偏差 2.0°),允差时间 T_a 共约 86.4 h。

上文展示了由程序模拟得到的允差时间,下面定量地分析允差时间的大小。部署时间偏差所导致的指向偏差是由于太阳方位角变化所导致的,因此允差时间与太阳方位角的变化快慢有关。考虑到月球赤道面与黄道面交角仅有约 $1^{\circ}32'$ ^[17],为简化计算,假设太阳

正处于月球的天赤道上,如图 5 所示。图 5 中 A 、 h 为太阳的方位角和高度角, φ 为站心位置纬度, γ 为太阳从近南点 Q' 顺时针起算的角度(时角)。

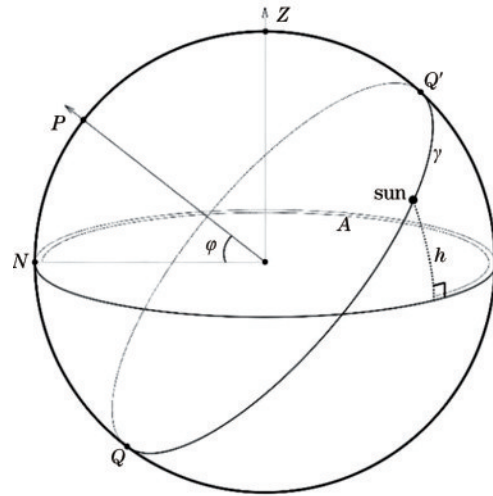


图 5 太阳在站心坐标系中的示意图

Fig. 5 Diagram of Sun in topocentric coordinate system

由球面三角公式可解出太阳方位角 A 与高度角 h 、时角 γ 的关系:

$$\cos A = -\tan \varphi \tan h, \quad (10)$$

$$\tan A = \frac{\tan \gamma}{\sin \varphi}, \quad (11)$$

$$\sin h = \cos \varphi \cos \gamma. \quad (12)$$

γ 为太阳从近南点 Q' 顺时针起算的角度,其变化 360° 的周期近似等于一个朔望月,因此有 $\frac{d\gamma}{dt} = \frac{360^{\circ}}{29.5 \text{ day}} = 0.51(^{\circ})/\text{h}$ 。考虑 A 是 γ 的函数,对式(11)进行微分并立式(10)、(12),得:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{dA}{d\gamma} \frac{d\gamma}{dt} = \frac{\sin \varphi}{\cos^2 h} \times 0.51(^{\circ})/\text{h}. \quad (13)$$

当考虑时间偏差时,反射器的俯仰角并不改变,根据式(9),其指向偏差 $\alpha = |\Delta A| \cos h_0$ 。其中, $|\Delta A|$ 为太阳方位角的变化量, $\cos h_0$ 为晷针俯仰角。将其代入式(13),得到指向偏差 $\alpha = 2^{\circ}$ 时,单侧允差时间为

$$|\Delta t| = \frac{\cos^2 h}{\sin \varphi} \times \frac{\Delta A}{0.51^{\circ}} = \frac{\cos^2 h}{\sin \varphi \cos h_0} \times \frac{2}{0.51} \text{ h}, \quad (14)$$

则前后两侧的总允差时间为

$$\Delta T = 2|\Delta t| = 7.84 \frac{\cos^2 h}{\sin \varphi \cos h_0} \text{ h}. \quad (15)$$

由式(15)可知,允差时间与部署地点的纬度 φ 、部署地点处反射器俯仰角 h_0 以及太阳的高度角 h 有关。当部署位置确定时, φ 与 h_0 均确定下来,允差时间与太阳高度角直接相关。

表 2 表示了不同地点处、不同太阳高度角时,由式(15)计算出的和由程序计算的允差时间。由表 2 和式(15)可知,当反射器部署地点确定时,计划部署时刻

表 2 反射器不同部署位置 and 不同太阳高度角时的允差时间

Table 2 Permissible time of LRRR with different emplacement site and altitude of the sun

Longitude of emplacement site	Latitude of emplacement site	Altitude of LRRR	Calculated by Eq. (15)	Calculated by program*
$h_{\text{sun}}=20^\circ$				
0°	20°	69.9°	58.9 h	60.1 h
20°	20°	61.9°	43.0 h	44.0 h
17.4°	10°	69.9°	116.1 h	89.6 h**
$h_{\text{sun}}=40^\circ$				
0°	20°	69.9°	39.2 h	41.8 h
20°	20°	61.9°	28.5 h	30.3 h
17.4°	10°	69.9°	77.1 h	87.3 h
$h_{\text{sun}}=60^\circ$				
0°	20°	69.9°	16.7 h	18.2 h
20°	20°	61.9°	12.2 h	13.2 h
17.4°	10°	69.9°	32.9 h	40.2 h

Note: * period is 7th to 17th of February, 2030. Permissible time of different month is varied because of orbital motion. ** Permissible time is cut by sunrise time, such as Fig. 4 shown, therefore permissible time Calculated by program is shorter than Calculated by Eq. (15).

的太阳高度角越低,则允差时间越长。对于不同部署地点而言,纬度相同时,反射器俯仰角更大(平均地球的高度角更大)的地点其允差时间更长;反射器俯仰角相同时,纬度更低的地点其允差时间更长。因此,登月任务时若选择纬度低、平均地球高度角大的着陆点,则可以拥有更长的允差时间,即由于部署时间偏差导致的指向偏差更小。

登月任务存在时间窗口。部署时间除了可能在一个时间窗口内有变动外,也可能推迟至未来月份的时间窗口中。由于月面工作的时间窗口与太阳高度角(影响月表温度)相关,因此要考虑任务地点在不同月份、相同太阳高度角的时间时,晷针投影角度的变化情况以及相应的对指向的影响。

任务地点以 B 点为例,假设登月计划的时间处于 2030 年 2 月—7 月这 6 个月间,晷针投影角度按照太阳高度角为 20° 时设置,并且由于硬件原因无法更改。分析每个月太阳处于上升阶段,且太阳高度角分别处于 10° 、 20° 、 30° 时,对应的反射器指向偏差 α 。部署地点确定的情况下,反射器的俯仰角并不改变。反射器指向偏差 α 与反射器晷针投影角度偏差 $\Delta\theta$ 的关系为 $\alpha = \Delta\theta \cos h_0$,其中, h_0 为反射器的俯仰角。计算结果如表 3 所示。

假设原计划于 2 月份、太阳高度角在 20° 时进行反射器的部署,则晷针投影角度应设置为 15.27° 。假如部署月份和时间推迟到 3 月、太阳高度角 30° 时部署,且晷针投影角度无法变更,则造成的指向偏差为 -0.96° 。指向偏差的符号与晷针投影角度偏差的符号一致,即表示此时应当的晷针投影角度比预先设置值更小。

由表 3 可以看出,当登月的月份推迟时,在未来 5 个月内,如果部署时的太阳高度角仍与最初计划一

致,则由于月份变化导致的指向偏差不大于 1.1° ;若选择了太阳高度角与原计划不一致的时间进行部署,那么太阳高度角的变化在 10° 以内时,由于月份变化导致的指向偏差不大于 2° 。

3.3 部署地点偏差对指向对准的影响

若实际部署地点与原计划地点不同,而部署时仍按照原地点的反射器角度进行部署,则会产生部署地点变化导致的角度偏差。由于部署地点变化时,平均地球方向的方位角和高度角、太阳的方位角均会改变,这使得反射器的俯仰角和晷针投影角度都发生了变化,从而导致反射器的指向偏差。

对计划部署地点为 B 点、计划部署时间为 T_1 时刻进行地点偏差分析。首先考虑地点偏差的距离固定为 R ,实际部署地点处在以原计划地点为圆心、 R 为半径的圆上的情况。通过程序模拟得出了 $R = 30$ km、60 km 和 100 km 的情况下,角度偏差与圆上不同位置的关系,如图 6 所示。图 6(b)~(d) 中横轴为部署地点相对于计划地点 B 的方位角 ζ ,纵轴为角度的偏差量; Δh 为俯仰角的偏差, $\Delta\theta$ 为晷针投影角度的偏差, α 为指向偏差。

由图 6 可知,若实际部署地点处于与计划地点 B 距离为 R 的圆上,当实际部署地点在此圆上移动时,则随着部署地点相对于计划地点的方位角 ζ 变化,反射器的俯仰角、晷针投影角度也相应变化。例如,当距离 $R = 30$ km 时,反射器的俯仰角偏差在 $\zeta = 70^\circ$ 时达到正极值 0.99° ,在 $\zeta = 250^\circ$ 时达到负极值 -0.99° ;晷针投影角度偏差在 $\zeta = 154^\circ$ 时达到正极值 1.71° , $\zeta = 339^\circ$ 时达到负极值 -1.71° ;反射器的指向偏差在 $0.72^\circ \sim 1.00^\circ$ 之间波动,并在 $\zeta = 74^\circ$ 时达到极大值 1.00° , $\zeta = 163^\circ$ 时达到极小值 0.72° 。 $R = 60$ km、100 km 的情况类似。

表 3 不同月份导致的指向偏差
Table 3 Misalignment caused by different month

Emplacement month	h_{sun}	Gnomon shadow angle set as					
		15.27°	15.08°	15.36°	16.02°	16.86°	17.67°
Feb.	10°	0.75°	0.83°	0.71°	0.44°	0.08°	-0.26°
	20°	0.00°	0.08°	-0.04°	-0.32°	-0.67°	-1.01°
	30°	-0.88°	-0.80°	-0.92°	-1.19°	-1.55°	-1.89°
Mar.	10°	0.67°	0.75°	0.63°	0.35°	-0.01°	-0.34°
	20°	-0.08°	0.00°	-0.12°	-0.40°	-0.75°	-1.09°
	30°	-0.96°	-0.88°	-1.00°	-1.28°	-1.63°	-1.97°
Apr.	10°	0.78°	0.86°	0.74°	0.46°	0.11°	-0.23°
	20°	0.04°	0.12°	0.00°	-0.28°	-0.63°	-0.97°
	30°	-0.82°	-0.74°	-0.86°	-1.14°	-1.49°	-1.83°
May	10°	1.04°	1.12°	1.00°	0.72°	0.37°	0.03°
	20°	0.32°	0.40°	0.28°	0.00°	-0.36°	-0.69°
	30°	-0.52°	-0.44°	-0.55°	-0.83°	-1.19°	-1.53°
Jun.	10°	1.37°	1.46°	1.34°	1.06°	0.70°	0.36°
	20°	0.67°	0.75°	0.63°	0.36°	0.00°	-0.34°
	30°	-0.13°	-0.05°	-0.17°	-0.44°	-0.80°	-1.14°
Jul.	10°	1.70°	1.78°	1.66°	1.38°	1.03°	0.69°
	20°	1.01°	1.09°	0.97°	0.69°	0.34°	0.00°
	30°	0.24°	0.32°	0.20°	-0.08°	-0.43°	-0.77°

Note: ° Gnomon shadow angle when $h_{\text{sun}} = 20^\circ$ for February to respectively July.

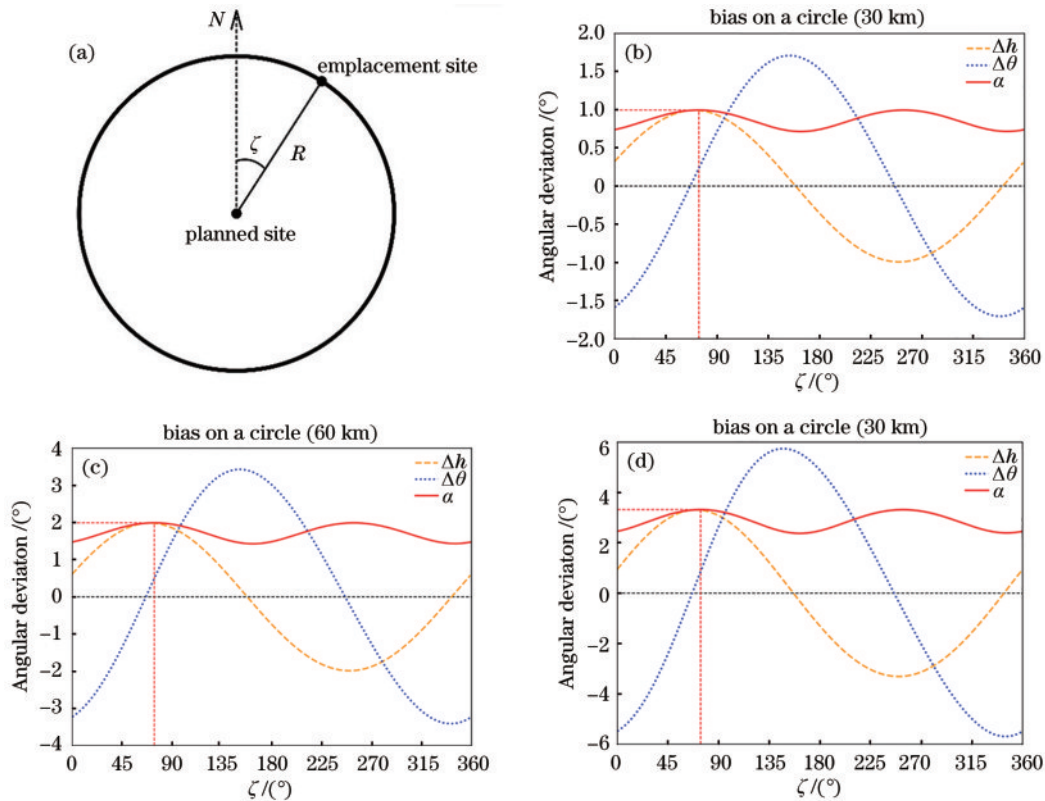


图 6 角度偏差-地点偏差关系图。(a)部署地点与计划地点位置关系示意图；(b) $R = 30 \text{ km}$ 时,角度偏差-地点方位关系图；(c) $R = 60 \text{ km}$ 时,角度偏差-地点方位关系图；(d) $R = 100 \text{ km}$ 时,角度偏差-地点方位关系图
Fig. 6 Relation of angular deviation and bias of emplacement site. (a) Diagram of emplacement site and planned site; (b) plots of relation of angular deviation and bias of emplacement site for $R = 30 \text{ km}$; (c) plots of relation of angular deviation and bias of emplacement site for $R = 60 \text{ km}$; (d) plots of relation of angular deviation and bias of emplacement site for $R = 100 \text{ km}$

由上述分析可知,若实际部署地点与原计划地点不同,且实际部署地点与原计划地点的偏差距离在 30 km 以内时,由部署地点变化导致的角度偏差不会大于 1.0° 。对不同偏差距离下的最大角度偏差进行绘图,得到图 7。图 7 中横轴为部署地点与计划地点的偏差距离,纵轴为该距离下反射器的最大指向对准角度偏差。由图 7 可知,反射器的最大指向对准角度偏差与部署地点的偏差距离近似成线性关系,即有 $\alpha = R \times \frac{1}{30} (^{\circ})/\text{km}$ 。

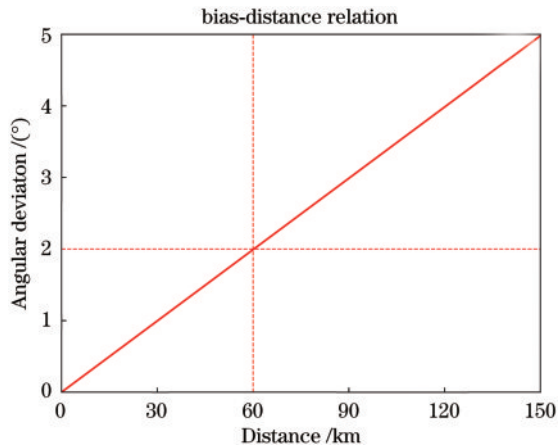


图 7 指向偏差-地点偏差距离关系图

Fig. 7 Relation of misalignment and bias of emplacement site

3.4 指向对准精度预估

月球激光反射器指向对准精度主要受两个方面因素的影响:反射器制造时硬件上导致的偏差,如水平仪气泡与参考平面对准误差、投影标记线对齐误差等,以及反射器部署时产生的偏差,即部署时间、地点变化导致的偏差和部署时的水平置平偏差。

反射器部署时产生的指向偏差,由部署时间偏差和部署位置偏差两部分组成。当反射器的部署月份处于相邻 6 个月的时段内,且部署时刻对应的太阳高度角变化在 10° 以内时,时间偏差对指向的影响不超过 2.0° 。对于部署位置而言,登月任务的着陆应是比较准确的,据李爽等^[18]的统计,有人驾驶的 Apollo 系列软着陆任务的着陆误差已小于 1 km,而随着技术进步,嫦娥 3 号无人探测器的着陆精度更超过了 Apollo 系列的着陆精度,达到了约 0.1 km,相信未来载人登月任务具备足够高的着陆精度。而出于分析的目的考虑,即使登月的着陆偏差达到了 30 km,反射器的指向偏差也不超过 1.0° 。反射器的水平置平偏差大约在 1.5° 左右。结合部署时间偏差、部署位置偏差和置平偏差这 3 个部分,反射器部署时产生的指向偏差不超过 4.5° ($2.0^\circ + 1.0^\circ + 1.5^\circ$)。

由于制作工艺成熟,反射器在硬件上引入的偏差很小。根据 Apollo-14 的报告显示, Apollo-14 在硬件上导致的指向误差仅有 0.25° ^[19]。出于分析的目的考

虑,以 0.5° 作为反射器硬件导致的偏差大小的估计。

综合反射器硬件导致的指向偏差和部署时引入的指向偏差,反射器的总指向对准偏差的估计值为 2.7° ,而极端情况下,反射器的总指向对准偏差不会超过每一因素所导致的偏差的加和,即 5.0° ($0.5^\circ + 4.5^\circ$)。因此,当反射器的部署时间在相邻 6 个月、太阳高度角变化 10° 以内,且部署地点偏差不超过 30 km 时,反射器的总指向偏差估计值为 2.7° ,其最大不超过 5.0° ,满足反射器部署所需求的 5.5° 的总指向偏差。

4 结 论

为使月球激光反射器可有效工作,有人部署月球激光反射器的关键一环是完成俯仰角、方位角和水平的调节,使月球激光反射器的光轴指向平均地球。提出反射器光轴指向对准角度的计算方法,在计划给定的部署时间和部署地点下,可计算出部署反射器时的俯仰角和太阳罗盘晷针的角度,按照此角度部署可以使反射器光轴指向平均地球方向。进一步分析了在反射器部署时间和部署地点相比于计划的时间、地点发生变化时,反射器相应的角度指向偏差,并最终评估了月球激光反射器指向对准偏差,反射器的总指向对准偏差估计值为 2.7° ,其最大值预计不大于 5.0° ,满足 5.5° 的对准精度需求。可为未来中国载人登月任务中月球激光反射器的部署提供参考。

参 考 文 献

- [1] Petit G, Luzum B. IERS conventions (2010)[EB/OL]. [2023-11-12]. <https://meetingorganizer.copernicus.org/EGU2011/EGU2011-12214.pdf>.
- [2] Pearlman M R, Degnan J J, Bosworth J M. The international laser ranging service[J]. Advances in Space Research, 2002, 30(2): 135-143.
- [3] Folkner W M, Williams J G, Boggs D H. The planetary and lunar ephemeris DE 421[J]. Interplanetary Network Progress Report, 2009, 178: 1-34.
- [4] 张明月, 钟敏. 2010—2017 年激光测月研究进展[J]. 大地测量与地球动力学, 2019, 39(4): 382-386. Zhang M Y, Zhong M. Progress of lunar laser ranging from 2010 to 2017[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2019, 39(4): 382-386.
- [5] 黄凯, 孙尚彪, 杨永章, 等. 月球激光测距观测模型的研究与应用[J]. 激光与光电子学进展, 2022, 59(19): 1912003. Huang K, Sun S B, Yang Y Z, et al. Research and application of lunar laser ranging observation model[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2022, 59(19): 1912003.
- [6] Williams J G, Turyshev S G, Boggs D H. Progress in lunar laser ranging tests of relativistic gravity[J]. Physical Review Letters, 2004, 93(26): 261101.
- [7] Yoder C F, Williams J G, Parke M E. Tidal variations of Earth rotation[J]. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 1981, 86(B2): 881-891.

- [8] Calame O. Free librations of the moon determined by an analysis of laser range measurements[J]. *The Moon*, 1976, 15(3): 343-352.
- [9] Ferrari A J, Sinclair W S, Sjogren W L, et al. Geophysical parameters of the Earth-Moon system[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 1980, 85 (B7): 3939-3951.
- [10] 林海声, 吴志波, 郑敏, 等. 卫星激光测距系统皮秒准确度时延标定研究及应用[J]. *红外与激光工程*, 2023, 52(10): 20230070.
Lin H S, Wu Z B, Zheng M, et al. Research and application of picosecond accuracy time delay calibration for satellite laser ranging system[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2023, 52(10): 20230070.
- [11] 郭一岩, 贾志伟, 赵爱忠, 等. 面向激光测距的大功率混沌激光[J]. *激光与光电子学进展*, 2022, 59(21): 2114004.
Guo Y Y, Jia Z W, Zhao A Z, et al. High-power chaotic laser for laser ranging[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2022, 59(21): 2114004.
- [12] 李祝莲, 翟东升, 汤儒峰, 等. 基于 532 nm 波长的空间碎片白天激光测距研究与试验[J]. *激光与光电子学进展*, 2022, 59(11): 1112003.
Li Z L, Zhai D S, Tang R F, et al. Research and experiment on space debris daytime laser ranging based on 532 nm wavelength[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2022, 59(11): 1112003.
- [13] 龙明亮, 邓华荣, 张海峰, 等. 1 kHz 重复频率多脉冲皮秒激光器研制及其空间碎片激光测距应用[J]. *光学学报*, 2021, 41(6): 0614001.
Long M L, Deng H R, Zhang H F, et al. Development of multiple pulse picosecond laser with 1 kHz repetition rate and its application in space debris laser ranging[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(6): 0614001.
- [14] Samain E, Mangin J F, Veillet C, et al. Millimetric lunar laser ranging at OCA (observatoire de la Côte d'Azur) [J]. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, 1998, 130(2): 235-244.
- [15] Cheng Z E, Tang K, Zhang Z P, et al. Design and analysis of the Macau Science Satellite-1's laser retro-reflector array[J]. *Earth and Planetary Physics*, 2023, 7 (1): 131-135.
- [16] Archinal B A, Acton C H, A'Hearn M F, et al. Report of the IAU working group on cartographic coordinates and rotational elements: 2015[J]. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2018, 130(3): 22.
- [17] Kozieł K. Recent research on the determination of the moon's physical libration constants[M]//Kopal Z, Goudas C L. *Astrophysics and space science library. Measure of the moon*. Dordrecht: Springer, 1967, 8: 3-11.
- [18] 李爽, 陶婷, 江秀强, 等. 月球软着陆动力下降制导控制技术综述与展望[J]. *深空探测学报*, 2015, 2(2): 111-119.
Li S, Tao T, Jiang X Q, et al. Review and prospect of the powered descent guidance and control technologies for lunar soft landing[J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2015, 2(2): 111-119.
- [19] Wainio K. Apollo 14 LRRR pointing analysis, Fra Mauro Site[EB/OL]. [2023-11-12]. <https://repository.hou.usra.edu/handle/20.500.11753/312>.