激光写光电子学进展

# 高鲁棒性Camera-IMU外参在线标定算法

茆子念<sup>1</sup>,周志峰<sup>1\*</sup>,沈亦纯<sup>2</sup>,王立端<sup>3</sup>
 <sup>1</sup>上海工程技术大学机械与汽车工程学院,上海 201620;
 <sup>2</sup>上海卫星工程研究所,上海 200240;
 <sup>3</sup>上海司南卫星导航技术股份有限公司,上海 201801

摘要 针对影像实时动态测量设备中相机和惯性测量单元(IMU)相对位置发生变化时,需要重新进行外参标定的问题, 提出了一种Camera-IMU外参在线标定方法,能够在机械构型未知的情况下自动估计初始值和外参数。首先,使用全球 卫星导航时间对齐 IMU和相机的时间戳,通过奇异值分解求解旋转量的超定线性方程,改变阈值判定条件和加权方式, 减少方程中的退化运动,并剔除外点,提高系统鲁棒性与外参精度,从而获得恒定的 Camera-IMU旋转外参。然后基于获 得的 Camera-IMU旋转外参,固定滑动窗口,利用高斯牛顿法估计 Camera-IMU的外参平移量。与原有在线标定方法相 比,旋转外参标定方法的精度提高15%,平移外参的精度提高35%,实验结果表明所提方法是有效的。

关键词 相机和惯性测量单元;外参标定;初始化;惯性测量单元预积分 中图分类号 TP23 **文献标志码** A

DOI: 10.3788/LOP231200

# Camera-IMU State Estimation and External Parameter Online Calibration Algorithm

Mao Zinian<sup>1</sup>, Zhou Zhifeng<sup>1\*</sup>, Shen Yichun<sup>2</sup>, Wang Liduan<sup>3</sup>

<sup>1</sup>School of Mechanical and Automotive Engineering, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China; <sup>2</sup>Shanghai Satellite Engineering Research Institute, Shanghai 200240, China;

<sup>3</sup>Shanghai Si Nan Satellite Navigation Technology Co., Ltd., Shanghai 201801, China

**Abstract** In this study, we aim to solve the recalibration of the external parameters owing to the changing relative positions of the camera and inertial measurement unit (IMU) in real-time dynamic imaging equipment. Thus, we propose a highly robust Camera-IMU external parameter online calibration method, which automatically estimates the initial value and external parameters when the mechanical configuration is unknown. The global satellite navigation time is used to align the timestamps of the IMU and camera. Then, the singular value decomposition method is used to solve the overdetermined linear equation of rotation. The threshold determination condition and weighting method are modified to reduce degenerate motion in the equation and eliminate the external points, improve system robustness and external parameter accuracy, and obtain constant Camera-IMU rotation external parameters. Then, based on the obtained Camera-IMU rotation external parameters, the sliding window is fixed and the Gaussian-Newton method is used to estimate the Camera-IMU external parameter translation. Compared with the original online calibration method, the calibration accuracy of the rotating external parameter is increased by 15% and the accuracy of the translation external parameters is improved by 35%. Experimental results show the effectiveness of the proposed method.

Key words camera and inertial measurement unit; external parameter calibration; initialization; inertial measurement unit pre-integration

1 引

在实时定位与建图(Simultaneous localization and

mapping, SLAM)技术中<sup>[1]</sup>,相机和惯性测量单元 (Inertial measurement unit, IMU)组合是常见的传感 器组合,也是当下机器人导航<sup>[2]</sup>、视觉自动驾驶<sup>[3]</sup>和测

言

研究论文



**收稿日期**: 2023-04-27; 修回日期: 2023-05-22; 录用日期: 2023-06-05; 网络首发日期: 2023-07-12

基金项目:上海市2022年度"科技创新行动计划"优秀学术/技术带头人计划(22XD1433500)

通信作者: \*zhousjtu@126.com

## 研究论文

量测绘等领域的主流传感器组合。其中,相机在低速 运动时能够稳定成像,且短时间内成像变化不大,因此 特征匹配时表现较好;而在高速运动时,相机容易成像 模糊,且短时间内图像差异较大,这会导致重叠区域较 少进而出现特征误匹配的问题。而IMU输出的是线 加速度和角速度,在高速运动时能够输出可靠的测量 结果,但在低速运动时测量结果反而不可靠。因此,在 低速和高速运动相结合的作业场景下,基于相机和 IMU的传感器组合,其在数据的可靠性方面具有互补 性。基于相机和 IMU 融合的定位算法<sup>[4-6]</sup>已成为近年 来研究的热点,特别是将Camera-IMU与实时动态测 量(Real-time kinematic, RTK)相融合逐渐成为测绘 领域的重点研究方向。然而,由于缺乏视觉尺度的直 接观测,单目相机处理信息的算法挑战明显多于双目 相机<sup>[7]</sup>,并且现在单目视觉系统<sup>[8]</sup>的性能严重依赖于初 值(速度、姿态、视觉尺度)的精度以及相机和IMU的 标定。提高输出定位结果的精度是所有融合定位算法 的目标,在此之前,需尽可能地准确标定各个传感器之 间的转换关系,即估计相机和IMU之间的旋转和平移 变换。在设备长期的使用与晃动过程中,机械构型发 生变化,每隔一段时间进行人工测量 IMU 和相机之间 的外参是很难实现的,因此将重点研究如何在算法中 实现 Camera-IMU 传感器组合的在线标定和初始化, 并改进标定算法,提高标定精度与鲁棒性。

Camera-IMU的外参标定方法主要有离线标定和 在线标定<sup>[9]</sup>,其中离线标定方法需要手持标定板进行 一系列操作,费时费力,而在线标定在系统运行过程中 即可完成标定,操作简单、实时性高。Dong-Si<sup>[10]</sup>运用 几何方法直接从传感器测量中计算系统的可观测量 (姿态、速度、Camera-IMU外参),但没有考虑传感器 的噪声和IMU零偏对系统产生的影响。为了以最小 的运算量实现快速外参标定,Li<sup>[11]</sup>提出一种快速的基 于扩展卡尔曼滤波(Extended kalman filter, EKF)的 视觉惯性里程计(Visual-inertial odometry, VIO)融合 定位 SLAM 技术,在整个 SLAM 系统中使用扩展卡尔 曼滤波实现对Camera-IMU外参的快速估计,因为算 法的收敛性依赖于初始化的精度,所以外参标定效果 较差。随后,外参离线标定工具Kalibr被提出并应用 于Camera-IMU的外参标定,其可以解决多摄像机内 外参标定[12]、视觉惯性标定等问题、卷帘相机内参标 定、IMU内参标定等问题,该工具可以得到相对可靠 的标定结果,但标定过程较为复杂。Yang<sup>[13]</sup>在Dong-Si的基础上利用线性估计方程优化方法求解外参和初 始化参数,但该算法没有考虑IMU零偏,导致算法的 精度较低。香港科技大学沈劭劼团队<sup>[14]</sup>将经典的机器 人手眼标定方法应用到外参在线标定中,先对 Camera-IMU之间相对旋转量进行标定,在初始化过 程中假设 IMU 的零偏不变,构造线性方程组进行外参 线性初始化,标定和初始化完成后进行视觉惯性联合

#### 第 61 卷第 4 期/2024 年 2 月/激光与光电子学进展

的状态估计,并且把标定量也作为估计的状态放在联合优化中<sup>[15-16]</sup>。Huang等<sup>[17]</sup>借鉴了沈劭劼团队的方法, 在视觉惯性SLAM的基础上加上相机和IMU的相对 位姿进行在线标定,此方法在系统运行之初就能快速 得到足够高精度的标定结果,因此没有将外参纳入状 态估计的优化变量中,大大节省了计算量。

为了实现影像 RTK 中 Camera-IMU 的初始化和 在线外参标定,本文提出了一种高精度Camera-IMU 在线外参标定算法。首先将 Camera-IMU 旋转外参线 性初始化,假设已经追踪到足够多的特征,使用随机采 样一致性算法对异常值进行判别与剔除,提高特征匹 配的准确性,通过两帧图像的对极约束和经典的八点 算法<sup>[18]</sup>求得本质矩阵E,对求得的E进行奇异值分解 (Single value decomposition, SVD)来恢复两帧图像之 间的旋转增量。通过 IMU 预积分得到 IMU 的旋转增 量,已知图像和IMU的旋转增量便可计算得到 Camera-IMU的外参旋转量。其次,对Camera-IMU的 速度、姿态、特征深度以及平移量进行线性初始化,当 旋转量固定以后,在紧耦合滑动窗口中进行线性初始 化,合并大量IMU和相机测量值,通过IMU的预积分 来完成初始化。上述过程连续运行,自由切换,需要在 自然环境下充分运动 Camera-IMU 套件, 使其得到充 分激励。所提在线标定算法对退化传感器数据也能展 现出良好的效果。

# 2 基本原理

## 2.1 符号说明

坐标系转换如图 1 所示,w为世界坐标系,b为 IMU坐标系,c为相机坐标系, $P_y^x$ , $V_y^x$ , $R_y^x$ 分别为y帧相 对于x帧的三维位置、速度、旋转, $P_t^x$ 为t时刻 IMU的 坐标系位置相对于x帧的位置, $P_c^b$ , $R_c^b$ 分别为 IMU坐 标系到相机坐标系的平移量和旋转矩阵<sup>[10]</sup>,其中 $q = [q_x, q_y, q_z, q_w]^T$ 为用四元数表示旋转, $g^w = [0, 0, g]^T$ 为世界坐标系下的重力矢量, $g_x^b$ 为第x帧 IMU坐标系 下的地球重力矢量。



#### 图1 坐标系转换示意图



#### 第 61 卷第 4 期/2024 年 2 月/激光与光电子学进展

# 研究论文 2.2 IMU模型和预积分

IMU由加速度计和陀螺仪组成,其以固定的频率 在IMU坐标系下采集物体在三维空间的三轴加速度 和三轴角速度,这就是最常见的六轴IMU。加速度计 和陀螺仪的输出不仅受高斯噪声 $\eta_a$ 和 $\eta_o$ 影响,还受随 时间变化而变化的零偏 $b_a$ 和 $b_o$ 影响,长时间的误差累 积会影响IMU的测量精度。IMU的加速度计可以感 知重力,由于重力的大小会影响加速度测量,所以通常 会减去世界坐标系下 $g^*$ 的影响。

预积分最早在文献[20]中被提出,主要是为了解 决重复积分问题,而后Forster等<sup>[21]</sup>将其引进SLAM系 统,通过对相机两个关键帧进行IMU预积分,得到两 帧的状态增量,这样就避免了在优化过程中姿态发生 改变时需要大量的重复积分,从而减小运算量。给定 *k*时刻和*k*+1时刻两幅图像的IMU测量值,IMU在地 球惯性坐标系下的位置和速度传播模型可表示为

$$\begin{cases} \boldsymbol{p}_{bk+1}^{w} = \boldsymbol{p}_{bk}^{w} + \boldsymbol{v}_{bk}^{w} \Delta t + \iint_{t \in [k,k+1]} (\boldsymbol{R}_{t}^{w} \boldsymbol{a}_{t}^{b} - \boldsymbol{g}^{w}) dt^{2} \\ \boldsymbol{v}_{bk+1}^{w} = \boldsymbol{v}_{bk}^{w} + \int_{t \in [k,k+1]} (\boldsymbol{R}_{t}^{w} \boldsymbol{a}_{t}^{b} - \boldsymbol{g}^{w}) dt \end{cases}, (1)$$

式中: $p_{bk+1}^{w}$ 为k+1时刻 IMU坐标系相对于世界坐标 系的位置; $v_{bk+1}^{w}$ 为k+1时刻在 IMU坐标系相对于世 界坐标系的速度; $a_{t}^{b}$ 为 IMU在 t时刻的瞬时加速度; $\Delta t$ 为两次图像采集时间[k, k+1]的间隔时间。由式(1) 可知, IMU的状态传播模型需要 t时刻 IMU和世界坐 标系的旋转矩阵。IMU从 k时刻到 k+1时刻位置、速 度、旋转的预积分量可表示为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}_{bk+1}^{bk} = \iint_{t \in [k,k+1]} \mathbf{R}_{t}^{bk} (\overline{\mathbf{a}_{t}} - \mathbf{b}_{a_{t}} - \boldsymbol{\eta}_{a}) dt^{2} \\ \mathbf{\beta}_{bk+1}^{bk} = \int_{t \in [k,k+1]} \mathbf{R}_{t}^{bk} (\overline{\mathbf{a}_{t}} - \mathbf{b}_{a_{t}} - \boldsymbol{\eta}_{a}) dt \\ \mathbf{R}_{bk+1}^{bk} = \int_{t \in [k,k+1]} \frac{1}{2} \mathbf{R}_{t}^{bk} \begin{bmatrix} 1 \\ (\overline{\mathbf{\omega}_{t}} - \mathbf{b}_{\omega_{t}} - \boldsymbol{\eta}_{\omega}) \end{bmatrix} dt \end{bmatrix} dt$$
(2)

式中: $\overline{a_{t}}, \overline{o_{t}}$ 分别为加速度计和陀螺仪在 t时刻的测量 值,通过预积分可以在[k, k+1]内单独利用 IMU 的测 量值获取,消除模型对全局的依赖。 $R_{t}^{bk}$ 为 IMU 的 k时 刻到当前 t时刻的旋转增量,其值可以通过陀螺仪测 量值短期积分得到,因此式(1)、式(2)也可表示为

$$\begin{cases} \boldsymbol{p}_{bk+1}^{b0} = \boldsymbol{p}_{bk}^{b0} + \boldsymbol{R}_{bk}^{b0} \boldsymbol{v}_{bk}^{bk} \Delta t - \boldsymbol{g}^{b0} \Delta t^2 / 2 + \boldsymbol{R}_{bk}^{b0} \boldsymbol{\alpha}_{bk+1}^{bk} \\ \boldsymbol{v}_{bk+1}^{bk+1} = \boldsymbol{R}_{bk}^{bk+1} \boldsymbol{v}_{bk}^{bk} \Delta t - \boldsymbol{g}^{b0} \Delta t + \boldsymbol{R}_{bk}^{bk+1} \boldsymbol{\beta}_{bk+1}^{bk} \quad \text{o} \quad (3) \\ \boldsymbol{R}_{bk+1}^{b0} = \boldsymbol{R}_{bk}^{b0} \boldsymbol{R}_{bk+1}^{bk} \end{cases}$$

#### 2.3 旋转外参标定

相机和IMU之间的旋转变换为**R**<sup>b</sup>,根据手眼标定 公式,其旋转关系可表示为

$$\boldsymbol{R}_{\mathrm{b}k+1}^{\mathrm{b}k} \boldsymbol{\cdot} \boldsymbol{R}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{c}} = \boldsymbol{R}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{c}} \boldsymbol{\cdot} \boldsymbol{R}_{\mathrm{c}k+1}^{\mathrm{c}k}, \qquad (4)$$

式中:相机从k到k+1时刻的旋转矩阵 $\mathbf{R}_{ck+1}^{ck}$ 可以通过 两帧图像的对极约束和经典的八点算法来恢复, $\mathbf{R}_{bk+1}^{bk}$ 可以通过预积分得到,式(4)用四元数可表示为

$$\boldsymbol{q}_{bk+1}^{bk} \otimes \boldsymbol{q}_{c}^{b} = \boldsymbol{q}_{c}^{b} \otimes \boldsymbol{q}_{ck+1}^{ck}, \qquad (5)$$

式中: <sup>(1)</sup> 为两个四元数之间的乘法运算。由式(5)可 得到

$$\left[\boldsymbol{\varrho}_{1}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{b}k+1}^{\mathrm{b}k})-\boldsymbol{\varrho}_{2}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{c}k+1}^{\mathrm{c}k})\right]\boldsymbol{q}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{b}}=\boldsymbol{\varrho}_{k+1}^{k}\boldsymbol{q}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{b}}=0,\quad(6)$$

式中: $Q_{k+1}^{k}$ 为 $Q_{1}(q_{bk+1}^{bk}) - Q_{2}(q_{ck+1}^{ck})$ ; $Q_{1}(q_{bk+1}^{bk})$ 和  $Q_{2}(q_{ck+1}^{ck})$ 分别为 $q_{bk+1}^{bk}$ 和 $q_{ck+1}^{ck}$ 的左乘和右乘的矩阵形式,可表示为

$$\begin{cases} \boldsymbol{Q}_{1}(\boldsymbol{q}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{q}_{w}\boldsymbol{I} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{q}_{v} \end{bmatrix}_{\times} & \boldsymbol{q}_{v} \\ -\boldsymbol{q}_{v}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{q}_{w} \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{Q}_{2}(\boldsymbol{q}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{q}_{w}\boldsymbol{I} - \begin{bmatrix} \boldsymbol{q}_{v} \end{bmatrix}_{\times} & \boldsymbol{q}_{v} \\ -\boldsymbol{q}_{v}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{q}_{w} \end{bmatrix}, \end{cases}$$
(7)

式中: $q_w$ 为四元数的实部; $q_v$ 为四元数虚部;I为单位矩阵; $\left[q_v\right]$ 为虚部向量的反对称矩阵,可表示为

$$\boldsymbol{q}_{\mathrm{v}} = \left[ q_{x}, q_{y}, q_{z} \right]^{\mathrm{T}}, \qquad (8)$$

$$\left. \boldsymbol{q}_{v} \right]_{\times} = \left| \begin{array}{ccc} 0 & -q_{z} & q_{y} \\ q_{z} & 0 & -q_{x} \\ -q_{y} & q_{x} & 0 \end{array} \right|^{\circ}$$
(9)

上述公式表示两帧图像之间的旋转,大量图像之间的旋转可以用超定方程 $Q_N q_c^b = 0$ 表示,通过求解超定方程可求得旋转外参 $q_c^b$ 。

## 2.4 滑动窗口迭代优化

当 Camera-IMU之间的旋转外参固定以后,可以 估计速度、姿态、视觉尺度、外参平移量。在同时定位 与地图构建中,随着时间的增加,关键帧和路标点会不 断增多,优化变量也会快速增多,后端优化的效率会逐 渐下降。为解决此问题,使用一个紧耦合的滑动窗口, 保留距离当前时刻最近的几个关键帧,对之前的部分 关键帧进行边缘化处理,使其维持在一定数量内,并且 只对窗口内相关变量进行优化,减小了计算量,在计算 复杂度不变的情况下融合单目相机和IMU测量值,滑 动窗口模型如图 2 所示。其中 X表示关键帧的位姿,  $T_0$ 和 $T_1$ 表示两个路标点的位置。





当出现新的观测约束时,滑动窗口将会丢弃窗口 内最旧的状态,将新的状态纳入窗口。窗口内所有状态量定义为 **χ**,**χ**可表示为

$$\begin{cases} \boldsymbol{\chi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{0}, \boldsymbol{x}_{1}, \cdots, \boldsymbol{x}_{n}, \boldsymbol{x}_{c}^{b}, \boldsymbol{\lambda}_{0}, \boldsymbol{\lambda}_{1}, \cdots, \boldsymbol{\lambda}_{m} \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{x}_{k} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{p}_{bk}^{w}, \boldsymbol{v}_{bk}^{w}, \boldsymbol{q}_{bk}^{w}, \boldsymbol{b}_{a}, \boldsymbol{b}_{\omega} \end{bmatrix} , \quad (10) \\ \boldsymbol{x}_{c}^{b} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{p}_{c}^{b}, \boldsymbol{q}_{c}^{b} \end{bmatrix} \end{cases}$$

式中: $x_k$ 为k时刻相机帧的 IMU状态,其包含了 IMU 在世界坐标系下的位置 $p_{bk}^{v}$ 速度 $v_{bk}^{v}$ ;m为滑动窗口的 大小; $q_{bk}^{v}$ 为姿态; $x_c^{b}$ 为相机和 IMU包含旋转量和平移 量的外参。 $\chi$ 求解过程可被表述为一个非线性最小二 乘问题<sup>[22]</sup>并采用高斯牛顿法求解,

$$\min_{\boldsymbol{\chi}} \left\{ \left\| \boldsymbol{r}_{\boldsymbol{\rho}}(\boldsymbol{\chi}) - \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\rho}} \boldsymbol{\chi} \right\|^{2} + \left\| \boldsymbol{r}_{\boldsymbol{\beta}}(\overline{\boldsymbol{z}}_{bk+1}^{bk}, \boldsymbol{\chi}) \right\|_{\boldsymbol{p}_{bk+1}^{bk}}^{2} + \sum_{(l,j)\in c} \boldsymbol{\rho}\left( \left\| \boldsymbol{r}_{c}(\overline{\boldsymbol{z}}_{l}^{c_{j}}, \boldsymbol{\chi}) \right\|_{\boldsymbol{p}_{l}^{c_{j}}}^{2} \right) \right\},$$
(11)

式中: $\mathbf{r}_{\rho}(\boldsymbol{\chi})$ 、 $H_{\rho}$ 为过去的状态量被边缘化并转化为先 验残差; $\mathbf{r}_{\rho}(\overline{\mathbf{z}}_{bk+1}, \boldsymbol{\chi})$ 为IMU因子残差,是IMU预积分 的平移和速度建立的约束项; $\mathbf{r}_{c}(\overline{\mathbf{z}}_{l}^{\circ}, \boldsymbol{\chi})$ 为视觉因子残 差,是重投影建立的测量值 $\overline{\mathbf{z}}_{l}^{\circ}$ 和状态量之间建立的约 束项; $\|\cdot\|$ 为协方差P加权的马氏距离; $\rho(\cdot)$ 为Huber范 数。通过式(11)可得 $\boldsymbol{\chi}$ 的最大后验估计。在Hamilton 表达中四元数转化为旋转矩阵的公式可表示为

 $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 - 2q_z^2 - 2q_w^2 & 2q_yq_z - 2q_xq_w & 2q_yq_w + 2q_xq_z \\ 2q_yq_z + 2q_xq_w & 1 - 2q_y^2 - 2q_w^2 & 2q_zq_w - 2q_xq_y \\ 2q_yq_w - 2q_xq_z & 2q_zq_w + 2q_xq_y & 1 - 2q_y^2 - 2q_z^2 \end{bmatrix}^{\circ}$ (12)

利用式(12)将四元数 $q_{c}^{b}$ 转换为旋转矩阵 $R_{c}^{b}$ , 将平移和旋转放在外参矩阵 $x_{c}^{b}$ 中,则可表示为  $x_{c}^{b} = \begin{bmatrix} R_{c}^{b} & p_{c}^{b} \\ \mathbf{0}^{T} & 1 \end{bmatrix}$ 。通过高斯牛顿求解非线性最小二乘问 题,完成初始化和标定过程。

# 3 外参在线标定实现

## 3.1 算法框架

Camera-IMU 外参标定和初始化的算法框架如 图 3 所示。主要是两部分的求解,第一部分为旋转外 参的初值求解和利用非线性滑动窗口迭代求解平移 外参和系统初始化。在旋转外参的初值求解之前,首 先,利用高精度RTK的时间信息将单目相机和IMU 的时间戳对齐,实现时间同步。然后,考虑到有些图 像在初始化过程中,聚焦较差、运动速度过快,以及噪 声影响导致图片质量下降,图像出现退化和畸变现 象,需要将像素坐标系转换到归一化坐标系下去除畸 变,通过建立Camera-IMU的约束方程,剔除较小旋 转增量的运动,使用两个里程计的相对旋转角度  $r_{k+1}^k < t_0$ 作为约束条件来剔除位于图像边缘或图像 视野中不稳定的外点,从而去除退化的传感器数据。 最后,对筛选出来的数据通过手眼标定公式**R**<sup>bk</sup><sub>bk+1</sub>•  $\mathbf{R}_{h}^{c} = \mathbf{R}_{h}^{c} \cdot \mathbf{R}_{ck+1}^{ck}$ 来求 Camera-IMU 之间的旋转量,将滑 动窗口引入旋转外参标定中,由于单目相机的采样频 率为 30 Hz, IMU 的采样频率为 300 Hz, 基于每两幅 图像之间的多个 IMU 数据, 滑动窗口对整个数据集 满5帧就求解一次旋转外参,在SVD中调整第二小 奇异值的阈值为0.25,并且将最后两个奇异值的比 值与阈值比较,作为筛选旋转外参的条件。初始化和 平移标定是将固定旋转外参作为非线性优化窗口的 初值,在紧耦合滑动窗口中进行线性初始化,合并大 量 IMU 和相机测量值,通过 IMU 的预积分来完成初 始化。



图 3 Camera-IMU外参标定框架流程图 Fig. 3 Flow chart of Camera-IMU external parameter calibration framework

## 3.2 剔除外点的标定模型

所提的标定问题可以用相对几何位姿变换来解决,相对变换法是使IMU和相机充分激励得到足够数据,利用不同时刻在同一参照系下的几何位姿差异来求解的一种方法。相机和IMU传感器由机械套件刚

性连接,其相对位置不随时间变化而变化,如图4 所示。

相机由 k时刻到 k+1时刻的旋转变换为  $R_{ck+1}^{ck}$ , IMU由 k时刻到 k+1时刻的旋转变换为  $R_{bk+1}^{bk}$ ,在求解 大量图像之间的旋转时,可用超定线性方程表示:



图 4 旋转增量标定模型示意图 Fig. 4 Schematic diagram of rotation increment calibration model

$$\boldsymbol{\varrho}_{N}\boldsymbol{q}_{c}^{b} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_{1}^{0}\boldsymbol{\varrho}_{1}^{0} \\ \boldsymbol{\omega}_{2}^{1}\boldsymbol{\varrho}_{2}^{1} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\omega}_{N}^{N-1}\boldsymbol{\varrho}_{N}^{N-1} \end{bmatrix} \boldsymbol{q}_{c}^{b} = 0, \qquad (13)$$

式中:N为图片帧数,由滑动窗口的大小决定;由于相 机八点算法得到的旋转增量包含退化运动(如直线运动)下的异常值,为了更好地处理异常值,加入权重  $\omega_N^{N-1}$ 进行外点剔除,增加鲁棒性,且其与相对旋转角 度有关, $\omega_{k+1}^{k}$ 可表示为

$$\boldsymbol{\omega}_{k+1}^{k} = \begin{cases} 1, r_{k+1}^{k} < t_{0} \\ \frac{t_{0}}{r_{k+1}^{k}}, r_{k+1}^{k} \ge t_{0}, \end{cases}$$
(14)

式中: $t_0$ 为设定的阈值; $r_{k+1}^k$ 为相对旋转角度, $r_{k+1}^k$ 可表示为

$$r_{k+1}^{k} = \arccos\left\{\frac{\operatorname{tr}\left[\left(\boldsymbol{R}_{c}^{b}\right)^{-1}\left(\boldsymbol{R}_{b,k+1}^{b,k}\right)^{-1}\boldsymbol{R}_{c}^{b}\boldsymbol{R}_{c,k+1}^{c,k}\right] - 1}{2}\right\},\tag{15}$$

式中:tr(•)为矩阵的迹。在手眼标定模型 $\mathbf{R}_{bk+1}^{bk} \cdot \mathbf{R}_{b}^{c} = \mathbf{R}_{b}^{c} \cdot \mathbf{R}_{ck+1}^{ck}$ 中,IMU的旋转增量 $\mathbf{R}_{bk+1}^{bk}$ 和相机的旋转增量 $\mathbf{R}_{bk+1}^{ck}$ 和相机的旋转增量 $\mathbf{R}_{ck+1}^{ck}$ 的相对旋转角度为 $r_{k+1}^{k}$ ,如图5所示。



图 5 里程计增量夹角 Fig. 5 Odometer incremental angle

先根据式(15)求得相机里程计和 IMU 里程计增量之间的夹角,算法中使夹角  $r_{k+1}^{k} < t_0$ 以剔除外点,使用剔除外点后的 $R_{bk+1}^{bk}$ 和 $R_{ck+1}^{ck}$ 来构建方程组。

此外,当传感器设备在一定时间内没有旋转运动, 只有直线运动时,两个里程计旋转矩阵增量都接近于 单位矩阵I,就有 $I \cdot R_b^c = R_b^c \cdot I$ ,该等式对任意的矩阵 $R_b^c$ 都成立,这显然不符合需要求解的旋转标定。在建立 Camera-IMU的约束方程式之前,需将直线运动时的 数据作为外点将其剔除,从而筛选出具有一定旋转增 量的数据,IMU的旋转增量 $R_{bk+1}^{bk}$ 和相机的旋转增量  $R_{ck+1}^{ck}$ 的相对旋转角度差 $r_{k+1}^k$ 小于阈值,这就解决了约 束方程的退化问题,能够剔除模型中的外点。

## 3.3 标定模型求解判定条件改进

在旋转运动足够多时,运动得到充分激励,这时对 应着唯一解,此时零空间的秩为1, $Q_N$ 对应着唯一解, 但在标定过程中,某些轴上的运动可能是退化运动,这 时 $Q_N$ 的零空间的秩就有可能大于1。在用SVD方法 求解超定方程 $Q_N q_c^b = 0$ 的最小二乘解时,将 $Q_N$ 奇异 值分解为

$$\boldsymbol{Q}_{N} = \boldsymbol{U}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}, \qquad (16)$$

式中:*U*和*V*为半酉阵;*Σ*为对角矩阵。*U*和*V*满足如 下关系

$$\begin{pmatrix}
U^{\mathsf{T}}U = I \\
VV^{\mathsf{T}} = I
\end{pmatrix},$$
(17)

则

$$\left\|\boldsymbol{Q}_{N}\boldsymbol{q}_{c}^{b}\right\|=\left\|\boldsymbol{U}\sum\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{q}_{c}^{b}\right\|=\left\|\sum\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{q}_{c}^{b}\right\|_{\circ} \quad (18)$$

在奇异值分解中 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$ 逐个递减,取 $V^{\mathsf{T}} \boldsymbol{q}_c^{\mathsf{b}} =$ (0 0 0 1),则 $\sigma_4$ 为 $\boldsymbol{Q}_N$ 4个奇异值中的最小值,对 角矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}$ 中的最小奇异值 $\sigma_4$ 所对应的特征向量 $\boldsymbol{v}_4$ 为 旋转外参 $\boldsymbol{q}_c^{\mathsf{b}}$ 的解。

传统方法<sup>[23]</sup>判定收敛的终止条件是使用 $Q_N$ 来比较第二小奇异值 $\sigma_3$ 与阈值0.25,所求的奇异值的物理 含义表示在每个维度上的运动激励,奇异值  $\sigma_3 > 0.25$ ,表示在 $\sigma_3$ 这个维度上的运动激励尺度大于 0.25,且迭代达到一定次数时,说明旋转外参标定 成功。

然而在实验中发现,当设备在某一轴上出现匀速 运动时,会产生退化现象,当使用判断条件 $\sigma_3 > 0.25$ , 总会存在着 $\sigma_2 \ge \sigma_3 \ge \sigma_4 > 0.25$ 的情况,此时4个奇异 值的大小相等,最小奇异值 $\sigma_4$ 对应的特征向量并不是 最佳解,这表明标定失败。为了使特征向量 $\nu_4$ 是 $\sigma_4$ 的 最小二乘解且不陷入局部最小的情况,利用 $\sigma_4$ 和 $\sigma_3$ 的 差异性来减小退化运动的影响,在算法上增加奇异值  $\sigma_3/\sigma_4 \ge \sigma_4$ 作为判定条件,这使最小奇异值足够小,且 和第二小奇异值有足够的差距。若条件成立,则说明 最小二乘解为最优解,此时标定成功;若条件不成立, 则需额外剔除外点的旋转序列来提供约束。对包含退 化的数据而言,通过增加判断条件可以减少退化数据, 增加旋转序列,提高标定准确度。实验结果表明:改进 后的算法比传统算法外参标定精度更高,更具有鲁 棒性。

# 4 实验分析

#### 4.1 实验平台与传感器数据预处理

实验平台由司南导航 T300PLUS RTK 接收机、 CMOS 图像传感器 PS5268 和博世 SMI130 IMU 构成,如图 6 所示。实验平台固定在对中杆上方便于手持采集数据,如图 6(a)所示。在世界坐标系下,(•)°为相机坐标系,相机坐标系原点在相机光心,(•)°为 IMU



## 图 6 影像 RTK 实验平台。(a) 实验平台结构;(b) 坐标系示意图

Fig. 6 Image RTK experimental platform. (a) Experimental platform structure; (b) schematic diagram of the coordinate system

坐标系,IMU坐标系原点在IMU的中心,相机和IMU 的x轴、y轴、z轴,如图 6(b)所示。为了方便后期实验 结果的比较和观察,使用偏航角、俯仰角、滚转角来分 析旋转量,用x、y、z的移动来分析平移量。

传感器预处理步骤如下:

a) 充分晃动设备, 激励试验平台的运动状态;

b)分批多次采集时长大于1min的数据,以确保 在旋转外参求解过程中有充足的满足条件的IMU数 据和相机数据;

c)在获取相机和IMU两个传感器数据以后,将图像的开始时间和IMU时间对齐,丢弃没有IMU数据的图像,然后通过全球导航卫星系统(GNSS)时间使两个传感器数据对齐,制作具有同一时间序列的相机和IMU位姿数据包。

#### 4.2 改进阈值与加权方式对比实验

在求解 $Q_N q_c^b = 0$ 过程中,改进判断最小二乘解的 最优解条件,判定条件为判定奇异值 $\sigma_3/\sigma_4 \ge \sigma_t$ 是否成 立,当条件成立时,表明已经有足够的旋转序列可以求 得旋转外参,若该最小二乘解不是最优解,则需获得已 经剔除外点的旋转序列以提供约束。为了尽可能减小 误差,通过不同的加权方式获得最优旋转外参标定初 值,通过大量实验将 $\sigma_3/\sigma_4$ 的阈值控制在2时会取得较 好的效果,选择阈值分别为1、2、3进行对比实验,加权 方式选择平均值加权和 $\sigma_3/\sigma_4$ 两种加权方式进行对比 实验,平均值即满足阈值条件所有解的平均值作为加 权条件, $\sigma_3/\sigma_4$ 加权以其比值作为各个解的权重,探索 不同阈值和加权方式对外参旋转初值精度的影响,求 得最优阈值和加权方式组合,使旋转外参标定结果更 加准确。实验结果如表1所示。

通过不同阈值和加权方式的组合,获得旋转外参的偏航角、俯仰角、滚转角的结果与真实目标结果的误

表 1	不同阈	値加权	方式旋转	外参标定误差
11 1		111. / H 1 A	JJ JV ML 1X	

Table 1 R	otation extern	al paran	neter cal	libration	error in
d	ifferent threshol	d weightii	ng method	ls	unit: (°)
Threahold	Weighting		Mean		
1 mesnoid	method	Yaw	Pitch	Roll	error
1	$\sigma_3/\sigma_4$	2.933	3.232	1.224	2.463
1	Average	3.376	2.234	1.893	2.501
2	$\sigma_3/\sigma_4$	1.378	0.987	1.603	1.323
2	Average	3.738	3.479	1.673	2.963
3	$\sigma_3/\sigma_4$	2.390	0.674	2.786	1.950
3	Average	4.379	1.023	3.356	2.919

差,误差均值为旋转外参3个误差量的平均值。由表1 可知,当阈值为1、以 $\sigma_3/\sigma_4$ 的比值作为加权时,翻滚角 的误差最小;当阈值为2、以 $\sigma_3/\sigma_4$ 的比值作为加权时, 偏航角的误差最小;当阈值为3、以 $\sigma_3/\sigma_4$ 的比值作为加 权时,俯仰角的误差最小。综合3个误差量,当阈值为 2、以 $\sigma_3/\sigma_4$ 的比值作为加权时,误差均值最小为 1.323°,此时为最佳阈值和加权方式组合。

#### 4.3 外参收敛过程分析

通过带有 RTK 的相机与 IMU 实验平台采集数据,通过4.2节的实验结论将阈值确定为2,并以σ<sub>3</sub>/σ<sub>4</sub>的比值作为旋转外参和平移外参在线估计分析的加权 方式,通过非线性迭代优化旋转外参(偏航角、俯仰角、滚转角),实验结果表明:3个外参都在约20 s处收敛 近似外参真值,旋转外参收敛过程如图7所示。

得到旋转外参标定结果以后,将该标定结果作为 非线性优化窗口的初值,在紧耦合滑动窗口中进行线 性初始化,合并大量 IMU 和相机测量值,并通过 IMU 的预积分来完成平移量的标定,平移外参收敛过程如 图 8 所示。实验结果表明各状态量在约 29 s处开始 收敛。



图 7 旋转外参收敛过程。(a)偏航角;(b)俯仰角;(c)翻滚角 Fig. 7 Rotation external parameter convergence process. (a) Yaw; (b) pitch; (c) roll



图 8 平移外参收敛过程。(a) x 轴;(b) y 轴;(c) z 轴

Fig. 8 Translation external parameter convergence process. (a) *x*-axis; (b) *y*-axis; (c) *z*-axis

为了计算改进算法的精度,通过手动测量和 值的误差非常小,将该值近似为真值,具体结果如表2 Kalibr多次测量得到相机与IMU的外参真值,由于该 所示。

Table 2	External	parameter	measurement	and	convergence time	
		1			0	

Description	Rotate the outer parameters			Pan the outer parameter			
Parameter	Yaw /(°)	Pitch /(°)	Roll /(°)	x /cm	y /cm	z/cm	
True value	0	0	80	6.8	2.5	7.2	
Calibration value	-1.8	1.7	78.3	7.6	3.3	6.3	
Error	1.8	1.7	1.7	0.8	0.8	0.9	
Convergence time /s	22	23	20	20	35	31	

由表2可知,所提在线标定的旋转外参误差约为 1.7°,平移外参的误差约为0.8 cm。虽然修改阈值和 权重使平移外参的收敛时间由15s增加到约29s,但 平移外参误差由1.6cm减小到1cm,旋转外参误差由

## 研究论文

# 2°减小到1.7°,这说明改进的Camera-IMU外参在线标 定算法能提高标定精度,且有利于提升整个系统的精 度和鲁棒性。

## 4.4 轨迹可视化对比验证

在 3. 2 节已通过实验对改进的在线标定算法的精 度和收敛时间进行评估,所提算法除了估计 IMU 和相 机之间的外参,还融合定位构建运动轨迹。为了比较 所提算法的准确率,将所提算法与传统算法在同一数 据集下进行轨迹可视化对比,通过对比轨迹的定位轨 迹精度、绝对位姿误差(APE)等方面来验证改进算法 的优越性。所提算法与传统算法分别在数据集中与真 实轨迹的重合度如图9所示。

第 61 卷第 4 期/2024 年 2 月/激光与光电子学进展





由图 9 可知,传统算法与所提算法运行得到的轨迹和真实轨迹的重合度都很高,表明所提算法对系统整体运行具有良好的效果。具体量化分析两种算法的误差,首先用 APE 来计算位姿的真实值与系统估计值之间的差值<sup>[24]</sup>,获得所提算法的精度和全局一致性, APE 的各项评价参数如图 10 所示。由图 10 可知,所提算法的平均误差、误差中位数、均方根误差均小于传统算法,其中传统算法的平均误差为 0.227 m,误差中位数为 0.196 m,均方根误差为 0.227 m,误差中位数为 0.196 m,均方根误差为 0.268 m,所提算法的平均误差为 0.253 m。该结果表明:所提算法能有效提高外参标定的精度,也能提高 RTK/Camera/INS (Inertial navigation system)多源系统融合定位的精度。

由图 9、图 10 可知,与传统算法相比,所提算法在 某些特定环境下能有效提升系统的精度与鲁棒性。



图 10 APE 的评价参数 Fig. 10 Evaluation parameters of APE

# 5 结 论

提出一种改进的Camera-IMU外参的标定方法, 通过改变判断最小二乘解的最优解条件,利用新的加 权方式,实现对旋转外参和平移外参的在线标定,在传统算法基础上改进求解旋转外参过程,提高标定结果的精度。其中,旋转外参的误差为1.7°,平移外参的误差为0.8 cm,所提算法旋转外参和平移外参的标定精度较传统算法分别提高15%和35%。在同一数据集下运行传统算法和所提算法,验证了所提算法在外参在线标定与系统融合定位精度方面的性能。对其轨迹和相对位姿误差进行比较,证明运行轨迹基本与真实轨迹重合,而且所提算法的APE表现较好,具有较高的精度和一致性,这表明所提算法在Camera-IMU外参在线标定过程中具有较好的可靠性。

# 参考文献

 [1] 徐陈,周怡君,罗晨.动态场景下基于光流和实例分割
 的视觉 SLAM 方法 [J]. 光学学报, 2022, 42(14): 1415002.

Xu C, Zhou Y J, Luo C. Visual SLAM method based on optical flow and instance segmentation for dynamic scenes [J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(14): 1415002.

- [2] Zhang C, Yang Z, Xu H, et al. RRVPE: a robust and real-time visual-inertial-GNSS pose estimator for aerial robot navigation[J]. Wuhan University Journal of Natural Sciences, 2023, 28(1): 20-28.
- Baheri A, Kolmanovsky I, Girard A, et al. Vision-based autonomous driving: a model learning approach[C]//2020 American Control Conference (ACC), July 1-3, 2020, Denver, CO, USA. New York: IEEE Press, 2020: 2520-2525.
- [4] 王鑫,李伟,梁炜,等.单目相机-IMU-机械臂的空间联合标定方法[J].仪器仪表学报,2021,42(6):221-231.
  Wang X, Li W, Liang W, et al. A space joint calibration method of monocular camera-IMU-manipulator[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(6): 221-231.
- [5] 余哲琳.基于视觉惯导融合的智能车辆定位技术研究

#### 第 61 卷第 4 期/2024 年 2 月/激光与光电子学进展

#### 研究论文

[D]. 成都: 电子科技大学, 2022.

Yu Z L. Intelligent vehicle localization technology research based on vision and inertial fusion[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2022.

- [6] Mishra S, Pandey G, Saripalli S. Target-free extrinsic calibration of a 3D-lidar and an IMU[C]//2021 IEEE International Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems (MFI), September 23-25, 2021, Karlsruhe, Germany. New York: IEEE Press, 2021.
- [7] 吕钧澔,娄群,校金友,等.大倾角靶标的双目相机高 精度标定方法[J].光学学报,2022,42(23):2312002.
  Lü J H, Lou Q, Xiao J Y, et al. High-precision calibration method for binocular camera with large inclination target[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(23): 2312002.
- [8] Ogata K, Tanaka H, Matsumoto Y. A robust position and posture measurement system using visual markers and an inertia measurement unit[C]//2019 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), November 3-8, 2019, Macau, China. New York: IEEE Press, 2020: 7497-7502.
- [9] 黄文文,彭小红,李丽圆,等.相机标定方法及进展研究综述[J]. 激光与光电子学进展,2023,60(16):1-17.
  Wen W W, Peng X H, Li L Y, et al. A review of camera calibration methods and research progress[J].
  Laser & Optoelectronics Progress, 2023, 60(16):1-17.
- [10] Dong-Si T C, Mourikis A I. Estimator initialization in vision-aided inertial navigation with unknown camera-IMU calibration[C]//2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, October 7-12, 2012, Vilamoura-Algarve, Portugal. New York: IEEE Press, 2012: 1064-1071.
- [11] Li M Y, Mourikis A I. High-precision, consistent EKFbased visual-inertial odometry[J]. The International Journal of Robotics Research, 2013, 32(6): 690-711.
- [12] 杨昭辉,朱华炳,殷玉龙,等.基于编码立体靶标的高 精度双目相机标定[J].中国激光,2023,50(6):0604002.
  Yang Z H, Zhu H B, Yin Y L, et al. High-precision binocular camera calibration based on coding stereoscopic target[J]. Chinese Journal of Lasers, 2023, 50(6): 0604002.
- [13] Yang Z F, Shen S J. Monocular visual-inertial state estimation with online initialization and camera-IMU extrinsic calibration[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2017, 14(1): 39-51.
- [14] Qin T, Li P L, Shen S J. VINS-mono: a robust and versatile monocular visual-inertial state estimator[J].

IEEE Transactions on Robotics, 2018, 34(4): 1004-1020.

- [15] 曹力科,肖晓晖.基于卷帘快门 RGB-D 相机的视觉惯 性 SLAM 方法[J]. 机器人, 2021, 43(2): 193-202.
  Cao L K, Xiao X H. A visual-inertial SLAM method based on rolling shutter RGB-D cameras[J]. Robot, 2021, 43(2): 193-202.
- [16] 潘林豪,田福庆,应文健,等.单目相机-IMU外参自动标定与在线估计的视觉-惯导SLAM[J].仪器仪表学报,2019,40(6):56-67.
  Pan L H, Tian F Q, Ying W J, et al. VI-SLAM algorithm with camera-IMU extrinsic automatic calibration and online estimation[J]. Chinese Journal of
- Scientific Instrument, 2019, 40(6): 56-67.
  [17] Huang W B, Liu H. Online initialization and automatic camera-IMU extrinsic calibration for monocular visual-inertial SLAM[C]//2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), May 21-25, 2018, Brisbane, QLD, Australia. New York: IEEE Press, 2018: 5182-5189.
- [18] Hartley R I. In defense of the eight-point algorithm[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, 19(6): 580-593.
- [19] 黄秀珍, 伍一帆, 李凯涛. 基于李群的无迹卡尔曼滤波 视觉 SLAM 算法[J]. 无线电通信技术, 2022, 48(2): 342-346.
  Huang X Z, Wu Y F, Li K T. An unscented Kalman filter visual SLAM algorithm based on lie group[J]. Radio Communications Technology, 2022, 48(2): 342-346.
- [20] Lupton T, Sukkarieh S. Visual-inertial-aided navigation for high-dynamic motion in built environments without initial conditions[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2012, 28(1): 61-76.
- [21] Forster C, Carlone L, Dellaert F, et al. On-manifold preintegration for real-time visual: inertial odometry[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2017, 33(1): 1-21.
- [22] Lin Y, Gao F, Qin T, et al. Autonomous aerial navigation using monocular visual-inertial fusion[J]. Journal of Field Robotics, 2018, 35(1): 23-51.
- [23] Wang K, Cao C, Ma S, et al. An optimization-based multi-sensor fusion approach towards global drift-free motion estimation[J]. IEEE Sensors Journal, 2021, 21 (10): 12228-12235.
- [24] 林伟文,甘海云,朱冰冰,等.视觉同步定位与建图中特征点匹配算法优化[J].汽车工程师,2021(12):13-17.
  Lin W W, Gan H Y, Zhu B B, et al. Visual simultaneous localization and mapping feature point matching algorithm optimization[J]. Automotive Engineer, 2021(12): 13-17.