

## 激光与光电子学进展

## 产生空心高斯光束的改进型菲涅耳波带片

李潮越, 曹清\*, 程长杰, 朱吉瑞

上海大学理学院物理系, 上海 200444

**摘要** 空心高斯光束是一种不携带轨道角动量的空心光束, 它的暗斑尺寸较小, 函数公式简单, 在原子引导、粒子操控、光通信等领域具有潜在应用价值。近年来, 关于波带片的研究不断深入, 通过使用等效光瞳函数理论, 说明了波带片的焦平面复振幅分布函数正比于其等效光瞳函数的傅里叶-贝塞尔变换, 可以通过此关系设计产生空心高斯光束的波带片。作为一个应用, 分别计算了用来产生一阶、三阶、六阶空心高斯光束的波带片的等效光瞳函数, 据此设计了这三个波带片的结构参数, 并研究了改变波长和焦距对波带片结构参数和暗斑尺寸的影响。基于瑞利-索末菲衍射积分对这三个改进型菲涅耳波带片的焦平面光场进行仿真模拟, 仿真结果与预期相符, 验证了使用等效光瞳函数法设计波带片的可靠性和精确性。

**关键词** 衍射光学; 菲涅耳波带片; 空心高斯光束; 光学成像; 光束整形

中图分类号 O436

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP221160

## Generating Hollow Gaussian Beams with Improved Fresnel Zone Plates

Li Chaoyue, Cao Qing\*, Cheng Changjie, Zhu Jirui

Department of Physics, College of Sciences, Shanghai University, Shanghai 200444, China

**Abstract** Hollow Gaussian beam is a hollow beam class that does not carry orbital angular momentum, its dark spot size is small and has a simple function formula. Hollow Gaussian beam has potential application in the fields of atomic guiding, particle manipulation, and optical communication. Meanwhile, zone plates, also known as Fresnel zone plates, focus light waves through diffraction onto a receiving object. Therefore, this relationship can be applied to design zone plates which generate hollow Gaussian beams. This study demonstrates that the zone plate focal plane complex amplitude distribution function is proportional to the Fourier-Bessel transform of the equivalent pupil function which describes the effects of transmission on waves. The zone plate equivalent pupil functions were calculated to produce the 1st, 3rd, and 6th order hollow Gaussian beams. Subsequently, the structural parameters of these three zone plates were designed. The wavelength and focal length of the zone plates were also changed to determine their influence on the structure parameters and dark spot size. Next, the focal plane light fields of these three modified zone plates were simulated using the Rayleigh-Sommerfeld diffraction integral. The simulation results are consistent with expectations which verifies the reliability and accuracy of the equivalent pupil function method to design Fresnel zone plates.

**Key words** diffraction optics; Fresnel zone plate; hollow Gaussian beam; optical imaging; beam shaping

## 1 引言

空心光束是指在传播方向上中心强度或轴向强度为零的特殊光束, 其在强度为零的点存在相位不确定性。近年来, 凭借着暗斑尺寸小和无接触性等优势, 空心光束得到了广泛应用<sup>[1-6]</sup>。从 20 世纪 90 年代以来, 已经发展了描述空心光束的多种理论模型, 如空心高斯光束(HGB)<sup>[7]</sup>、拉盖尔-高斯光束<sup>[8]</sup>、高阶贝塞尔高斯光束<sup>[9]</sup>等。在此期间也出现一些产生空心光束的方

法, 比如横模转换法<sup>[10]</sup>、几何光学法<sup>[11]</sup>、光全息法<sup>[12]</sup>、计算机生成全息图<sup>[13]</sup>、空心光纤法和锥形光纤法<sup>[14-15]</sup>、空间滤波法<sup>[16]</sup>, 也可以通过波带片和光子筛<sup>[17-19]</sup>产生空心光束。

2003 年, 浙江大学的 Cai 等<sup>[7]</sup>提出了一种描述空心光束的新模型——空心高斯光束, 在此之后很多团队研究了这种光束的传播特性<sup>[20-24]</sup>, 空心高斯光束已被证明在原子捕获和引导<sup>[25]</sup>、粒子操控<sup>[26]</sup>、光通信<sup>[27]</sup>、激光直写<sup>[24]</sup>等领域具有潜在应用价值。近年来, 科研人

收稿日期: 2022-03-31; 修回日期: 2022-04-25; 录用日期: 2022-05-05; 网络首发日期: 2022-05-15

通信作者: \*qcao@shu.edu.cn

员研究了许多产生了空心高斯光束的方法:2008年,Liu等<sup>[28]</sup>分别使用空间滤波法和相位滤波法产生了空心高斯光束;2012年,Nie等<sup>[29]</sup>通过纯相位液晶空间光调制器将准高斯光束转换成空心高斯光束;2014年,Wei等<sup>[30]</sup>使用外腔调制将拉盖尔-高斯光束转换成空心高斯光束;2020年,Lu等<sup>[31]</sup>通过热透镜效应将高斯光束转换为空心高斯光束。

传统的菲涅耳波带片(TFZP)具有矩形相位结构,可将入射平面波转换为球面波。菲涅耳波带片常用于聚焦和成像<sup>[32-34]</sup>、通信<sup>[35]</sup>、X射线显微<sup>[36]</sup>、光谱学<sup>[37]</sup>、生物医学等领域。此外,多项科研成果也体现了波带片具有产生空心光束的能力和價值<sup>[38-41]</sup>。2011年,Gao等<sup>[38]</sup>使用二元相位方形的螺旋波带片产生了空心光束,经理论和实验研究,发现这种空心光学涡旋呈方形对称。2012年,易涛等<sup>[39]</sup>对螺旋波带片聚焦进行了理论推导,得到了解析级数解,并通过分析表明了产生的空心环宽度是空间分辨率的一个重要数值指标。2016年,朱厚飞等<sup>[40]</sup>提出使用切趾波带片的方法,使用七环 $\pi$ 相移的波带片,产生了暗斑尺寸大小为 $50.5\ \mu\text{m}$ 的局域空心光束。2021年,Yu等<sup>[41]</sup>在复合光纤结构顶部刻蚀螺旋波带片产生了超可变聚焦空心涡旋光束,这项研究成果有望用于粒子操纵、大容量通信和光纤内窥镜成像。

本文使用了菲涅耳波带片的等效光瞳函数理论,通过对空心高斯光束的解析表达式进行傅里叶-贝塞尔变换求得波带片的等效光瞳函数,给出了具体的波带片设计参数,并使用Matlab软件仿真模拟了焦平面的光场强度分布,与理论表达式进行了比较,验证了设计的有效性。本文通过调节波长和焦距,研究了波带片的结构参数的变化,并讨论了制造工艺误差对波带片焦平面光束质量的影响。

## 2 波带片的等效光瞳函数理论

图1(a)为传统菲涅耳波带片,透明环(白色区域)对焦点有正面的振幅贡献,不透明环(黑色区域)则相反,对焦点有负面的振幅贡献。图1(b)为菲涅耳波带片的成像示意图,波带片平面和焦平面的极坐标径向

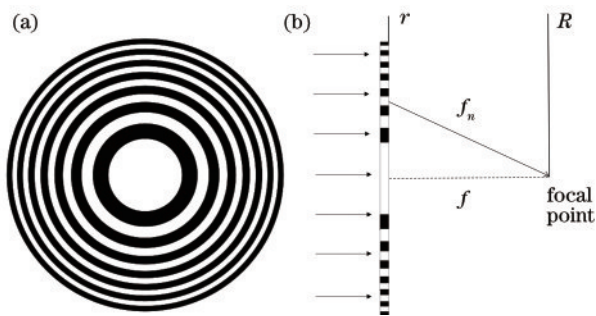


图1 传统菲涅耳波带片。(a)结构示意图;(b)成像示意图  
Fig. 1 Traditional Fresnel zone plates. (a) Schematic diagram of structure; (b) schematic diagram of imaging

变量分别为 $r$ 和 $R$ ,角向变量由于不影响计算结果故不列出。TFZP第 $n$ 环中央( $s=r^2$ 坐标系下的环中央位置)距离焦点 $f_n=f+n\lambda$ ,其中 $f$ 为焦距, $\lambda$ 为波长,TFZP的中心到第 $n$ 环中央的距离为 $r_n=\sqrt{2n\lambda f+n^2\lambda^2}\approx\sqrt{2n\lambda f}$ ,这个近似是由于一般情况下波带片的焦距远大于波长(第 $n$ 环中央指的是在 $s=r^2$ 坐标系下的中央,在 $r$ 坐标系环中央到焦点的距离不等于 $f_n$ )。

2003年,Cao等<sup>[42]</sup>使用改进型菲涅耳波带片产生了锐利的高斯形焦斑,紧接着,他们建立了等效光瞳函数理论<sup>[43]</sup>,可以使用这种方法定制任意轮廓的焦斑函数。根据参考文献<sup>[43]</sup>,波带片的焦平面复振幅分布函数 $U(R)$ 的表达式为

$$U(R)=\frac{2\pi}{\lambda F}\int_0^A\exp\left(jk\frac{R^2}{2F}\right)W(r)J_0\left(2\pi\frac{R}{\lambda F}r\right)rdr, \quad (1)$$

式中: $A$ 为波带片的最外侧到中心的距离; $j=\sqrt{-1}$ 为虚数单位; $F$ 是所有 $f_n$ 的平均值,即 $F=(f_1+f_{\max})/2$ ;  $J_0$ 表示零阶第一类贝塞尔函数; $W(r)$ 是波带片的等效光瞳函数。式(1)表明焦平面光场振幅分布正比于等效光瞳函数的傅里叶-贝塞尔变换。 $W(r)$ 在第 $n$ 环上时为 $W(r_n)$ ,表示为

$$W(r_n)=\frac{2\lambda f_n}{\pi D_n} \exp[jk(f_n-f)] \sin\left(\frac{kd_n}{2f_n}\right), \quad (2)$$

式中: $k=2\pi/\lambda$ 是波数,设第 $n$ 个环的内圆、外圆半径分别为 $a_n$ 、 $b_n$ ,则在 $s$ 坐标系下透明环宽度的一半为 $d_n=(b_n^2-a_n^2)/2$ ,对于TFZP,设 $\pi D_n$ 表示第 $n$ 个波带(包含了透明环加不透明环)的总面积,则有 $D_n=2w_n=4d_n=2\lambda f_n$ 。使用 $s$ 坐标系的优点是,所有透明环(或不透明环)在 $s$ 坐标系的宽度均是 $\lambda f_n$ ,它在相邻的环上基本相等。

式(2)中的 $k(f_n-f)$ 对应着波带片第 $n$ 环在焦点处振幅贡献的相位。当 $\exp[jk(f_n-f)]=1$ 时,表示积分区间在波带片上对焦点振幅贡献为正的环上, $\exp[jk(f_n-f)]=-1$ 时,表示积分区间在波带片上对焦点振幅贡献为负的环上。式(2)最后一项表明,波带片的聚焦能力随透明环半宽的变化而呈正弦函数的形式改变,对于TFZP,第 $n$ 个透明环的半宽 $d_n=\lambda f_n/2$ ,此时式(2)中 $kd_n/2f_n=\pi/2$ ,意味着此环的等效光瞳函数 $W(r_n)$ 达到最大值,这与传统菲涅耳波带片设计理念一致,所有的环对焦点呈建设性干涉,提高了衍射聚焦能力。

## 3 设计产生空心高斯光束的波带片

一般地,第 $m$ 阶空心高斯光束在焦平面光场振幅<sup>[7]</sup>为

$$U_m(R) = A_0 \left( \frac{R^2}{V^2} \right)^m \exp\left(-\frac{R^2}{V^2}\right), \quad (3)$$

式中:  $m$  为空心高斯光束的阶数, 当  $m=0$  时, 式(4)表示高斯光束;  $A_0$  为此光场的振幅最大值;  $V$  是此高斯光束的束腰半径(在波带片领域的论文中, 常用  $\omega$  表示波带片环带宽度, 在这里高斯光束的束腰半径用  $V$  来表示)。如图 2 所示, 当  $m$  增加时, 空心区域的暗斑尺寸(DSS, 表示归一化强度为  $1/e^2$  的全宽尺寸)增大。

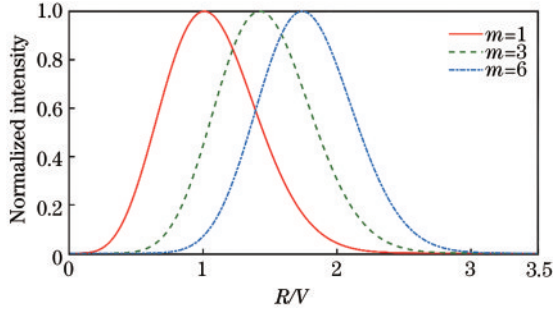


图 2 1 阶、3 阶和 6 阶空心高斯光束的归一化强度分布图  
Fig. 2 Normalized intensity distribution of HGBs of order  $m=1, 3,$  and  $6$

下面推导可产生空心高斯光束的波带片等效光瞳函数。在研究过程中, 我们逐渐加深了对空心高斯光束的傅里叶-贝塞尔变换的认识。首先, 计算了拉普拉斯算子对高斯函数的  $m$  阶导数, 说明了高斯函数的  $m$  阶拉普拉斯算子正比于  $m$  阶空心高斯光束的振幅函数的傅里叶-贝塞尔变换。接着, 计算了 1 阶到 6 阶空心高斯光束的傅里叶-贝塞尔变换, 计算结果都是高斯函数与多项式的乘积形式, 这些多项式经检验分别对应着 1 阶到 6 阶拉盖尔多项式。

最后, 证明空心高斯光束函数表达式的傅里叶-贝塞尔变换正比于拉盖尔多项式和高斯函数乘积, 使用广义拉盖尔多项式的恒等式<sup>[44]</sup>, 表示为

$$L_m^{(\alpha)}(x) = \frac{\exp(x)x^{-\frac{1}{2}\alpha}}{m!} \int_0^\infty \exp(-t) t^{m+\frac{1}{2}\alpha} J_\alpha(2\sqrt{xt}) dt, \quad \alpha > -1, \quad (4)$$

式中:  $\alpha > -1$ ;  $J_\alpha$  表示  $\alpha$  阶第一类贝塞尔函数。替代式(4)的三个变量, 令  $\alpha = 0, t = \pi R^2, x = \pi r^2$  时, 可得

$$L_m^{(0)}(\pi r^2) = \frac{\exp(\pi r^2)}{m!} \int_0^\infty (\pi R^2)^m \exp(-\pi R^2) J_0(2\pi Rr) d(\pi R^2) = \frac{2\pi}{m!} \exp(\pi r^2) \int_0^\infty (\pi R^2)^m \exp(-\pi R^2) J_0(2\pi Rr) R dR, \quad (5)$$

式中:  $L_m^{(0)}(x)$  为标准拉盖尔多项式。式(5)可进一步转化为

$$\int_0^\infty (\pi R^2)^m \exp(-\pi R^2) J_0(2\pi Rr) dR = \frac{m!}{2\pi} \exp(-\pi r^2) L_m^{(0)}(\pi r^2). \quad (6)$$

式(6)也可以写为

$$\int_0^\infty \frac{m!}{2\pi} \exp(-\pi r^2) L_m^{(0)}(\pi r^2) J_0(2\pi Rr) dr = (\pi R^2)^m \exp(-\pi R^2). \quad (7)$$

式(7)表明了可产生空心高斯光束的波带片  $W(r)$  正比于高斯函数和标准拉盖尔多项式的乘积。式(7)也证明了, 在光学系统中, 第  $m$  阶空心高斯光束的傅里叶-贝塞尔变换是径向阶数为  $m$  (角向阶数为 0) 的拉盖尔-高斯光束。由此可构造和设计产生空心高斯光束的等效光瞳函数法。通过调制波带片环中央位置和环宽, 使  $W(r)$  正比于  $m$  阶拉盖尔多项式与高斯函数的积, 得到

$$W_m(r) \propto \exp(-\pi r^2) L_m^{(0)}(\pi r^2), \quad (8)$$

即可获得能产生  $m$  阶空心高斯光束的波带片。

下面设计分别能产生 1 阶、3 阶、6 阶空心高斯光束的改进型菲涅耳波带片。首先需确定波带片的焦距、波长和波带数, 其中焦距  $f=1$  mm, 波长  $\lambda=3$  nm (位于“水窗”波段 2.34~4.4 nm 之间), 且这些波带片都使用了 300 个透明环 (总波带数  $N=600$ , 只取其中奇数波带)。选择这个波长是因为使用空心高斯光束作为损耗光, 可以应用于超分辨率荧光显微镜领域<sup>[45]</sup>, 这种显微镜使用高数值孔径物镜在荧光样品上产生锐利的聚焦泵浦光和损耗空心光<sup>[6]</sup>, 使用 3 nm 波长的软 X 射线能提升超分辨率荧光显微镜的性能。

通过等效光瞳函数理论可以得到波带片的所有结构参数, 如波带片尺寸 (最外环的半径)、环中央位置和环宽。三个波带片的等效光瞳函数分别正比于  $W_1'(r), W_3'(r), W_6'(r)$ , 表示为

$$W_1'(r) = (1 - \pi r^2) \exp(-\pi r^2), \quad (9)$$

$$W_3'(r) = (-\pi r^6 + 9\pi r^4 - 18\pi r^2 + 6) \exp(-\pi r^2), \quad (10)$$

$$W_6'(r) = (\pi r^{12} - 36\pi r^{10} + 450\pi r^8 - 2400\pi r^6 + 5400\pi r^4 - 4320\pi r^2 + 720) \exp(-\pi r^2). \quad (11)$$

图 3 表示归一化波带片等效光瞳函数  $W(r)$  关于环数的变化关系,  $W_1'(r), W_3'(r), W_6'(r)$  的第一环皆为最大值,  $W_1'(r), W_3'(r)$  和  $W_6'(r)$  分别有 1、3、6 个拐点。

在设计中: 当等效光瞳函数为正值时, 透明环位置  $r_n = \sqrt{2n\lambda f + n^2\lambda^2}$  不变; 当等效光瞳函数为负值时, 透明环位置向外延伸半波带,  $r_n$  应替换为  $r_{n+0.5}$ 。

确定了透明环的位置后, 接下来确定透明环环宽。通过将式(2)逆向推导, 得出第  $n$  环半宽  $d_n$  的特解 (反



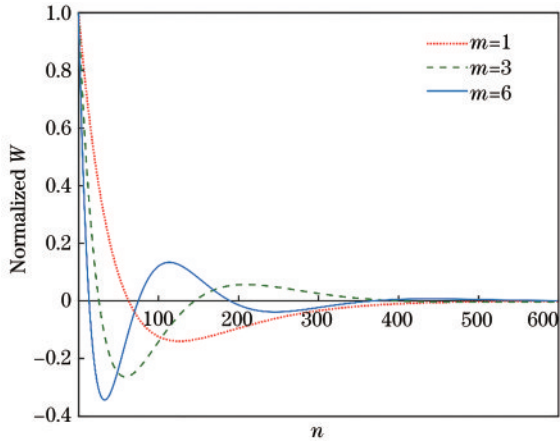


图 3 1 阶、3 阶、6 阶空心高斯光束的归一化等效光瞳函数  
Fig. 3 Normalized equivalent pupil function of HGBs of order  $m=1, 3,$  and  $6$

正弦函数在理论上有无穷多解), 表示为

$$d_n = \frac{2f_n}{k} \left\{ M\pi - \arcsin \left[ \frac{\pi D_n f_n}{2\lambda f F} W(r_n) \right] \right\}, \quad (12)$$

式中:  $W(r_n)$  是负数时则相反;  $M$  为正整数。在  $W(r_n)$  为正数的情况下: 当环的选择条件  $\exp[jk(f_n - f)] = 1$  时,  $M$  取奇数; 当环的选择条件  $\exp[jk(f_n - f)] = -1$  时,  $M$  取偶数。

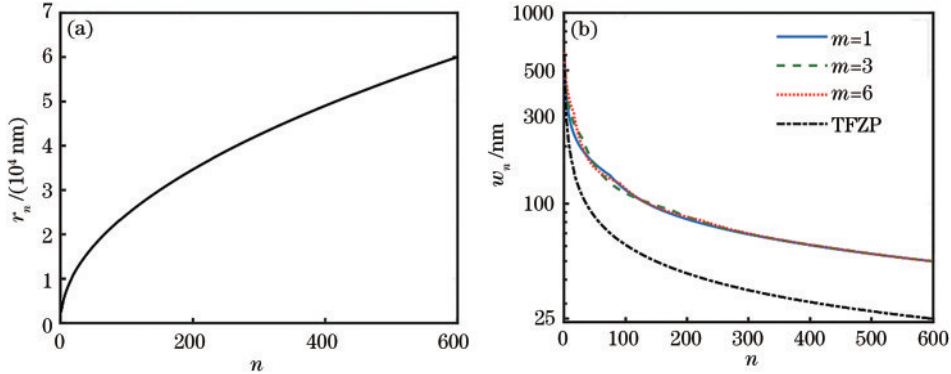


图 4 波带片的设计参数。(a) TFZP 环中央到波带片中心的距离; (b) 分别产生 1、3、6 阶空心高斯光束和 TFZP 的环宽对数图  
Fig. 4 Design parameters of zone plates. (a) Distance between center of rings and center of TFZP; (b) width of rings of zone plates to produce HGBs of order  $m=1, 3,$  and  $6$  and TFZP, respectively

## 4 讨 论

首先讨论波带片产生空心高斯光束的准确性。本文使用环衍射模型(结合了单环衍射公式<sup>[43]</sup>和线性叠加原理的计算模型)对上述三个波带片的衍射聚焦结果进行了模拟仿真。图 5(a)中 a、c、e 分别表示 1、3、6 阶空心高斯光束焦面仿真光场强度分布, b、d、f 分别表示 1、3、6 阶空心高斯光束的理论强度分布。如图 5(a)所示, 在焦平面距离焦点较近的区域, 仿真的归一化光强曲线与空心高斯光束的强度函数曲线基本重合, 这证明了使用等效光瞳函数法设计波带片在产

根据对  $M$  取值的定义, 将  $M=1$ 、 $W(r_n) = |W(r_n)|$  代入式(12)便可以得到波带片的环宽。  $d_n$  的计算结果将大于 TFZP 的  $d_n$  (TFZP), 且  $d_n$  的极大值约等于  $d_n$  (TFZP) 的 2 倍, 即  $d_{n(\max)} \approx 2d_n$  (TFZP), 这种极限情况下, 两个相邻的透明环之间的距离将非常窄。为避免此问题, 在设计中只用  $n$  为奇数的环, 将常规波带片的两个波带合并成一个分区, 两相邻透明环中央在  $s$  坐标系的距离  $s_n - s_{n-1} = 4w_n$ , 是  $w_n$  (TFZP) 的 4 倍。当波带片第  $n$  环的等效光瞳函数  $W(r_n)$  由正值变为第  $n+2$  环时的负值时, 透明环中央相对会向外挪动一个 TFZP 环宽  $w_n$ , 此时  $s_n - s_{n-1} = 5w_n$  (TFZP); 反之, 当  $W(r_n)$  由负值变成正值时, 透明环中央相对会向内挪动一个 TFZP 环宽  $w_n$  (s),  $s_n - s_{n-1} = 3w_n$  (TFZP)。在  $d_{n(\max)} \approx 2d_n$  (TFZP) 的极限情况下, 两个透明环的环宽的距离为  $2w_n$  (TFZP) = 50 nm, 所以, 所有环的相邻边界最短距离都大于 50 nm, 这样设计能降低波带片的制造难度。

图 4(a) 表示 TFZP 每环中央到波带片中心的长度距离,  $m=1, 3, 6$  三种情况的  $r_n$  在这个坐标系下几乎完全无法分辨。图 4(b) 及其子插图表示产生 1、3、6 阶空心高斯光束和 TFZP 的波带片的环宽  $w_n(r)$ , 这三个波带片最外环的环宽约 50 nm, 最外环半径约为 60  $\mu\text{m}$ 。

生空心高斯光束上的准确性。由图 5(b) 的焦平面成像图可知, 1 阶、3 阶、6 阶空心高斯光束的暗斑逐渐增大, 这三个暗斑的尺寸分别约为 39 nm、128 nm、174 nm。

波长和焦距能直接影响波带片的结构参数和产生光束的指标。接下来, 研究波带片的工作波长分别是 3 nm、10 nm、20 nm、30 nm, 焦距固定为 1 mm, 产生一阶空心高斯光束时, 波带片结构参数和暗斑尺寸 DSS 的变化。图 6(a) 表示这四个波带片的环中央位置随环数  $N$  的变化。图 6(b) 表示这四个波带片各环的环宽随环数  $N$  的变化。图 6(c) 表示这四个波带片的环

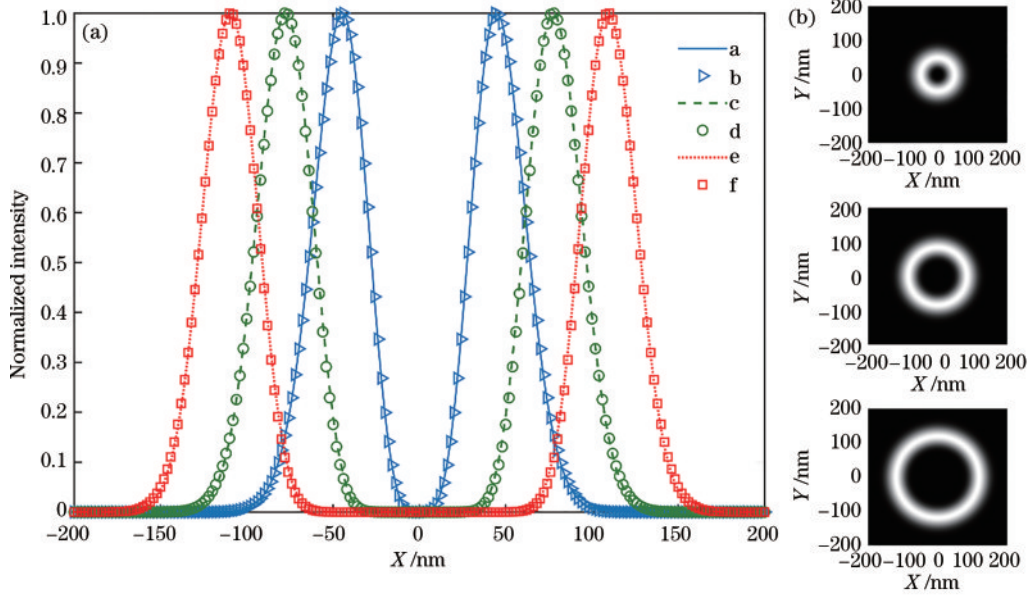


图 5 焦平面光场仿真。(a)环衍射模型与等效光瞳函数模型得到的焦平面归一化强度分布;(b)三个波带片空心焦斑图案  
Fig. 5 Simulation of light field on focal plane. (a) Normalized intensity profile on focal plane obtained from ring diffraction model and equivalent pupil function model, respectively; (b) hollow focal spot patterns of these three zone plates

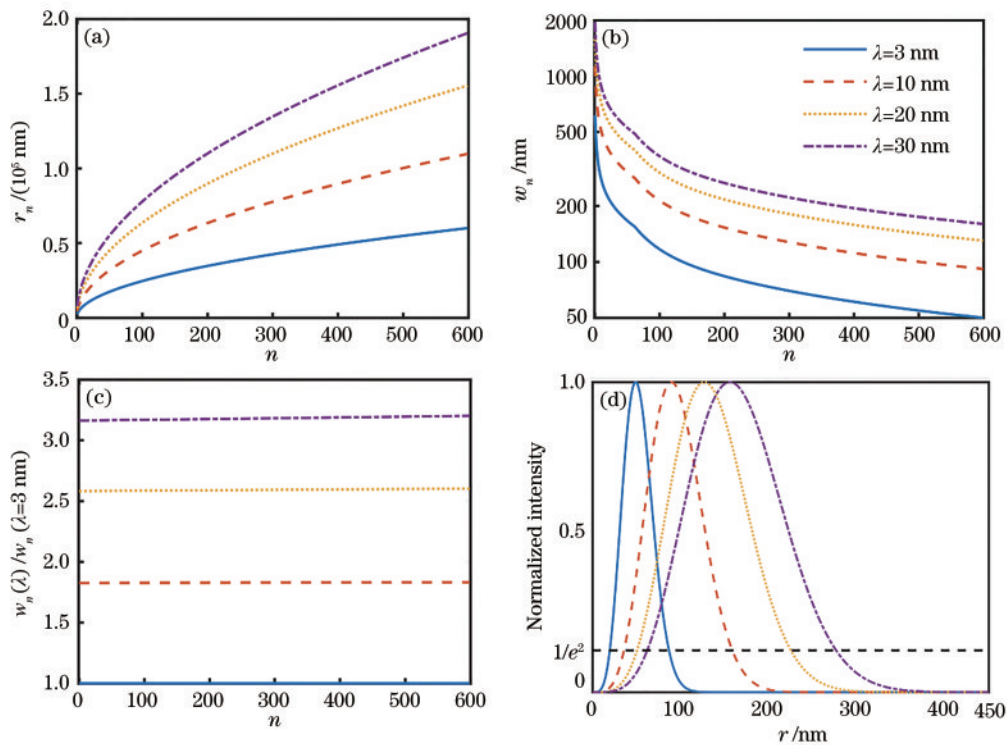


图 6 不同波长的波带片的结构参数和暗斑尺寸。(a)环中央的位置;(b)各环的环宽;(c)不同波长的环宽与 3 nm 波长的环宽比值;  
(d)空心高斯光束的归一化光强分布曲线

Fig. 6 Structure parameters and dark spot size of zone plates with different wavelengths. (a) Center position of rings; (b) width of rings; (c) ratio of width of rings for different wavelengths compared to that for 3 nm; (d) normalized intensity distribution of hollow Gaussian beams

宽与波长为 3 nm 波带片环宽的比值。图 6(d)表示这四个波带片产生的一阶空心高斯光束归一化光场强度图,它们在焦平面上形成的空心高斯光束暗斑尺寸 DSS 依次增大且分别是 39 nm、71 nm、101 nm 和

124 nm。

当波长不变而焦距发生改变时,波带片的结构参数和暗斑尺寸的变化趋势与上述结论相近。式(8)中的傅里叶-贝塞尔变换关系表明,产生第  $m$  阶空心高斯

光束的等效光瞳函数经过伸缩变换后是全等的,因此这些波带片的结构相似。由于传统波带片第  $n$  环中央位置  $r_n \approx \sqrt{n\lambda f}$ ,这意味着波长与焦距对波带片的结构参数具有相同的影响模式。当焦距不变时,随着波长缩放之前到之前的  $M_1$  倍,波带片的尺寸和各环环宽将缩放  $\sqrt{M_1}$  倍;当波长不变时,如果焦距缩放为原来的  $M_2$  倍,波带片的各种结构参数也等比例缩放  $\sqrt{M_2}$  倍。

近年来,波带片的制造工艺水平越来越先进,这更有利于我们设计波带片。2014年,Eberl等<sup>[46]</sup>研究了制备多层波带片的方法,这种方法结合了脉冲激光沉积(PLD)和聚焦离子束<sup>[47]</sup>(FIB)技术,它能光滑和无损伤地制造多层波带片,每层厚度的精确度小于 0.1 nm。2018年,Sanli等<sup>[48]</sup>使用的多层波带片制造工艺准确度小于 1 nm。在当前的多层波带片工艺水平下,当前制造工艺可以较精确地加工出本文设计的波带片,因为即使是最外环,制造工艺的相对误差也不超过 2%。本文设计了环的最大随机误差分别为 0.5 nm、1 nm、1.5 nm 的波带片,图 7(a)表示环的随机误差数值。接着,对波带片的焦平面光场强度进行了仿真,图 7(b)的仿真结果表明,焦平面的一阶空心高斯光束都具有较好的质量,且制造工艺的误差越低,焦平面的光束质量越好。使用等效光瞳函数理论设计波带片的方法扩展到紫外、可见光、红外等波段时,波带片的环宽、波带片尺寸等结构参数增大,波带片元件的相对加工误差随之减小,能够产生光束质量更好的空

心高斯光束。

## 5 结 论

本文使用等效光瞳函数法设计波带片,可产生任意阶数的空心高斯光束。给出了波带片的具体设计参数,数值模拟结果表明,波带片在焦平面产生的强度分布分别与 1 阶、3 阶、6 阶空心高斯光束的光强函数分布相一致,这验证了使用等效光瞳函数法设计波带片的可行性与准确性。本文讨论了改变波长和焦距对波带片的结构参数以及产生空心高斯光束暗斑尺寸造成的影响。此外,在当前制造工艺下,本文设计的波带片可产生具有较好光束质量的空心高斯光束。使用这种波带片产生的空心高斯光束在超分辨率荧光显微镜、光镊、粒子操控、激光直写等领域具有潜在的应用前景。

## 参 考 文 献

- [1] He B, Cheng X M, Zhang H, et al. Particle trapping and manipulation using hollow beam with tunable size generated by thermal nonlinear optical effect[J]. Applied Physics Express, 2018, 11(5): 052501.
- [2] Xu X Y, Wang Y Z, Jhe W. Theory of atom guidance in a hollow laser beam: dressed-atom approach[J]. Journal of the Optical Society of America B, 2000, 17(6): 1039-1050.
- [3] Simpson N B, Allen L, Padgett M J. Optical tweezers and optical spanners with Laguerre-Gaussian modes[J]. Journal of Modern Optics, 1996, 43(12): 2485-2491.
- [4] Gbur G, Tyson R K. Vortex beam propagation through atmospheric turbulence and topological charge conservation [J]. Journal of the Optical Society of America A, 2008, 25 (1): 225-230.
- [5] Gibson G, Courtial J, Padgett M J, et al. Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum[J]. Optics Express, 2004, 12(22): 5448-5456.
- [6] Hell S W, Wichmann J. Breaking the diffraction resolution limit by stimulated emission: stimulated-emission-depletion fluorescence microscopy[J]. Optics Letters, 1994, 19(11): 780-782.
- [7] Cai Y J, Lu X H, Lin Q. Hollow Gaussian beams and their propagation properties[J]. Optics Letters, 2003, 28 (13): 1084-1086.
- [8] Arlt J, Hitomi T, Dholakia K. Atom guiding along Laguerre-Gaussian and Bessel light beams[J]. Applied Physics B, 2000, 71(4): 549-554.
- [9] Peet V E, Tsubin R V. Third-harmonic generation and multiphoton ionization in Bessel beams[J]. Physical Review A, 1997, 56(2): 1613-1620.
- [10] Wang X, Littman M G. Laser cavity for generation of variable-radius rings of light[J]. Optics Letters, 1993, 18 (10): 767-768.
- [11] 马亮, 吴逢铁. 新型组合正轴锥镜产生局域空心光束 [J]. 红外与激光工程, 2011, 40(10): 1988-1991.  
Ma L, Wu F T. New combined positive axicon for generating bottle beam[J]. Infrared and Laser Engineering,

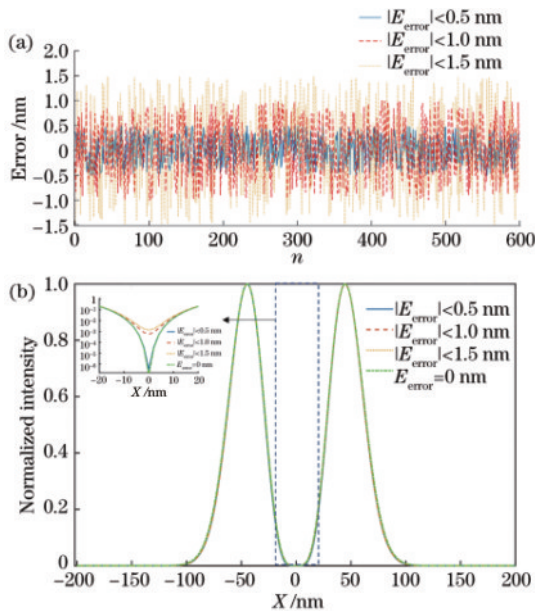


图 7 引入随机误差的焦平面光场强度图。(a)环的随机误差数值;(b)波带片的焦平面归一化光场强度(插图是中央部分的对数图)

Fig. 7 Light field intensity on focal plane that has random error. (a) Error value of the rings; (b) focal plane lightfield normalized intensity of the zone plate (inset is logarithmic diagram of the central part)



- 2011, 40(10): 1988-1991.
- [12] Lee H S, Stewart B W, Choi K, et al. Holographic nondiverging hollow beam[J]. *Physical Review A*, 1994, 49(6): 4922-4927.
- [13] Paterson C, Smith R. Higher-order Bessel waves produced by axicon-type computer-generated holograms [J]. *Optics Communications*, 1996, 124(1/2): 121-130.
- [14] Marksteiner S, Savage C M, Zoller P, et al. Coherent atomic waveguides from hollow optical fibers: quantized atomic motion[J]. *Physical Review A*, 1994, 50(3): 2680-2690.
- [15] Zhang S, Bi Y, Gao W N, et al. Generation of hollow laser beam with adjustable profile distribution by using tapered fiber[J]. *Optics & Laser Technology*, 2021, 143: 107384.
- [16] Liu Z J, Zhao H F, Liu J L, et al. Generation of hollow Gaussian beams by spatial filtering[J]. *Optics Letters*, 2007, 32(15): 2076-2078.
- [17] Xie C Q, Zhu X L, Shi L N, et al. Spiral photon sieves apodized by digital prolate spheroidal window for the generation of hard-X-ray vortex[J]. *Optics Letters*, 2010, 35(11): 1765-1767.
- [18] Cheng Y G, Tong J M, Zhu J P, et al. Clad photon sieve for generating localized hollow beams[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2016, 77: 18-25.
- [19] Sun H B, Wang X H, Chen J, et al. Generation of optical vortices by apodized photon sieves[J]. *Optoelectronics Letters*, 2016, 12(3): 237-240.
- [20] Deng D G, Fu X Y, Wei C Y, et al. Far-field intensity distribution and  $M^2$  factor of hollow Gaussian beams[J]. *Applied Optics*, 2005, 44(33): 7187-7190.
- [21] Cai Y J, Zhang L. Propagation of a hollow Gaussian beam through a paraxial misaligned optical system[J]. *Optics Communications*, 2006, 265(2): 607-615.
- [22] Lu X Y, Wei C, Liu L, et al. Experimental study of the fractional Fourier transform for a hollow Gaussian beam [J]. *Optics & Laser Technology*, 2014, 56: 92-98.
- [23] Ding W F, Wang Z Y. The hollow Gaussian beam propagation on curved surface based on matrix optics method[J]. *Journal of Optics*, 2021, 23(9): 095603.
- [24] Chen S H, Miao Y, Sui G R, et al. Intensity maxima position shift of spirally polarized hollow Gaussian beam with radial cosine phase modulation[J]. *Optical and Quantum Electronics*, 2020, 52(1): 22.
- [25] Wang Z Y, Dong Y M, Lin Q. Atomic trapping and guiding by quasi-dark hollow beams[J]. *Journal of Optics A Pure and Applied Optics*, 2005, 7(3): 147-153.
- [26] Zhao C L, Wang L G, Lu X H. Radiation forces on a dielectric sphere produced by highly focused hollow Gaussian beams[J]. *Physics Letters A*, 2007, 363(5/6): 502-506.
- [27] Qiao N, Zhang B, Pan P P, et al. Scintillation index and bit error rate of hollow Gaussian beams in atmospheric turbulence[J]. *Journal of Modern Optics*, 2011, 58(11): 939-944.
- [28] Liu Z J, Dai J M, Sun X G, et al. Generation of hollow Gaussian beam by phase-only filtering[J]. *Optics Express*, 2008, 16(24): 19926-19933.
- [29] Nie Y M, Li X J, Qi J L, et al. Hollow Gaussian beam generated by beam shaping with phase-only liquid crystal spatial light modulator[J]. *Optics & Laser Technology*, 2012, 44(2): 384-389.
- [30] Wei C, Lu X Y, Wu G F, et al. A new method for generating a hollow Gaussian beam[J]. *Applied Physics B*, 2014, 115(1): 55-60.
- [31] Lu L, Wang Z Q. Hollow Gaussian beam: generation, transformation and application in optical limiting[J]. *Optics Communications*, 2020, 471: 125809.
- [32] Xia T, Cheng S B, Tao S H. Generation of three equal-intensity foci based on a modified composite zone plate[J]. *Optik*, 2018, 159: 150-156.
- [33] Li L, Kuang F L, Wang J H, et al. Zoom liquid lens employing a multifocal Fresnel zone plate[J]. *Optics Express*, 2021, 29(2): 2135-2141.
- [34] Guo C F, Jiang S W, Song P M, et al. Bypassing the resolution limit of diffractive zone plate optics via rotational Fourier ptychography[J]. *Optics Communications*, 2021, 493: 127031.
- [35] Ma C, Li H, Zhang B, et al. Implementation of a 2-D reconfigurable Fresnel-zone-plate antenna[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2021, 69(1): 520-525.
- [36] 高雅增, 吴鹿杰, 卢维尔, 等. 基于严格耦合波理论的硬 X 射线菲涅耳波带片设计[J]. *光学学报*, 2021, 41(11): 1111002.
- Gao Y Z, Wu L J, Lu W E, et al. Design of hard X-ray Fresnel zone plates based on rigorous coupled wave theory[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(11): 1111002.
- [37] Döring F, Risch M, Rösner B, et al. A zone-plate-based two-color spectrometer for indirect X-ray absorption spectroscopy[J]. *Journal of Synchrotron Radiation*, 2019, 26(4): 1266-1271.
- [38] Gao N, Xie C Q, Li C, et al. Square optical vortices generated by binary spiral zone plates[J]. *Applied Physics Letters*, 2011, 98(15): 151106.
- [39] 易涛, 杨国洪, 韦敏习, 等. 螺旋型波带片聚焦特性研究[J]. *光学学报*, 2012, 32(7): 0705004.
- Yi T, Yang G H, Wei M X, et al. Study on focusing properties of spiral zone plate[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(7): 0705004.
- [40] 朱厚飞, 姜利平, 刘玲玲, 等. 一种基于切趾波带片产生局域空心光束的新方法[J]. *光学仪器*, 2016, 38(2): 149-153, 166.
- Zhu H F, Jiang L P, Liu L L, et al. A new method to generate bottle beam based on phase-shifting apodizer[J]. *Optical Instruments*, 2016, 38(2): 149-153, 166.
- [41] Yu J, Fu C L, Bai Z Y, et al. Super-variable focusing vortex beam generators based on spiral zone plate etched on optical fiber facet[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2021, 39(5): 1416-1422.
- [42] Cao Q, Jahns J. Modified Fresnel zone plates that produce sharp Gaussian focal spots[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2003, 20(8): 1576-1581.
- [43] Cao Q, Jahns J. Comprehensive focusing analysis of

- various Fresnel zone plates[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2004, 21(4): 561-571.
- [44] Olver F W J, Lozier D W, Boisvert R F, et al. NIST handbook of mathematical functions[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2010.
- [45] Bokor N, Davidson N. Generation of a hollow dark spherical spot by  $4\pi$  focusing of a radially polarized Laguerre-Gaussian beam[J]. Optics Letters, 2006, 31(2): 149-151.
- [46] Eberl C, Döring F, Liese T, et al. Fabrication of laser deposited high-quality multilayer zone plates for hard X-ray nanofocusing[J]. Applied Surface Science, 2014, 307: 638-644.
- [47] Sloyan K, Melkonyan H, Dahlem M S. Focused ion beam milling for prototyping 2D and 3D photonic structures[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2020, 107(11): 4469-4480.
- [48] Sanli U T, Jiao C G, Baluktsian M, et al. 3D nanofabrication of high-resolution multilayer Fresnel zone plates[J]. Advanced Science, 2018, 5(9): 1800346.