

激光与光电子学进展

先进成像

相位恢复波前重构技术的发展与应用(特邀)

魏金文, 李儒佳, 吴佳琛, 张启航, 高云晖, 曹良才*

清华大学精密仪器系, 北京 100084

摘要 光波复振幅中相位信息的恢复是科学与工程领域的重要研究热点之一。相位携带了光传播中的重要信息, 对成像与智能感知技术的发展有着重要的意义。相位恢复波前重构技术通过优化算法和设计特定成像装置, 从光电探测器采集的强度信息中恢复出难以被直接感知的相位信息, 是探测微观和宏观世界的重要技术手段之一, 已广泛应用于生物显微、工业检测和天文观测等领域。概述基于干涉和非干涉的波前重构技术及其应用, 梳理相位恢复波前重构算法的基本原理和发展历程, 对常见相位恢复技术手段如交替投影相位恢复算法、基于调制约束和基于深度学习的相位恢复波前重构技术等进行初步的探讨。针对相位恢复波前重构技术的未来发展提出若干可能的研究方向, 包括相位恢复算法的进一步优化、新型系统和器件的开发等。

关键词 相位恢复; 波前重构; 计算成像; 深度学习

中图分类号 O436

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP232710

Development and Application of Phase Retrieval Wavefront Reconstruction Techniques (Invited)

Wei Jinwen, Li Rujia, Wu Jiachen, Zhang Qihang, Gao Yunhui, Cao Liangcai*

Department of Precision Instrument, Tsinghua University, Beijing 100084, China

Abstract The retrieval of phase information from the complex amplitude of light waves is a pivotal area of research in various scientific and engineering fields, as phase carries essential information about the propagation of light, profoundly influencing the advancement of imaging and intelligent sensing technologies. Phase recovery wavefront reconstruction techniques, leveraging advanced optimization algorithms and specialized imaging setup, extract the challenging-to-detect phase information from intensity data gathered by imaging sensors. Phase recovery wavefront reconstruction technique is one of the key methods enabling the exploration of both micro and macro worlds, extensively applied in diverse fields such as biological microscopy, industrial inspection, and astronomical observation. This paper begins by outlining both interferometric and non-interferometric wavefront reconstruction techniques and their respective applications. Subsequently, it reviews the fundamental principles and developmental trajectory of phase retrieval algorithms in wavefront reconstruction. This encompasses a preliminary exploration of prevalent phase retrieval methodologies, including alternating projection phase retrieval algorithms, ptychography imaging, and phase retrieval wavefront reconstruction techniques integrating modulation constraints and deep learning. The article concludes by summarizing the entire discourse and outlining prospective directions for the future development of phase retrieval wavefront reconstruction technology, which include the enhancement of algorithms and the development of imaging systems and devices.

Key words phase retrieval; wavefront reconstruction; computational imaging; deep learning

1 引言

光学成像技术蓬勃发展至今, 已经成为科学研究和工程应用中对环境进行感知的重要手段。在成像系统中, 光是信息的载体, 携带着振幅^[1]、相位^[2]、偏振^[3]、角动量^[4]和光谱^[5]等多维特征信息。随着半导体技术

和微纳加工工艺的进步, 人们可以在微米甚至纳米尺度上改变材料的折射率^[6]、反射率^[7]、透过率^[8]、相位分布^[9]和偏振态^[10]等, 进而将多维度的光信息编码调制为可被记录的强度信息。同时, 随着信息技术的发展, 优化算法^[11-12]和深度学习^[13-14]等技术得到长足进步, 大大增强了计算机系统对图像的恢复和解调能力。光的

传播可用复振幅来表述,其中包含光的振幅和相位两种关键信息。光强仅与振幅相关,可直接由光电探测器测量,而相位则无法被光学传感器直接检测。复振幅的相位信息携带了光在介质中传播的重要信息,如厚度、折射率变化等,对智能检测和感知技术的发展有着重要的意义。波前重构技术可提取相位信息,实现从光强到复振幅的重构,从而显著提升光学系统的成像质量和信息量,有助于提高系统的感知、分析和控制水平。

根据光场传播方程,通过引入参考光,待测光的相位信息可以编码在可测量的干涉光强分布中。离轴全息术利用参考光中的载波产生可检测的干涉条纹,在频域分离物波前、孪生像和零级像,从而实现波前重构^[15]。数字处理技术的引入使得计算机可以用于数字全息图的重建,极大推动了全息技术的应用^[16]。然而,离轴全息对光源相干性要求很高,这限制了在光源相干性较弱场景的应用(如显微镜、X射线衍射成像等)。除了数字全息术,散斑干涉术和显微干涉技术也可以从干涉条纹的光强度分布中获得附加的相位信息。然而,这些方法通常需要复杂的光路设计或对环境的稳定性要求较高,限制了它们的应用范围。为了实现更为简洁高效的波前重构,非干涉相位提取技术随之产生。例如,Gerchberg-Saxton(GS)算法基于交替投影框架实现了相位的迭代重构^[17],为非干涉波前重构技术开创了新的研究方向。同时期,哈特曼传感器^[18]被设计以用于实时校正大气湍流引起的波前畸变。随后,强度传输方程等理论方法^[19-20]也被相继提出,使得波前重构技术进一步摆脱了对参考光的依赖,推进了波前重构技术往实用化、产业化、商业化的方向发展。在非干涉波前重构中,相位恢复技术因在频谱利用效率和视场等方面的优势,已成为该领域的一个重要分支。由于相位恢复问题本质上是不稳定的逆问题,它可能存在多个局部最优解,因此必须通过算法设计和约束条件的引入来保证解的全局最优性。相位恢复技术已在 X 射线相干衍射成像(CDI)^[21-22]和生物显微成像^[23-24]等领域取得成功应用,尽管如此,算法的恢复精度、计算效率和鲁棒性等仍有待进一步提升。近年来,随着深度学习技术^[14]和相应的图形计算单元^[25]的发展,深度学习可以在处理相位恢复问题时直接从数据中学习映射关系^[26],显著减少了对复杂物理过程建模的需求。然而,深度神经网络在相位恢复问题上的应用通常需要大量的衍射图样及其对应的相位真值作为训练数据,以此来优化神经网络中的参数,对系统稳定性和数据采集提出了较高的要求,同时也出现了泛化性较差的问题。

本文将初步概述光学成像领域中的常见波前重构技术,包括基于干涉的波前重构技术和非干涉波前重构技术。对相位恢复波前重构技术的演进脉络和

关键技术进行梳理,对常见的相位恢复技术手段如交替投影相位恢复算法、基于调制约束和基于深度学习的相位恢复波前重构技术等进行初步的探讨,旨在分析不同类型相位恢复技术的优缺点和应用范围,描述该技术当下所面临的机遇和挑战,并探讨未来的发展趋势。不断优化和改进相位恢复技术手段对成像和智能感知技术的进步有着重要的意义,对生物显微、航空航天和天文观测等领域的发展有着积极的推动作用。

2 波前重构技术分类

光所携带的相位信息能揭示经过介质的多项特性,包括介质的厚度、折射率以及几何构造等。在单色相干光照明下,物体产生的波前可由振幅和相位描述,并由复振幅表示。振幅代表光波振动的强弱,可由光学传感器直接测量。然而,由于光频远大于传感器的响应范围,由传感器直接感知光的相位是不现实的。波前重构技术,是恢复相位信息的重要方法,也是提升光学成像系统性能的关键基础技术之一,其技术核心在于将相位信息有效转换成可以记录的光强信号。目前,波前重构技术已用于哈勃空间望远镜(HST)和詹姆斯·韦伯空间望远镜(JWST)的调校,望远镜的反射镜单元基于精确的相位恢复和分析得到校准从而减小像差^[27-28]。相位恢复技术也被用于生物图像的恢复,在对透明生物样品进行观察的过程中,通过捕捉样品的波前相位变化,在不借助染料的情况下获取清晰的图像对比度^[29],并对生物样品的形态^[2, 30]、动态^[31-32]以及生命周期^[33]进行定量的判断。
图 1 展示了当前主要的若干种波前恢复技术,这些技术根据原理被分为两类:一类是基于干涉的技术,包括数字全息、散斑干涉技术和显微干涉技术;另一类是基于非干涉的技术,包括迭代相位恢复、波前传感和强度传输方程。

2.1 基于干涉的波前重构技术

光学干涉测量通过使参考光和待测光发生干涉,可将原本难以直接探测的光波相位细节转换为明显的干涉条纹光强差异,从而获取复振幅信息。随着微型干涉检测和电子散斑成像技术的出现,基于数字计算的全息重建方法受到研究者关注。该计算方法简单高效,可快速重建波前。数字全息起源于传统全息技术,由 Gabor^[34]在提高电子显微图像清晰度时首创。但采用共轴光时,全息重建存在孪生像、参考像和目标像的互相干扰,导致获得的波前存在一定偏差^[35]。为解决这一问题,Leith 等^[15, 36]提出离轴全息方法,在参考光中引入特定载波以在频域区分波前、孪生像和零级像。1967 年,Goodman^[37]首次采用摄像设备捕捉全息图像,并用计算机重建波前,标志着数字全息技术的早期探索。经过近 50 年发展,数字全息已在多个领域得到

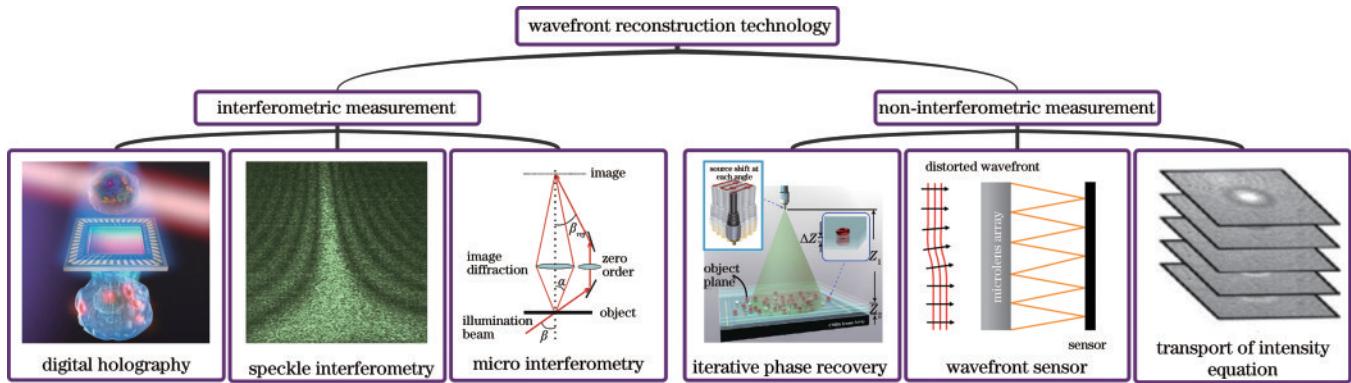


图 1 干涉波前重构与非干涉波前重构

Fig. 1 Interferometric and non-interferometric wavefront reconstructions

应用,比如生物显微成像^[38-41]、合成孔径成像^[42-43]、工业成像^[44-45]等。通过调制参考光载波,可以实现信号再利用,扩大视场^[45-47]或提升空间带宽积^[48-50],利用信号差分实现三维重建^[51-52]。为了在较长的相干距离下获得良好的干涉条纹对比度,数字全息通常需要单色指向性良好的激光作为照明,但可能带来随机散斑和较高的经济成本^[53-54]。共轴全息设计简单紧凑,可最大化利用光谱实现衍射极限分辨率,但重建过程中存在共轭噪声等问题,且要求物体为弱衍射物体^[54-55]。清华大学相关研究团队^[56]提出迭代去噪方案,使用全变分稀疏约束的迭代降噪算法滤除共轭噪声,并结合压缩感知实现了无噪声振幅全息图重建。但共轴全息快速、非迭代复振幅重建仍具挑战性。离轴全息可频谱隔离参考和共轭像,但空间带宽受限,分辨率受约束^[50, 57]。对于离轴全息,还需向目标波前加入参考光,光路复杂、稳定性低,难以用于复杂的工业与生产环境。

散斑是由一组相位随机的波前互相干涉形成强度图案,散斑干涉技术的核心是由 Fried^[58]考虑到地球大气扰动对望远镜分辨率的影响发展而来的,通过缩短曝光时间,假设曝光期内大气扰动为准静态,从而极大降低天气对成像质量的影响,但是该技术在拍摄黯淡天体时效果较差。Labeyrie^[59]认为可以通过对散斑图像进行傅里叶变换从而重建物体的高分辨影像信息,在散斑成像中引入干涉法进行重建,大幅提高了该技术的通用性。为进一步提高重建分辨率,Baldwin 等^[60]提出孔径掩模遮光干涉的方法,通过在光瞳上引入特定形状的通光孔阻拦大部分光线,使得光线只能通过一系列小孔,这些小孔充当了微型天文干涉仪,从而尽可能地达到衍射极限。这项技术能使得地面大口径望远镜尽可能地克服大气扰动,从而产生比空间望远镜如哈勃望远镜更高的分辨率,同时后续也被用于詹姆斯·韦伯望远镜的高对比度成像模式。电子散斑干涉技术(ESPI)通过评估一对散斑干涉图在不同载荷条件下的相位差来测量位移,电子散斑干涉技术系

统可以实现数十纳米级的灵敏度。由 Nakadate 首先将电子散斑干涉技术用于测量物体的面外和面内位移的振动幅度,从而实现振动分析。由于电子散斑干涉技术系统可以实现高精度的静态和动态载荷的三维位移测量^[61-62],三维电子散斑干涉技术系统逐步在制造业、微机电系统(MEMS)和生物医学行业中得到推广应用^[63-64]。

显微干涉计量技术将一束光分为两部分,一部分直接投射到检测器,另一部分照射到样品表面并反射到检测器,通过分析两束光的干涉,可以得到样品表面的微小高度变化信息。在早期的研究中,通过干涉技术可以实现对物理表面性质^[65]和理化性质的精确测量^[66]。随着技术的进步,显微干涉计量技术也开始应用于更多的领域,例如通过测量细胞内部的干涉模式,来研究细胞内部的物质分布和运动^[67]。近年来,显微干涉计量技术的分辨率得到进一步发展,比如通过使用极端离轴照明的合成孔径技术,可以使特定波长下的分辨率突破至 100 nm 以下^[68],因此显微干涉技术也开始应用于纳米尺度的测量,例如通过测量纳米粒子的干涉模式,来获取纳米粒子的尺寸和形状信息^[69]。然而干涉测量方法对振动非常敏感,即使是亚微米级的光路振动也能引起干涉条纹的显著变化,因此在航空航天、工业生产等变化多端的环境中很难直接应用。

2.2 非干涉的波前重构技术

非干涉波前恢复技术包括强度传输方程、波前传感和迭代相位恢复方法等技术。强度传输方程是通过观测波前传播中的强度变化,基于特定的理论模型来重建波前的。利用偏微分方程描述波前在沿光轴传播过程中的强度梯度与其复振幅的联系,并基于格林方程求解偏微分方程,这种方法被命名为强度传输方程^[19-20, 70]。在理论推导上,可以运用严格的界定条件和前置信息来确认强度传输方程问题的完整性和解的唯一性^[70],同时使用泽尼克多项式和快速傅里叶转换来处理强度传输方程问题^[71-72],进而使其成为一个高

效且可靠的波前重建策略。最初强度传输方程成像模型是基于单色光的复振幅场的,其实际应用大多集中在 X 射线或透射电子显微成像系统上^[73-76],后来这一技术扩展为部分相干光的标量势,可以应用于部分相干和白光成像系统^[77]。强度传输方程的优势在于无需额外的参考光路,只需收集聚焦和离焦的衍射图像,适合集成到常规显微系统中。借助强度传输方程,可以将显微镜从普通强度成像和非量化相衬成像提升到三维光场成像。例如,Kou 等^[78]在微分干涉显微镜中使用强度传输方程技术对未染色的人脸颊细胞实现了定量相位成像。南京理工大学对强度传输方程在边界条件选择^[71, 79]、相位补偿^[80]、强度梯度解^[81-82]、分辨率提升^[83]和三维断层成像^[84]等方面进行了深入探讨,并利用电控液体透镜^[85]和环形编码照明^[86]对多种生物样本进行了高速的定量相位成像^[87],并将计算光

学显微镜成功推向商业应用^[88]。强度传输方程技术与常规显微镜的科勒照明和显微物镜设计相兼容,因此在细胞学研究和生物检测领域有很大的应用潜力。常见的波前传感技术优缺点如表 1 所示,数字全息成像或强度传输方程等波前重建技术能够达到微米量级的光学衍射极限分辨率。相对于数字全息技术,强度传输方程不依赖额外的参考光路,可以实现即时重建。然而,强度传输方程也存在一些限制,例如其建立在傍轴近似之上,处理某些特定强度数据时存在困难。此外,为了求解强度传输方程的偏微分方程,必须选择合适的离焦距离和其他初值,同时还需确保解的精度和合适的边界条件^[89]。求解强度传输方程需要收集一幅均匀焦平面强度图像和两幅离焦图像来计算强度梯度,这增加了系统的复杂性,尤其是对于单帧图像采集^[90-91]。

表 1 常见波前传感技术的优缺点

Table 1 Advantages and disadvantages of common wavefront sensing technologies

Algorithm	Advantage	Disadvantage
In-line holography	Compact systems; high resolution and frame rate	Artifacts; limited field of view; sensitivity to noise
Off-axis holography	High reconstruction speed (up to hundreds of fps ^[92]); low artifacts	Limited robustness; average resolution (up to millions of pixels ^[92])
Phase retrieval	High frame rate and versatility simple system	Limited reconstruction speed
TIE	Simple computation; high resolution	Average versatility; preconditions
Wavefront sensing	High frame rate and reconstruction speed (up to thousands of fps)	Complex systems; moderate resolution (up to millions of pixels ^[93])

波前传感技术亦被归类为一种非干涉式的波前重建方法。其中,哈特曼传感器是其中的一种典型装置和技术,该检测器由微透镜阵列与相机组成,待检测的入射光波的复杂等相位面能够通过微透镜孔径被分割,每个孔径内的等相位波面等效为附加了活塞相位(piston phase)的近似平面波。通过测量微透镜焦平面焦点的偏移距离,能够推导出微透镜孔径内的活塞相位,并利用泽尼克多项式进行待测波前的重建。波前检测技术基于几何光学的原理,能够实现实时重建,但重建波前的横向分辨率通常受到微透镜阵列数量和单个微透镜孔径的限制。主流的商用哈特曼检测器的帧率通常可以达到数千帧每秒,而分辨率仅为几百微米级别。此外,波前检测技术主要测量波前的相位畸变,由于波前的振幅被微透镜聚焦,焦点强度远超过相机的动态范围,因此无法测量波前的振幅。因此,波前检测技术通常用于强度较均匀、相位较平滑、实时性要求高的波前重建场景,例如光束质量检测^[94-95]及自适应光学^[96]等,并非直接作为成像技术使用。波前相位恢复技术利用优化算法和深度学习策略在菲涅耳区或夫琅禾费区测得的衍射强度分布,逆向推导得到目标物体表面的复振幅波前,已经成为波前重构技术中的重要分支。这一技术基于衍射理论,以系统的鲁棒性和光

路配置的简洁性得到广泛研究。在 X 射线领域,鉴于制造光学元件的复杂性,相位恢复成为了相干衍射成像领域的一种核心技术^[96-98]。该技术虽与同轴全息测量在实验配置上有所类似,但其应用不限于弱衍射对象,同样适用于非孤立的强散射体,如光栅和衍射光学元件^[97-99]。与求解强度传输方程相比,相位重建不依赖傍轴近似,无须物平面边界条件和多焦点位置测量,存在全视场的波前量化重构和单帧采集的可能性。

图 2 定性比较了常见的相位恢复和波前重构技术的各项特性,包括光路简洁度、成像分辨率、采集帧率、重构速度和泛用性等性质。相位恢复技术的分辨率由系统的光学衍射极限决定,比需要载频的离轴全息具有更好的频谱利用率。相比强度传输方程技术,相位恢复技术无须傍轴近似、离焦测量、物平面边界条件和聚焦,可以实现全视场和单帧采集的定量波前重构。相比其他波前重构技术,相位恢复技术在光路简洁度、频谱利用率、采集帧率及泛用性等方面具有优势。因此,通过设计优化算法和相对简单的光学成像系统,高效地求解相位恢复问题,从而实现从波幅到复波幅的多维重构,对拓展现有光学成像系统的感知维度、研制先进的光电成像仪器有着关键作用。

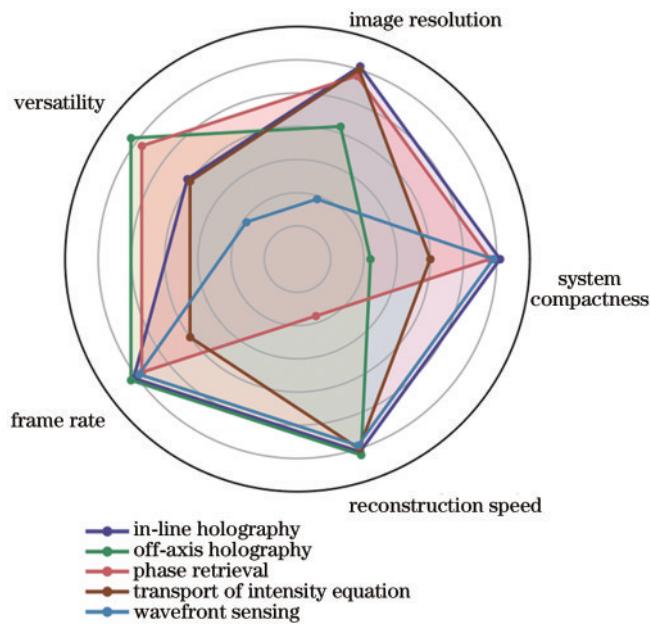


图 2 波前重构技术的定性对比

Fig. 2 Qualitative comparison of wavefront reconstruction techniques

3 相位恢复波前重构技术的发展和应用

3.1 交替投影相位恢复算法

相位恢复技术的发展缘起于 X 射线晶体学的研究。根据阿贝衍射原理,要观测到纳米尺度的晶体结构,需要利用波长同样在纳米级别的 X 射线来获得精确的衍射现象。透镜和分束器等精密光学元件在 X 射线波段对制造工艺的要求较高,因此,该波段的成像系统往往不包含透镜。通过分析晶体产生的布拉格衍射现象,可以解析出周期性晶体的特征参数。当处理非周期性结构样本时^[100-101],需要利用相位恢复技术来恢复复振幅信息,进而提取和晶体有关的结构信息。1952 年,Sayre^[102]提出了如下论断:如果对衍射强度进行足够密集的采样,理论上可以恢复丢失的光相位信息,以此来重建波前。此后,与该理论相关的相位恢复技术逐步成为光学成像中的一个重要研究领域,图 3 列出了领域内的代表性工作。

在 20 世纪 70 年代,在电子显微学领域的一项研究中,Gerchberg^[17]提出了一种利用已知的样本振幅信息和衍射强度数据,通过迭代计算重建衍射场相位的方法,这一技术后来被称为 GS 算法,为后续的交替投影算法奠定了基础。但是,该算法在获取样品平面振幅信息、迭代效率以及重构精度方面存在一定的劣势。由于 GS 算法的初值选择对收敛性有显著影响,在优化过程中容易陷入局部最优解,且对噪声十分敏感。在此基础上,为了提升计算效率并优化物理约束条件,中国学者杨国桢与顾本源^[103]提出了杨-顾算法(YG 算法),该算法在 GS 算法的基础上引入非酉性子循环,

提高了非能量守恒系统中相位恢复的迭代速度。Misell^[104]通过引入双离焦平面的强度信息,进一步增加了算法的收敛速度和重构精度。此外,Fienup^[105]对 GS 算法进行了改进,将样品振幅的先验信息替换为支撑约束,并证实了该算法重构过程实际上是误差减小的过程^[106-108]。为防止算法收敛于局部最优,Fienup 还提出了一种包含负反馈机制的混合输入输出(HIO)算法。基于此,Luke 和 Elser 分别通过优化约束集合和构建差分图方法提出了 RAAR 算法^[109] 和 DM 算法^[110],有效避免了迭代停滞现象,显著提升了算法的收敛性能。相干衍射成像对算法的迭代收敛速度和噪声鲁棒性要求较高,因此常常将 HIO 算法与 GS 算法结合使用,相位恢复技术还能在部分相干光源照明条件下进行波前重构^[111-112],例如使用 LED 和针孔组合作为照明源,这在降低成本方面具有明显优势。90 年代,NASA 对相位恢复技术的理论研究提供了重要支持,推动该技术逐渐成为波前重构领域的尖端技术之一。进入数字化时代后,数字面阵探测器动态范围的扩大和同步辐射源性能的提高为 CDI 提供了高相干性的 X 射线照明条件。1999 年,Miao 等^[113]在美国布鲁克海文国家同步辐射光源成功进行了一次 CDI 显微实验。实验中利用液氮冷却的 CCD 记录了微米级金点阵的远场衍射强度,并结合 X 射线下样品复值场的实部和虚部的非负性质,采用了优化的 HIO 算法进行相位恢复,获得了大约 75 nm 分辨率的图像重构,为波前重构技术的发展注入了新的活力。获取更多关于待测物体、测量装置额外的约束条件进而确保相位恢复技术重建效率和可靠性是目前 CDI 技术的主要研究内容。

在 X-ray 波段的纳米级波长范围内,由于采用了支撑约束和有限尺寸的照明光斑,相干衍射成像的成像视场受到限制,获得高质量的相位调制光学元件成为一大挑战。Rodenburg 等^[114-116]在 2004 年提出了一种名为叠层成像(ptychography)的技术,该技术可在保持纳米级分辨率的同时扩展成像视场,通过相邻视场重叠扫描被测样品,产生冗余信息和约束迭代重建。在重建阶段,结合已知的孔径函数,可利用 HIO 等重建算法实现对扩展样品的大视场高分辨重建。Maiden 等进一步提出了扩展叠层成像(e-PIE)的方法,利用相邻孔径重叠部分的冗余信息,在重构待测波前函数的同时重构照明孔径函数,进一步扩展了 PIE 方法使用范围。Maiden 等^[117-118]进一步利用扫描带来的视差信息实现了对薄样品的多层三维重构。叠层成像技术还可以对微纳光电器件和集成电路元件实现大视场三维成像。Zheng 等^[23]将叠层成像技术从空域扩展到频域,提出了傅里叶叠层成像技术(FP)。该技术通过阵列 LED 对样品进行倾斜照明并采集强度,利用相位恢复算法迭代重构频谱,通过多角度扫描重构并拼接频谱,提升分辨率。叠层成像通过多次采集增加

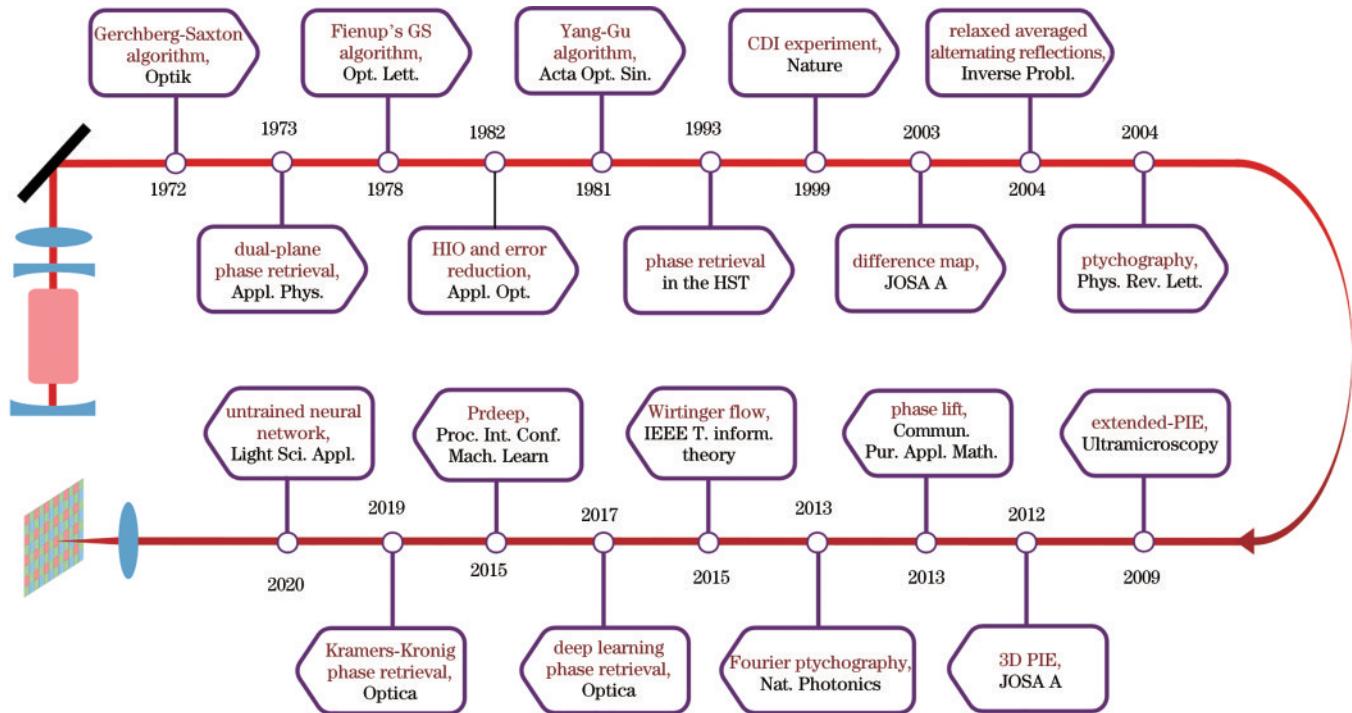


图 3 相位恢复波前重构技术的发展路线图

Fig. 3 Roadmap for the development of phase recovery wavefront reconstruction techniques

数据量,为利用冗余信息提升相位恢复技术性能开辟了新的途径。

傅里叶叠层成像技术具备较好的光源兼容性和噪声鲁棒性,已经成为重要的显微成像手段,中国科学院西安光学精密机械研究所对傅里叶叠层成像技术的多孔径像差校正、成像通量提升、全彩色重构等方面进行了系统的研究^[119-122],进一步提升了傅里叶叠层成像技术在生物显微领域的适用性。清华大学相关研究团队^[123]提出了一种基于全变分正则化的傅里叶叠层成像重建方法,该方法从稀疏孔径采样中恢复高质量的图像,同时实现了瞳函数与目标图像的联合优化。图 4(a)展示了所提出的傅里叶叠层成像重建框架。该算法建立了基于不完全频谱采样的相位恢复模型,引入全变差正则化对目标图像的梯度域施加稀疏性先验,克服了相位恢复问题的不适定性,降低了收敛性对孔径重叠率的依赖,提高了采集效率。实验结果如图 4(b)和图 4(c)所示。从振幅求解复振幅是一个不适定的逆问题,物像、共轭像和频移像同为相位恢复问题的解。同时,相位恢复问题又是一个非凸的问题,使用传统的凸优化算法求解时,并不能保证获取全局最优解。前文所述的相位恢复重构算法本质上是在强度采集的基础上引入待测物平面的先验信息以限制解集范围,降低获取最优解的难度。随着非凸优化问题的求解理论不断完善,迭代获取全局最优解成为可能。Candès 等^[124]使用半正定规划求解相位恢复问题,通过将待测信号的向量提升为矩阵,将对向量的相位恢复问题转换为对矩阵的低秩优化问题,进而使用凸松弛

策略将难求解的非凸相位恢复问题转换为易求解的局部凸优化问题。该方法可直接从含有噪声的强度图中以较大的准确性重构复振幅。随后 Waldspurger 等^[125]提出了 PhaseCut 算法,通过对待测复振幅的相位利用凸松弛策略进行单独优化求解,提高了迭代效率和抗噪性。这两种方法基于凸松弛策略的思想,通过理论推导证明了算法可以收敛至最优解,但由于在求解过程中提升了待测信号的维度,求解大尺寸的二维复振幅场时计算负担较大,难以提升求解效率。交替投影相位恢复算法在重构精度、分辨率和待测样品灵活性等方面存在一定优势,且对物理先验要求较低,广泛应用于 X 射线成像、超分辨率显微成像、电子显微成像等不同领域,也被用于生物显微成像,提高成像通量,实现全彩色重构等功能。叠层成像技术在微纳光学器件和集成电路元件的大视场三维成像领域应用广泛,基于 LED 照明的傅里叶叠层成像系统可以按需拍摄高频图像实现大视场暗场成像,适用于表面检测和智能制造领域;基于 LED 阵列的傅里叶叠层成像系统还可以用于肿瘤细胞计数和白细胞计数,用于搭建自动化病理分析系统^[126];基于手机镜头的小型化傅里叶叠层程序系统利用低成本 3D 打印元件实现了高分辨成像,且系统的焦深相对于相同数值孔径的传统显微镜更优^[127]。

3.2 基于调制约束的相位恢复波前重构技术

在波前重构领域,特别是单帧波前重构技术中,先验信息的引入对解决相位恢复问题至关重要。这些先验信息可以从非负性等物理规则直接获得,也可以通过对待测波前施加约束来获得,例如施加纯相位、纯振

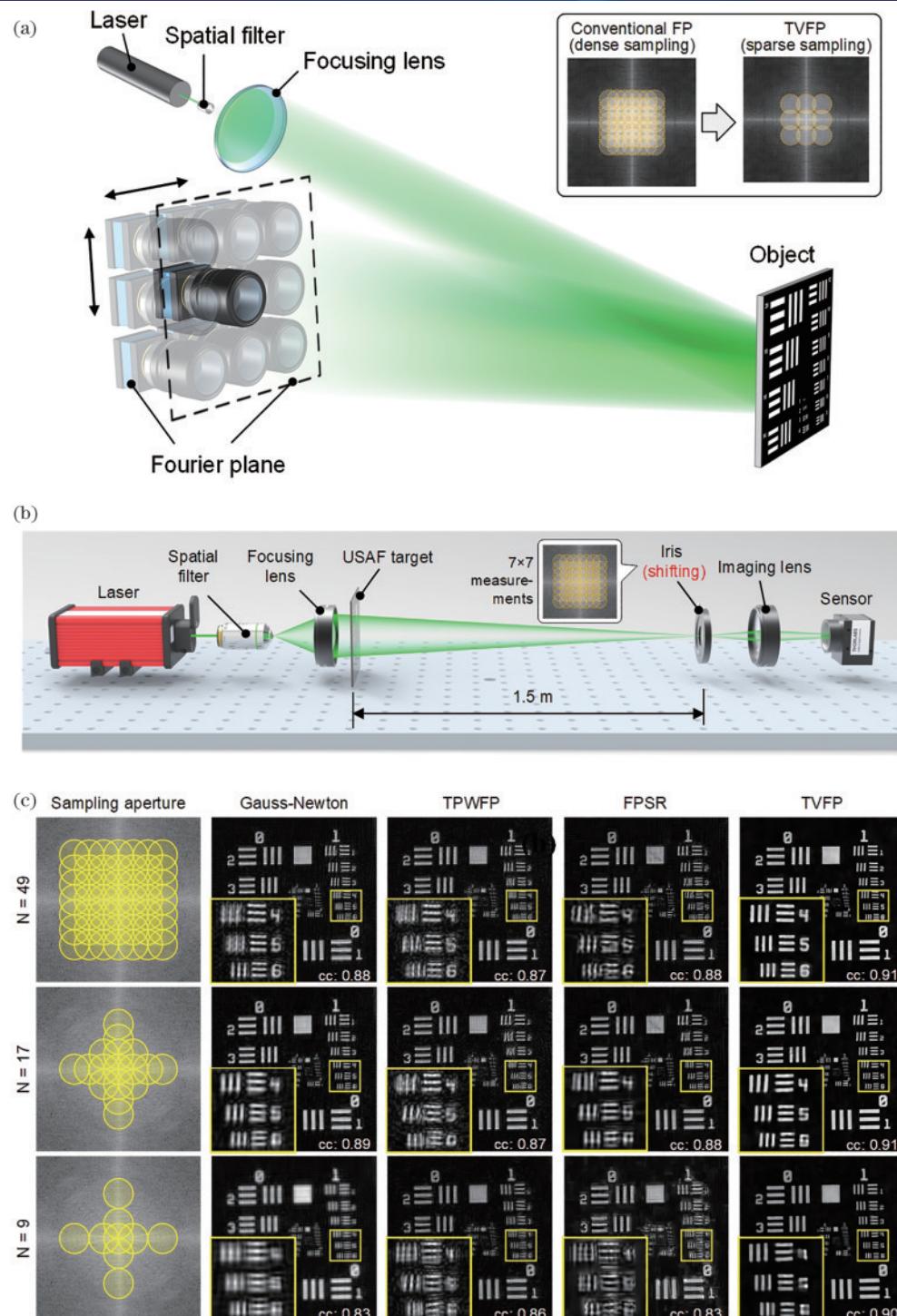


图 4 傅里叶叠层成像重建^[123]。(a)框架示意图,使用相干光照亮远处的非发光物体,物体反射光线传输到相机实现成像;(b)远距离成像的实验装置,532 nm 单色激光通过透镜形成球面波照亮 USAF 目标,平移台上的光圈移动模拟镜头运动,利用合成孔径实现高动态范围成像;(c)高斯牛顿算法、截断 Wirtinger 流傅里叶叠层算法(TPWFP)、稀疏表示的傅里叶叠层成像(FPSR)、基于全变分正则化的傅里叶叠层成像(eTVFP)在不同重建次数下得到的 USAF 图像振幅

Fig. 4 Fourier ptychographic reconstruction^[123]. (a) Schematic of the reconstruction framework. Coherent light beam is used to illuminate a distant non-luminous object, which reflects the light back to the camera to achieve ptychographic imaging; (b) experimental setup for long-range imaging, 532 nm monochromatic laser passes through a focusing lens to form a spherical wave to illuminate the USAF target, the aperture movement on the translation stage simulates the lens movement, and a synthetic aperture is used to achieve high-dynamic-range imaging; (c) Fourier ptychographic reconstruction by Gauss-Newton algorithm, truncated Poisson Wirtinger flow Fourier ptychography (TPWFP), Fourier ptychography with sparse representation (FPSR), and the proposed extended regularization-based Fourier ptychography (eTVFP) to reconstruct the amplitudes of USAF under different number of measurements

幅或稀疏性约束^[128]。这些方法在设计上主要用于处理单一强度测量的情况，并利用物平面上的约束来确保相位恢复问题的适定性。当待测波前具有明显的衍射属性时，支撑约束可以用作有效的先验信息。支撑约束通常通过限制照明探针的形式得到，如使用菲涅耳波带片集中照明光束或通过孔径光阑来限制照明范围。尽管这种方法可以通过限定复值解的空间范围来增加足够的测量方程数，但它对重构视场的大小有所限制，并且在重构衍射特性不强的波前时遇到困难，例如轻微的波像差。为了克服物平面先验带来的局限性，并增强波前重构技术的普适性，研究者们提出了以调制约束为基础的相位恢复方法。通过对待测波前施

加多次随机相位调制，并收集相应的衍射强度信息，可以获得额外的数据，从而提高问题的可解性。Zhang 等^[129]提出的基于相位调制约束的相位恢复技术便是一个典型的例子，其通过移动掩模板进行多次随机相位调制，获取了额外的强度信息，以提高迭代重构的收敛速度，实现了不依赖物平面约束的高质量波前重构。清华大学相关研究团队^[130]提出了一种基于交替结构化相位调制(ASPM)的波前传感技术，该技术通过空间光调制器和相互正交的相位板扰动待测量的复杂光场并形成相位约束，因此，该方法可以迭代地重建相位而无需先验信息，搭建的系统和实验结果如图 5 所示，系统使用相位板作为物体。

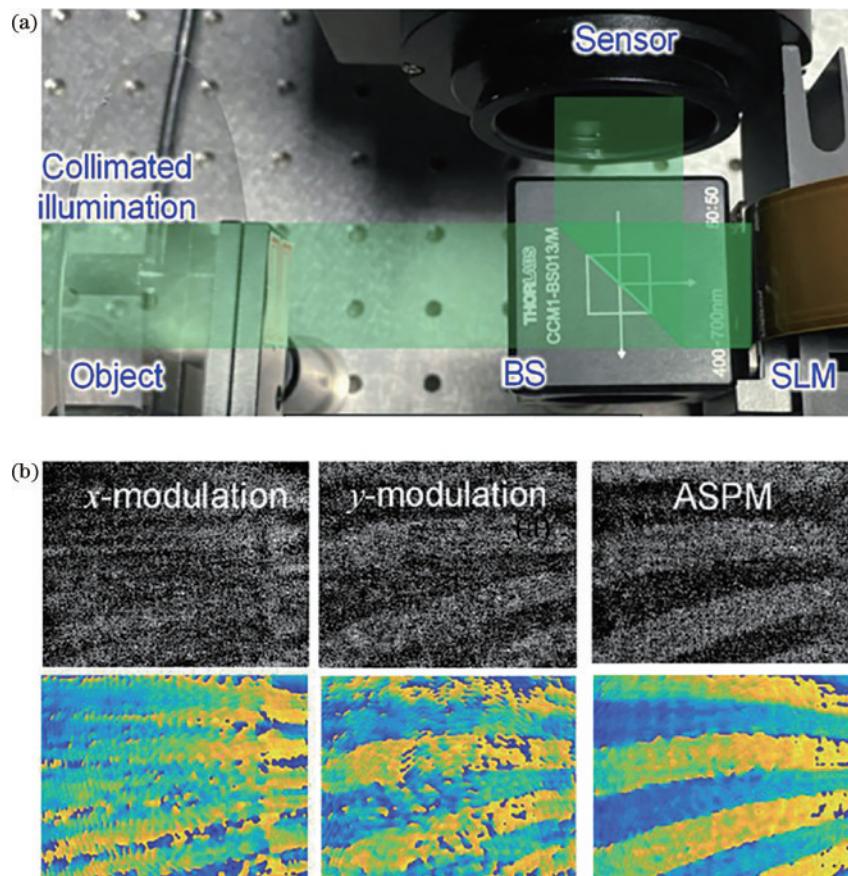


图 5 基于相位调制的波前传感技术^[130]。(a) 使用 SLM 进行相位调制的实验装置；(b) 在 x 和 y 方向上调制的恢复相位、使用 ASPM 的恢复相位以及对应的传播到物面上的恢复相位

Fig. 5 Wavefront sensing based on phase modulation^[130]. (a) Experimental setup using SLM for phase modulation; (b) recovered phases modulated in the x and y directions, recovered phase using ASPM, and the corresponding recovered phases propagating to the object plane

基于调制约束的波前重构方法不仅提高了重建效率，而且具有更广的适用性。通过进行多次调制和测量，冗余信息的获得可以突破传统成像系统硬件所设定的性能界限，如动态范围、带宽、截止频率等。例如，Wu 等^[93]依据相干调制成像(CMI)原理，在一个紧凑型实验装置中实现了远超哈特曼传感器分辨率的波前传感。此外，北京理工大学相关研究团队^[131]通过利用多次随机编码调制的照明光实现了从低动态范围的频谱强度到

高质量波前的重构。Jiang 等^[132]通过在叠层成像系统中引入随机相位调制，实现了在 $6.4 \text{ mm} \times 4.6 \text{ mm}$ 视场下的 $0.78 \mu\text{m}$ 分辨率的片上生物显微成像。清华大学相关研究团队^[24, 64]提出了一种新型像素超分辨框架(PSR)，引入稀疏正则化器并利用 Nesterov 动量加速迭代，使得加速 Wirtinger 流(AWF)算法的收敛速度提升了 1 个数量级，实现了对生物样本的像素超分辨成像，搭建的基于相位调制的恢复框架装置如图 6(a)所示。

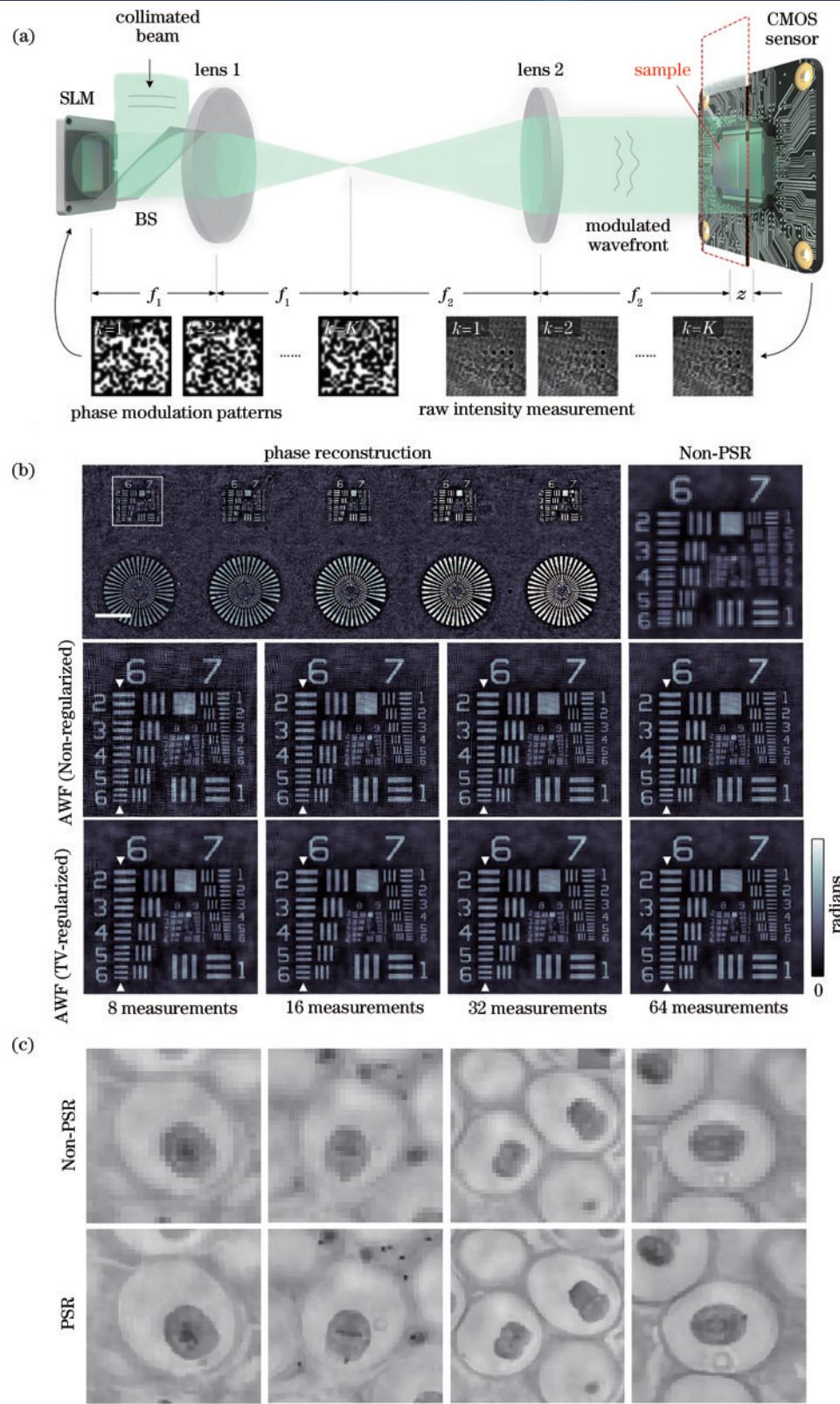


图 6 基于相位调制的像元超分辨成像^[64]。(a)基于相位调制的无透镜显微镜示意图;(b)使用正则化 AWF 方法和传统 AWF 方法重建不同强度图像的结果,正则化方法有效减小了伪影;(c)马蛔虫子宫有丝分裂前期、后期、末期和无丝分裂后期切片的振幅重建实验结果,使用 PSR 的算法重建的图像分辨率好于不使用 PSR 的算法的图像分辨率

Fig. 6 Pixel super-resolution imaging base on phase retrieval^[64]. (a) Lensless microscope based on phase modulation; (b) results of reconstructed images under different intensities using the regularized AWF method and the conventional AWF method, the regularization method effectively reduces artifacts; (c) results of amplitude reconstruction experiments of the pre-mitotic, late-mitotic, and end-mitotic, and late-anaphase slices of the uterus of *parascaris equorum*, the resolution of reconstructed images using the PSR algorithm is better than that using the algorithm without PSR

通过改变 SLM 调制模式产生不同的相位,传感器记录 SLM 所产生的衍射图案,重建透过率函数,相对于置放在传感器端侧的 SLM,该系统的数值孔径较大,分辨率较高,适合于超分辨率等生物医学应用。

基于调制约束的相位恢复需要利用调制约束集限制解的范围,保证迭代求解算法的收敛性和重构精度。在理想情况下,调制约束集间仅存在一个交点,即待测物波前的真解。调制约束集由调制图样、衍射传播距离和采集到的衍射强度三部分决定,其中,衍射传播距离指从调制器件到采集器件间的距离,在实验中可以由数字重聚焦算法确定,或者通过重复迭代重构优化。由于相位恢复问题的非凸性,利用优化算法求解时也可能会面临局部最优解的困扰,难以快速收敛或实现非迭代的实时重构。因此,在相同的实验设置下,变换待测物体波前时需要重新进行优化求解,从而限制了波前成像系统的重构效率。基于调制约束的相位恢复波前重构技术提供了先验信息和冗余信息,从而进一步提升了波前重构的分辨率和重构速度,提高了算法在噪声较高时的鲁棒性,增加了成像带宽和动态范围。因此,该类算法较适用于实时生物高分辨显微成像、工业光学缺陷检测等应用场景。

3.3 基于深度学习的相位恢复波前重构技术

在成像领域的逆问题解决方案中,深度神经网络(DNN)的应用已逐渐成为焦点。DNN 是一种拥有众多隐藏层的人工神经网络,其概念最初由 McCulloch 和 Pitts^[133]提出,在仿生学的基础上,通过模拟单一神经元的最基本计算单元,并通过计算单元间的互相连接来模拟神经细胞间的电信号传递。在 20 世纪 90 年代,人工神经网络在 MNIST 数据集上实现了超过 98% 的分类精度^[134]。在此基础上,LeCun 等^[14]在 2015 年提出了深度学习的概念,强调多层神经网络可以从大量数据中学习到深层次的图像关联信息。近年来,得益于图形处理单元(GPU)计算能力的显著提升和特殊网络结构的设计,研究者能够训练和收敛更深层次的大型神经网络,如 VGG^[135]、ResNet^[136]、GAN^[137] 和 Transformer^[138],以实现更为复杂的图像处理任务。深度神经网络在多种计算机视觉任务中都取得了出色的表现,例如图像分类^[139-140]、图像超分辨^[141]、图像去噪^[142]和图像生成^[143]等,在自动驾驶^[144]、监控安防^[145]和生物显微成像^[146]等领域都得到了广泛应用。

在相位恢复波前重构问题中,任意的衍射强度和待测波前都符合衍射传播关系,具备共同特征,满足 DNN 对图片数据集的要求。Sinha 等^[147]利用衍射光路构造了相位图样和衍射图样的训练数据集,首次利用 DNN 实现了对相位恢复问题的实时求解。2018 年,Rivenson 等^[148]利用卷积神经网络抑制了相位恢复中的共轭噪声,实现了对生物样本的超分辨重构。Nguyen 等^[149]利用卷积神经网络加快傅里叶叠层显微成像的重构速度,与基于模型的恢复算法相比,其速度

提升了约 50 倍。2022 年,清华大学相关研究团队^[150]提出了物理增强的 Y 形神经网络,网络结构如图 7 所示,采用两幅轴向位移衍射图反演波前。利用 DNN 求解成像问题时,无须构建精确的正物理模型,也不需要专门设计重构算法,只需要建立具有共同特征的数据集,通过图像的输入和输出对训练 DNN,进而求解物理模型较为复杂的成像问题^[151]。

与传统的迭代相位恢复算法相比,DNN 在推理速度、重建质量和易用性三方面展现出优势,在求解如相同成像系统下的不同物体的同类问题时,经过充分训练后的 DNN 无须再次训练即可求解。基于 DNN 的波前重构方法为实现超快过程的相位恢复、低照度相位恢复等提供了新的解决思路,与其他应用于机器视觉领域的 DNN 不同,当求解光学成像问题时,往往需要使用针对专门成像问题的高质量训练集,以提高 DNN 的重构精度和泛用性。研究人员共采集了约 10000 张衍射强度图以建立求解相位恢复问题的训练集^[147],这对成像系统的稳定性和研究人员的耐力都提出了考验。在相位恢复的实验场景中,如果已知从待测波前到采集平面的物理模型,也可以直接利用物理模型训练神经网络。中国科学院上海光学精密机械研究所相关研究团队^[152]提出了一种基于物理模型驱动的训练方法,通过对网络加入菲涅耳衍射传播模型,可以实现无训练样本的纯相位型物体求解。与基于训练集的数据驱动神经网络相比,基于物理模型的训练方式使得网络输出的解具有较强的可解释性,同时可以实现小样本甚至无样本的逆问题求解。除了直接将物理模型嵌入神经网络,也可将神经网络嵌入传统优化算法,提升求解效率。北京理工大学相关研究团队^[153]提出了一种即插即用的大尺度相位恢复方法,将图像增强神经网络^[154]与广义交替投影相位恢复算法相结合,实现了高保真度的复振幅重构。这些研究表明,DNN 在处理光学成像问题,特别是在相位恢复和图像重构方面,具有巨大的潜力和广阔的应用前景。基于深度学习的相位恢复算法可以较好地抑制共轭噪声、提高叠层成像的重构速度、实现较高的分辨率,有利于实现实时的相位恢复和样本的超分辨重建,有效提升了生物显微成像、天文观测和测绘遥感等不同领域的图像信噪比、成像带宽积等指标,简化了系统构造,降低了系统成本。有监督深度学习通过学习图像畸变和波前像差的对应关系,可以在无需昂贵波前传感器的实验条件下重建相位^[155]。在生物组织成像中,样本的折射率通常不均匀,可以利用神经网络从 Hartman-Shack 波前传感器测量的点位移重建波前,从而补偿并恢复系统的点扩散函数和泽尼克系数^[156-157]。然而,训练神经网络所使用数据集的质量和数量、网络结构的选择和优化、物理模型的构建以及模型的泛化能力等都有待进一步提升。因此,对于深度神经网络在相位恢复任务的应用,未来可能集中在提高数据集质量、

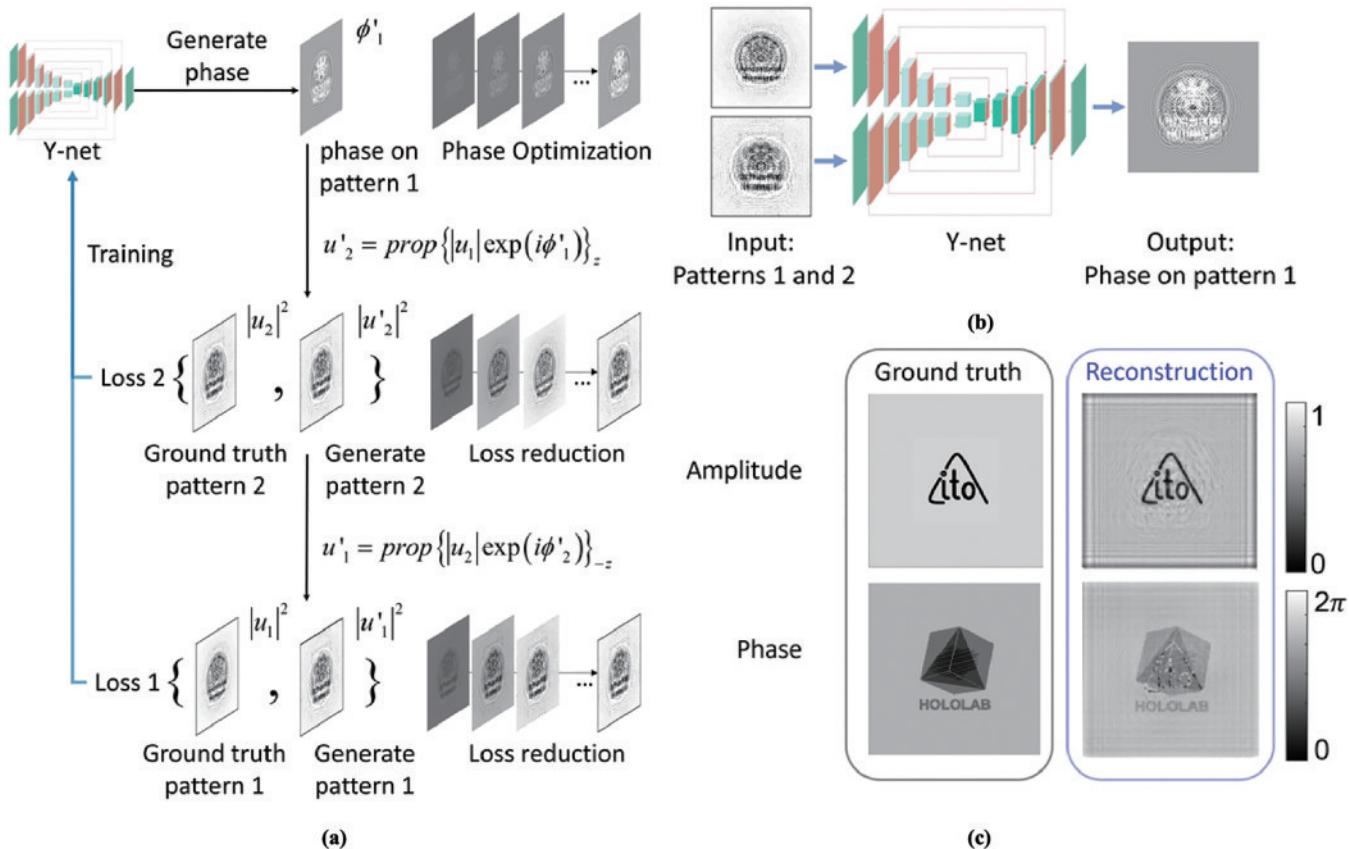


图 7 用于相位恢复的 Y 形神经网络^[150]。(a) 基于两个平面之间的衍射图案训练的 Y 形网络;(b) 恢复第一种衍射模式的相位;(c) 验证和测试 Y 形网络,从训练集中重建衍射模式

Fig. 7 Y-type network for phase retrieval^[150]. (a) Proposed Y-type network based on diffraction pattern training between two planes; (b) retrieved phase on the first pattern; (c) validation and test of Y-type network to reconstruct patterns from the training set

探索更为高效和实用的网络结构以及发展计算效率更高的物理模型等方面。

4 结 论

相位恢复波前重构技术的核心在于通过衍射强度的重构波前,实现对实验系统的紧凑化设计和频谱利用率的提高。相位恢复波前重构技术能够将成像系统的感知维度从振幅拓展至复振幅,进一步提升了成像数据的信息量和深度。

在记录强度的过程中,由于相位信息的完全丢失,所得到的强度测量方程数目仅为待解复振幅未知量数的一部分,因此相位恢复问题呈现出多解的特性。由于多解的线性组合并不位于解集之内,因此该问题为一个具有非凸性质的不适定逆问题,可能存在若干局部最优解。在解决非凸问题时,获取全局最优解的过程通常具有指数级的复杂度,常常在求解过程中引入先验信息,利用先验信息约束解集范围,或选择合适的初始解,并采用梯度下降等凸优化算法进行迭代求解。对于不同类型的待测物体,需要分别提供合适的先验信息,这对波前重构技术的普适性提出了挑战。

叠层成像技术通过相邻视场的重叠扫描和冗余信息生成实现了纳米级分辨率的大视场波前重建,并通过

过多次采集增加数据量,为相位恢复技术提供了新的提升路径。傅里叶叠层成像技术将叠层成像技术从空域扩展到频域,利用倾斜照明和多角度扫描来提升分辨率和扩大视场,可实现多孔径像差校正、成像通量提升、全彩色重构等功能。该技术广泛应用于生物显微等领域。

基于调制约束的相位恢复波前重构技术通过对待测波前进行调制,引入多个调制传输矩阵,获取多个调制约束集,此时全局最优解对应于调制约束集之间的交点,利用交替投影算法等凸优化算法可以迭代获得全局最优解。基于调制约束的相位恢复波前重构技术无需物平面约束,算法中也不包含物理近似或严格的数学要求,可以满足解决相位恢复问题的适定性要求,理论上可以求解各类波前,因此具有良好的泛用性,提高了成像系统感知维度的能力。

随着 GPU 的性能提高,DNN 可以训练更深层次的网络结构,有利于求解更加复杂的相位恢复问题。DNN 处理相位恢复问题的优势在于其显式的物理模型,可以直接从数据中学习映射关系,减少对复杂物理过程建模的需求。然而,DNN 在相位恢复问题上的应用通常需要大量的衍射图样及其对应的相位真值作为训练数据,以此来优化神经网络中的参数,其挑战在于

所需的训练数据量较大,对数据质量要求较高,因此,数据的获取和数据集的构建是DNN在相位恢复问题中应用的关键。

相位恢复波前重构技术已在生物显微、工业检测和天文观测等不同领域获得成功应用,但在优化算法和器件系统两方面仍存在一定的困难和挑战。因此,相位恢复波前重构技术的发展预计将围绕于开发更鲁棒、快速、通用的相位恢复算法,发展更简洁、紧凑、高效的光学元件和系统及将波前重构算法应用于更广泛的场景中。

在算法层面,传统相位恢复算法在获取样品平面振幅信息、迭代效率及重构精度方面存在一定的劣势,基于冗余信息和约束迭代重建的叠层成像提升了待测信号的维度,但是在求解大尺寸的复振幅场时计算负担较大,难以提升求解效率。因此,如何提高算法的计算简洁度、效率和精度预计是波前重构相位恢复算法的研究方向之一。

在器件和系统层面,叠层成像技术利用低分辨率图片恢复高分辨率图片,从而造成了成像速度过慢、帧率较低等问题。因此,可以考虑在光学元件和系统层面上进一步提高光源性能和利用效率。基于调制约束的相位恢复波前重构系统通常利用复杂的光场调制元件,容易引入机械结构并带来额外误差。因此,相位恢复问题未来的研究方向之一可能是利用纳米制造、超材料等技术开发鲁棒性更强、调制效率更高的调制元件以及相应的解调算法,从而突破传统成像系统的限制,使系统在图像分辨率、动态范围、系统带宽等指标上获得提升。

在扩展应用范围层面,目前,定量相位成像技术常被用于对未染色的生物医学样品进行高对比度成像,而且通过重建光场的相位信息还能实现三维成像;由于定量相位成像能达到纳米级的轴向分辨率,还常常用于芯片表面检测。在生物医学方面,定量相位成像能动态检测出血液中的新冠病毒,有望提升实验室病毒检测的速度。然而,目前的定量相位成像技术大多基于庞大笨重的显微镜平台。在癌症的临床诊断中,经常需要一系列复杂的手续来判断组织是否发生癌变。因此,如果能将定量相位成像技术应用到内窥镜中,将极大地简化诊断流程,而且还能避免荧光剂对人体带来的损害。波前传感技术也广泛用于工业检测和智能制造,是光刻工艺中的重要技术之一。波前调控元件和对应的波前重构算法已应用在光刻工艺的光束控制算法中,例如:液晶空间光调制器和微镜头阵列可以对光刻光束的相位和振幅进行快速调控,实时高速校正波前畸变,保障高精度的图案转移;深度学习在波前重构技术中可以进一步简化光路设计、提高波前传感的精度,有利于提高光刻工艺的制程稳定性,降低半导体元件的制造成本。在天文观测和遥感领域,光学系统通常要对受到大气湍流扰动的光波进行成像,这

引起了图像的模糊和抖动,降低了观测图像的质量,因此自适应光学的实时波前校正技术就应运而生。然而,由于算法重建速度限制、非等晕效应和波前观测误差与噪声等因素,当前的自适应光学系统并不能完全补偿图像质量从而消除湍流的影响,在校正视场、动态范围和小型化等方面存在一定的限制^[158]。通过引入基于机器学习的方法如深度学习作为波前校正的算法,有望提升自适应光学系统的校正视场和速度,同时进一步降低噪声并提高图像质量;通过结合光学相干层析技术和自适应光学技术,有望同时提升纵向和横向分辨率,实现三维分辨的视网膜成像,同时缩小系统体积,降低成本^[159-160]。

参 考 文 献

- [1] Jesacher A, Fürhapter S, Bernet S, et al. Shadow effects in spiral phase contrast microscopy[J]. Physical Review Letters, 2005, 94(23): 233902.
- [2] Park Y, Depeursinge C, Popescu G. Quantitative phase imaging in biomedicine[J]. Nature Photonics, 2018, 12(10): 578-589.
- [3] Demos S G, Alfano R R. Optical polarization imaging[J]. Applied Optics, 1997, 36(1): 150-155.
- [4] Xie Z W, Lei T, Li F, et al. Ultra-broadband on-chip twisted light emitter for optical communications[J]. Light: Science & Applications, 2018, 7(4): 18001.
- [5] Okamoto T, Yamaguchi I. Simultaneous acquisition of spectral image information[J]. Optics Letters, 1991, 16(16): 1277-1279.
- [6] Bisoyi H K, Li Q. Light-driven liquid crystalline materials: from photo-induced phase transitions and property modulations to applications[J]. Chemical Reviews, 2016, 116(24): 15089-15166.
- [7] Dong S Y, Zhang Z Y, Xie L, et al. Broadband depolarized perfect Littrow diffraction with multilayer freeform metagratings[J]. Optica, 2023, 10(5): 585-593.
- [8] Geng Q, Wang D, Chen P F, et al. Ultrafast multi-focus 3-D nano-fabrication based on two-photon polymerization [J]. Nature Communications, 2019, 10: 2179.
- [9] Dun X, Ikoma H, Wetzstein G, et al. Learned rotationally symmetric diffractive achromat for full-spectrum computational imaging[J]. Optica, 2020, 7(8): 913-922.
- [10] Wei Z Y, Zhao Y L, Zhang Y J, et al. High-efficiency modulation of broadband polarization conversion with a reconfigurable chiral metasurface[J]. Nanoscale Advances, 2022, 4(20): 4344-4350.
- [11] Kingma D P, Ba J. Adam: a method for stochastic optimization [EB/OL]. (2014-12-22)[2023-11-15]. <http://arxiv.org/abs/1412.6980>.
- [12] Ruder S. An overview of gradient descent optimization algorithms [EB/OL]. (2016-09-15)[2023-11-06]. <http://arxiv.org/abs/1609.04747>.
- [13] Rumelhart D E, Hinton G E, Williams R J. Learning representations by back-propagating errors[J]. Nature,

- 1986, 323(6088): 533-536.
- [14] LeCun Y, Bengio Y, Hinton G. Deep learning[J]. Nature, 2015, 521(7553): 436-444.
- [15] Leith E N, Upatnieks J. Reconstructed wavefronts and communication theory[J]. Journal of the Optical Society of America, 1962, 52(10): 1123-1130.
- [16] Freyer J L, Perlmutter R J, Goodman J W. Digital holography: algorithms, E-beam lithography, and 3-D display[J]. Proceedings of SPIE, 1983, 0437: 38-47.
- [17] Gerchberg R. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures[J]. Optik, 1972, 35: 237-246.
- [18] Lane R G, Tallon M. Wave-front reconstruction using a Shack-Hartmann sensor[J]. Applied Optics, 1992, 31(32): 6902-6908.
- [19] Teague M R. Irradiance moments: their propagation and use for unique retrieval of phase[J]. Journal of the Optical Society of America, 1982, 72(9): 1199-1209.
- [20] Teague M R. Deterministic phase retrieval: a Green's function solution[J]. Journal of the Optical Society of America, 1983, 73(11): 1434-1441.
- [21] Miao J W, Sandberg R L, Song C Y. Coherent X-ray diffraction imaging[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 2012, 18(1): 399-410.
- [22] Robinson I, Harder R. Coherent X-ray diffraction imaging of strain at the nanoscale[J]. Nature Materials, 2009, 8(4): 291-298.
- [23] Zheng G, Horstmeyer R, Yang C. Wide-field, high-resolution Fourier ptychographic microscopy[J]. Nature Photonics, 2013, 7(9): 739-745.
- [24] Gao Y H, Cao L C. High-fidelity pixel-super-resolved complex field reconstruction via adaptive smoothing[J]. Optics Letters, 2020, 45(24): 6807-6810.
- [25] Dally W J, Keckler S W, Kirk D B. Evolution of the graphics processing unit (GPU)[J]. IEEE Micro, 2021, 41(6): 42-51.
- [26] Manekar R, Zhuang Z, Tayal K, et al. Deep learning initialized phase retrieval[EB/OL]. (2021-06-09) [2023-11-06]. <https://arxiv.org/abs/2106.04812>.
- [27] Dean B H, Aronstein D L, Smith J S, et al. Phase retrieval algorithm for JWST Flight and Testbed Telescope[J]. Proceedings of SPIE, 2006, 6265: 626511.
- [28] Acton D S, Knight S, Carrasquilla M, et al. Phasing the Webb telescope[J]. Proceedings of SPIE, 2022, 12180: 121800U.
- [29] Zuo C, Li J J, Sun J S, et al. Transport of intensity equation: a tutorial[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2020, 135: 106187.
- [30] Merola F, Memmolo P, Miccio L, et al. Tomographic flow cytometry by digital holography[J]. Light: Science & Applications, 2017, 6(4): e16241.
- [31] Zuo C, Sun J S, Li J J, et al. High-resolution transport-of-intensity quantitative phase microscopy with annular illumination[J]. Scientific Reports, 2017, 7: 7654.
- [32] Li J J, Zhou N, Sun J S, et al. Transport of intensity diffraction tomography with non-interferometric synthetic aperture for three-dimensional label-free microscopy[J]. Light: Science & Applications, 2022, 11: 154.
- [33] Yoon J, Kim K, Park H, et al. Label-free characterization of white blood cells by measuring 3D refractive index maps[J]. Biomedical Optics Express, 2015, 6(10): 3865-3875.
- [34] Gabor D. A new microscopic principle[J]. Nature, 1948, 161(4098): 777-778.
- [35] Gabor D. Microscopy by reconstructed wave-fronts[J]. Proceedings of the Royal Society of London Series A Mathematical and Physical Sciences, 1949, 197(1051): 454-487.
- [36] Leith E N, Upatnieks J. Wavefront reconstruction with diffused illumination and three-dimensional objects[J]. Journal of the Optical Society of America, 1964, 54(11): 1295-1301.
- [37] Goodman J W. Digital image formation from electronically detected holograms[J]. Proceedings of SPIE, 1967, 0010: 176-181.
- [38] Kim M K. Principles and techniques of digital holographic microscopy[J]. SPIE Reviews, 2010, 1(1): 018005.
- [39] Nehmetallah G, Banerjee P P. Applications of digital and analog holography in three-dimensional imaging[J]. Advances in Optics and Photonics, 2012, 4(4): 472-553.
- [40] Gao P, Yuan C J. Resolution enhancement of digital holographic microscopy via synthetic aperture: a review [J]. Light: Advanced Manufacturing, 2022, 3(1): 105-120.
- [41] Zhang J L, Sun J S, Chen Q, et al. Resolution analysis in a lens-free on-chip digital holographic microscope[J]. IEEE Transactions on Computational Imaging, 2020, 6: 697-710.
- [42] Widiker J J, Miller N J, Whiteley M R. Real-time coherent phased array image synthesis and atmospheric compensation testing[J]. Proceedings of SPIE, 2012, 8395: 839505.
- [43] Miller N J, Widiker J J, McManamon P F, et al. Active multi-aperture imaging through turbulence[J]. Proceedings of SPIE, 2012, 8395: 839504.
- [44] Pedrini G, Alekseenko I, Jagannathan G, et al. Feasibility study of digital holography for erosion measurements under extreme environmental conditions inside the International Thermonuclear Experimental Reactor tokamak [J]. Applied Optics, 2019, 58(5): A147-A155.
- [45] Wu X C, Lin W H, Wang L, et al. Measurement of airblast atomization of low temperature kerosene with 25 kHz digital holography[J]. Applied Optics, 2020, 60(4): A131-A139.
- [46] 张文辉, 曹良才, 金国藩. 大视场高分辨率数字全息成像技术综述[J]. 红外与激光工程, 2019, 48(6): 0603008.
- Zhang W H, Cao L C, Jin G F. Review on high resolution and large field of view digital holography[J]. Infrared and Laser Engineering, 2019, 48(6): 0603008.
- [47] Wang D Y, Zhao Y L, Rong L, et al. Expanding the field-of-view and profile measurement of covered objects in continuous-wave terahertz reflective digital holography [J]. Optical Engineering, 2019, 58(2): 023111.
- [48] Micó V, Zheng J J, Garcia J, et al. Resolution

- enhancement in quantitative phase microscopy[J]. *Advances in Optics and Photonics*, 2019, 11(1): 135-214.
- [49] Zhang W H, Zhang H, Jin G F. Phase-space synthesized digital holography for high space-bandwidth product imaging[J]. *Optical Engineering*, 2021, 60(1): 013105.
- [50] Huang Z Z, Cao L C. High bandwidth-utilization digital holographic multiplexing: an approach using Kramers-Kronig relations[J]. *Advanced Photonics Research*, 2022, 3(2): 2100273.
- [51] Yu X, Hong J, Liu C G, et al. Review of digital holographic microscopy for three-dimensional profiling and tracking[J]. *Optical Engineering*, 2014, 53(11): 112306.
- [52] Claus D, Alekseenko I, Grabherr M, et al. Snap-shot topography measurement via dual-VCSEL and dual wavelength digital holographic interferometry[J]. *Light: Advanced Manufacturing*, 2021, 2(4): 29.
- [53] Bianco V, Memmolo P, Leo M, et al. Strategies for reducing speckle noise in digital holography[J]. *Light: Science & Applications*, 2018, 7: 48.
- [54] Maity A, Pattanaik A, Sagnika S, et al. A comparative study on approaches to speckle noise reduction in images [C]//2015 International Conference on Computational Intelligence and Networks, January 12-13, 2015, Odisha, India. New York: IEEE Press, 2015: 148-155.
- [55] Denis L, Lorenz D, Thiébaut E, et al. Inline hologram reconstruction with sparsity constraints[J]. *Optics Letters*, 2009, 34(22): 3475-3477.
- [56] Zhang W H, Cao L C, Brady D J, et al. Twin-image-free holography: a compressive sensing approach[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 121(9): 093902.
- [57] Dardikman G, Shaked N T. Is multiplexed off-axis holography for quantitative phase imaging more spatial bandwidth-efficient than on-axis holography? [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2018, 36(2): A1-A11.
- [58] Fried D L. Optical resolution through a randomly inhomogeneous medium for very long and very short exposures[J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1966, 56(10): 1372-1379.
- [59] Labeyrie A. Attainment of diffraction limited resolution in large telescopes by Fourier analysing speckle patterns in star images[J]. *SPIE Milestone Series*, 1970, 28: 427-429.
- [60] Baldwin J E, Haniff C A, MacKay C D, et al. Closure phase in high-resolution optical imaging[J]. *Nature*, 1986, 320(6063): 595-597.
- [61] Chen F, Brown G M, Song M M. Overview of 3-D shape measurement using optical methods[J]. *Optical Engineering*, 2000, 39(1): 10-22.
- [62] Schnars U, Ptner W P O J. Digital recording and numerical reconstruction of holograms[J]. *Measurement Science and Technology*, 2002, 13(9): R85-R101.
- [63] Yang L X, Xie X, Zhu L Q, et al. Review of electronic speckle pattern interferometry (ESPI) for three dimensional displacement measurement[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2014, 27(1): 1-13.
- [64] Gao Y H, Yang F, Cao L C. Pixel super-resolution phase retrieval for lensless on-chip microscopy via accelerated wirtinger flow[J]. *Cells*, 2022, 11(13): 1999.
- [65] Ye J Q, Niu Z Q, Zhang X C, et al. *In-situ* deflectometric measurement of transparent optics in precision robotic polishing[J]. *Precision Engineering*, 2020, 64: 63-69.
- [66] Gardiner J B. Measurement of curative diffusion between rubbers by microinterferometry[J]. *Rubber Chemistry and Technology*, 1969, 42(4): 1058-1078.
- [67] Brown A F, Dunn G A. Microinterferometry of the movement of dry matter in fibroblasts[J]. *Journal of Cell Science*, 1989, 92 (Pt 3): 379-89.
- [68] Dey P, Neumann A, Brueck S R J. Resolution enhancement for optical imaging interferometric microscopy [C]//Frontiers in Optics + Laser Science APS/DLS, September 15-19, 2019, Washington, DC. Washington, DC: OSA, 2019: JW4A.9.
- [69] Swinney K, Markov D, Bornhop D J. Ultrasmall volume refractive index detection using microinterferometry[J]. *Review of Scientific Instruments*, 2000, 71(7): 2684-2692.
- [70] Gureyev T E, Roberts A, Nugent K A. Partially coherent fields, the transport-of-intensity equation, and phase uniqueness[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1995, 12(9): 1942-1946.
- [71] Gureyev T E, Nugent K A. Phase retrieval with the transport-of-intensity equation II. Orthogonal series solution for nonuniform illumination[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1996, 13(8): 1670-1682.
- [72] Gureyev T E, Nugent K A. Rapid quantitative phase imaging using the transport of intensity equation[J]. *Optics Communications*, 1997, 133(1/2/3/4/5/6): 339-346.
- [73] Cloetens P, Ludwig W, Baruchel J, et al. Holotomography: quantitative phase tomography with micrometer resolution using hard synchrotron radiation X rays[J]. *Applied Physics Letters*, 1999, 75(19): 2912-2914.
- [74] Wilkins S W, Gureyev T E, Gao D, et al. Phase-contrast imaging using polychromatic hard X-rays[J]. *Nature*, 1996, 384(6607): 335-338.
- [75] McVitie S, Cushley M. Quantitative Fresnel Lorentz microscopy and the transport of intensity equation[J]. *Ultramicroscopy*, 2006, 106(4/5): 423-431.
- [76] Petersen T C, Keast V J, Paganin D M. Quantitative TEM-based phase retrieval of MgO nano-cubes using the transport of intensity equation[J]. *Ultramicroscopy*, 2008, 108(9): 805-815.
- [77] Paganin D, Nugent K A. Noninterferometric phase imaging with partially coherent light[J]. *Physical Review Letters*, 1998, 80(12): 2586-2589.
- [78] Kou S S, Waller L, Barbastathis G, et al. Transport-of-intensity approach to differential interference contrast (TI-DIC) microscopy for quantitative phase imaging[J]. *Optics Letters*, 2010, 35(3): 447-449.
- [79] Zuo C, Chen Q, Asundi A. Boundary-artifact-free phase retrieval with the transport of intensity equation: fast solution with use of discrete cosine transform[J]. *Optics*

- Express, 2014, 22(8): 9220-9244.
- [80] Zuo C, Chen Q, Huang L, et al. Phase discrepancy analysis and compensation for fast Fourier transform based solution of the transport of intensity equation[J]. Optics Express, 2014, 22(14): 17172-17186.
- [81] Sun J S, Zuo C, Chen Q. Iterative optimum frequency combination method for high efficiency phase imaging of absorptive objects based on phase transfer function[J]. Optics Express, 2015, 23(21): 28031-28049.
- [82] Zuo C, Chen Q, Yu Y J, et al. Transport-of-intensity phase imaging using Savitzky-Golay differentiation filter: theory and applications[J]. Optics Express, 2013, 21(5): 5346-5362.
- [83] Li J J, Chen Q, Zhang J L, et al. Optical diffraction tomography microscopy with transport of intensity equation using a light-emitting diode array[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2017, 95: 26-34.
- [84] Li J J, Chen Q, Sun J S, et al. Three-dimensional tomographic microscopy technique with multi-frequency combination with partially coherent illuminations[J]. Biomedical Optics Express, 2018, 9(6): 2526-2542.
- [85] Zuo C, Chen Q, Qu W J, et al. High-speed transport-of-intensity phase microscopy with an electrically tunable lens[J]. Optics Express, 2013, 21(20): 24060-24075.
- [86] Zuo C, Sun J S, Zhang J L, et al. Lensless phase microscopy and diffraction tomography with multi-angle and multi-wavelength illuminations using a LED matrix [J]. Optics Express, 2015, 23(11): 14314-14328.
- [87] Fan Y, Sun J S, Shu Y, et al. Accurate quantitative phase imaging by differential phase contrast with partially coherent illumination: beyond weak object approximation [J]. Photonics Research, 2023, 11(3): 442-455.
- [88] Fan Y, Li J J, Lu L P, et al. Smart computational light microscopes (SCLMs) of smart computational imaging laboratory (SCILab)[J]. PhotonIX, 2021, 2(1): 1-64.
- [89] Zhang J L, Chen Q, Sun J S, et al. On a universal solution to the transport-of-intensity equation[J]. Optics Letters, 2020, 45(13): 3649-3652.
- [90] Waller L, Kou S S, Sheppard C J R, et al. Phase from chromatic aberrations[J]. Optics Express, 2010, 18(22): 22817-22825.
- [91] Waller L, Luo Y, Yang S Y, et al. Transport of intensity phase imaging in a volume holographic microscope[J]. Optics Letters, 2010, 35(17): 2961-2963.
- [92] Girshovitz P, Shaked N T. Fast phase processing in off-axis holography using multiplexing with complex encoding and live-cell fluctuation map calculation in real-time[J]. Optics Express, 2015, 23(7): 8773-8787.
- [93] Wu Y C, Sharma M K, Veeraraghavan A. WISH: wavefront imaging sensor with high resolution[J]. Light: Science & Applications, 2019, 8: 44.
- [94] Bock M, Das S K, Fischer C, et al. Reconfigurable wavefront sensor for ultrashort pulses[J]. Optics Letters, 2012, 37(7): 1154-1156.
- [95] Cousin S L, Bueno J M, Forget N, et al. Three-dimensional spatiotemporal pulse characterization with an acousto-optic pulse shaper and a Hartmann-Shack wavefront sensor[J]. Optics Letters, 2012, 37(15): 3291-3293.
- [96] Booth M J. Adaptive optical microscopy: the ongoing quest for a perfect image[J]. Light: Science & Applications, 2014, 3(4): e165.
- [97] Li M, Bian L H, Zhang J. Multi-slice coded coherent diffraction imaging[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2022, 151: 106929.
- [98] Latychevskaia T. Iterative phase retrieval in coherent diffractive imaging: practical issues[J]. Applied Optics, 2018, 57(25): 7187-7197.
- [99] Shechtman Y, Eldar Y C, Cohen O, et al. Phase retrieval with application to optical imaging: a contemporary overview[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2015, 32(3): 87-109.
- [100] Kagias M, Wang Z T, Birkbak M E, et al. Diffractive small angle X-ray scattering imaging for anisotropic structures[J]. Nature Communications, 2019, 10: 5130.
- [101] Kim J, Kagias M, Marone F, et al. X-ray scattering tensor tomography with circular gratings[J]. Applied Physics Letters, 2020, 116(13): 134102.
- [102] Sayre D. Some implications of a theorem due to Shannon [J]. Acta Crystallographica, 1952, 5(6): 843.
- [103] 顾本源, 杨国桢. 关于光学显微术和电子显微术中的相位恢复问题[J]. 光学学报, 1981, 1(6): 517-522.
- [104] Gu B Y, Yang G Z. On the phase retrieval problem in optical and electronic microscopy[J]. Acta Optica Sinica, 1981, 1(6): 517-522.
- [105] Fienup J R. Reconstruction of an object from the modulus of its Fourier transform[J]. Optics Letters, 1978, 3(1): 27-29.
- [106] Fienup J R. Phase retrieval algorithms: a comparison[J]. Applied Optics, 1982, 21(15): 2758-2769.
- [107] Fienup J R, Wackerman C C. Phase-retrieval stagnation problems and solutions[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1986, 3(11): 1897-1907.
- [108] Fienup J R. Reconstruction of a complex-valued object from the modulus of its Fourier transform using a support constraint[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1987, 4(1): 118-123.
- [109] Russell Luke D. Relaxed averaged alternating reflections for diffraction imaging[J]. Inverse Problems, 2005, 21(1): 37-50.
- [110] Elser V. Phase retrieval by iterated projections[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2003, 20(1): 40-55.
- [111] Xu W H, Ning S C, Zhang F C. Numerical and experimental study of partial coherence for near-field and far-field ptychography[J]. Optics Express, 2021, 29(24): 40652-40667.
- [112] 许文慧, 宁守琮, 张福才. 部分相干衍射成像综述[J]. 物理学报, 2021, 70(21): 214102.
- [113] Xu W H, Ning S C, Zhang F C. Review of partially coherent diffraction imaging[J]. Acta Physica Sinica, 2021, 70(21): 214201.
- [114] Miao J W, Charalambous P, Kirz J, et al. Extending the

- methodology of X-ray crystallography to allow imaging of micrometre-sized non-crystalline specimens[J]. *Nature*, 1999, 400(6742): 342-344.
- [114] Faulkner H M L, Rodenburg J M. Movable aperture lensless transmission microscopy: a novel phase retrieval algorithm[J]. *Physical Review Letters*, 2004, 93(2): 023903.
- [115] Rodenburg J M, Faulkner H M L. A phase retrieval algorithm for shifting illumination[J]. *Applied Physics Letters*, 2004, 85(20): 4795-4797.
- [116] Rodenburg J M, Maiden A M. *Ptychography*[M]// Hawkes P W, Spence J C H. Springer handbook of microscopy. Springer handbooks. Cham: Springer, 2019: 819-904.
- [117] Maiden A M, Rodenburg J M. An improved ptychographical phase retrieval algorithm for diffractive imaging[J]. *Ultramicroscopy*, 2009, 109(10): 1256-1262.
- [118] Maiden A M, Johnson D, Li P. Further improvements to the ptychographical iterative engine[J]. *Optica*, 2017, 4 (7): 736-745.
- [119] Pan A, Zhang Y, Zhao T Y, et al. System calibration method for Fourier ptychographic microscopy[J]. *Journal of Biomedical Optics*, 2017, 22(9): 096005.
- [120] Pan A, Zhang Y, Wen K, et al. Subwavelength resolution Fourier ptychography with hemispherical digital condensers[J]. *Optics Express*, 2018, 26(18): 23119-23131.
- [121] Pan A, Zuo C, Xie Y G, et al. Vignetting effect in Fourier ptychographic microscopy[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2019, 120: 40-48.
- [122] Gao Y T, Chen J R, Wang A Y, et al. High-throughput fast full-color digital pathology based on Fourier ptychographic microscopy via color transfer[J]. *Science China Physics, Mechanics & Astronomy*, 2021, 64(11): 1-12.
- [123] Wu J C, Yang F, Cao L C. Resolution enhancement of long-range imaging with sparse apertures[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2022, 155: 107068.
- [124] Candès E J, Strohmer T, Voroninski V. Phaselift: exact and stable signal recovery from magnitude measurements via convex programming[J]. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 2013, 66(8): 1241-1274.
- [125] Waldspurger I, D' Aspremont A, Mallat S. Phase recovery, maxcut and complex semidefinite programming [J]. *Mathematical Programming*, 2015, 149(1): 47-81.
- [126] 孙佳嵩, 张玉珍, 陈钱, 等. 傅里叶叠层显微成像技术: 理论、发展和应用[J]. 光学学报, 2016, 36(10): 1011005. Sun J S, Zhang Y Z, Chen Q, et al. Fourier ptychographic microscopy: theory, advances, and applications[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(10): 1011005.
- [127] Dong S Y, Guo K K, Nanda P, et al. FPscope: a field-portable high-resolution microscope using a cellphone lens [J]. *Biomedical Optics Express*, 2014, 5(10): 3305-3310.
- [128] Shen M Q, Zou Q, Jiang X P, et al. Single-shot three-input phase retrieval for quantitative back focal plane measurement[J]. *Photonics Research*, 2022, 10(2): 491-502.
- [129] Zhang F C, Pedrini G, Osten W. Phase retrieval of arbitrary complex-valued fields through aperture-plane modulation[J]. *Physical Review A*, 2007, 75(4): 043805.
- [130] Li R J, Cao L C. Complex wavefront sensing based on alternative structured phase modulation[J]. *Applied Optics*, 2020, 60(4): A48-A53.
- [131] Li M, Bian L H, Zhang J. Coded coherent diffraction imaging with reduced binary modulations and low-dynamic-range detection[J]. *Optics Letters*, 2020, 45 (16): 4373-4376.
- [132] Jiang S W, Zhu J K, Song P M, et al. Wide-field, high-resolution lensless on-chip microscopy via near-field blind ptychographic modulation[J]. *Lab on a Chip*, 2020, 20 (6): 1058-1065.
- [133] McCulloch W S, Pitts W. A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity[J]. *Bulletin of Mathematical Biology*, 1990, 52(1/2): 99-115.
- [134] LeCun Y. The MNIST database of handwritten digits [EB/OL]. [2023-11-06]. <http://yann.lecun.com/exdb/mnist/>.
- [135] Simonyan K, Zisserman A. Very deep convolutional networks for large-scale image recognition[EB/OL]. (2014-09-04)[2023-11-06]. <http://arxiv.org/abs/1409.1556>.
- [136] He K M, Zhang X Y, Ren S Q, et al. Deep residual learning for image recognition[C]//2016 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), June 27-30, 2016, Las Vegas, NV, USA. New York: IEEE Press, 2016: 770-778.
- [137] Goodfellow I J, Pouget-Abadie J, Mirza M, et al. Generative adversarial networks[EB/OL]. (2014-06-10) [2023-11-05]. <http://arxiv.org/abs/1406.2661>.
- [138] Vaswani A, Shazeer N, Parmar N, et al. Attention is all You need[C]//Proceedings of the 31st International Conference on Neural Information Processing Systems, December 4-9, 2017, Long Beach, California, USA. New York: ACM Press, 2017: 6000-6010.
- [139] Rawat W, Wang Z H. Deep convolutional neural networks for image classification: a comprehensive review [J]. *Neural Computation*, 2017, 29(9): 2352-2449.
- [140] Jaferzadeh K, Son S, Rehman A, et al. Automated stain-free holographic image-based phenotypic classification of elliptical cancer cells[J]. *Advanced Photonics Research*, 2023, 4(1): 2200043.
- [141] Qiao C, Li D, Liu Y, et al. Rationalized deep learning super-resolution microscopy for sustained live imaging of rapid subcellular processes[J]. *Nature Biotechnology*, 2023, 41(3): 367-377.
- [142] Li X Y, Zhang G X, Wu J M, et al. Reinforcing neuron extraction and spike inference in calcium imaging using deep self-supervised denoising[J]. *Nature Methods*, 2021, 18(11): 1395-1400.
- [143] Bao J M, Chen D, Wen F, et al. CVAE-GAN: fine-grained image generation through asymmetric training [C]//2017 IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV), October 22-29, 2017, Venice, Italy. New York: IEEE Press, 2017: 2764-2773.
- [144] Luckow A, Cook M, Ashcraft N, et al. Deep learning in the automotive industry: applications and tools[C]//2016 IEEE International Conference on Big Data (Big Data),

- December 5-8, 2016, Washington, DC, USA. New York: IEEE Press, 2017: 3759-3768.
- [145] Sreenu G, Saleem Durai M A. Intelligent video surveillance: a review through deep learning techniques for crowd analysis[J]. *Journal of Big Data*, 2019, 6(1): 48.
- [146] Liang J H, Zhang W S, Yang J H, et al. Deep learning supported discovery of biomarkers for clinical prognosis of liver cancer[J]. *Nature Machine Intelligence*, 2023, 5 (4): 408-420.
- [147] Sinha A, Lee J, Li S A, et al. Lensless computational imaging through deep learning[J]. *Optica*, 2017, 4(9): 1117-1125.
- [148] Rivenson Y, Zhang Y B, Günaydin H, et al. Phase recovery and holographic image reconstruction using deep learning in neural networks[J]. *Light: Science & Applications*, 2018, 7(2): 17141.
- [149] Nguyen T, Xue Y J, Li Y Z, et al. Deep learning approach for Fourier ptychography microscopy[J]. *Optics Express*, 2018, 26(20): 26470-26484.
- [150] Li R J, Stuttgart U, Pedrini G, et al. Physics-enhanced neural network for phase retrieval from two diffraction patterns[J]. *Optics Express*, 2022, 30(18): 32680-32692.
- [151] Wang F, Wang H, Wang H C, et al. Learning from simulation: an end-to-end deep-learning approach for computational ghost imaging[J]. *Optics Express*, 2019, 27(18): 25560-25572.
- [152] Wang F, Bian Y M, Wang H C, et al. Phase imaging with an untrained neural network[J]. *Light: Science & Applications*, 2020, 9: 77.
- [153] Chang X Y, Bian L H, Zhang J. Large-scale phase retrieval[J]. *eLight*, 2021, 1(1): 1-12.
- [154] Zhang K, Zuo W M, Zhang L. FFDNet: toward a fast and flexible solution for CNN based image denoising[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2018, 27(9): 4608-4622.
- [155] Wang K Q, Zhang M M, Tang J, et al. Deep learning waveform sensing and aberration correction in atmospheric turbulence[J]. *PhotonX*, 2021, 2(1): 8.
- [156] Hu L J, Hu S W, Gong W, et al. Learning-based Shack-Hartmann wavefront sensor for high-order aberration detection[J]. *Optics Express*, 2019, 27(23): 33504-33517.
- [157] Guo H, Korablinova N, Ren Q S, et al. Wavefront reconstruction with artificial neural networks[J]. *Optics Express*, 2006, 14(14): 6456-6462.
- [158] 姜文汉. 自适应光学发展综述[J]. 光电工程, 2018, 45 (3): 7-21.
- Jiang W H. Overview of adaptive optics development[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2018, 45(3): 7-21.
- [159] Hampson K M, Turcotte R, Miller D T, et al. Adaptive optics for high-resolution imaging[J]. *Nature Reviews Methods Primers*, 2021, 1: 68.
- [160] Liang J, Williams D R, Miller D T. Supernormal vision and high-resolution retinal imaging through adaptive optics[J]. *Journal of the Optical Society of America A, Optics, Image Science, and Vision*, 1997, 14(11): 2884-2892.