

三维点云数据的精确快速面图元检测方法

石敏¹, 周绍卿¹, 王素琴^{1*}, 朱登明^{2,3**}¹华北电力大学控制与计算机工程学院, 北京 102206;²太仓中科信息技术研究院, 江苏 太仓 215400;³中国科学院计算技术研究所, 北京 100190

摘要 目前在零件模型上容易将低曲率圆柱面的局部区域识别为平面,并且只能做到一种图元的快速准确检测。基于此,提出一种能够同时对平面和圆柱面进行精确快速检测的面向点云数据的面图元快速检测方法。该方法分为粗识别和精化两阶段:首先,将点云划分为小粒度基片,计算基片特征,粗识别出平面基片或圆柱面基片;之后,根据过滤条件将圆柱面基片邻近的平面基片过滤,合并具有相同特征的基片得到完整平面和圆柱面。使用5个机械零件数据进行实验验证,并将其与目前流行的两种识别方法进行比较。结果表明,该方法不会出现其他两种方法存在的遗漏和错误识别现象,同时在多圆柱面相连时的准确分割以及曲面参数精度上,优于其他两种方法。

关键词 三维点云; 图元检测; 区域增长; 机械零件; 基片特征

中图分类号 TP391.41 文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP230549

Accurate and Fast Primitive Detection Method for 3D Point Cloud Data

Shi Min¹, Zhou Shaoqing¹, Wang Suqing^{1*}, Zhu Dengming^{2,3**}¹School of Control and Computer Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China;²Taicang Institute of Information Technology, Taicang 215400, Jiangsu, China;³Institute of Computing Technology, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China

Abstract Current detection methods for three dimensional (3D) point cloud data easily identify the local area of low-curvature cylindrical surfaces as planes in a model, but these methods can achieve the fast and accurate identification of only a single element. We propose a fast primitive detection method for point cloud data that can quickly and accurately detect both planar and cylindrical surfaces simultaneously. The proposed method is divided into two stages: coarse recognition and refinement. First, the point cloud is divided into small-grained patches, the patch characteristics are calculated, and the planar and cylindrical patches are roughly identified. Next, according to the filter conditions, the planar patches adjacent to the cylindrical patches are filtered, and then the patches with identical characteristics are combined to obtain the complete planar and cylindrical surfaces. Our experiments show that the proposed method is superior to two popular recognition methods when used to analyze data concerning five mechanical components. Moreover, the proposed method does not exhibit the omission and misidentification errors demonstrated by the other two methods, and the proposed method is more accurate in terms of the surface parameter estimation and segmentation when multiple cylindrical surfaces are connected.

Key words 3D point cloud; primitive detection; regional growth; mechanical part; primitive characteristics

1 引言

在智能工业生产中,零件外观几何形状的基本图元识别是自动测量、焊接、零件分拣以及质检等环节的基础。其中,平面和圆柱面是两种最基本且最常见的

几何图元^[1],识别精度和识别效率将直接影响到工艺流程中后续各操作的精确度。基于三维网络模型进行基本图元识别时通常需要将扫描得到的离散点云数据重构为三角网格模型,再从网格模型中识别^[2],但网格拓扑化需要较大的计算成本。与之相比,从离散点云

收稿日期: 2023-01-30; 修回日期: 2023-03-10; 录用日期: 2023-04-03; 网络首发日期: 2023-04-13

基金项目: 中国科学院科研仪器设备研制项目(YJKYYQ20190055)、苏州市科技发展计划项目(SYC2022048)

通信作者: *wsq@ncepu.edu.cn; **mdzhu@tcict.ac.cn

中直接提取平面和圆柱面会降低计算成本、提高识别效率。然而,由于离散点云中只包含点的位置信息而缺少点对之间的结构信息,因此从离散点云中直接检测平面或者圆柱面图元具有一定的挑战性。

已有一些工作进行了相关研究,如 Araújo 等^[3]通过细分策略和统计思想进行平面识别,并通过点云投影和连通性检测方式识别圆柱面^[4],不足之处是不能同时进行平面和圆柱面的识别,且容易将低曲率圆柱面的局部区域误识别为平面。与之相比,高效的随机采样一致性方法(eRANSAC)^[5]能够同时识别平面和圆柱面,但由于该方法是通过反复随机采样进行平面或圆柱面识别的,因此容易将平面误识别为曲率较大的圆柱面。特别是对于机械零件这种特征复杂的点云模型,直接使用已有几何图元识别方法进行识别时容易混淆。比如,当需要同时识别圆柱面和平面时,圆柱面的某些部分会被错误识别为平面,而小平面或者比较窄的长平面会被错误识别为圆柱面。

本文受 Araújo 平面检测算法的启发,提出一种从点云进行三维图元识别的方法:首先,对整个空间点云进行体素划分,计算每一个最小基片的特征并进行基片类型初判定;然后,对圆柱面基片所邻接的点云基片类型进行迭代求精,修正被误识别为平面的基片类型,进而准确标识出点云中的平面和圆柱面,从而有效解决低曲率圆柱面被误识别为平面的问题。在 5 个零件数据上进行了实验验证,没有出现漏识别的情况,整体的识别精度比基于连通性的圆柱面检测方法(CbCD)^[4]高 20%。

2 相关工作

关于从离散点云模型中识别几何图元的研究大致可分为以下几类:区域增长法、RANSAC 法、霍夫变换(HT)法和深度学习方法。

2.1 区域增长法

区域增长法从点云中随机选择一个种子点,从种子点开始进行图搜索,按照区域增长的约束条件迭代地将点云中符合条件的点加入,直到获得最终的聚类结果。但对于稠密点云,逐点搜索与聚类非常耗时。为了降低计算成本,Deschaud 等^[6]将点云空间划分为体素,以体素为单位进行图搜索。Farid 等^[7]提出一种基于平滑约束的区域增长方法进行平面检测。Maalek 等^[8]将鲁棒主成分分析法(R-PCA)应用于每个点周围的邻域区域,通过分析特征值之间的比例以确定该区域是线型、平面或者其他类型。Pham 等^[9]和 Vo 等^[10]采用分区策略提取小平面对,所不同的是,前者使用基于图聚类的边缘分割,而后者则使用八叉树将点云空间分割成多个小块进行特征识别。Araújo 等^[3]则在文献[10]方法的基础上加入稳健统计的思想,改进方法能够进行平面提取,局限性是容易将低曲率圆柱面的局部区域误识别为平面。

对于圆柱面检测,Tran 等^[11]使用主曲率信息选择潜在的圆柱面种子点,通过迭代拟合扩展到完整的圆柱面。然而主曲率的精确估计很难,圆柱面上有多个种子点需要迭代拟合,该算法计算成本高。Nurunnabi 等^[12]提出一种基于 R-PCA 和鲁棒回归的方法,但只适用于包含单个圆柱面的场景。Araújo 等^[4]提出一种快速的圆柱检测方法,该方法在单位半球上设置一组均匀分布的方向,每个方向定义一个切平面,将点云投影到切平面上,通过线性时间的圆拟合算法检测切平面上的圆形投影,以快速识别圆柱面。

2.2 RANSAC 法

RANSAC 是目前最流行的多种图元提取方法。该方法包括两步:首先,从输入点集中随机提取估计平面或圆柱面所需的最小点集并进行拟合;然后,依据点到拟合面之间的距离将剩余点归类为内点和外点。迭代进行上述两步后选择内点个数最大的采样面作为平面或圆柱面的识别结果。

Schnabel 等^[5]提出一种高效的 RANSAC 方法,该方法使用空间信息描述点的邻域,并使用法线信息改进内点函数,能够识别 5 种基本图元。Li 等^[13]引入基于 RANSAC 的正态分布变换单元,以避免从点云中提取杂散平面。上述两种方法都容易识别到虚假图元。因此,王洋等^[14]提出最小平方中值(LMedS)算法替代 RANSAC 来检测点云平面,并结合 PCA 算法进行参数估计。

2.3 霍夫变换法

霍夫变换^[15]是一种探测参数化目标的方法,将点云从原始空间转换到参数空间,并在参数空间中投票来提取特征。由于霍夫变换的计算成本会随着特征空间的维数增加而指数级增长,当对圆柱面进行霍夫变换时特征空间达到五维,直接应用霍夫变换的计算成本非常高。因此,研究者们关注计算的加速问题。

随机霍夫变换(RHT)^[16]是一种加速方法,通过随机选择的 3 个非共线点定义平面,3 点 1 组进行投票,大大降低了投票成本,实现了加速。但是该方法不能保证所有平面都被检测到,并且多次执行的结果往往不一致。

Leng 等^[17]将区域增长和霍夫变换结合起来,利用霍夫变换提取生长单元,通过区域增长提取平面,但该方法对于平面较少的点云容易漏检。

Rabbani 等^[18]提出两步霍夫变换方法以降低检测圆柱面所需的特征空间维数。首先,将霍夫变换应用于点法向量的高斯图像,以估计圆柱轴的方向;然后,将与之相关的点投影到与圆柱轴垂直的平面上,再应用霍夫变换检测圆,并估计圆柱半径和中心。但该方法会将第一步的错误传播到第二步,同时由于两步霍夫变换不同,因此需要调整参数才能获得良好的结果。

Ahmed 等^[19]通过在坐标轴方向上进行预间隔切片来分割点云,每个间隔内的点投影在相应切片上,通

过霍夫变换检测圆,将同一切片且具有相似中心的圆进行合并得到圆柱面,该方法只能提取与坐标轴对齐的圆柱面。

已有方法主要用于外观形状相对简单的三维模型,而对于外观特征复杂的零件点云模型,直接使用已有方法则很容易导致图元识别混淆。

2.4 深度学习方法

在三维点云语义分割上,PointNet^[20]的提出是开创性工作,其直接应用深度学习网络来处理三维点云,但在特征提取过程中并未考虑局部邻域信息。为此,杨晓文等^[21]在 PointNet 的基础上提出一种结合改进 K 近邻(KNN)算法的局部特征提取方法。刘友群等^[22]则设计了一种新的图卷积网络架构 DGPoint,通过建立查询点的动态图结构,使用边缘卷积以获得强大的局部特征。

对于更进一步的图元分割,Li 等^[23]引入有监督的图元拟合网络(SPFN),该网络可以自动预测不同尺度的图元。但是,此方法假定几个图元的种类是已知的,并且在真实环境中扫描获得的不完整数据敏感。除此之外,Sharma 等^[24]提出一种新颖的、端到端的、可训练的深度网络(ParSeNet),将 3D 点云分解为参数化曲面。然而,该方法的分解模块仍然依赖于给定的图元种类。此外,Huang 等^[25]提出一个对抗网络(PrimitiveNet),将全局分割问题分解为局部任务并进行几何图元参数拟合。但是,上述方法仍然需要使用 RANSAC 来进行图元识别或使用区域增长来确定边界,与此同时,设计的深度神经网络大大增加了图元识别的复杂性。

3 问题描述

本研究需要根据输入的离散点云识别出平面和圆柱面两种类型的三维基本图元。首先,将整个点云空间划分多个个体素块,对各体素块内的点云基片进行特征计算,并将同类型相邻的点云基片拼接为完整的图元,进而标识出点云中的完整的平面和圆柱面。该问题可描述为

$$f(S) = \{P_i, i \in N_+\} \cup \{C_j, j \in N_+\}, \quad (1)$$

式中: S 为离散点云数据; P_i 为识别到的平面; C_j 为识别到的圆柱面。

平面由平面上的点和平面法线定义,平面上任意一点 p_i 满足:

$$(p_i - p_0) \cdot N = 0 \quad (2)$$

式中: p_0 是平面上确定的一点; N 是平面法向量,且满足:

$$\|N\|_2^2 = 1. \quad (3)$$

那么, $n(n \geq 3)$ 个点拟合平面的问题即等价于式(4)所示的最小二乘优化问题:

$$J: \min \sum_{i=1}^n [(p_i - p_0) \cdot N]^2. \quad (4)$$

圆柱面可用中轴方向向量 a 、中轴上一点 p_0 以及圆柱半径 R_0 表示。任意点 p_i 到中轴的垂直距离记为 R_i , R_0 和 R_i 两者误差可以用式(5)求得:

$$v_i = |R_i - R_0|, \quad (5)$$

$$R_i = \sqrt{\|p_i - p_0\|_2^2 - [(p_i - p_0) \cdot a]^2}. \quad (6)$$

对于 $n(n \geq 6)$ 个点,引入最小二乘约束:

$$J: \min \sum_{i=1}^n v_i, \quad (7)$$

$$\text{st: } \|a\|_2^2 = 1. \quad (8)$$

4 点云基片特征参数

为了识别三维点云中的平面和圆柱面,定义了两个基片特征参数:平面度和法向偏差。

4.1 平面度

平面度是指点云基片具有的宏观凹凸高度相对理想平面的偏差,用来控制被测实际平面的形状误差。

点云基片的平面度可以通过求基片上各点到已拟合平面的距离近似估计,距离在一定阈值范围之内,便认为是平面。对于不同基片,需要设定不同的距离阈值,基片越大,设定的阈值也应越大。

通过计算向量 F 和拟合平面法向 N 之间的夹角 θ 来估计平面度^[3]:

$$\theta = \arccos(F \cdot N), \quad (9)$$

$$F = \frac{1}{2}lU + l_{MDP}N, \quad (10)$$

式中: N 为点云基片拟合所得平面的法向; U 为经过平面上的点且与平面法向 N 垂直的单位向量; l_{MDP} 表示基片上的点到平面的最大距离; l 是基片有向包围盒的长边。 θ 角越大越趋于平面,如图 1 所示。

为了求得向量 F ,首先需要计算 l_{MDP} 。基片上的点 p_i 到拟合平面的距离记为 d_i ,则所有距离构成的集合 $D = \{d_i | d_i = |(p_i - p_0) \cdot N|, 1 \leq i \leq n\}$,则 l_{MDP} 的表达式为

$$l_{MDP} = \text{median}(D) + \alpha \text{MAD}(D), \quad (11)$$

$$\text{MAD}(D) = k \times \text{median}(|d_i - \text{median}(D)|), \quad (12)$$

式中: median 为中值函数; MAD 为绝对偏差中值函数,取 $k = 1.4826$ 使得 MAD 和标准差一致。当 $\alpha = 3$ 时,置信度可达 99.7%。

4.2 法向偏差

法向偏差为点法线和平面法线的夹角。首先通过点云微切平面估计法^[26]估算每点的法向量,平面基片上的点应当具有一致的法线方向,各点之间的法向偏差较小,而曲面基片上的法向偏差较大。因此,计算基片每个点法线和平面法向之间的夹角,各夹角构成集合 $\Phi = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n\}$,其中, φ_i 由式(13)计算得到。

$$\varphi_i = \arccos(|n_i \cdot N|), \quad (13)$$

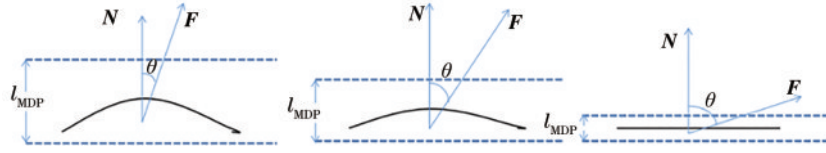


图 1 相同大小的平面(图中黑色实线为基片在向量 \mathbf{N} 、 \mathbf{F} 所在平面上的投影)在不同曲率下的 l_{MDP} 以及向量 \mathbf{F} 与平面法向 \mathbf{N} 的夹角 θ , 从左到右曲率越小, l_{MDP} 越小, 夹角越大

Fig. 1 The l_{MDP} of the same size plane (the black solid line in the figure is the projection of the plane block on the plane where vector \mathbf{N} and \mathbf{F} are located) at different curvatures, as well as the angle between vector \mathbf{F} and plane normal \mathbf{N} , the smaller the curvature from left to right, the smaller the l_{MDP} , the greater the angle

式中: \mathbf{n}_i 为第 i 个点的法向量。则最大法向偏差 (D_{MND}) 为

$$D_{\text{MND}} = \text{median}(\Phi) + \alpha \text{MAD}(\Phi), \quad (14)$$

$$\text{MAD}(\Phi) = k \times \text{median}(|\varphi_i - \text{median}(\Phi)|). \quad (15)$$

4.3 基片特征参数计算

点云基片可能是平面基片、圆柱面基片或者两者都不是。首先估计点云基片的平面参数。由于平面上各点法向量方向一致, 因此将式(4)的最小化问题近似为式(16)和式(17)。对平面参数中的 \mathbf{p}_0 取点云基片中所有点的坐标分量的中值, 平面法向 \mathbf{N} 为归一化向量, 其方向由所有点法向量的坐标分量的中值求出:

$$\mathbf{p}_0 = [\text{median}(P_x), \text{median}(P_y), \text{median}(P_z)]^T, \quad (16)$$

$$\mathbf{N} = \frac{[\text{median}(P_{nx}), \text{median}(P_{ny}), \text{median}(P_{nz})]^T}{\|[\text{median}(P_{nx}), \text{median}(P_{ny}), \text{median}(P_{nz})]^T\|}, \quad (17)$$

式中: P_x, P_y, P_z 分别是基片中所有点坐标的 x 分量、 y 分量、 z 分量构成的集合; P_{nx}, P_{ny}, P_{nz} 则是基片中所有点法向量的 x, y, z 分量构成的集合。

对于圆柱面拟合, 根据圆柱面上各点法向量和中轴向量垂直的情况可知, 圆柱中轴方向为所有点法向量分布最少的方向。因此使用所有点法向量构建协方差矩阵 \mathbf{C} , 如式(18)所示。由主成分分析可知, 协方差矩阵 \mathbf{C} 的最小特征值对应的方向即为所有点法向量分布最少的方向。

$$\mathbf{C} = \sum_{i=1}^n \mathbf{n}_i \mathbf{n}_i^T. \quad (18)$$

将矩阵 \mathbf{C} 的 3 个特征向量单位化, 其中, 最小特征值对应的特征向量为中轴方向向量 \mathbf{a} , 其余两个特征向量即为投影基底 \mathbf{u} 和 \mathbf{v} 。将所有点投影在以中轴 \mathbf{a} 为法向量、 \mathbf{u} 和 \mathbf{v} 为基底的平面上, 形成投影圆。因此, 式(8)定义的最小化问题可简化为所有投影点的拟合圆问题。基片中第 i 个点坐标 \mathbf{p}_i 的投影点坐标 $\tilde{\mathbf{p}}_i$ 由式(19)给出:

$$\tilde{\mathbf{p}}_i = (\mathbf{p}_i \cdot \mathbf{u}, \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{v}). \quad (19)$$

由于投影平面垂直于中轴, 因此圆柱半径等于投影圆半径, 中轴上的点即为圆心坐标 (c_x, c_y) 对应的空间坐标, 即 $\mathbf{p}_0 = c_x \cdot \mathbf{u} + c_y \cdot \mathbf{v}$ 。采用式(20)进行代数拟

合^[27], 计算拟合圆半径 r 和圆心 $\mathbf{c} = (c_x, c_y)$:

$$[c_x, c_y, r^2 - c_x^2 - c_y^2]^T = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b}, \quad (20)$$

$$\mathbf{A} = (\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n)^T, \quad (21)$$

$$\mathbf{a}_i = (2\tilde{p}_{ix}, 2\tilde{p}_{iy}, 1)^T, i = 1, \dots, n, \quad (22)$$

$$\mathbf{b} = (\|\mathbf{p}_1\|_2^2, \|\mathbf{p}_2\|_2^2, \dots, \|\mathbf{p}_n\|_2^2)^T. \quad (23)$$

5 平面和圆柱面检测

基于第 3 节中描述的特征表示, 对每一体素包含的点云进行特征计算, 生成平面基片或者圆柱面基片, 之后合并同类基片并精化平面基片, 最后得到完整曲面。总体流程如图 2 所示。

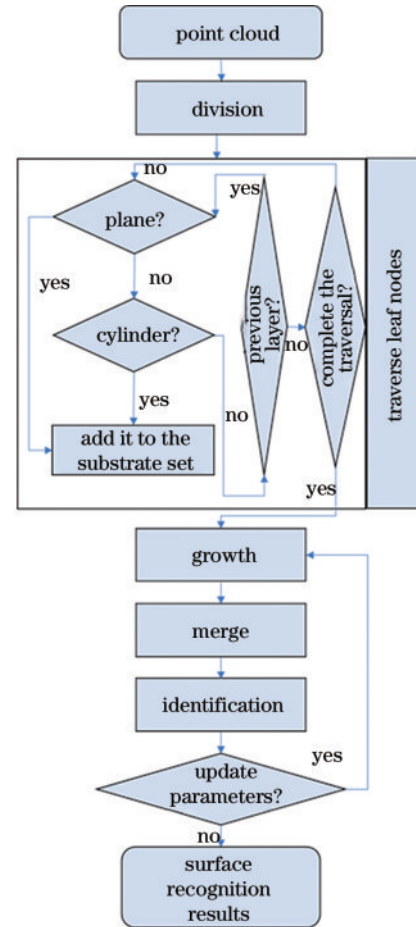


图 2 总体流程图

Fig. 2 Overall flowchart

5.1 点云数据八叉树存储

采用八叉树存储点云,如图 3 所示。对包含整个三维点云的体素空间进行递归迭代分割,上一层每个体素空间分割为下一层八个均匀子体素空间,直到体素空间包含的点云基片中包含的点数小于给定阈值。

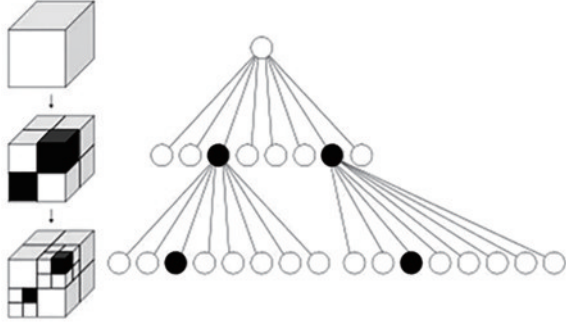


图 3 八叉树存储点云

Fig. 3 The octree structure storing point cloud

在三维点云空间的划分中,分割得到的最小体素的大小依赖于基片包含点密度的大小,点密度越大,分割的体素越小,以此保证单位体素中包含的点数稳定。同时,为了避免存储空间浪费,对分割得到的不包含点的空闲体素进行剪枝。

八叉树的叶子体素节点构成了分割整个点云空间所构成的初始基片集。通过遍历八叉树叶子节点,便可以计算所有点云基片特征参数。在遍历过程中,如果与父节点相关联的所有八个叶子体素都不是平面基片或圆柱面基片,则父节点本身成为新的叶子节点,对父节点所包含的点云基片的特征参数进行重新计算以及类型判定。

5.2 点云基片类型粗识别

根据第 3.1 节求出基片的平面度和法向偏差,将平面度大于阈值且 D_{MND} 小于阈值的基片粗判定为平面基片,将平面度小于阈值且 D_{MND} 大于阈值的基片粗判定为圆柱面基片,其他则视为两者都不是。

对于粗定的平面基片,保留其平面参数。而粗定的圆柱面基片需要进行圆柱面参数估计。对于基片中不满足其参数的点称为外点,需要从该基片中去掉,因此要确定每个基片的外点。

对于平面基片,计算点到拟合平面的距离和法向偏差,将满足约束式(24)的点视为外点。

$$d_i < l_{MDP} \text{ Or } \phi_i < D_{MND} \quad (24)$$

对于圆柱面基片,将远离圆柱面的点以及法向量与圆柱中轴方向靠近的点视为外点,即满足约束式(25):

$$v_i > \frac{R_0}{\gamma} \text{ or } |\Delta n_i| < \beta, \quad (25)$$

$$\Delta n_i = \frac{\{(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_0) - [(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_0) \cdot \mathbf{a}] \mathbf{a}\} \cdot \mathbf{n}_i}{\|(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_0) - [(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_0) \cdot \mathbf{a}] \mathbf{a}\|}, \quad (26)$$

式中: Δn_i 为点 \mathbf{p}_i 的法向量 \mathbf{n}_i 和圆柱中轴 \mathbf{a} 的矢量夹角余弦; 参数 γ, β 分别是距离阈值和法向偏差阈值。

当基片的外点数超过基片点数一半时,平面参数或者圆柱面参数不可信,丢弃该基片。反之,去除外点生成平面基片或者圆柱面基片。如此,可以确保每个基片中只包含一个平面区域或者圆柱面区域。

5.3 边界空隙区域的参数再拟合

分割得到的点云基片,在初始阶段有可能未被正确识别到,或者在点云基片进行参数拟合过程中,会有部分点被当作外点丢弃,甚至当基片中的外点数超过基片点数一半时,整个基片都被抛弃,这都可能导致原本应该相邻且属于同一类型的两个基片之间出现未被正确参数化拟合的点,形成空隙区域,如图 4 所示。因此,需要以识别到的基片作为种子面进行区域增长,以此来将空隙区域中的点正确划分到对应的基片中。

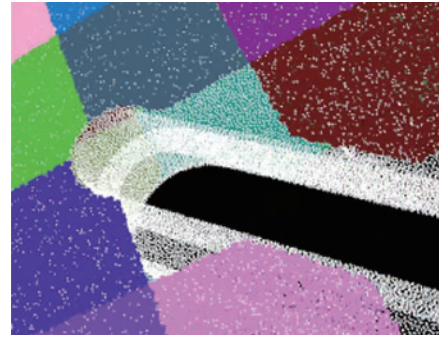


图 4 空隙示意图,图中带颜色的区域为识别出的基片

Fig. 4 Void schematic, the colored areas in the figure are the identified surface blocks

为此,对所有的基片进行区域增长,将满足内点约束的邻域点合并到相应基片中。平面的内点满足两个约束条件: (1) 点 \mathbf{p} 到平面 P 的距离应小于平面 P 对应的 l_{MDP} ; (2) 点 \mathbf{p} 对应的法向量 \mathbf{n} 与平面法向 \mathbf{N} 之间的夹角偏差应小于 D_{MND} 。

圆柱面的内点约束则取约束条件式(25)的否定情况。

5.4 基片合并与识别类型精化

通过基片区域增长可以将未识别到的点正确划分,消除边界空隙。但一个完整曲面通常会被分割为几个相邻的基片,因此需要将相邻的特征相同的基片合并,以保证识别的曲面的完整性。

当两个平面基片 P_A 和 P_B 同时满足以下 3 个约束条件时可进行合并: (1) 平面基片 P_A 和 P_B 是相邻的; (2) 2 个平面基片平面法线的夹角小于给定阈值; (3) 平面基片 P_A 存在至少 1 点满足平面基片 P_B 在欧氏距离上的内点约束,同时平面基片 P_B 也存在至少 1 个点满足平面基片 P_A 在欧氏距离上的内点约束。其中,前两个约束条件保证了基片空间相邻性和方向一致性,第 3 个约束条件避免平行基片的误合并。

圆柱面基片合并条件除了上述 3 个约束之外,还

包含下述 2 条约束:4)将圆柱面基片 C_A 、 C_B 的圆柱中轴上的一点同时投影在垂直于圆柱面基片 C_A 的中轴的平面上,计算两个投影圆心的欧氏距离 d 。对于需要合并的两个圆柱面基片应满足 d 小于阈值。5)在半径的相似性上,对于需要合并的两个圆柱面基片应当满足两者半径的最小值和最大值之比大于 η ($\eta < 1$)。

约束条件 4)、5)确保两个圆柱面基片的中轴相似以及两个圆柱面基片具有相似半径。

由于基片中只包含小部分点云,因此对于低曲率圆柱面上的基片容易误识别为平面基片。因此,对于所有的圆柱面基片,将其邻近的平面基片视为圆柱面基片,重新计算圆柱面参数,之后根据圆柱面基片合并约束条件进行合并,形成新的圆柱面基片。对于不能合并的基片则保留为正确识别的平面基片。每次迭代精化后,对于修正基片重新估计参数,如此可以修正被

误识别为平面的圆柱面基片。

6 实验及结果分析

6.1 测试数据

为了验证所提方法的有效性,选择 3 个零件模型以及 ABC 数据集^[28]中 2 个复杂模型的点云数据进行实验,这 2 组点云数据包含多个平面和不同参数的圆柱面。

图 5 中:第 1 个 BASE 模型的显著特征是包含多个同心圆柱面;第 2 个 BLOCK 模型的显著特征是圆柱面分布在 2 个垂直的方向上;第 3 个 MOOV 模型的显著特征是由多个圆柱面以及平面共同组成一个复杂曲面。图 6 中:第 1 个 ABC_03 模型的显著特征是两个圆柱面出现交叉情况;第 2 个 ABC_27 模型的显著特征是圆柱面存在多种不完整情况。

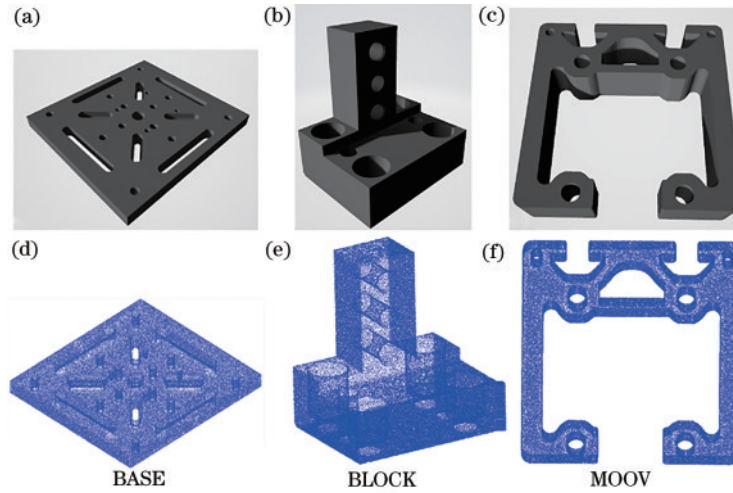


图 5 机械零件模型。(a) (b) (c) 3 种机械零件的 mesh 模型;(d) (e) (f) 从 mesh 模型泊松采样得到的点云模型
Fig. 5 Mechanical part model. (a) (b) (c) The mesh model of three mechanical parts; (d) (e) (f) point cloud model obtained from Poisson sampling of mesh model

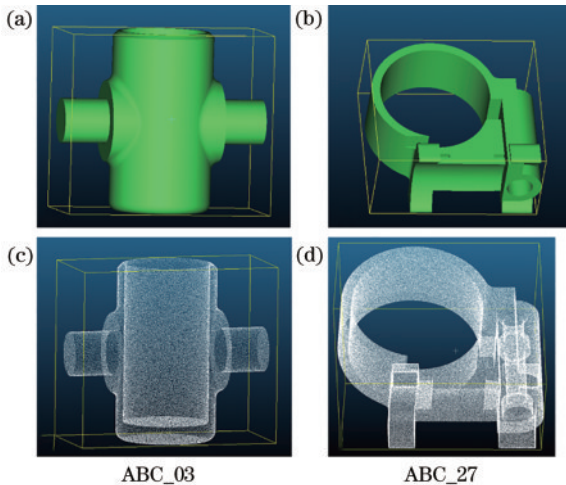


图 6 ABC 数据集的 2 个模型。(a) (b) mesh 模型;
(c) (d) 点云模型
Fig. 6 Two models in the ABC dataset. (a) (b) The mesh model; (c) (d) the point cloud model

实验所使用的离散点云均是在 mesh 模型上进行泊松采样得到的,如表 1 所示。

表 1 机械零件数据参数及特征
Table 1 Data parameters and characteristics

Data	Points	Planes	Cylinders	Features
BASE	1477125	35	42	Concentric
BLOCK	737843	14	13	Different orientations
MOOV	999984	22	14	Multi-cylindrical surface combinations
ABC_03	73211	6	8	Crossover
ABC_27	293098	22	20	Incomplete

6.2 评价指标

使用 Eigen 作为线性代数库在 C++ 中实现算法,同时所有实验均在 Intel(R) Core(TM) i7-10700F 2.9 GHz、内存 16 GB 的电脑上进行。

对圆柱面识别性能的评价指标包括:平均半径偏

差(D_{ARD})、最大半径偏差(D_{MRD})、未识别圆柱面的平均半径偏差(D_{SC})、召回率和精确率的加权调和平均(F1)、错误识别数(N_M)以及漏检(N_{miss})。其中,前3个指标衡量识别算法提取出的圆柱面参数与真值的相似性,偏差越小越接近真值。对于 D_{ARD} ,其表达式为

$$D_{ARD} = \frac{\sum_{i=1}^n |r_{reali} - r_{mi}|}{n}, \quad (27)$$

式中: r_{reali} 和 r_{mi} 分别为第*i*个圆柱面的底面半径真值和测量值; n 为识别出的圆柱面总数。评价指标 D_{SC} 和 D_{ARD} 的计算方式相似,F1的计算方式与异常检测中的一致。使用 D_{ARD} 作为未正确识别圆柱面的半径偏差。错误识别的圆柱面则不纳入半径偏差的相关计算中。

同时,拐角处的小半径圆柱面在工业生产中是不需要进行识别的。因此,对于圆柱面的统计中不包含拐角处的小半径圆柱面。

6.3 定量分析

由于机械零件点云密度较高,面与面之间衔接紧密。将平面度阈值设为 75° ,即 $\theta > 75^\circ$,最大法向偏差限制在 5° 以内,即 $D_{MND} < 5^\circ$ 。

在机械零件数据上的平面识别结果如图7所示。优化前的结果为Araújo等^[3]的平面检测结果,可以明显看到,大半径即低曲率圆柱面被误识别为平面,如图7(a)~(c)中红色圆框所示。通过圆柱特征过滤平面特征方法有效去除掉这些误识别平面,优化后结果如图7(d)~(f)所示。

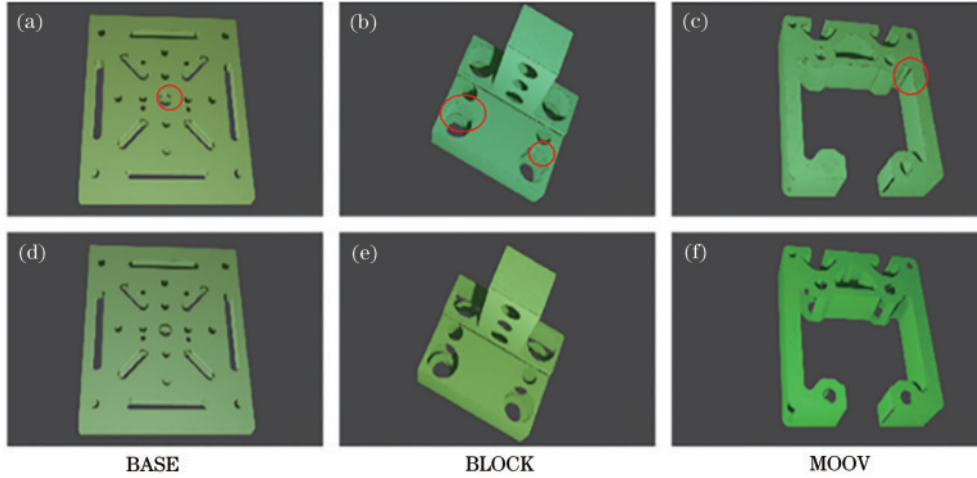


图7 平面检测优化。(a)(b)(c)优化前;(d)(e)(f)优化后

Fig. 7 Plane detection optimization. (a)(b)(c) Before optimization; (d)(e)(f) after optimization

对于圆柱面的识别,在3个机械零件数据的基础上,新增2个由ABC数据集中的复杂模型采样得到的数据。在5个数据上,分别和CbCD方法以及eRANSAC方法进行对比。3种方法的参数设置如表2所示。

其中,CbCD和eRANSAC的参数说明见文献[4]和文献[5]。所提方法中: ϵ 为最小体素包含的点在点云中的占比; β 和 γ 为圆柱面内点条件的法向阈值和距离阈值; K 为点云中每点邻域包含的点数; θ 为平面度阈值; σ 为法向偏差阈值。圆柱面要求为平面度小于 θ ,最大法向偏差大于 σ 。每次实验计算10次执行所用时间的平均值,各数据上的实验结果如表3所示。

在正确识别方面,所提方法在两组测试数据上均表现出优异的性能,没有出现漏识别的情况。eRANSAC方法在BASE数据上出现漏检,CbCD方法在BASE、MOOV、ABC_03和ABC_27数据上均出现漏检。在误识别方面,所提方法出现的误识别最少,集中表现在将自由曲面局部区域误识别为圆柱面。CbCD方法出现的误识别表现在圆柱面和相邻平面没有正确分割。eRANSAC方法出现的误识别表现在两

表2 各方法的参数设置

Table 2 Parameter settings for each method

Method	Threshold	Value
CbCD	α	3
	$\theta / (^\circ)$	75
	$\varphi / (^\circ)$	15
eRANSAC	ϵ	0.1
	β	0.9
	$\alpha / (^\circ)$	25
	τ	300
	ρ	0.01
	ϵ	0.0001
Proposed method	β	$\cos 15^\circ$
	γ	50
	K	50
	η	0.95
	$\theta / (^\circ)$	75
	$\sigma / (^\circ)$	5
	$\sigma_c / (^\circ)$	25

表 3 不同方法在每个数据上的性能
Table 3 Performance of different methods on each data

Dataset	Method	F1	N_{miss}	N_M	D_{ARD}/mm	D_{MRD}/mm	D_{sc}/mm	T/ms
BASE	CbCD	0.8333	12	0	0.0216	0.0424	0.0275	18439
	eRANSAC	0.6667	20	2	0.0364	0.1317	0.0818	2258
	Proposed method	1.0000	0	0	0.0169	0.0298	0.0169	2681
BLOCK	CbCD	1.0000	0	0	0.0068	0.0208	0.0067	8906
	eRANSAC	0.9286	0	2	0.0118	0.0376	0.0118	1003
	Proposed method	0.9286	0	2	0.0043	0.0229	0.0043	8149
MOOV	CbCD	0.6667	7	0	0.0279	0.1042	0.066	15528
	eRANSAC	0.8235	0	6	0.0412	0.1716	0.0412	1572
	Proposed method	0.9333	0	2	0.0161	0.052	0.0161	5899
ABC_03	CbCD	0.7692	3	0	0.0372	0.0485	0.0372	957
	eRANSAC	0.8889	0	2	0.0447	0.0747	0.0447	208
	Proposed method	0.8421	0	3	0.0257	0.0565	0.0257	1071
ABC_27	CbCD	0.5714	6	3	0.0061	0.0079	0.0064	11572
	eRANSAC	0.9231	0	2	0.1038	0.6982	0.1038	640
	Proposed method	0.9600	0	1	0.0146	0.0074	0.0146	3870

个方面:平面误识别为圆柱面和自由曲面局部区域误识别为圆柱面。

在 D_{ARD} 上,所提方法在两组测试数据上最佳,仅在 ABC_27 数据上低于 CbCD 方法,这是由于 D_{ARD} 的计算只包括正确识别的圆柱面,不包含漏识别的圆柱面。同时与 CbCD 方法相比,所提方法在 3 个零件测试数据上均有 20% 以上的提升。对于 D_{MRD} ,所提方法在 BASE、MOOV 和 ABC_27 数据上取得最佳效果,且偏差显著低于其他两种方法,同时在 BLOCK 数据上也与最佳效果仅相差 0.0021。显而易见,所提方法

在两组数据上的识别结果优于其他两种,同时仍然保持了有竞争力的运行时间。

6.4 定性评价

分别对 5 个数据采用不同方法进行圆柱面识别结果的定性分析,具体如图 8 所示。

BASE 数据的特点是包含多个同心圆柱面,中心部分有 2 个显著的同轴圆柱面,4 条斜槽的两端有 2 个同心半圆柱面,同时在 12 个小的圆柱面上有突起部分,如图 9 所示。Schnabel 方法将 2 个平面错误识别成圆柱面,如图 7(d) 中 2 个实线方框部分所示。这是由

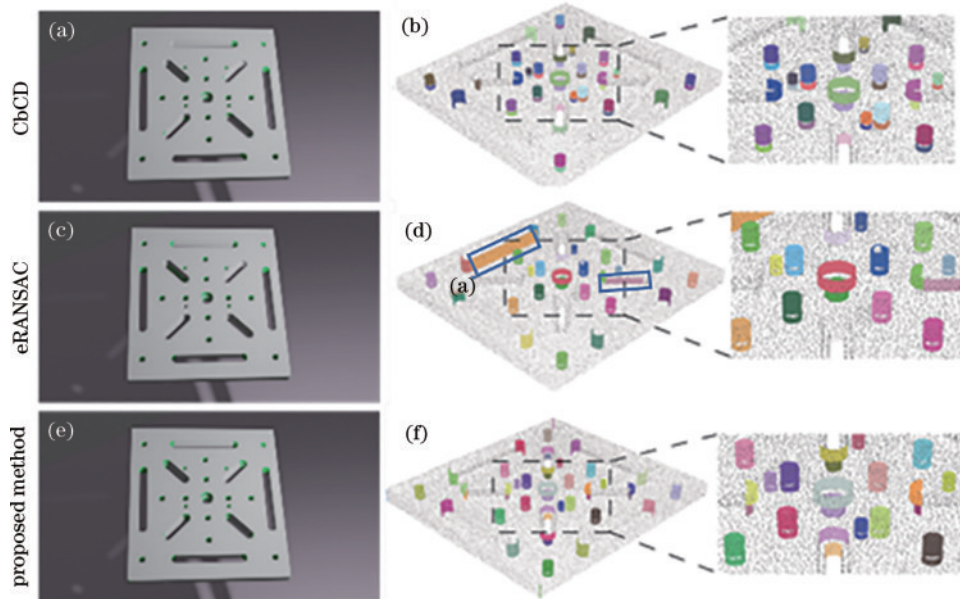


图 8 各方法在 BASE 数据上的圆柱面识别结果。(a)(c)(e) 识别到的圆柱面在点云上的渲染结果;(b)(d)(f) 不同颜色区分的圆柱面识别结果和虚线区域的放大图

Fig. 8 Cylindrical recognition results of each method on the BASE. (a) (c) (e) The render result of the recognized cylinder on the point cloud; (b) (d) (f) the color-distinguished cylinder recognition result and enlarged view of the dotted area

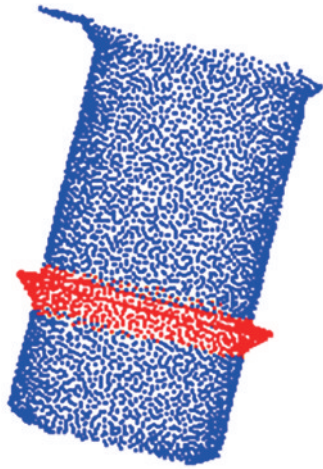


图 9 圆柱突起,红色为突起部分

Fig. 9 Cylindrical protrusions, red is the protrusion part

于基于 RANSAC 的算法倾向于将平面检测为大半径不完整圆柱面。此外,遗漏了 8 个半圆柱面和 1 个小的完整圆柱面的识别。对于图 10 中红色方框所示的凹槽两端的圆柱面,所提方法和 eRANSAC 方法都能够正确检测到两端的圆柱面,而 Araújo 方法漏检了其中一端的圆柱面。这是由于通过点云投影和连通图查找的方法将整个槽视为 1 个连通组件,因此在该组

件上拟合圆柱面时只会提取到一端的圆柱面,缺失了另一端的圆柱面以及两者的连接部分。同时由于突起打断了圆柱面的连通性,因此该方法将含有突起的圆柱面识别成为了 2 个不同圆柱面,如图 8 放大部分所示。

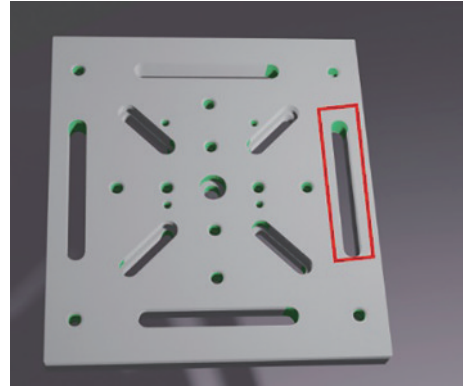


图 10 凹槽,如图中红色部分

Fig. 10 Grooves, as shown in red in the figure

BLOCK 数据中圆柱面的方向分布在两个垂直的方向上。在该数据上,eRANSAC、CbCD 和所提方法均能够完整识别出所有圆柱面,圆柱面识别结果如图 11 所示。

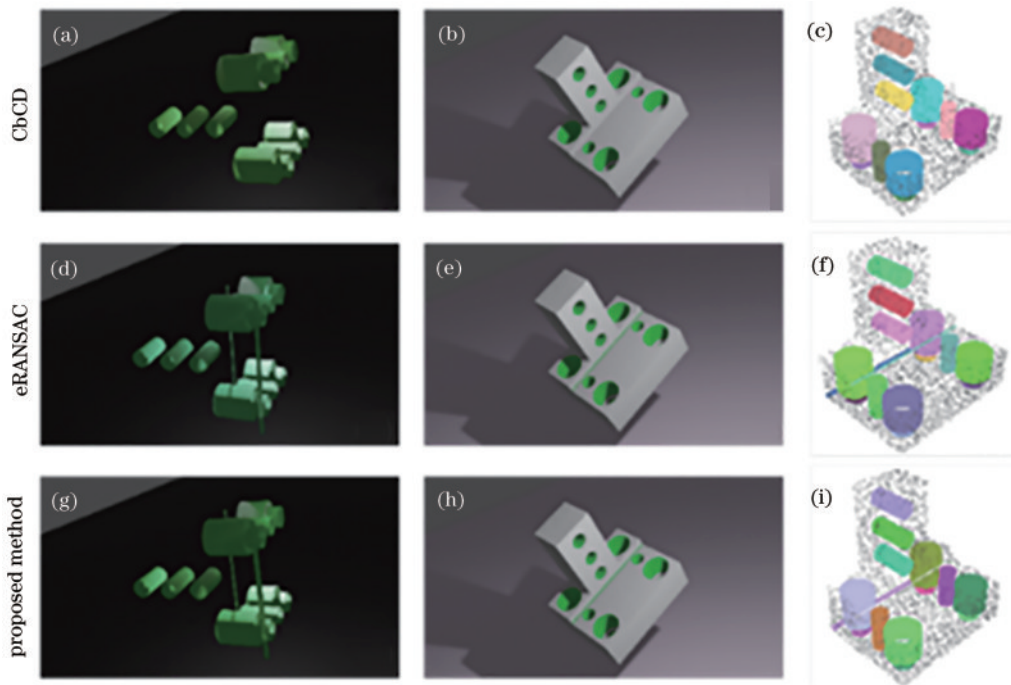


图 11 各方法在 BLOCK 数据上的圆柱识别结果。(a)(d)(g)提取出的圆柱面点云渲染结果;(b)(e)(h)识别到的圆柱面在点云上的渲染结果;(c)(f)(i)不同颜色区分的圆柱面识别结果

Fig. 11 Cylindrical recognition results of each method on the BLOCK. (a) (d) (g) The render results of the extracted cylinder; (b) (e) (h) the render results of the recognized cylinder; (c) (f) (i) the color-distinguished cylindrical face recognition results

MOOV 数据存在多个圆柱面以及平面共同组成一个复杂曲面的情况,是最难识别的数据。eRANSAC 方法误将 6 个平面错误识别为圆柱面,如

图 12(d)中的 4 个圆框所示,同时对于如图 12(d)实线方框所示的相邻圆柱面,较小的圆柱面则被遗漏识别。CbCD 方法在该数据集上表现较差,只识别到 4 个完整

圆柱面和 1 个半圆柱面,这是由于当圆柱面只存在一部分并且该部分的投影形成的弧小于 90° ,CbCD 方法无法成功检测。

所提方法在圆柱面相邻的情况下做出了正确的分割,如图 12(f)椭圆框所示,同时识别出了所有的圆柱

面,包括拐角处的小半径圆柱面。由于完整度低的圆柱面在误差允许范围内的前后两次半径拟合结果可能相差较大,因此两个来自同一个完整度低圆柱面的圆柱基片可能无法合并,从而出现了错误分割的情况,如图 12(f)实线方框所示。

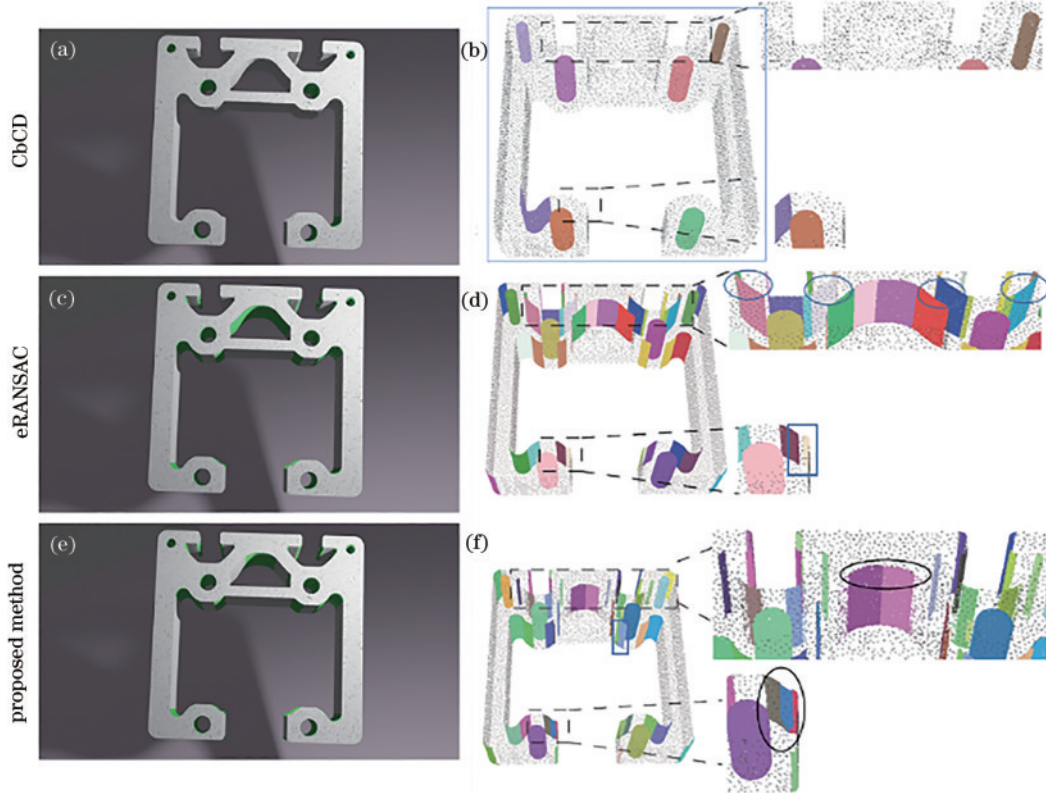


图 12 各方法在 MOOV 数据上的圆柱识别结果。(a)(c)(e)识别到的圆柱面在点云上的渲染结果;(b)(d)(f)不同颜色区分的圆柱面识别结果和虚线区域的放大图

Fig. 12 Cylindrical recognition results of each method on the MOOV. (a)(c)(e) The render results of the recognized cylindrical face on point cloud; (b)(d)(f) the color-distinguished cylindrical face recognition results, and enlarged view of the dotted area

ABC_03 数据中出现了两个圆柱面交叉的情况,其中一个圆柱面露出部分较少,被分割为 4 个半圆柱面,如图 13(d)椭圆框中所示。3 种方法的实验结果如图 13 所示,所提方法正确识别出了所有的圆柱面,但在面之间的交接处误识别出了圆柱面基元,这是由于面之间的平滑过渡区域是一个自由曲面,而自由曲面在分为小块之后,会被识别为圆柱面基元。CbCD 方法虽然没有出现误识别,但只识别出 1 个半圆柱面,漏掉了其他 3 个。RANSAC 方法与所提方法一致,在自由曲面上出现了误识别的圆柱面基元。

ABC_27 数据的特征主要表现在圆柱面的不完整性,如图 15(a)所示,该圆柱面被分为 4 个部分,而每个部分又连接不同曲面。3 种方法的实验结果如图 14 所示,所提方法将图 15(b)所示的圆柱面识别为了 4 个部分,这是由于这 4 个部分相隔较远,在合并阶段中并不会合并。所提方法对于不完整圆柱面和面与面过渡区域的圆柱面均正确识别出来,尽管产生了在图 14(g)虚线框中所示的圆柱面分裂为 3 部分的情况。该情况

是由于所提方法对过渡区域敏感所导致的,图 14(g)虚线方框所示的圆柱面,上半部分出现拐角,导致其圆柱参数发生改变,无法与相邻圆柱面合并。

eRANSAC 由于识别平面或圆柱面时在整个点云中寻找内点,因此可以将分割开的圆柱面识别为一个,如图 15(a)所示。同时,该方法倾向于将平面识别为圆柱面,出现了如图 14(e)、(f)椭圆框所示的误识别。CbCD 方法对于完整圆柱面能正确识别,对于不完整的圆柱面容易将其与相邻的平面识别为一个整体,如图 14(a)所示,该方法将两个同心圆柱面以及与其相连的平面识别为了一个整体。同时对于图 15 放大部分所示的圆柱面,从图 14(b)、(c)可以明显看出其被分割成了两半。

从上述零件数据的几何图元识别结果来看,所提方法获得了最佳的识别结果,在精度上优于其他两种方法。

6.5 不同参数下对识别精度的影响

识别精度主要体现在圆柱面半径的计算上,而参数 β 和 γ 影响着圆柱面内点的选取,不同的 β 和 γ 阈值

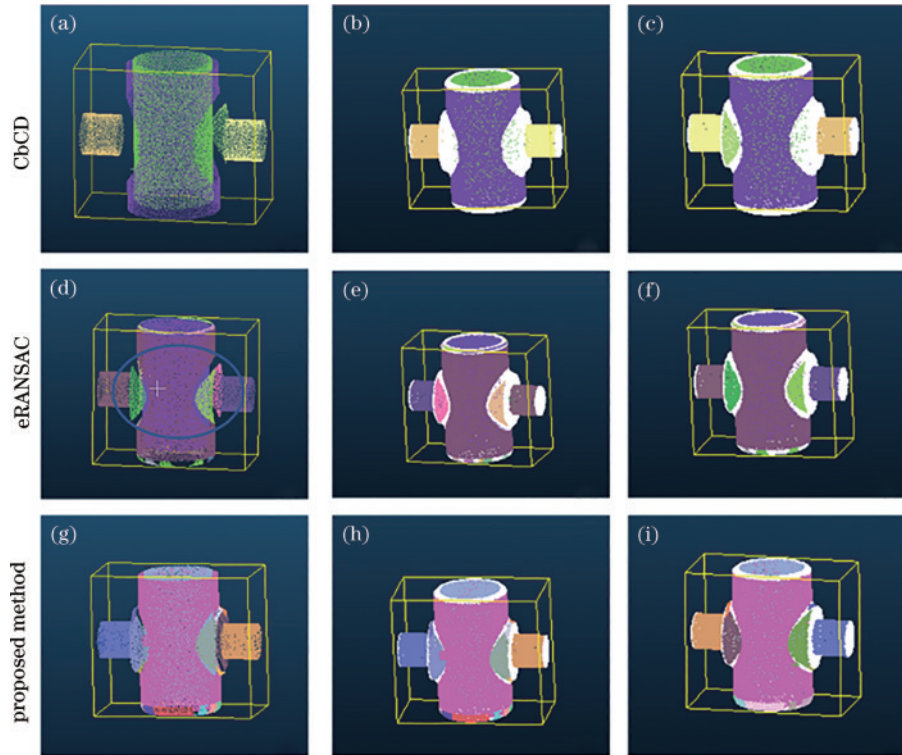


图 13 各方法在 ABC_03 数据上的圆柱识别结果。(a)(d)(g)识别到的圆柱面结果;(b)(e)(h)不同颜色区分的圆柱面正面识别结果;(c)(f)(i)背面

Fig. 13 Cylindrical recognition results of each method on the ABC_03. (a) (d) (g) The recognized cylindrical faces on point cloud; (b) (e) (h) the color-distinguished cylindrical face front recognition results; (c) (f) (i) back

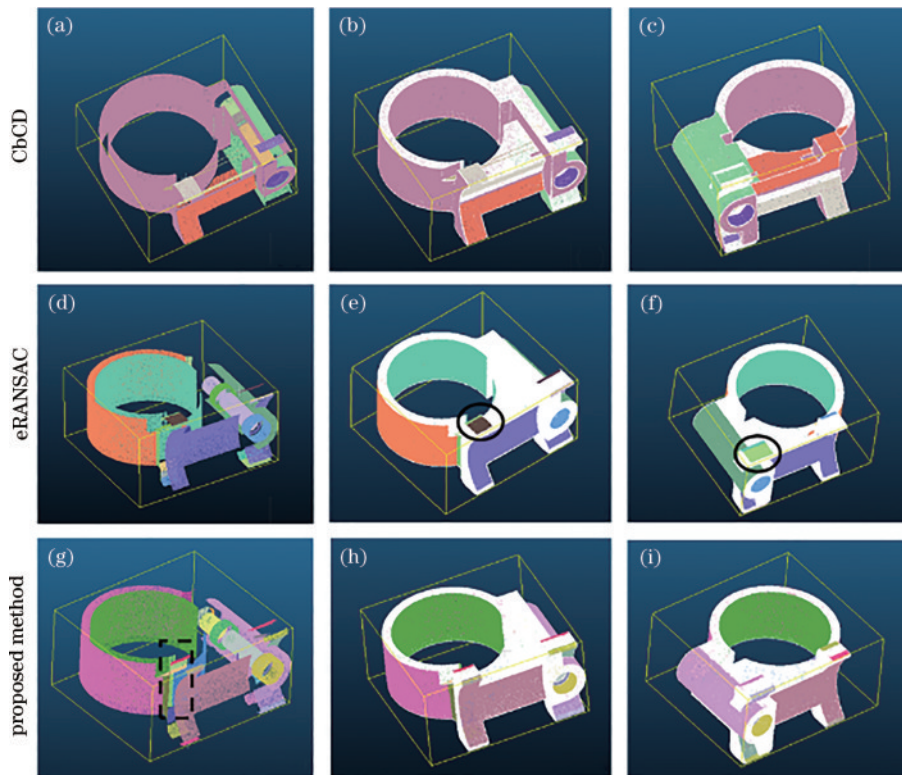


图 14 各方法在 ABC_27 数据上的圆柱识别结果。(a)(d)(g)识别到的圆柱面结果;(b)(e)(h)不同颜色区分的圆柱面正面识别结果;(c)(f)(i)背面

Fig. 14 Cylindrical recognition results of each method on the ABC_27. (a) (d) (g) The recognized cylindrical faces on the full point cloud; (b) (e) (h) the color-distinguished cylindrical face front recognition results; (c) (f) (i) back

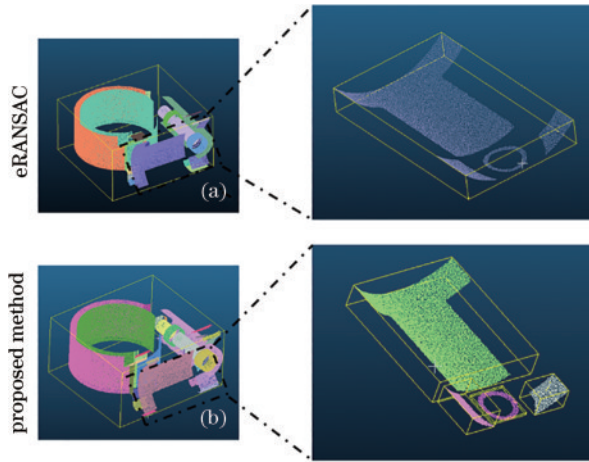


图 15 eRANSAC 和所提方法对放大部分圆柱面的识别结果。
(a)eRANSAC 方法识别到结果;(b)所提方法识别结果
Fig.15 The recognition results of proposed method and eRANSAC on the enlarged cylindrical surface. (a) Results identified by the eRANSAC method; (b) results identified by proposed method

会导致不同的识别精度。因此,在 ABC_03 数据上测试了不同 β 和 γ 下的识别精度,实验结果如表 4 所示。在保证不出现漏检的情况下,实验过程中设置 $\beta = \cos 15^\circ$ 、 $\gamma = 50$ 。

表 4 不同参数设置对识别精度的影响

Table 4 The influence of different parameter settings on recognition accuracy

Dateset	β	γ	D_{ARD} / mm	D_{MRD} / mm	N_{miss}
ABC_03	$\cos 25^\circ$	70	0.0283	0.0563	0
	$\cos 25^\circ$	50	0.0278	0.0445	1
	$\cos 25^\circ$	30	0.0456	0.1356	0
	$\cos 20^\circ$	70	0.0263	0.0446	1
	$\cos 20^\circ$	50	0.0287	0.0563	0
	$\cos 20^\circ$	30	0.0282	0.0562	0
	$\cos 15^\circ$	70	0.0212	0.0446	1
	$\cos 15^\circ$	50	0.0257	0.0565	0
	$\cos 15^\circ$	30	0.0203	0.0446	1
	$\cos 10^\circ$	70	0.0283	0.0446	1
	$\cos 10^\circ$	50	0.0300	0.0446	1
	$\cos 10^\circ$	30	0.0332	0.0569	0
	$\cos 5^\circ$	70	0.0349	0.0446	1
	$\cos 5^\circ$	50	0.0351	0.0446	1
	$\cos 5^\circ$	30	0.0352	0.0446	1

7 结 论

在智能工业生产中,机械零件的自动化测量是自动焊接、零件智能分拣以及质检等环节的关键技术。自动化测量需要识别图元参数信息和位置信息。

提出一种从点云进行三维图元识别的方法:首先,

进行点云基片的平面特征计算和类型粗判定;然后,通过圆柱面特征过滤被误识别为平面的点云基片,有效解决了低曲率圆柱面被误识别为平面的问题。在 5 个测试数据上进行了实验,与 CbCD 和 eRANSAC 这两种比较流行的方法比较中,所提方法取得了最佳效果。

所提方法的局限性在于,执行局部曲面特征计算有可能导致部分圆柱面基片无法正确合并到完整圆柱面上,同时会在自由曲面上产生圆柱面基片,这是该方法的特点所导致的问题,应用全局信息指导错误基元的去除或许会解决这个问题。下一步将在点云小圆柱基片的精确拟合以及点云包含的球面、圆环面等其他基础图元的提取上进一步研究。

本研究基于传统方法进行三维点云数据上的平面和圆柱面识别,取得了不错的效果。随着大量数据的产生和多样化图元的识别,深度神经网络在多种图元识别上优势更加突出,但对于边界点的分割比较困难,无法得到清晰的边界。下一步将通过所提方法指导深度神经网络进行精确的边界处理。

参 考 文 献

- [1] Petitjean S. A survey of methods for recovering quadrics in triangle meshes[J]. ACM Computing Surveys, 2002, 34(2): 211-262.
- [2] 何荣, 李际军. 逆向工程中特征曲面的识别方法[J]. 计算机应用, 2007, 27(8): 2018-2020, 2024.
He R, Li J J. Feature surface recognition in reverse engineering[J]. Journal of Computer Applications, 2007, 27(8): 2018-2020, 2024.
- [3] Araújo A M, Oliveira M M. A robust statistics approach for plane detection in unorganized point clouds[J]. Pattern Recognition, 2020, 100: 107115.
- [4] Araújo A M C, Oliveira M M. Connectivity-based cylinder detection in unorganized point clouds[J]. Pattern Recognition, 2020, 100: 107161.
- [5] Schnabel R, Wahl R, Klein R. Efficient RANSAC for point-cloud shape detection[J]. Computer Graphics Forum, 2007, 26(2): 214-226.
- [6] Deschaud J E, Goulette F. A fast and accurate plane detection algorithm for large noisy point clouds using filtered normals and voxel growing[EB/OL]. [2022-11-09]. https://hal-mines-paristech.archives-ouvertes.fr/hal-01097361/file/3DPVT_2010.pdf.
- [7] Farid R. Region-growing planar segmentation for robot action planning[M]//Pfahring B, Renz J. AI 2015: advances in artificial intelligence. Lecture notes in computer science. Cham: Springer, 2015, 9457: 179-191.
- [8] Maalek R, Lichti D D, Ruwanpura J Y. Robust segmentation of planar and linear features of terrestrial laser scanner point clouds acquired from construction sites [J]. Sensors, 2018, 18(3): 819.
- [9] Pham T T, Eich M, Reid I, et al. Geometrically consistent plane extraction for dense indoor 3D maps segmentation[C]//2016 IEEE/RSJ International Conference

- on Intelligent Robots and Systems (IROS), New York: ACM, 2016: 4199 - 4204.
- [10] Vo A V, Truong-Hong L, Laefer D F, et al. Octree-based region growing for point cloud segmentation[J]. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 2015, 104: 88-100.
- [11] Tran T T, Cao V T, Laurendeau D. Extraction of cylinders and estimation of their parameters from point clouds[J]. Computers & Graphics, 2015, 46: 345-357.
- [12] Nurunnabi A, Sadahiro Y, Lindenbergh R. Robust cylinder fitting in three-dimensional point cloud data[J]. The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, 2017, XLII-1/W1: 63-70.
- [13] Li L, Yang F, Zhu H H, et al. An improved RANSAC for 3D point cloud plane segmentation based on normal distribution transformation cells[J]. Remote Sensing, 2017, 9(5): 433.
- [14] 王洋, 王俊元, 杜文华, 等. 基于最小平方中值的点云平面拟合算法[J]. 激光与光电子学进展, 2023, 60(4): 0410019.
Wang Y, Wang J Y, Du W H, et al. Point cloud plane fitting algorithm based on least square median[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2023, 60(4): 0410019.
- [15] Hough P. Method and means for recognizing complex patterns: US3069654[P]. 1962-12-18.
- [16] Xu L, Oja E, Kultanen P. A new curve detection method: Randomized Hough transform (RHT)[J]. Pattern Recognition Letters, 1990, 11(5): 331-338.
- [17] Leng X X, Xiao J, Wang Y. A multi-scale plane-detection method based on the Hough transform and region growing[J]. The Photogrammetric Record, 2016, 31(154): 166-192.
- [18] Rabbani T, Heuvel F V D. Efficient Hough transform for automatic detection of cylinders in point clouds[J]. ISPRS Working Groups, 2005, 36: 60-65.
- [19] Ahmed M F, Haas C T, Haas R. Automatic detection of cylindrical objects in built facilities[J]. Journal of Computing in Civil Engineering, 2014, 28(3): 4014009.
- [20] Charles Q, Hao S, Mo K C, et al. PointNet: deep learning on point sets for 3D classification and segmentation[C]//2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), July 21-26, 2017, Honolulu, HI, USA. New York: IEEE Press, 2017: 77-85.
- [21] 杨晓文, 王爱兵, 韩燮, 等. 基于KNN-PointNet的点云语义分割[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(24): 2410013.
Yang X W, Wang A B, Han X, et al. Point cloud semantic segmentation based on KNN-PointNet[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(24): 2410013.
- [22] 刘友群, 敖建锋, 潘仲泰. DGPoint:用于三维点云语义分割的动态图卷积网络[J]. 激光与光电子学进展, 2022, 59(16): 1610014.
Liu Y Q, Ao J F, Pan Z T. DGPoint: dynamic graph convolution network for semantic segmentation of 3D point clouds[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2022, 59(16): 1610014.
- [23] Li L X, Sung M, Dubrovina A, et al. Supervised fitting of geometric primitives to 3D point clouds[C]//2019 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), June 15-20, 2019, Long Beach, CA, USA. New York: IEEE Press, 2020: 2647-2655.
- [24] Sharma G, Liu D F, Maji S, et al. ParSeNet: a parametric surface fitting network for 3D point clouds [EB/OL]. (2020-03-26)[2022-11-09]. <https://arxiv.org/abs/2003.12181>.
- [25] Huang J W, Zhang Y F, Sun M W. PrimitiveNet: primitive instance segmentation with local primitive embedding under adversarial metric[C]//2021 IEEE/CVF International Conference on Computer Vision (ICCV), October 10-17, 2021, Montreal, QC, Canada. New York: IEEE Press, 2022: 15323-15333.
- [26] Hoppe H, DeRose T, Duchamp T, et al. Surface reconstruction from unorganized points[J]. ACM SIGGRAPH Computer Graphics, 1992, 26(2): 71-78.
- [27] Pratt V. Direct least-squares fitting of algebraic surfaces [J]. ACM SIGGRAPH Computer Graphics, 1987, 21(4): 145-152.
- [28] Koch S, Matveev A, Jiang Z S, et al. ABC: a big CAD model dataset for geometric deep learning[C]//2019 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), June 15-20, 2019, Long Beach, CA, USA. New York: IEEE Press, 2020: 9593-9603.