

LDASH: 高鉴别力强鲁棒性的点云局部特征描述符

周磊¹, 赵宝^{1,2*}, 梁栋^{1,2}, 王梓涵¹, 刘强¹¹安徽大学互联网学院, 安徽 合肥 230039;²安徽大学农业生态大数据分析与应用技术国家地方联合工程研究中心, 安徽 合肥 230601

摘要 三维局部特征描述是三维计算机视觉的重要研究方向,被广泛用于三维感知任务中,以获取两片点云之间的点对应关系。针对现有大多数描述符存在的鉴别力低和鲁棒性弱等问题,提出一种局部分区属性统计直方图(LDASH)描述符。LDASH描述符基于局部参考轴(LRA)构建,首先沿径向划分局部空间,然后在每个划分分区中统计5个特征属性,实现空间和几何信息的全面编码。在LDASH描述符中,提出一种用于局部特征描述的新属性——距离加权角度值(DWAV)。DWAV的构成不依赖LRA,增强了描述符对LRA误差的鲁棒性。此外,提出一种针对点云分辨率变化的鲁棒性增强策略,以降低实际测试中点云分辨率变化对描述符的干扰。在6个具有不同应用场景和干扰类型的数据集上对LDASH描述符的性能进行全面的评估,结果表明:LDASH描述符在所有数据集上的性能都明显优于现有描述符;与性能第二高的分区局部特征统计描述符相比,LDASH描述符的鉴别力平均提高约16.3%,鲁棒性平均增强约7.5%。最后,将LDASH描述符应用于点云配准,实现了最好的配准性能,其与5种转换估计算法结合后的平均正确配准率达到了73%。

关键词 机器视觉; 局部特征描述符; 局部参考轴; 特征描述; 点云配准

中图分类号 TP391

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP231825

LDASH: A Local Feature Descriptor of Point Cloud with High Discrimination and Strong Robustness

Zhou Lei¹, Zhao Bao^{1,2*}, Liang Dong^{1,2}, Wang Zihan¹, Liu Qiang¹¹School of Internet, Anhui University, Hefei 230039, Anhui, China;²National Joint Local Engineering Research Center for Agroecological Big Data Analysis and Application Technology, Anhui University, Hefei 230601, Anhui, China

Abstract Three-dimensional (3D) local feature description is an important research direction in 3D computer vision, widely used in many tasks of 3D perception to obtain point correspondences between two point clouds. Addressing the issues of low descriptiveness and weak robustness in existing descriptors, we propose a local divisional attribute statistical histogram (LDASH) descriptor. The LDASH descriptor is constructed based on local reference axes (LRA). First, the local space is partitioned radially, and then five feature attributes are computed within each partition, comprehensively encoding spatial and geometric information. In LDASH descriptor, we introduce a new attribute called distance weighted angle value (DWAV) for local feature description. DWAV is not dependent on LRA, thus enhancing the descriptor's robustness against LRA errors. Furthermore, a robustness enhancement strategy is proposed to reduce the interference of point cloud resolution variations in practical testing on the descriptors. The performance of the LDASH descriptor is extensively evaluated on six datasets with different application scenarios and interference types. The results demonstrate that LDASH descriptor outperforms existing descriptors in all datasets. Compared to the second-best method (divisional local feature statistics descriptor), LDASH descriptor exhibits an average improvement of approximately 16.3% in discriminability and 7.5% in robustness. Finally, LDASH descriptor is applied to point cloud registration, achieving a correct registration rate of 73% when combined with the five transformation estimation algorithms.

Key words machine vision; local feature descriptor; local reference axis; feature description; point cloud registration

收稿日期: 2023-07-31; 修回日期: 2023-10-07; 录用日期: 2023-10-13; 网络首发日期: 2023-10-23

基金项目: 国家自然科学基金青年基金项目(62203007)、国家自然科学基金面上项目(62273001)

通信作者: *zhaobao625@163.com

1 引言

三维特征描述是三维计算机视觉的一个基础研究方向^[1],被广泛应用于点云配准^[2-3]、物体识别^[4-5]和重建^[6]等任务中。随着实时、低成本深度设备,如 Microsoft Kinect 和 Intel RealSense 等的发展,点云的获取越来越容易^[7],进一步凸显了三维特征描述研究的重要性。

局部特征描述符分为基于深度学习和手工提取^[8]的特征描述符两类。基于深度学习的特征描述符利用深度神经网络^[9]来学习点云局部特征,典型算法有 3DMatch^[10]、DIP^[11]、D3Feat^[12]等。尽管基于深度学习的特征描述符在物体识别和配准等方面表现出较好的性能,但其仍具有局限性,例如 3DMatch 泛化能力较差、D3Feat 对旋转敏感等。基于手工提取的特征描述符是基于点云局部表面的空间和几何信息构建的,不依赖大量训练数据集和深度学习模型。

基于手工提取的特征描述符分为基于点对特征和基于单邻近点属性的两类算法。基于点对特征的算法对每两个邻近点的特征信息(如角度特征和距离属性)进行编码,从而构建局部特征描述符。虽然基于点对特征的算法不受局部参考框架(LRF)和局部参考轴(LRA)的影响,但这类算法的复杂度较高且效率低。其代表性算法有点特征直方图(PFH)^[13]、快速点特征直方图(FPFH)^[14]和点对特征直方图(HoPPF)^[15]等。

基于单邻近点属性的算法^[16]通过编码每个邻近点的特征信息(如高度属性和法向偏差角)来构建特征描述符。该类算法分为基于 LRF、基于 LRA 和基于法向量的方法。基于法向量的特征描述符,如旋转图像(SI)^[17]和局部特征统计直方图(LFSH)^[18]等,通常使用可重复性较低的法向量,因此这类特征描述符的鲁棒性^[19]较弱。基于 LRF 的特征描述符,如方向直方图特征(SHOT)^[20]和三重正交局部深度图像(TOLDI)^[21]等,虽然可以获取更多的局部邻域维度信息,但由于 LRF 中 X 轴和 Y 轴的可重复性较低,因此更容易受到干扰的影响^[22]。基于 LRA 的特征描述符,如细分空间上偏差角统计(SDASS)^[22]和分区局部特征统计(DLFS)^[23]等,相较于前面两类特征描述符具有较强的鲁棒性,这主要是因为 LRA 具有较高的可重复性。

虽然基于 LRA 的特征描述符具有较强的鲁棒性,但它们的描述性仍能得到提高。为此,本文提出一种基于 LRA 的局部特征描述符——局部分区属性统计直方图(LDASH)描述符以及一种用于局部特征描述的新属性——距离加权角度值(DWAV)属性。LDASH 描述符首先沿径向划分局部空间,然后连接 5 个不同的特征属性子直方图实现局部信息的充分编码。DWAV 属性通过对表面变化角度值进行加权^[24]的方式增强描述符对遮挡的鲁棒性。DWAV 的构成不依赖 LRA,因此不受 LRA 误差的影响,增强了描述

符对 LRA 误差的鲁棒性。此外,提出一种针对点云分辨率变化的鲁棒性增强策略。该策略基于点云分辨率变化比值与性能之间的映射先验信息来降低实际测试中点云分辨率变化对描述符的干扰。

2 构建 LDASH 描述符

2.1 构建法向量和 DWAV

构建描述符需要构建点云中每个点的法向量。参考文献[22],为增强法向量对各种干扰的鲁棒性,将法向量的半径(记为 R_n)设置为 $7r_m$ (r_m 表示点云中最邻近点对间的平均间距)。给定一个点 p_i 和半径 R_n ,将它们所确定的球形区域内的点集定义为 $P_n = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_m\}$ (m 为邻近点个数)。构建这个邻近点集的协方差矩阵 $c_{cov}(P_n)$, 表示为

$$c_{cov}(P_n) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (p_i - \bar{p})(p_i - \bar{p})^T, \quad (1)$$

式中, \bar{p} 是 P_n 中所有邻近点的重心。

计算 $c_{cov}(P_n)$ 最小特征值对应的特征向量 $v(p_i)$ 。 $v(p_i)$ 通常具有歧义性^[18],即无法确定 $v(p_i)$ 的方向,因此,采用将 $v(p_i)$ 偏向局部邻域均值方向的方法来消除 $v(p_i)$ 的歧义性,具体表示为

$$n(p_i) = \begin{cases} v(p_i), & \text{if } v(p_i) \cdot \sum_{i=1}^n p_i p_i \geq 0 \\ -v(p_i), & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (2)$$

式中: $n(p_i)$ 是 p_i 点的法向量; $p_i p_i$ 是 p_i 点指向邻近点 p_j 的向量。

获得每个点的法向量后,构建每个点上的一个新属性 DWAV。构建流程如下:

1) 基于上述计算法向量时获取的邻域关系,给定一点 p_i , 首先计算点 p_i 每个邻近点的表面变化角。如图 1 所示,点 p_i 的第 j 个邻近点 p_j 的表面变化角 θ_j 表示为

$$\theta_j = \arccos\left(\frac{p_i p_j \cdot n(p_j)}{d_j}\right), \quad (3)$$

式中, d_j 表示点 p_i 到点 p_j 的距离。

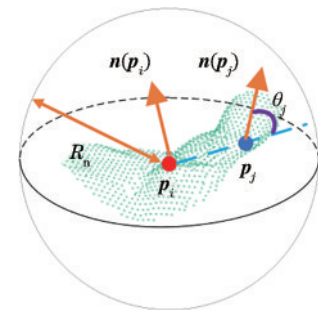


图 1 表面变化角 θ_j 的构造

Fig. 1 Constructive illustration of the surface change angle θ_j

2) 计算出点 p_i 所有邻近点的表面变化角后,计算出点 p_i 的属性 DWAV, 表示为

$$D_{\text{DWAV},i} = \frac{\sum_{j=1}^m \theta_j (R_n - d_j)^2}{\sum_{j=1}^m (R_n - d_j)^2} \quad (4)$$

当局部点云遭受遮挡时,缺失部分的点云信息导致法向量的构建出现错误,进而导致表面变化角 θ_j 出现误差。当存在遮挡干扰时,靠近中心的点受到的影响较小,因此,靠近中心的 θ_j 出现的误差较小。通过 $(R_n - d_j)^2$ 给越靠近中心的 θ_j 赋予越大的权重,保证了属性 DWAV 对遮挡的鲁棒性。

2.2 构建 LRA

对于描述符,LRA 和 LRF 是实现转换不变性的基础。LRA 是 LRF 的 Z 轴,其可重复性明显高于 LRF 的 X 轴和 Y 轴^[22]。因此,基于 LRA 的特征描述符通常表现出较强的鲁棒性。基于此考虑,选择 LRA 来构建特征描述符。

鉴于 Zhao 等^[22]提出 LRA 对噪声和点云分辨率变化有较强的鲁棒性,选择 LRA 来构建 LDASH 描述

符。为增强 LRA 对噪声的鲁棒性,利用平均关键点的邻域点来获得新的关键点。具体地,给定一个关键点和较小的半径 R_s ,以 R_s 邻域内的均值点作为新的关键点 p 。基于新的关键点 p 和支撑半径 R_d ,得到它们所确定的球形区域内的点集,将其定义为 $P_l = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_n\}$ (n 为邻近点个数)。接着,与构建法向量方法类似,利用式(1)和式(2)来构建 LRA。

2.3 局部特征编码

获取法向量、DWAV 和 LRA 后,LDASH 描述符就可以有效描述局部空间的信息。LDASH 描述符的整体构造流程如图 2 所示。为增强描述符对噪声的鲁棒性,与构建 LRA 时的关键点一样,利用平均关键点的邻域点来获得新的关键点 p 。基于新的关键点 p 和支撑半径 R_d ,得到距离新关键点 p 小于 R_d 的局部点云,将其定义为 $P_d = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_n\}$ (n 为邻域点个数)。同时使用上述方法生成点 p 处的 LRA,如图 2(a)、(b)所示。接下来,通过属性值计算、属性值统计、点云分辨率变化鲁棒性增强和最终的直方图生成 4 步完成对局部邻域的特征编码。

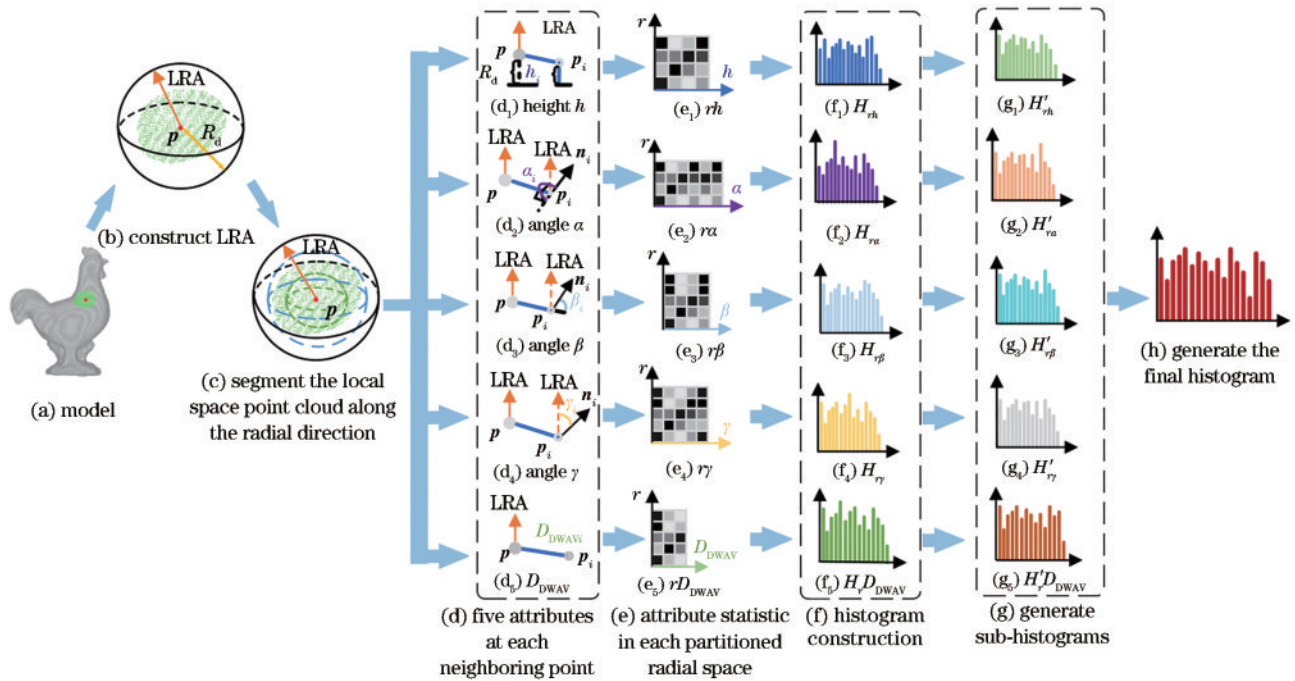


图 2 生成 LDASH 描述符的流程。(a)在 U3M 数据集的 chicken 模型上提取关键点 p 周围的局部曲面;(b)在局部曲面上构造 LRA;(c)沿径向方向均匀划分局部空间;(d)计算每个邻域点的 5 个属性值;(e)统计 5 个属性分布情况;(f)构建 5 个几何属性的统计直方图;(g)生成 5 个子直方图;(h)最终的直方图 H_{LDASH}

Fig. 2 Generating process of LDASH descriptor. (a) Extraction of local surface around the keypoint p on the chicken model from the U3M dataset; (b) construction of LRA on the local surface; (c) uniform division of local space in the radial direction; (d) calculation of five attribute values for each neighboring point; (e) statistical analysis of the distribution of the five attributes; (f) statistical histograms of five geometric attributes; (g) generation of five sub-histograms; (h) final histogram H_{LDASH}

2.3.1 属性值计算

生成点 p 的局部邻域后,将局部邻域沿着径向方向均匀划分为多个子空间,如图 2(c)所示。对于每个子空间内的点,计算 5 个几何属性 $(h, \alpha, \beta, \gamma, D_{\text{DWAV}})$,

如图 2(d)所示。其中, h 是高度属性, α, β 和 γ 是三个角度属性, D_{DWAV} 是所构建的新属性。

对于一个邻域点 p_i ,高度属性 h_i 和角度属性 $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ 分别表示为

$$\begin{cases} h_i = R_d + \mathbf{pp}_i \cdot \mathbf{L}_{\text{LRA}}(\mathbf{p}) \\ \alpha_i = \arccos \left[\frac{\mathbf{L}_{\text{LRA}}(\mathbf{p}) \times \mathbf{pp}_i \cdot \mathbf{n}(\mathbf{p}_i)}{\|\mathbf{L}_{\text{LRA}}(\mathbf{p}) \times \mathbf{pp}_i\|} \right] \\ \beta_i = \arccos \left[\frac{\mathbf{pp}_i \cdot \mathbf{n}(\mathbf{p}_i)}{\|\mathbf{pp}_i\|} \right] \\ \gamma_i = \arccos \left[\mathbf{L}_{\text{LRA}}(\mathbf{p}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{p}_i) \right] \end{cases}, \quad (5)$$

式中： \mathbf{pp}_i 表示 \mathbf{p} 指向 \mathbf{p}_i 的向量； $\mathbf{L}_{\text{LRA}}(\mathbf{p})$ 表示 \mathbf{p} 处的LRA； $\|\cdot\|$ 表示取向量的模长。

2.3.2 属性值统计

h_i 的取值范围为 $[0, 2R_d]$ ， α_i 、 β_i 、 γ_i 和 $D_{\text{DWA V},i}$ 的取值范围均为 $[0, \pi]$ 。在构建子直方图之前，需要将这此取值范围划分为多个分区。通常的策略是均匀地划分取值范围^[22-23]，但这样会导致大量的点分布在少数

几个分区内，降低描述符的鉴别力。为了使划分的分区内尽可能地均匀分布点数，提出一种基于先验分布的划分策略。该策略首先对大量局部邻域上的属性值进行统计，得到这些属性值的先验分布。图3为各个属性值在大量局部邻域内的先验分布，其中高度 h 、角度 α 、角度 β 和 $D_{\text{DWA V}}$ 均近似为正态分布。其次，分别计算这4个属性值所对应正态分布的期望 μ 和标准差 σ 。然后根据正态分布的“ 3σ 原则”，即点落在 $(\mu-3\sigma, \mu+3\sigma)$ 以外的概率小于 $3/1000$ ，将属性值(包括高度 h 、角度 α 、角度 β 和 $D_{\text{DWA V}}$)在 $(-\infty, \mu-3\sigma]$ 范围内的点划分到第一个分区，在 $[\mu+3\sigma, +\infty)$ 范围内的点划分到最后一个分区。最后，对 $(\mu-3\sigma, \mu+3\sigma)$ 范围进行均匀划分。由于其余两个属性(包括径向距离 r 和角度 γ)呈现非正态分布，直接采取均匀划分方式进行点数划分。

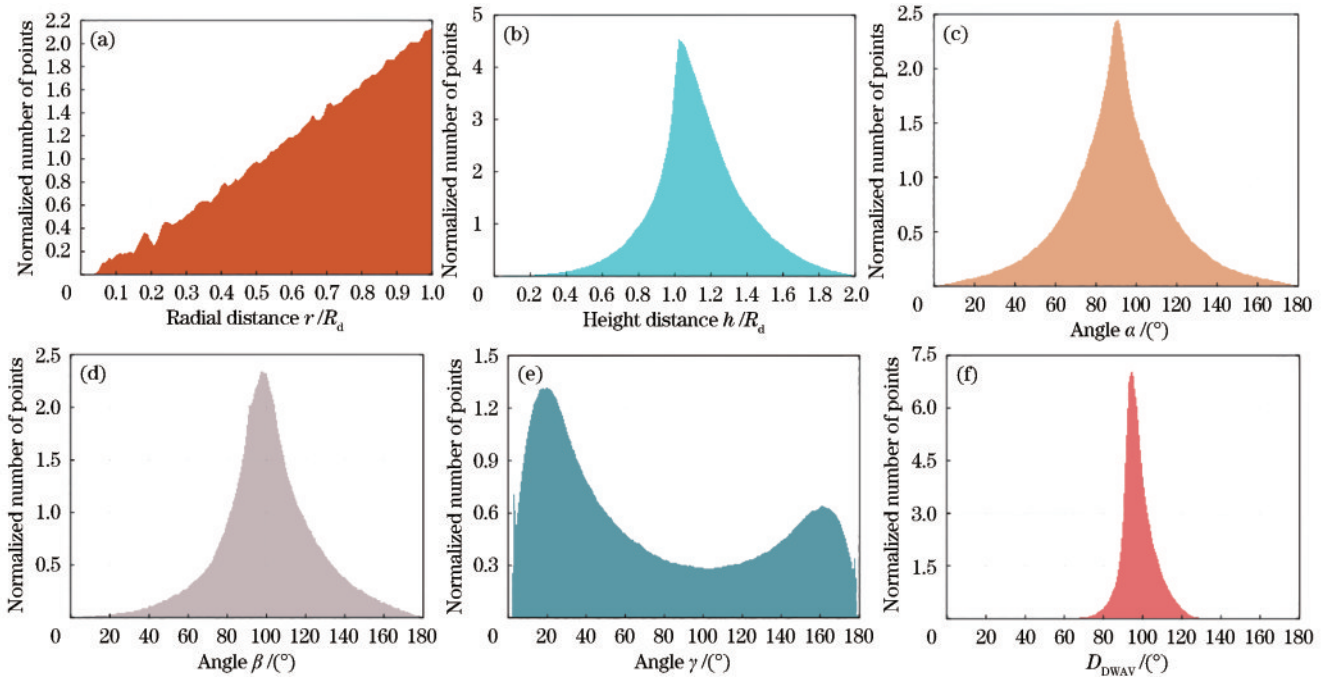


图3 6个属性(r 、 h 、 α 、 β 、 γ 和 $D_{\text{DWA V}}$)值在B3R数据集大量局部邻域上的分布统计。(a)径向距离 r ；(b)高度距离 h ；(c)角度 α ；(d)角度 β ；(e)角度 γ ；(f) $D_{\text{DWA V}}$

Fig. 3 Distribution statistics of six attribute values (r , h , α , β , γ , and $D_{\text{DWA V}}$) in a large number of local neighborhoods on the B3R dataset. (a) Radial distance r ; (b) height distance h ; (c) angle α ; (d) angle β ; (e) angle γ ; (f) $D_{\text{DWA V}}$

基于上述先验分布的划分策略，统计沿着径向划分的各个子空间中5个几何属性的分布，生成的5个二维直方图如图2(e)所示。将二维直方图沿着某一维度串联，可获得一维直方图。5个几何属性的一维直方图分别记为 H_{rh} 、 H_{ra} 、 $H_{r\beta}$ 、 $H_{r\gamma}$ 和 $H_{rD_{\text{DWA V}}}$ ，如图2(f)所示。假设径向方向的空间划分数量为 N_r ，统计5个几何属性所用的分块数量为 N_h 、 N_α 、 N_β 、 N_γ 和 $N_{D_{\text{DWA V}}}$ ，则 H_{rh} 、 H_{ra} 、 $H_{r\beta}$ 、 $H_{r\gamma}$ 和 $H_{rD_{\text{DWA V}}}$ 的长度分别为 $N_r \times N_h$ 、 $N_r \times N_\alpha$ 、 $N_r \times N_\beta$ 、 $N_r \times N_\gamma$ 和 $N_r \times N_{D_{\text{DWA V}}}$ 。

2.3.3 点云分辨率变化鲁棒性增强

为降低实际测试中点云分辨率变化对描述符造成

的影响，设计了一种基于先验信息的针对点云分辨率变化干扰的鲁棒性增强策略。具体策略如下：

1)不同点云分辨率变化比值的先验曲线构建。首先，构建不同点云分辨率变化比值下5个直方图(即 H_{rh} 、 H_{ra} 、 $H_{r\beta}$ 、 $H_{r\gamma}$ 和 $H_{rD_{\text{DWA V}}}$)性能的先验信息。具体地，首先在B3R数据集中设置令点云分辨率变化比值 t 从 $10/10$ 递减到 $1/10$ (间隔为 $1/10$)。测试5个直方图随着点云分辨率变化的召回率(recall)与精度(precision)曲线(RPC)，评估结果如图4所示，其中， AUC_{pr} 是RPC与坐标轴包围的面积。从图4可以看出，每个直方图对点云分辨率变化的敏感程度不同。然后，将图

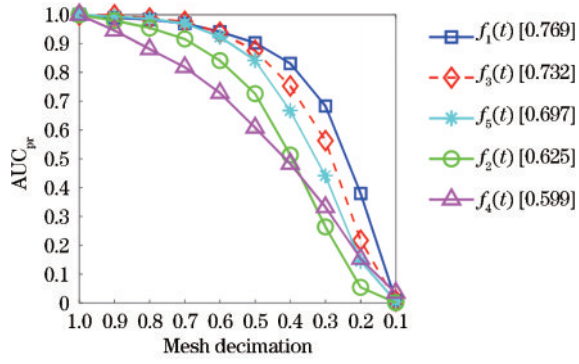


图4 B3R数据集上5个直方图的RPC性能评估结果

Fig. 4 RPC performance evaluation results of five histograms on the B3R dataset

4中的曲线拟合为二次曲线,拟合结果为

$$\begin{cases} f_1(t) = -0.78t^2 + 2.0t - 0.18 \\ f_2(t) = -1.40t^2 + 2.8t - 0.36 \\ f_3(t) = -2.10t^2 + 3.3t - 0.30, \\ f_4(t) = -2.10t^2 + 3.3t - 0.21 \\ f_5(t) = -1.90t^2 + 3.3t - 0.35 \end{cases} \quad (6)$$

式中, $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$ 、 $f_3(t)$ 、 $f_4(t)$ 和 $f_5(t)$ 分别为直方图 H_{rh} 、 H_{ra} 、 $H_{r\beta}$ 、 H_{ry} 和 $H_{rD_{D_{WAV}}}$ 的拟合曲线。

2)基于特定点云分辨率变化比值的直方图信息更新。值得注意的是,直方图信息更新是在测试中进行的。在得到拟合曲线之后,首先计算当前测试数据集的点云分辨率变化比值 t_1 。具体地,在测试时随机选取场景和模型中的若干个关键点,分别统计场景和模型中关键点邻域的总点数 n_s 和 n_m ,计算点云分辨率变化比值 t_1 ,表示为

$$t_1 = n_s/n_m, \quad (7)$$

然后将点云分辨率变化比值 t_1 代入拟合曲线[式(6)],获得 t_1 位置的权重映射值。根据这些反映不同直方图对

点云分辨率变化敏感程度的权重值更新直方图的信息并进行归一化处理,具体表示为

$$\begin{cases} H'_{rh} = f_1(t_1)H_{rh}/\sum H_{rh} \\ H'_{ra} = f_2(t_1)H_{ra}/\sum H_{ra} \\ H'_{r\beta} = f_3(t_1)H_{r\beta}/\sum H_{r\beta} \\ H'_{ry} = f_4(t_1)H_{ry}/\sum H_{ry} \\ H'_{rD_{D_{WAV}}} = f_5(t_1)H_{rD_{D_{WAV}}}/\sum H_{rD_{D_{WAV}}} \end{cases}, \quad (8)$$

式中, H'_{rh} 、 H'_{ra} 、 $H'_{r\beta}$ 、 H'_{ry} 和 $H'_{rD_{D_{WAV}}}$ 分别为5个属性对应的子直方图,如图2(g)所示。

2.3.4 最终的直方图生成

由于每个子直方图对描述符的贡献不同,使用权重将5个子直方图加权连接成最终的直方图 H_{LDASH} ,如图2(h)所示。 H_{LDASH} 表示为

$$H_{LDASH} = \{w_1 H'_{rh}, w_2 H'_{ra}, w_3 H'_{r\beta}, w_4 H'_{ry}, w_5 H'_{rD_{D_{WAV}}}\}, \quad (9)$$

式中, w_1 、 w_2 、 w_3 、 w_4 和 w_5 是5个几何属性对应的权重值。

3 实验

3.1 数据集

使用6种基准数据集来测试设计的描述符,包括博洛尼亚大学三维检索数据集(B3R)^[25]、西澳大学三维物体重建数据集(U3M)^[26-27]、西澳大学三维物体识别数据集(U3OR)^[27]、皇后大学激光雷达数据集(QuLD)^[24]、立体3D配准数据集(S3R)^[28]和Kinect 3D配准数据集(K3R)^[28]。每个数据集的三个典型点云如图5所示。这些数据集的特征如表1所示。为保证足够的重叠,对于U3M、S3R和K3R数据集,使用重叠率大于10%的点云对进行实验。

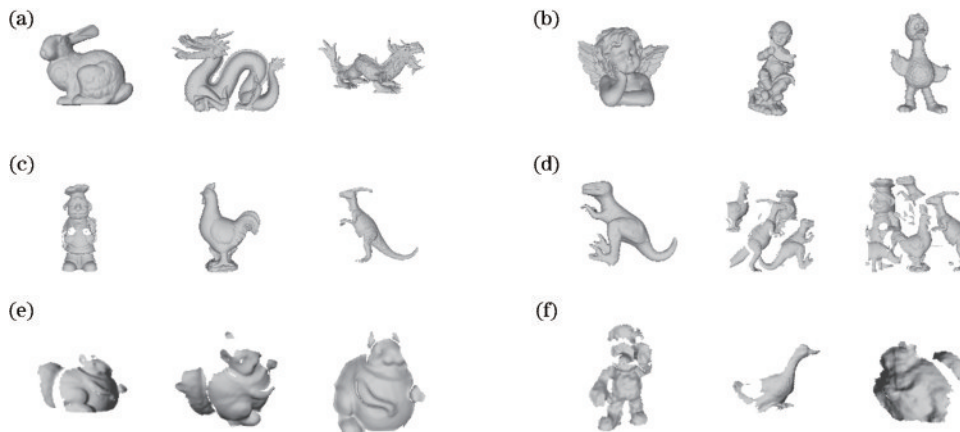


图5 B3R、QuLD、U3M、U3OR、S3R和K3R数据集的三个典型点云。(a) B3R数据集;(b) QuLD数据集;(c) U3M数据集;(d) U3OR数据集;(e) S3R数据集;(f) K3R数据集

Fig. 5 Three typical point clouds in B3R, QULD, U3M, U3OR and S3R dataset. (a) B3R dataset; (b) QuLD dataset; (c) U3M dataset; (d) U3OR dataset; (e) S3R dataset; (f) K3R dataset

表 1 6 个基准数据集的特征
Table 1 Characteristics of the six baseline datasets

Dataset	Scenario	Challenge	Scanner	Quality	#Model	#Scene	#Matching pair
B3R	Retrieval	Gaussian noise, mesh decimation	Cyberware 3030 MS	High	6	6	6
U3M	Registration	Occlusion	Minolta vivid 910	High	-	75	433
U3OR	Recognition	Occlusion, clutter	Minolta vivid 910	High	5	80	188
QuLD	Recognition	Occlusion, clutter, real noise	NextEnigne	Low	5	80	240
S3R	Registration	Occlusion, real noise, outliers, missing regions	SpaceTime Stereo	Low	-	57	240
K3R	Registration	Occlusion, real noise, missing regions	Microsoft Kinect	Low	-	69	284

3.2 评价标准

3.2.1 RPC

所有描述符的性能通过召回率(recall)与精度(precision)曲线(RPC)进行评估^[29]。RPC的生成过程如下:首先,从场景中随机提取1000个关键点,并从模型中提取对应的关键点。然后,构建这些关键点上的描述符。接着,将每个模型特征与所有场景特征进行匹配,找到欧氏距离最接近的前两个特征。如果最小距离与次小距离之比小于阈值,则认为模型特征与最近的场景特征匹配。如果匹配的两个关键点之间的距离足够小(小于描述符支撑半径的一半),则认为该匹配为正确匹配,否则判定为错误匹配。基于上述概念,将精度和召回率定义为

$$\begin{cases} R = N_T/N_R \\ P = N_M/N_M \end{cases}, \quad (10)$$

式中: R 是召回率; N_T 是正确匹配点对数量; N_R 是真实点对数量; P 是精度; N_M 是匹配点对数量。

最后,通过改变阈值来生成RPC。为简洁且定量地展现描述符的性能,采用RPC与坐标轴包围的面积(AUC_{pr})进行评估。 AUC_{pr} 是一个简单且聚合的度量标准,用于度量算法在整个精度-召回空间^[27]上的表现。理想情况下, AUC_{pr} 为1,表示算法在所有精度和召回率上都达到了最佳性能。描述符的描述性越高,相应的 AUC_{pr} 越大,表明该描述符可以很好地识别和区分不同的局部形状。

3.2.2 转换误差

点云配准是描述符的重要应用。使用两个指标来评估模型对每个场景的配准正确性,它们分别是估计的旋转矩阵 \mathbf{R}_E 和正确的旋转矩阵 \mathbf{R}_{GT} 之间的旋转误差 ϵ_r 以及估计的平移向量 \mathbf{t}_E 和正确的平移向量 \mathbf{t}_{GT} 之间的平移误差 ϵ_t 。与文献^[27]类似, ϵ_r 和 ϵ_t 的计算方式为

$$\begin{cases} \epsilon_r = \arccos \left\{ \frac{\text{trace}[\mathbf{R}_{GT}(\mathbf{R}_E)^{-1}] - 1}{2} \right\} \frac{180}{\pi} \\ \epsilon_t = \frac{\|\mathbf{t}_{GT} - \mathbf{t}_E + (\mathbf{R}_{GT}\mathbf{m}_c - \mathbf{R}_E\mathbf{m}_c)\|}{r_m} \end{cases}, \quad (11)$$

式中: \mathbf{m}_c 表示模型的中心点; $\text{trace}(\cdot)$ 表示求矩阵的迹,即矩阵主对角线上所有元素的和。对于估计的变换 $(\mathbf{R}_E, \mathbf{t}_E)$,如果 ϵ_r 小于 5° 且 ϵ_t 小于 $5r_m$,则是正确的配准,

否则视为错误的配准。

3.3 参数设置

LDASH描述符中总共设置13个参数,分别是沿径向方向的空间划分数量 N_r ,统计5个几何属性所用的分块数量($N_\alpha, N_\beta, N_\gamma, N_h$ 和 $N_{D_{DWA}}$)、5个子直方图的权重参数($\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ 和 ω_5)、支撑半径 R_d 和 R_s 。支撑半径 R_d 是描述符的重要参数,支撑半径 R_d 越大,描述符的效率越低; R_d 越小,描述符的鉴别能力越差^[23]。参考Yang等^[18]的设置,将 R_d 设置为 $15r_m$ 。

为得到11个关键参数的数值,测试LDASH描述符在不同参数设置下的性能。选取B3R数据集中高斯噪声为 $0.3r_m$ 与点云分辨率变化比值为 $1/4$ 相结合的场景作为实验场景,以 AUC_{pr} 作为评价标准。LDASH描述符11个关键参数的设置过程如表2所示。参考文献^[23],将 $N_r, N_\alpha, N_\beta, N_\gamma, N_h$ 和 $N_{D_{DWA}}$ 的初始值分别设为5、15、15、15、15和5,并将它们的变化范围统一设置为2到20,步长为1。权重参数 $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ 和 ω_5 的初始值均为1,并将它们的变化范围设置为0.1到2.0,步长为0.1。

图6(a)是空间划分数量 N_r 和统计5个几何属性所用的分块数量($N_\alpha, N_\beta, N_\gamma, N_h$ 和 $N_{D_{DWA}}$)的参数设置结果。从图6(a)中可以观察到:随着划分数量 N_r 的增加,描述符的描述性在逐渐上升,在 $N_r=4$ 时达到最高,然后随着 N_r 值的增加, AUC_{pr} 不断下降。 N_β, N_γ, N_h 和 $N_{D_{DWA}}$ 增大时, AUC_{pr} 值逐渐增大,在达到一定值后趋于平缓。基于测试结果,兼顾描述符的描述性、鲁棒性和效率, $N_r, N_\alpha, N_\beta, N_\gamma, N_h$ 和 $N_{D_{DWA}}$ 分别设置为5、18、15、17、13和8。

图6(b)是5个子直方图的权重参数($\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ 和 ω_5)设置结果。从图6(b)可以观察到:随着权重的增加,描述符的性能基本先升高再降低,说明过大的权重会给描述符的性能带来负面影响。每条曲线的最大值对应的权重参数值都不相同,说明不同的特征属性对描述符的贡献并不相同。根据测试结果中每条曲线的 AUC_{pr} 最大值, $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ 和 ω_5 分别设置为1.0、1.6、1.0、0.8和0.7。

参数 R_s 的数值通过测试LDASH描述符在不同半径 R_s 下的性能来确定。使用B3R数据集中高斯噪声为 $0.3r_m$ 的场景进行测试。同样以 AUC_{pr} 作为评价标准。

表 2 LDASH描述符的参数设定过程

Table 2 Parameter setting process for LDASH descriptor

	N_r	N_a	N_β	N_γ	N_h	$N_{D_{\text{wav}}}$	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5
Setting N_r	2-20	15	15	15	5	5	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
Setting N_a	5	2-20	15	15	5	5	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
Setting N_β	5	18	2-20	15	5	5	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
Setting N_γ	5	18	15	2-20	5	5	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
Setting N_h	5	18	15	17	2-20	5	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
Setting $N_{D_{\text{wav}}}$	5	18	15	17	13	2-20	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
Setting w_1	5	18	15	17	13	8	0.1-2.0	1.0	1.0	1.0	1.0
Setting w_2	5	18	15	17	13	8	1.0	0.1-2.0	1.0	1.0	1.0
Setting w_3	5	18	15	17	13	8	1.0	1.6	0.1-2.0	1.0	1.0
Setting w_4	5	18	15	17	13	8	1.0	1.6	1.0	0.1-2.0	1.0
Setting w_5	5	18	15	17	13	8	1.0	1.6	1.0	0.8	0.1-2.0

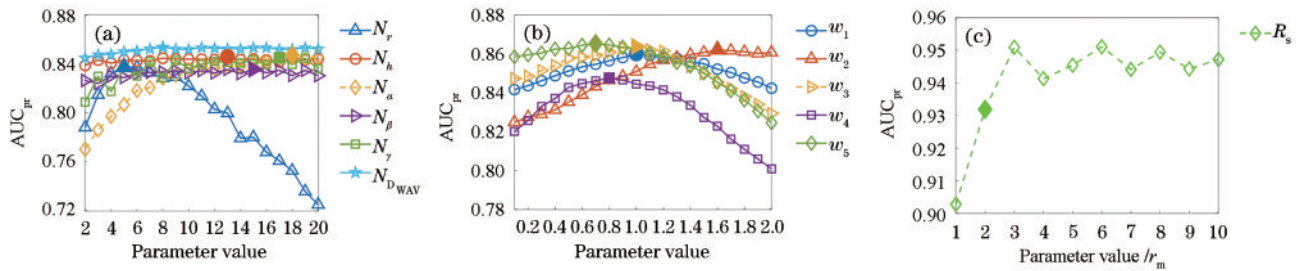


图 6 LDASH描述符的参数设置结果(较大的实心标记表示所选的参数值)。(a) N_r 、 N_a 、 N_β 、 N_γ 、 N_h 和 $N_{D_{\text{wav}}}$; (b) w_1 、 w_2 、 w_3 、 w_4 和 w_5 ; (c) R_s 。
Fig. 6 Parameter settings for the LDASH descriptor (the large solid markers indicate the selected parameter values). (a) N_r 、 N_a 、 N_β 、 N_γ 、 N_h and $N_{D_{\text{wav}}}$; (b) w_1 、 w_2 、 w_3 、 w_4 and w_5 ; (c) R_s .

R_s 的初始值设为 $1r_m$,变化范围设置为从 $1r_m$ 到 $10r_m$,步长为 $1r_m$ 。图6(c)是半径 R_s 的参数设置结果。从图6(c)中能观察到:当半径 R_s 小于 $3r_m$ 时,AUC_{pr}随着半径 R_s 的增大逐渐增大;然后,随着半径 R_s 的增大,AUC_{pr}不再增加。基于该测试结果,半径 R_s 设置为 $2r_m$ 。

3.4 测试的所有描述符的参数设置

将LDASH描述符与SI^[17]、SHOT^[20]、TOLDI^[21]、SDASS^[22]、DLFS^[23]、multi-attribute statistics histograms(简称为MaSH)^[30]、tri-spin-image(简称为TriSI)^[4]和rotational projection statistics(简称为RoPS)^[31]等8个现有的描述符进行比较。表3列出了所有描述符的参数设置。为确保实验的公平性和严谨性,所有描述符中使用的法向量和LRA分别由所述方法生成,基于

表 3 9种描述符的参数设置

Table 3 Parameter settings for nine descriptors

Descriptor	Support radius	Dimensionality	Length
SI ^[17]	$15r_m$	15×15	225
RoPS ^[31]	$15r_m$	$3 \times 3 \times 3 \times 5$	135
SHOT ^[20]	$15r_m$	$8 \times 2 \times 2 \times 11$	352
TriSI ^[4]	$15r_m$	$15 \times 15 \times 3$	675
TOLDI ^[21]	$15r_m$	$3 \times 20 \times 20$	1200
MaSH ^[30]	$15r_m$	$5 \times (10+8+10)$	140
SDASS ^[22]	$15r_m$	$15 \times 5 \times 5-30$	345
DLFS ^[23]	$15r_m$	$5 \times (9+12+12+15)$	240
LDASH	$15r_m$	$5 \times (18+15+17+13+8)$	355

LRF的描述符使用其对应的原论文中的LRF。

3.5 测试项目

3.5.1 描述性

描述性是指描述符区分不同局部表面的能力,通过评估所有描述符在6个数据集上的RPC和AUC_{pr}进行验证。

3.5.2 鲁棒性

鲁棒性指描述符抵抗各种干扰(如高斯噪声、点云分辨率变化和遮挡等)的能力。对表3中所有描述符的鲁棒性进行评估,评估项目包括:

1) 高斯噪声。该项目在B3R数据集上进行评估,B3R数据集不包含遮挡和杂波,从而保证了评估的准确性。在每个模型中加入标准差从0增加到 $1.0r_m$ (间隔为 $0.2r_m$)的高斯噪声,从而生成一组场景来测试。

2) 点云分辨率变化。该项目也在B3R数据集上进行测试。对每个模型进行下采样,从它们原始点云分辨率的10/10下采样到1/10(间隔为2/10),从而生成一组场景来测试。

3) 高斯噪声与点云分辨率变化相结合。在本次测试中,同样使用B3R数据集。将6个不同点云分辨率的场景(从10/10下采样到1/10,间隔为2/10)与6个不同高斯噪声的场景(标准差从0增加到 $1.0r_m$,间隔为 $0.2r_m$)相对应地结合,生成一组场景进行测试。

4) 关键点定位误差。关键点定位误差是场景中

的关键点位置与模型对应场景中关键点的实际位置的偏移量^[32]。在 U3OR 数据集上进行测试,关键点定位误差设置为 6 个级别,分别为 0 、 $0.2R_d$ 、 $0.4R_d$ 、 $0.6R_d$ 、 $0.8R_d$ 和 $1.0R_d$ 。

5) 遮挡。在物体识别应用中,遮挡指物体的一部分被其他物体或者阴影所遮挡。遮挡程度^[27]表示为

$$s = 1 - \frac{A_s}{A_m}, \quad (12)$$

式中: s 是遮挡程度; A_s 是场景中模型表面区域; A_m 是模型总表面积。该测试使用 U3OR 数据集,该数据集是一个经典的物体识别数据集。将该数据集按照遮挡程度分为 7 组,分别为 $<65\%$ 、 $[65\%, 70\%)$ 、 $[70\%, 75\%)$ 、 $[75\%, 80\%)$ 、 $[80\%, 85\%)$ 、 $[85\%, 90\%)$ 和 $[90\%, 100\%]$ 。

6) 距离边界。在 U3OR 数据集上进行测试。首先,使用与文献^[27]类似的技术来检测场景中的边界区域。然后,将每个场景中的关键点与边界区域的距离分为 6 组,分别为 $[0, 0.2R_d)$ 、 $[0.2R_d, 0.4R_d)$ 、 $[0.4R_d, 0.6R_d)$ 、 $[0.6R_d, 0.8R_d)$ 、 $[0.8R_d, 1.0R_d)$ 和 $[1.0R_d, \infty)$ ^[32]。

3.5.3 效率

在一些实际应用中,效率是描述符的一个重要属性。由于效率主要与局部点的数量相关,因此本测试项目仅使用 B3R 数据集。具体地,首先从 B3R 数据集的 6 个模型上随机选取 1000 个关键点(共 6000 个关键点)。然后,在这些关键点上以不同支撑半径生成 9 种描述符。统计上述 9 种描述符生成的总时间。其中,设置令支撑半径从 $5r_m$ 增加到 $30r_m$,以 $5r_m$ 为间隔。

3.5.4 点云配准中的应用

描述符的主要应用是匹配具有部分重叠的两个或多个点云^[33]。使用 U3M 数据集评估基于 LDASH 描述符的点云配准算法的有效性。基于上述评价标准,首先从场景和模型中随机选取 5000 个点作为关键点。然后,在这些关键点上生成 9 种描述符。对于每个模型特征,使用 kd-tree^[34]方法在场景特征中搜索与其最相似和第二相似的特征,并使用特征距离比值方法^[35]构建有效的对应点对。最后,分别使用 CG-SAC^[4]、RANSAC^[36]、1P-RANSAC^[5]、GTM^[37]、2SAC-GC^[30] 5 种转换估计算法进行点云配准。

4 实验结果与分析

4.1 描述性

如图 7 所示,通过在 6 个不同数据集上测试描述符的 RPC 和 AUC_{pr} 来评估描述符的描述性。通过观察发现:1) LDASH 描述符在 6 个基准数据集上的表现都达到最高的性能。相较于性能第二高的 DLFS 描述符,LDASH 描述符的鉴别力提高了 16.3% (平均),验证了 LDASH 描述符具有优越的描述性能。这主要是因为 LDASH 描述符是基于 LRA 构建的,采取了基于先验分布的划分策略。2) 在 U3M 数据集上的测试结果表明,LDASH 描述符的 AUC_{pr} 值相较于性能第二高的 DLFS 描述符提高了 0.044。主要原因是所提新属性 DWAV 能够增强描述符对遮挡的鲁棒性。3) SHOT、RoPS、TOLDI 和 SI 描述符在 6 个数据集上的描述性较差。这主要是因为它们都是基于 LRF 或者法向量构建的,LRF 的 X 轴和 Y 轴以及法向量的可重复性明显低于 LRA。

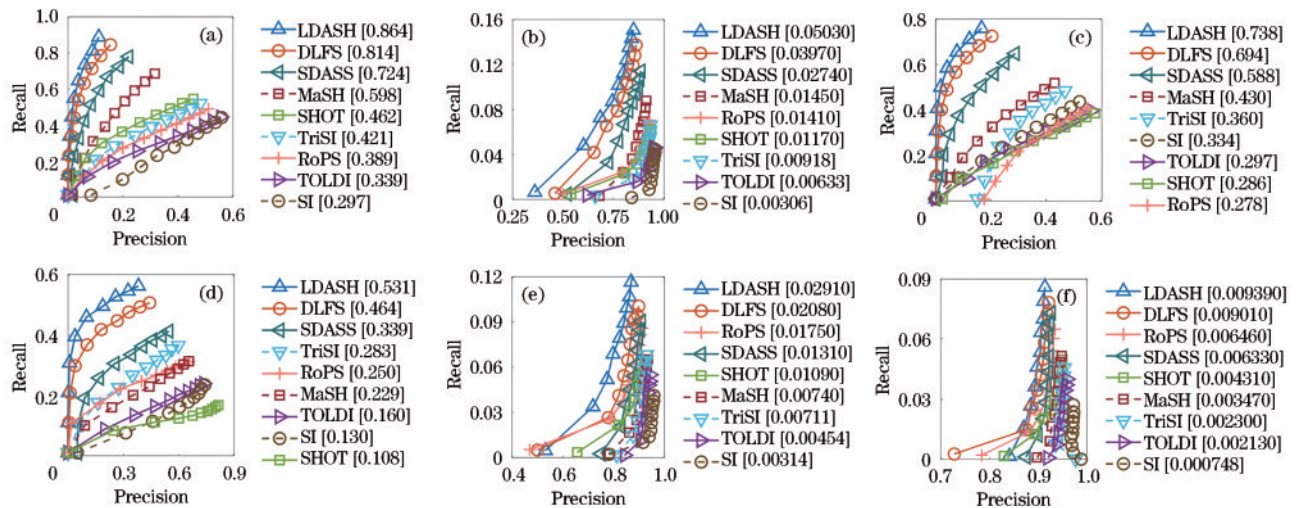


图 7 9 种描述符在 6 个数据集上的 RPC 性能评估结果(括号内的数字是相应的 AUC_{pr} 值,按降序排列)。(a) B3R 数据集;(b) QuLD 数据集;(c) U3M 数据集;(d) U3OR 数据集;(e) S3R 数据集;(f) K3R 数据集

Fig. 7 RPC performance evaluation results of nine descriptors on six datasets (the number in parentheses is the AUC_{pr} value of the corresponding descriptor, arranged in descending order). (a) B3R dataset; (b) QuLD dataset; (c) U3M dataset; (d) U3OR dataset; (e) S3R dataset; (f) K3R dataset

4.2 鲁棒性

图 8 展示了所有描述符在不同等级的 6 种干扰下的鲁棒性。通过观察发现: 1) 在不同等级的 6 种干扰下, LDASH 描述符的表现都是最好的。相较于性能第二高的 DLFS 描述符, LDASH 描述符的鲁棒性增强了 7.5% (平均), 验证了 LDASH 描述符对各种干扰都具有较强的鲁棒性。2) 如图 8(a)~(c) 所示, LDASH 描述符在高斯噪声和点云分辨率变化的影响下具有较好的表现。这是因为平均关键点的邻域点作为新的输入关键点, 增

强了描述符对高斯噪声的鲁棒性。此外, LDASH 描述符还采取了针对点云分辨率变化的鲁棒性增强策略, 降低了点云分辨率变化对描述符的干扰。3) 如图 8(f) 所示, LDASH 描述符相对于其他描述符 AUC_{pr} 值有明显的提升, 验证了 LDASH 描述符对遮挡具有强鲁棒性。4) 从图 8(b)、(e) 能够看出, SI 描述符容易受到关键点定位错误的影响, 而 TOLDI 描述符对点云分辨率变化敏感。这是因为这些描述符不是基于 LRA 构建的, 它们是基于可重复性低的法向量或者 LRF 构建的。

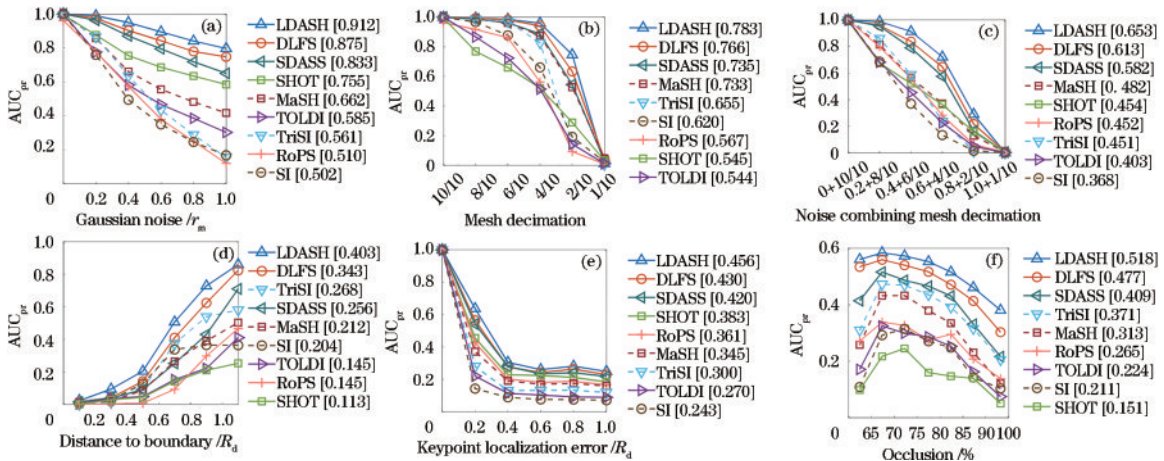


图 8 9 种描述符在不同等级的 6 种干扰下的鲁棒性评估结果 (括号内的数字是整条曲线的平均 AUC_{pr} 值, 按降序排列)。(a) 高斯噪声; (b) 点云分辨率变化; (c) 高斯噪声结合点云分辨率变化; (d) 关键点到边界的距离; (e) 关键点定位误差; (f) 遮挡
Fig. 8 Robustness assessments of nine descriptors at different levels of six nuisance (the number in parentheses represents the average AUC_{pr} value over the whole curve, arranged in descending order). (a) Gaussian noise; (b) mesh decimation; (c) Gaussian noise combined with mesh decimation; (d) distance between boundary and keypoint; (e) keypoint localization error; (f) occlusion

4.3 效率

9 种描述符的效率比较结果如图 9 所示。通过观察发现: 1) SDASS 和 TOLDI 描述符取得了最高的效率。2) MaSH 和 LDASH 描述符的效率相差不多。MaSH 和 LDASH 描述符的效率低于 SDASS 描述符, 这是因为它们需要编码更多的邻域点几何属性。3) TriSI 和 RoPS 描述符的效率一直远低于其他描述符, 这是因为

RoPS 和 TriSI 描述符需要实现耗时的点云三角化过程。

4.4 点云配准中的应用

图 10 展示了在 U3M 数据集上结合 9 个描述符的 5 种转换估计算法的正确配准率。图 11 展示了结合 9 种描述符的 CG-SAC 转换估计算法的两个配准案

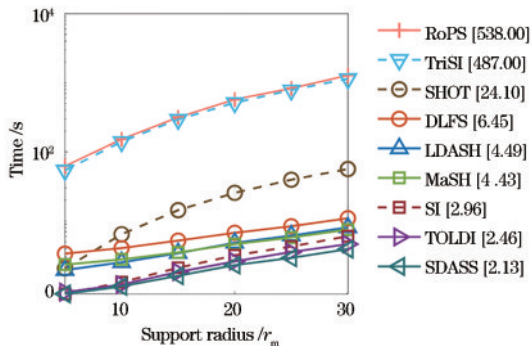


图 9 不同支撑半径下生成 9 种描述符所需的时间 (括号内的数字是相应的平均消耗时间, 按降序排列)
Fig. 9 Time required to generate nine descriptors under different support radii (the number in parentheses is the average time consumption of the corresponding descriptor, arranged in descending order)

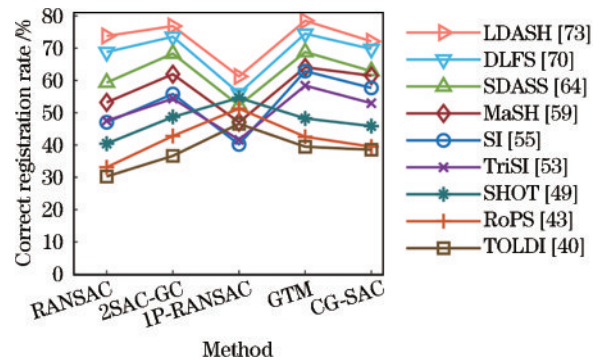


图 10 在 U3M 数据集上结合 9 种描述符的 5 种转换估计算法的正确配准率 (括号内的数字是整条曲线的平均正确配准率, 按降序排列)
Fig. 10 Correct registration rates of five transformation estimation algorithms combined with nine descriptors on U3M dataset (the number in parentheses represents the average correct registration rate over the whole curve, arranged in descending order)

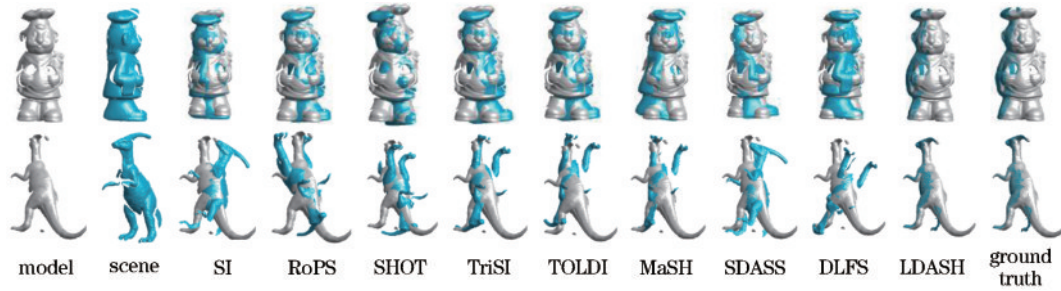


图 11 在 U3M 数据集上结合 9 种描述符的 CG-SAC 转换估计算法的两个配准案例

Fig. 11 Two registration cases of CG-SAC transformation estimation algorithm combined with nine descriptors on U3M dataset

例。通过观察发现:1) 结合 LDASH 描述符的 5 种转换估计算法获得了最高的正确配准率。其平均正确配准率达到 73%, 这充分证明了 LDASH 描述符具有高的描述性和强的鲁棒性。2) 在两个配准案例中(图 11), 相对于其他方法, 结合 LDASH 描述符的 CG-SAC 转换估计算法可以较好地配准两对点云, 验证了 LDASH 描述符优越的配准性能。

5 结 论

提出了一种新颖的 LDASH 局部特征描述符来编码局部邻域信息。LDASH 描述符基于 LRA 构建, 沿径向划分局部空间, 使用每个邻域点的 5 个属性(包括高度属性、新属性 DWAV 和三个角度属性)充分编码局部邻域的空间信息。该方法将平均关键点的邻域点作为新的输入关键点, 增强了描述符对高斯噪声的鲁棒性。此外, LDASH 描述符还采取了针对点云分辨率变化的鲁棒性增强策略, 降低了点云分辨率变化对描述符的干扰。在 LDASH 描述符的构造过程中, 提出了一种新属性——DWAV。DWAV 的构成不依赖 LRA, 增强了描述符对 LRA 误差的鲁棒性。在 6 个数据集上严格测试了 LDASH 描述符的性能。实验结果表明, LDASH 描述符相较于性能第二的 DLFS 描述符, 鉴别力平均提高了约 16.3%, 鲁棒性平均增强了约 7.5%, 具有高的描述性和强的鲁棒性。最后, 结合 LDASH 描述符的转换估计算法在点云配准中获得了 73% 的平均正确配准率, 比性能第二的 DLFS 描述符高 3%, 充分证明 LDASH 描述符具有优越的配准性能。由于 LRA 和 LRF 的可重复性会极大地影响描述符的性能。因此, 未来计划对 LRA 和 LRF 可重复性的提高方法进行研究。

参 考 文 献

- [1] 华博文. 单视角场景点云下的物体识别[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2020.
Hua B W. Object recognition under single-view scene point cloud[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2020.
- [2] 蔡炜, 岳东杰, 陈强. 基于二进制特征描述符的点云数据配准[J]. 激光与光电子学进展, 2022, 59(10): 1015010.
- [3] Cai W, Yue D J, Chen Q. Point cloud data registration based on binary feature descriptors[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2022, 59(10): 1015010.
- [4] Guo Y L, Bennamoun M, Sohel F, et al. 3D object recognition in cluttered scenes with local surface features: a survey[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2014, 36(11): 2270-2287.
- [5] Guo Y L, Sohel F, Bennamoun M, et al. A novel local surface feature for 3D object recognition under clutter and occlusion[J]. Information Sciences, 2015, 293: 196-213.
- [6] Guo Y L, Bennamoun M, Sohel F, et al. An integrated framework for 3-D modeling, object detection, and pose estimation from point-clouds[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2015, 64(3): 683-693.
- [7] Chen Y, Medioni G. Object modelling by registration of multiple range images[J]. Image and Vision Computing, 1992, 10(3): 145-155.
- [8] 张元, 李晓燕, 韩燮. 一种低重叠率的三维点云配准方法[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(8): 0810014.
Zhang Y, Li X Y, Han X. Three-dimensional point cloud registration method with low overlap rate[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(8): 0810014.
- [9] 杨顺, 康可馨, 马飞. 基于梯度信息描述符的图像匹配算法[J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(14): 141022.
Yang S, Kang K X, Ma F. Image matching algorithm based on gradient information descriptor[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(14): 141022.
- [10] Döpp A, Eberle C, Howard S, et al. Data-driven science and machine learning methods in laser-plasma physics[J]. High Power Laser Science and Engineering, 2023, 11: e55.
- [11] Zeng A, Song S R, Nießner M, et al. 3DMatch: learning local geometric descriptors from RGB-D reconstructions[C]//2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), July 21-26, 2017, Honolulu, HI, USA. New York: IEEE Press, 2017: 199-208.
- [12] Poiesi F, Boscaini D. Distinctive 3D local deep descriptors[C]//2020 25th International Conference on Pattern Recognition (ICPR), January 10-15, 2021, Milan, Italy. New York: IEEE Press, 2021: 5720-5727.
- [13] Bai X Y, Luo Z X, Zhou L, et al. D3Feat: joint learning of dense detection and description of 3D local features [C]//2020 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), June 13-19, 2020,

- Seattle, WA, USA. New York: IEEE Press, 2020: 6358-6366.
- [13] Rusu R B, Blodow N, Marton Z C, et al. [Aligning point cloud views using persistent feature histograms](#)[C]//2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, September 22-26, 2008, Nice, France. New York: IEEE Press, 2008: 3384-3391.
- [14] Rusu R B, Blodow N, Beetz M. [Fast point feature histograms \(FPFH\) for 3D registration](#)[C]//2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation, May 12-17, 2009, Kobe, Japan. New York: IEEE Press, 2009: 3212-3217.
- [15] Zhao H, Tang M J, Ding H. [HoPPF: a novel local surface descriptor for 3D object recognition](#)[J]. *Pattern Recognition*, 2020, 103: 107272.
- [16] Wu F Y, Yang X H, Ma Y Y, et al. [Machine-learning guided optimization of laser pulses for direct-drive implosions](#)[J]. *High Power Laser Science and Engineering*, 2022, 10: e12.
- [17] Johnson A E, Hebert M. [Using spin images for efficient object recognition in cluttered 3D scenes](#)[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1999, 21(5): 433-449.
- [18] Yang J Q, Cao Z G, Zhang Q. [A fast and robust local descriptor for 3D point cloud registration](#)[J]. *Information Sciences*, 2016, 346/347: 163-179.
- [19] Tao T, Zheng G N, Jia Q, et al. [Laser pulse shape designer for direct-drive inertial confinement fusion implosions](#)[J]. *High Power Laser Science and Engineering*, 2023, 11: e41.
- [20] Salti S, Tombari F, Di Stefano L. [SHOT: unique signatures of histograms for surface and texture description](#) [J]. *Computer Vision and Image Understanding*, 2014, 125: 251-264.
- [21] Yang J Q, Zhang Q, Xiao Y, et al. [TOLDI: an effective and robust approach for 3D local shape description](#)[J]. *Pattern Recognition*, 2017, 65: 175-187.
- [22] Zhao B, Le X Y, Xi J T. [A novel SDASS descriptor for fully encoding the information of a 3D local surface](#)[J]. *Information Sciences*, 2019, 483: 363-382.
- [23] Zhao B, Xi J T. [Efficient and accurate 3D modeling based on a novel local feature descriptor](#)[J]. *Information Sciences*, 2020, 512: 295-314.
- [24] Taati B, Greenspan M. [Local shape descriptor selection for object recognition in range data](#)[J]. *Computer Vision and Image Understanding*, 2011, 115(5): 681-694.
- [25] Tombari F, Salti S, Di Stefano L. [Performance evaluation of 3D keypoint detectors](#)[J]. *International Journal of Computer Vision*, 2013, 102(1): 198-220.
- [26] Mian A S, Bennamoun M, Owens R A. [A novel representation and feature matching algorithm for automatic pairwise registration of range images](#)[J]. *International Journal of Computer Vision*, 2006, 66(1): 19-40.
- [27] Mian A S, Bennamoun M, Owens R. [Three-dimensional model-based object recognition and segmentation in cluttered scenes](#)[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2006, 28(10): 1584-1601.
- [28] Petrelli A, Di Stefano L. [Pairwise registration by local orientation cues](#)[J]. *Computer Graphics Forum*, 2016, 35(6): 59-72.
- [29] Guo Y L, Bennamoun M, Soheli F, et al. [A comprehensive performance evaluation of 3D local feature descriptors](#)[J]. *International Journal of Computer Vision*, 2016, 116(1): 66-89.
- [30] Yang J Q, Zhang Q, Cao Z G. [Multi-attribute statistics histograms for accurate and robust pairwise registration of range images](#)[J]. *Neurocomputing*, 2017, 251: 54-67.
- [31] Guo Y L, Soheli F, Bennamoun M, et al. [Rotational projection statistics for 3D local surface description and object recognition](#)[J]. *International Journal of Computer Vision*, 2013, 105(1): 63-86.
- [32] Yang J Q, Xiao Y, Cao Z G. [Toward the repeatability and robustness of the local reference frame for 3D shape matching: an evaluation](#)[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2018, 27(8): 3766-3781.
- [33] Yang J Q, Xian K, Wang P, et al. [A performance evaluation of correspondence grouping methods for 3D rigid data matching](#)[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2021, 43(6): 1859-1874.
- [34] Bentley J L. [Multidimensional binary search trees used for associative searching](#)[J]. *Communications of the ACM*, 1975, 18(9): 509-517.
- [35] Lowe D G. [Distinctive image features from scale-invariant keypoints](#)[J]. *International Journal of Computer Vision*, 2004, 60(2): 91-110.
- [36] Fischler M A, Bolles R C. [Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography](#)[J]. *Communications of the ACM*, 1981, 24(6): 381-395.
- [37] Albarelli A, Rodolà E, Torsello A. [Fast and accurate surface alignment through an isometry-enforcing game](#)[J]. *Pattern Recognition*, 2015, 48(7): 2209-2226.