

激光与光电子学进展

基于超纠缠中继的量子组播网络路由策略

邢磊*, 杨光, 聂敏, 刘原华, 张美玲

西安邮电大学通信与信息工程学院, 陕西 西安 710121

摘要 为解决量子网络中组播通信的路径选择与建立问题,提升量子组播网络的通信性能,提出一种适用于超纠缠中继量子网络的组播路由策略。为确保组播通信中量子克隆的保真度,网络采用菱形结构,通过量子克隆机对单光子偏振-空间模量子态进行克隆,并综合考虑量子超纠缠资源数、跳数、克隆态保真度等因素,基于Steiner树的优化算法生成组播树。路由选择完成后,采用并行超纠缠交换方法建立远程用户间的组播量子信道。理论分析与仿真结果表明,在组播通信过程中随着目的节点数量的增多,基于超纠缠中继的量子组播网络路由策略可获得较高保真度的组播树,当中继节点数量增多时,采用并行超纠缠交换建立量子信道的时延低于传统串行纠缠交换的时延,量子态的传输速率较快。因此,基于超纠缠中继的量子组播网络路由策略具有高保真度、低时延等优势。

关键词 量子光学; 量子中继; 超纠缠; 量子组播路由; 保真度

中图分类号 O431.2

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP213228

Routing Protocol for Quantum Multicast Networks Based on Hyperentangled Relays

Xing Lei*, Yang Guang, Nie Min, Liu Yuanhua, Zhang Meiling

School of Communication and Information Engineering, Xi'an University of Posts and Telecommunications,
Xi'an 710121, Shaanxi, China

Abstract In this study, a multicast routing protocol for hyperentangled relay quantum networks is proposed to solve the problem of path selection, the establishment of multicast communication in quantum networks, and improve the communication performance of quantum multicast networks. The networks use a diamond structure to ensure the fidelity of quantum clones in multicast communication. The single-photon polarization-space mode quantum state was cloned using a quantum cloning machine, and an optimization algorithm based on the Steiner tree was used to generate a multicast tree by considering the number of hyperentanglement resources, hops, and fidelity of the cloned state. A multicast quantum channel between remote users was established based on simultaneous hyperentanglement swapping after selecting the routing. Theoretical analysis and simulation results show that in multicast communication of an increase in destination nodes, the routing protocol based on a hyperentangled relay can obtain a multicast tree with high fidelity. When the number of relay nodes increases, the delay in establishing a quantum channel using simultaneous hyperentangled swapping is lower than that of traditional sequential entangled swapping, and the transmission rate of a quantum state is faster. Therefore, the routing protocol of quantum multicast networks based on hyperentangled relays has the advantages of high fidelity and low-multicast communication delay.

Key words quantum optics; quantum relay; hyperentanglement; quantum multicast routing; fidelity

1 引言

随着量子信息理论与技术的不断突破,支持多用户通信的量子多跳网络已成为未来量子网络的重要发展方向^[1]。量子多跳网络是由具备量子通信和经典通

信两种能力的量子节点以及具备纠缠粒子对制备分发能力的纠缠源组成的网络,该网络以纠缠粒子对作为量子信道,可实现量子密钥分发、量子隐形传态、量子安全直接通信等量子信息传输过程^[2-6]。2019年,Pant等^[7]提出一种应用于量子多跳网络的量子中继协议,

收稿日期: 2021-12-14; 修回日期: 2022-01-10; 录用日期: 2022-01-26; 网络首发日期: 2022-02-10

基金项目: 国家自然科学基金(61971348,61201194)、陕西省自然科学基金基础研究计划资助项目(2021JM-464)

通信作者: *1141127606@qq.com

该协议可建立多个中继节点间的纠缠信道,实现多用户间的量子通信。2020年,Huberman等^[8]提出一种基于隐形传态的量子多跳网络路由策略,该策略可实现任意中继节点间的量子通信。2021年,聂敏等^[9]研究了两端纠缠交换的量子卫星网络路由方案,该方案的路由开销小于逐跳纠缠交换方案。

在量子多跳网络中,点到多点的组播网络相比单播,效率较高,相比广播,节约了网络资源^[10],同时,量子克隆机制的蓬勃发展为实现点到多点的量子组播通信提供了理论支撑^[11-12]。因此,实现点到多点的量子组播网络通信具有重要意义。2006年,Shi等^[13]研究了量子组播网络,该研究有效降低了组播网络的边缘容量要求。2019年,Wang等^[14]提出一种基于保真度量度的量子网络组播方案,该方案可有效提高各目的节点获得的量子态保真度。2020年,Zhao等^[15]提出一种基于部分纠缠态的量子组播通信方案,该方案可实现多个目的节点同步获得单光子量子态。2021年,Yu等^[16]提出一种采用非最大纠缠信道的量子组播通信方案,该方案可有效提高远程量子组播通信时的量子态制备的成功率。2021年,Yang等^[17]提出一种多粒子分级并行纠缠交换方案,该方案可有效降低建立端到端纠缠信道的时延。

超纠缠是指量子态同时在多个自由度产生纠缠的量子系统,如偏振自由度、空间模自由度、时间自由度等^[18]。利用超纠缠既可以实现量子通信中的量子密集编码^[19]、高效量子中继器^[20]、超纠缠贝尔态测量^[21]等,还可以提高量子通信的信道容量,加快量子计算的速度^[22]。2005年,Barreiro等^[23]通过实验验证了一个超纠缠光子对同时在偏振-空间模-时能自由度上的纠缠,该实验采用两个具有正交光轴的β硼酸钡晶体和I型相位匹配的方式来产生超纠缠光子对。2015年,Pan等实现了单光子自旋-轨道角动量纠缠态的量子隐形传态,证明了在实际条件下可完成超纠缠态的制备

及测量等工作,为后续进行超纠缠的研究奠定了理论基础。2020年,Gao等^[24]提出一种基于线性光学的通用超纠缠贝尔态测量方案,该方案可有效提高超纠缠贝尔态测量在量子信息处理中的效率和适用性。Zhou等^[25]提出一种采用线性光学元件的超纠缠递归远程制备方案,该方案可应用于远程制备任意三量子位的超纠缠态。以上工作为基于超纠缠的量子通信应用及网络构建奠定了良好的理论与技术基础。

然而,目前关于超纠缠在量子多跳网络中的研究相对较少,此外量子超纠缠网络中组播通信的路径选择及纠缠交换问题尚未解决。本文根据菱形中继网络的链路利用率高及扩展性较强的优势^[26],提出一种在量子克隆机制下基于超纠缠中继的量子组播路由策略,与单自由度量子态的组播路由方案相比,本文方案可有效降低组播通信中建立量子信道的时延,提高量子态的保真度及其传输速率。

2 基于超纠缠中继的并行纠缠交换原理

在传统量子纠缠交换方案中,每个中继节点必须依次进行纠缠态分发、贝尔基测量、测量结果发送^[27-29],这种纠缠交换方法称为串行纠缠交换,该方法存在量子纠缠信道建立时延过大的问题,为解决该问题,本文采用并行超纠缠交换方法,其中各中继节点同时进行超纠缠粒子分发、超纠缠贝尔基测量、测量结果发送,可有效降低建立量子纠缠信道的时延。

本节以较为常用的偏振-空间模量子态为例,介绍建立远程用户间量子纠缠信道的并行超纠缠交换原理。首先考虑图1所示的三跳信道场景,假设Alice和Bob分别为量子通信的源节点和目的节点, R_1 和 R_2 作为超纠缠中继节点位于Alice和Bob之间,其并行超纠缠交换过程如下。

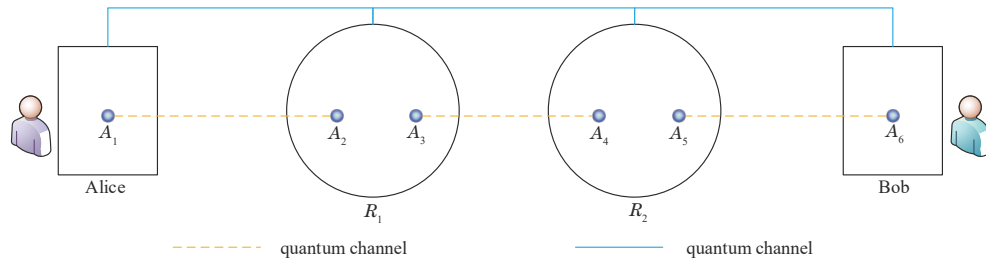


图1 基于超纠缠中继的纠缠交换原理

Fig. 1 Principle of simultaneous hyperentanglement swapping based on hyperentangled relay

首先 Alice 制备一个偏振-空间模超纠缠光子对 $|\Phi^+\rangle_{PS}^{A_1A_2}$, 将光子 A_1 留在自己手中, 光子 A_2 分发给 R_1 ; 同理, R_1 制备一个超纠缠光子对 $|\Phi^+\rangle_{PS}^{A_3A_4}$, 将光子 A_3 留在自己手中, 光子 A_4 分发给 R_2 ; R_2 制备一个超纠缠光子对 $|\Phi^+\rangle_{PS}^{A_5A_6}$, 将光子 A_5 留在自己手中, 光子 A_6 分发给

Bob。 $|\Phi^+\rangle_{PS}^{A_1A_2}$, $|\Phi^+\rangle_{PS}^{A_3A_4}$, $|\Phi^+\rangle_{PS}^{A_5A_6}$ 形式如下。

$$|\Phi^+\rangle_{PS}^{A_1A_2} = |\phi^+\rangle_P^{A_1A_2} \otimes |\phi^+\rangle_S^{A_1A_2} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|HH\rangle + |VV\rangle)_P^{A_1A_2} \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_1\rangle + |a_2b_2\rangle)_S^{A_1A_2}, \quad (1)$$

$$|\Phi^+\rangle_{PS}^{A_3A_4} = |\psi^+\rangle_P^{A_3A_4} \otimes |\psi^+\rangle_S^{A_3A_4} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|HV\rangle + |VH\rangle)_P^{A_3A_4} \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_2\rangle + |a_2b_1\rangle)_S^{A_3A_4}, \quad (2)$$

$$|\Phi^+\rangle_{PS}^{A_2A_5} = |\phi^+\rangle_P^{A_2A_5} \otimes |\phi^+\rangle_S^{A_2A_5} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|HH\rangle + |VV\rangle)_P^{A_2A_5} \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_1\rangle + |a_2b_2\rangle)_S^{A_2A_5}, \quad (3)$$

式中: $|\phi^\pm\rangle_P^{A_i}$ 和 $|\phi^\pm\rangle_S^{A_i}$ 为偶校验下的 Bell 态; $|\psi^\pm\rangle_P^{A_i}$ 和 $|\psi^\pm\rangle_S^{A_i}$ 为奇校验下的 Bell 态; 上标 A_i 表示不同的光子, 变量 i 满足 $i=(1, 2, \dots, n)$; 下标 P 和 S 分别表示光子的偏振和空间模自由度; $|H\rangle$ 和 $|V\rangle$ 分别为水平偏振态和垂直偏振态; $|a_1\rangle$ 和 $|b_1\rangle$ 为一个泵浦脉冲穿过一次非线性的 β 硼酸钡晶体所产生的空间态; $|a_2\rangle$ 和 $|b_2\rangle$ 为泵浦脉冲经过反射后两次穿过 β 硼酸钡晶体所产生的空间态。则系统的总状态可以表示为

$$|\Phi\rangle_{PS}^{A_1A_2A_3A_4A_5A_6} = |\Phi^+\rangle_{PS}^{A_1A_2} \otimes |\Phi^+\rangle_{PS}^{A_3A_4} \otimes |\Phi^+\rangle_{PS}^{A_5A_6} = \frac{1}{8} \left[\left(|\phi^+\rangle_P^{A_1A_6} |\phi^+\rangle_P^{A_1A_5} + |\phi^-\rangle_P^{A_1A_6} |\phi^-\rangle_P^{A_1A_5} + |\psi^+\rangle_P^{A_1A_6} |\psi^+\rangle_P^{A_1A_5} + |\psi^-\rangle_P^{A_1A_6} |\psi^-\rangle_P^{A_1A_5} \right) \sigma_P^Z \right. \\ \left. |\phi^-\rangle_P^{A_2A_3} + \left(|\phi^+\rangle_P^{A_1A_6} |\phi^+\rangle_P^{A_1A_5} + |\phi^-\rangle_P^{A_1A_6} |\phi^-\rangle_P^{A_1A_5} + |\psi^+\rangle_P^{A_1A_6} |\psi^+\rangle_P^{A_1A_5} + |\psi^-\rangle_P^{A_1A_6} |\psi^-\rangle_P^{A_1A_5} \right) \sigma_P^X \right] |\psi^+\rangle_P^{A_2A_3} + \\ \left(|\phi^+\rangle_P^{A_1A_6} |\phi^+\rangle_P^{A_1A_5} + |\phi^-\rangle_P^{A_1A_6} |\phi^-\rangle_P^{A_1A_5} + |\psi^+\rangle_P^{A_1A_6} |\psi^+\rangle_P^{A_1A_5} + |\psi^-\rangle_P^{A_1A_6} |\psi^-\rangle_P^{A_1A_5} \right) \sigma_P^Y |\psi^-\rangle_P^{A_2A_3} \otimes \\ \left[\left(|\phi^+\rangle_S^{A_1A_6} |\phi^+\rangle_S^{A_1A_5} + |\phi^-\rangle_S^{A_1A_6} |\phi^-\rangle_S^{A_1A_5} + |\psi^+\rangle_S^{A_1A_6} |\psi^+\rangle_S^{A_1A_5} + |\psi^-\rangle_S^{A_1A_6} |\psi^-\rangle_S^{A_1A_5} \right) |\phi^+\rangle_S^{A_2A_3} + \right. \\ \left. \left(|\phi^+\rangle_S^{A_1A_6} |\phi^+\rangle_S^{A_1A_5} + |\phi^-\rangle_S^{A_1A_6} |\phi^-\rangle_S^{A_1A_5} + |\psi^+\rangle_S^{A_1A_6} |\psi^+\rangle_S^{A_1A_5} + |\psi^-\rangle_S^{A_1A_6} |\psi^-\rangle_S^{A_1A_5} \right) \sigma_S^Z |\phi^-\rangle_S^{A_2A_3} + \right. \\ \left. \left(|\phi^+\rangle_S^{A_1A_6} |\phi^+\rangle_S^{A_1A_5} + |\phi^-\rangle_S^{A_1A_6} |\phi^-\rangle_S^{A_1A_5} + |\psi^+\rangle_S^{A_1A_6} |\psi^+\rangle_S^{A_1A_5} + |\psi^-\rangle_S^{A_1A_6} |\psi^-\rangle_S^{A_1A_5} \right) \sigma_S^X |\psi^+\rangle_S^{A_2A_3} + \right. \\ \left. \left. \left(|\phi^+\rangle_S^{A_1A_6} |\phi^+\rangle_S^{A_1A_5} + |\phi^-\rangle_S^{A_1A_6} |\phi^-\rangle_S^{A_1A_5} + |\psi^+\rangle_S^{A_1A_6} |\psi^+\rangle_S^{A_1A_5} + |\psi^-\rangle_S^{A_1A_6} |\psi^-\rangle_S^{A_1A_5} \right) \sigma_S^Y |\psi^-\rangle_S^{A_2A_3} \right], \quad (4)$$

超纠缠光子对分发完成后, R_1 和 R_2 分别对自己持有的光子 A_2A_3 和 A_4A_5 同时进行测量操作。经过测量后, R_1 和 R_2 可分别得到关于光子 A_2A_3 和 A_4A_5 的 16 种等概率测量结果。随后将测量结果发送给 Bob。最终, Bob 再根据测量结果对 A_6 进行么正运算, Alice 与 Bob 间就可建立量子超纠缠信道。例如, 若 A_2A_3 和 A_4A_5 的测量结果分别为 $|\phi^-\rangle_P^{A_2A_3} \otimes |\phi^-\rangle_S^{A_4A_5}$ 和 $|\phi^+\rangle_P^{A_4A_5} \otimes |\phi^+\rangle_S^{A_1A_5}$, 则 A_6 应执行的么正运算为 $\sigma_P^Z \otimes \sigma_S^I$ 。

该量子纠缠交换方案可以推广到 N 跳的纠缠交换, 进而扩展为超纠缠中继的量子网络。在 N 跳纠缠交换场景中, 源节点 Alice 和目的节点 Bob 之间有 $N-1$ 个中继节点。若将 $N-1$ 个中继节点的测量结果记录为 M_{PS}^{k1} 和 M_{PS}^{k2} , 则 N 跳纠缠交换后 Bob 的么正运算与源节点 R_o 到目的节点 R_k 的测量结果如表 1 所示, 其中 o 满足 $o=(1, 2, \dots, n)$, k 满足 $k=(1, 2, \dots, n)$ 。

表中, Bob 么正运算的泡利矩阵可表示为 $\sigma_P^I = |H\rangle\langle H| + |V\rangle\langle V|$, $\sigma_P^Z = |H\rangle\langle H| - |V\rangle\langle V|$, $\sigma_P^X = |H\rangle\langle V| + |V\rangle\langle H|$, $\sigma_P^Y = |H\rangle\langle V| - |V\rangle\langle H|$, $\sigma_S^I = |a_1\rangle\langle b_1| + |a_2\rangle\langle b_2|$, $\sigma_S^Z = |a_1\rangle\langle b_1| - |a_2\rangle\langle b_2|$, $\sigma_S^X = |a_1\rangle\langle b_2| + |a_2\rangle\langle b_1|$, $\sigma_S^Y = |a_1\rangle\langle b_2| - |a_2\rangle\langle b_1|$ 。

3 基于最优量子克隆机的单光子偏振-空间模量子态克隆

在量子组播网络中, 需要利用量子克隆技术实现点到多点的量子态组播传输。在 1 到 N 的基本量子克隆定理中, 若输入态为单光子纯态, 并满足通用量子克隆机的条件, 则在经过适当的量子测量后, 任何输入的量子态均可进行一定质量的克隆^[30-33]。量子态克隆过程中的测量操作会使输入态坍缩, 使得输入态与克隆的副本均成为有效的输出态, 从而实现量子态的克隆。量子测量使得输入态坍缩, 导致输出态的保真度相对于输入态的保真度会有所降低^[33], 因此, 为提高量子克隆操作的克隆态保真度, 本节基于最优量子克隆机^[34], 介绍一种单光子偏振-空间模量子态的克隆方案。

假设输入单光子 A 的量子态为

$$|\Phi^+\rangle_{PS}^A = |\phi^+\rangle_P^A \otimes |\phi^+\rangle_S^A = \frac{1}{2}(\alpha|H\rangle + \beta|V\rangle)_P^A \otimes (\gamma|a_1\rangle + \delta|b_2\rangle)_S^A, \quad (5)$$

式中: 复数 α 和 β 满足 $\alpha^2 + \beta^2 = 1$; 复数 γ 和 δ 满足 $\gamma^2 + \delta^2 = 1$ 。二维对称量子克隆的么正运算为

$$U_r = |\Phi^\pm\rangle_{PS}^A \otimes |0, \dots, 0\rangle_{PS}^B \otimes |h_j\rangle_{PS}, \quad (6)$$

式中: B 为 $r-1$ 位的空白粒子系统; r 为克隆态数量; $|h_j\rangle_{PS}$ 为正交归一化辅助态, $|h_j\rangle_{PS} =$

表 1 N 跳并行超纠缠交换中 Bob 的么正运算

Table 1 Unitary operations of Bob in N-hop simultaneous hyperentanglement swapping

Measurement results of R_1 to R_{k-1}	Bob's operation on his particle
$\overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k1}} \cdot \overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k2}} \otimes \overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k1}} \cdot \overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k2}} = 1$	$U_1 = \sigma_P^I \otimes \sigma_S^I$
$\overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k1}} \cdot \overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k2}} \otimes \overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k1}} \cdot \bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k2} = 1$	$U_2 = \sigma_P^I \otimes \sigma_S^Z$
$\overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k1}} \cdot \overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k2}} \otimes \bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k1} \cdot \overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k2}} = 1$	$U_3 = \sigma_P^I \otimes \sigma_S^X$
$\overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k1}} \cdot \overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k2}} \otimes \bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k1} \cdot \bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k2} = 1$	$U_4 = \sigma_P^I \otimes \sigma_S^{-Y}$
$\overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k1}} \cdot \bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k2} \otimes \overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k1}} \cdot \overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k2}} = 1$	$U_5 = \sigma_P^Z \otimes \sigma_S^I$
$\overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k1}} \cdot \bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k2} \otimes \overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k1}} \cdot \bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k2} = 1$	$U_6 = \sigma_P^Z \otimes \sigma_S^Z$
$\overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k1}} \cdot \bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k2} \otimes \bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k1} \cdot \overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k2}} = 1$	$U_7 = \sigma_P^Z \otimes \sigma_S^X$
$\overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k1}} \cdot \bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k2} \otimes \bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k1} \cdot \bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k2} = 1$	$U_8 = \sigma_P^Z \otimes \sigma_S^{-Y}$
$\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k1} \cdot \overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k2}} \otimes \overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k1}} \cdot \overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k2}} = 1$	$U_9 = \sigma_P^X \otimes \sigma_S^I$
$\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k1} \cdot \overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k2}} \otimes \overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k1}} \cdot \bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k2} = 1$	$U_{10} = \sigma_P^X \otimes \sigma_S^Z$
$\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k1} \cdot \overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k2}} \otimes \bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k1} \cdot \overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k2}} = 1$	$U_{11} = \sigma_P^X \otimes \sigma_S^X$
$\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k1} \cdot \overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k2}} \otimes \bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k1} \cdot \bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k2} = 1$	$U_{12} = \sigma_P^X \otimes \sigma_S^{-Y}$
$\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k1} \cdot \bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k2} \otimes \overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k1}} \cdot \overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k2}} = 1$	$U_{13} = \sigma_P^{-Y} \otimes \sigma_S^I$
$\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k1} \cdot \bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k2} \otimes \overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k1}} \cdot \bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k2} = 1$	$U_{14} = \sigma_P^{-Y} \otimes \sigma_S^Z$
$\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k1} \cdot \bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k2} \otimes \bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k1} \cdot \overline{\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k2}} = 1$	$U_{15} = \sigma_P^{-Y} \otimes \sigma_S^X$
$\bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k1} \cdot \bigoplus_{k=1}^{N-1} M_P^{k2} \otimes \bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k1} \cdot \bigoplus_{k=1}^{N-1} M_S^{k2} = 1$	$U_{16} = \sigma_P^{-Y} \otimes \sigma_S^{-Y}$

$|\{H, r-1-j\}, \{V, j\}\rangle_p \otimes |\{a_1, r-1-j\}, \{b_2, j\}\rangle_s$,
 $|\{H, r-j\}, \{V, j\}\rangle_p^C$ 为含有 $r-j$ 个 $|H\rangle_p$ 和 j 个 $|V\rangle_p$ 的
 归一化对称偏振态, $|\{a_1, r-j\}, \{b_2, j\}\rangle_s^C$ 为含有 $r-j$ 个
 $|a_1\rangle_s$ 和 j 个 $|b_2\rangle_s$ 的归一化对称空间态。克隆态的保真度为

$$F_{1 \rightarrow r} = \sum_{j=0}^{r-1} \eta_j^2 \frac{r-j}{r}, \quad (7)$$

式中: η_j 为正交归一化辅助态的克隆系数, $\eta_j = \frac{1}{\sqrt{r(r+1)}} \sqrt{2(r-j)}$, j 满足 $j = (0, 1, 2, \dots, n)$ 。假设 $r = 4$, 则输出态为

$$|\Phi^+\rangle_{ps}^A = |\phi^+\rangle_p^A \otimes |\phi^+\rangle_s^A, \quad (8)$$

式中: $|\phi^+\rangle_p^A$ 和 $|\phi^+\rangle_s^A$ 分别为

$$\begin{aligned} |\phi^+\rangle_p^A = & \alpha \left[c_0^{(1)} |HHHHHHH\rangle_p^C + (|HHV\rangle + |HVH\rangle + |VHH\rangle)_p \otimes \right. \\ & (c_1^{(1)} |HHHV\rangle + c_1^{(2)} |HHVH\rangle + c_1^{(3)} |HVHH\rangle + c_1^{(4)} |VHHH\rangle)_p^C + (|VVH\rangle + |VHV\rangle + |HVV\rangle)_p \otimes \\ & (c_2^{(1)} |HHVV\rangle + c_2^{(2)} |HVHV\rangle + c_2^{(3)} |HVVH\rangle + c_2^{(4)} |VVHH\rangle + c_2^{(5)} |VHVH\rangle + c_2^{(6)} |VHHV\rangle)_p^C + \\ & \left. |VVV\rangle_p \otimes (c_3^{(1)} |HVVV\rangle + c_3^{(2)} |VHVV\rangle + c_3^{(3)} |VVHV\rangle + c_3^{(4)} |VVVH\rangle)_p^C \right] + \\ & \beta \left[c_0^{(1)} |VVVVVVV\rangle_p^C + (|VVH\rangle + |VHV\rangle + |HVV\rangle)_p \otimes \right. \\ & (c_1^{(1)} |VVVH\rangle + c_1^{(2)} |VVHV\rangle + c_1^{(3)} |VHVV\rangle + c_1^{(4)} |HVVV\rangle)_p^C + (|HHV\rangle + |HVH\rangle + |VHH\rangle)_p \otimes \\ & (c_2^{(1)} |VVHH\rangle + c_2^{(2)} |VHVH\rangle + c_2^{(3)} |VHHV\rangle + c_2^{(4)} |HHVV\rangle + c_2^{(5)} |HVHV\rangle + c_2^{(6)} |HVVH\rangle)_p^C + \\ & \left. |HHH\rangle_p \otimes (c_3^{(1)} |VHHH\rangle + c_3^{(2)} |HVHH\rangle + c_3^{(3)} |HHVH\rangle + c_3^{(4)} |HHHV\rangle)_p^C \right] \end{aligned}, \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
 |\phi^+\rangle_s^A = & \gamma \left[d_0^{(1)} |a_1 a_1 a_1 a_1 a_1 a_1\rangle_s^c + (|a_1 a_1 b_2\rangle + |a_1 b_2 a_1\rangle + |b_2 a_1 a_1\rangle)_s \otimes (d_1^{(1)} |a_1 a_1 a_1 b_2\rangle + d_1^{(2)} |a_1 a_1 b_2 a_1\rangle + \right. \\
 & d_1^{(3)} |a_1 b_2 a_1 a_1\rangle + d_1^{(4)} |b_2 a_1 a_1 a_1\rangle)_s^c + (|b_2 b_2 a_1\rangle + |b_2 a_1 b_2\rangle + |a_1 b_2 b_2\rangle)_s \otimes (d_2^{(1)} |a_1 a_1 b_2 b_2\rangle + d_2^{(2)} |a_1 b_2 a_1 b_2\rangle + \\
 & d_2^{(3)} |a_1 b_2 b_2 a_1\rangle + d_2^{(4)} |b_2 b_2 a_1 a_1\rangle + d_2^{(5)} |b_2 a_1 b_2 a_1\rangle + d_2^{(6)} |b_2 a_1 a_1 b_2\rangle)_s^c + |b_2 b_2 b_2\rangle_s \otimes (d_3^{(1)} |a_1 b_2 b_2 b_2\rangle + \\
 & d_3^{(2)} |b_2 a_1 b_2 b_2\rangle + d_3^{(3)} |b_2 b_2 a_1 b_2\rangle + d_3^{(4)} |b_2 b_2 b_2 a_1\rangle)_s^c \left. \right] + \delta \left[d_0^{(1)} |b_2 b_2 b_2 b_2 b_2 b_2\rangle_s^c + (|b_2 b_2 a_1\rangle + |b_2 a_1 b_2\rangle + \right. \\
 & |a_1 b_2 b_2\rangle)_s \otimes (d_1^{(1)} |b_2 b_2 b_2 a_1\rangle + d_1^{(2)} |b_2 b_2 a_1 b_2\rangle + d_1^{(3)} |b_2 a_1 b_2 b_2\rangle + d_1^{(4)} |a_1 b_2 b_2 b_2\rangle)_s^c + (|a_1 a_1 b_2\rangle + |a_1 b_2 a_1\rangle + \\
 & |b_2 a_1 a_1\rangle)_s \otimes (d_2^{(1)} |b_2 b_2 a_1 a_1\rangle + d_2^{(2)} |b_2 a_1 b_2 a_1\rangle + d_2^{(3)} |b_2 a_1 a_1 b_2\rangle + d_2^{(4)} |a_1 a_1 b_2 b_2\rangle + d_2^{(5)} |a_1 b_2 a_1 b_2\rangle + \\
 & \left. d_2^{(6)} |a_1 b_2 b_2 a_1\rangle)_s^c + |a_1 a_1 a_1\rangle_s \otimes (d_3^{(1)} |b_2 a_1 a_1 a_1\rangle + d_3^{(2)} |a_1 b_2 a_1 a_1\rangle + d_3^{(3)} |a_1 a_1 b_2 a_1\rangle + d_3^{(4)} |a_1 a_1 a_1 b_2\rangle)_s^c \right]. \quad (10)
 \end{aligned}$$

系数 c 和 d 分别满足

$$\begin{aligned}
 & (c_0^{(1)})^2 + 3 \left[(c_1^{(1)})^2 + (c_1^{(2)})^2 + (c_1^{(3)})^2 + (c_1^{(4)})^2 \right] + \\
 & 3 \left[(c_2^{(1)})^2 + (c_2^{(2)})^2 + (c_2^{(3)})^2 + (c_2^{(4)})^2 + (c_2^{(5)})^2 + (c_2^{(6)})^2 \right] + \\
 & (c_3^{(1)})^2 + (c_3^{(2)})^2 + (c_3^{(3)})^2 + (c_3^{(4)})^2 = 1, \quad (11) \\
 & (d_0^{(1)})^2 + 3 \left[(d_1^{(1)})^2 + (d_1^{(2)})^2 + (d_1^{(3)})^2 + (d_1^{(4)})^2 \right] + \\
 & 3 \left[(d_2^{(1)})^2 + (d_2^{(2)})^2 + (d_2^{(3)})^2 + (d_2^{(4)})^2 + (d_2^{(5)})^2 + \right. \\
 & \left. (d_2^{(6)})^2 \right] + (d_3^{(1)})^2 + (d_3^{(2)})^2 + (d_3^{(3)})^2 + (d_3^{(4)})^2 = 1. \quad (12)
 \end{aligned}$$

图 2 给出了本文的单光子偏振-空间模量子态克隆方案与文献[31]的单光子贝尔态克隆方案分别克隆一次、两次和三次的保真度对比。由图 2 可知,克隆态的保真度随着克隆数量的增多而减小,随着克隆次数的增加而减小。基于量子克隆定理可实现 1 到 N 的量子态克隆,同时本文方案的克隆态保真度明显优于文献[31]中的单光子贝尔态克隆方案。当 $r=4$ 时,单光子偏振-空间模量子态单次克隆的保真度为 0.75,单光子贝尔态单次克隆的保真度为 0.563。在量子克隆过程中输入态需进行量子测量,导致原始量子态信息损耗,从而降低了克隆态的保真度,然而单光子偏振-空间模量子态可有效提高其输入光子态和输出光子态之间的平均重合率,因此,单光子偏振-空间模量子态克隆方案的保真度较高,并且考虑到克隆次数及克隆数量越多,克隆态保真度越低,本文只考虑 $r \leq 4$ 时的量

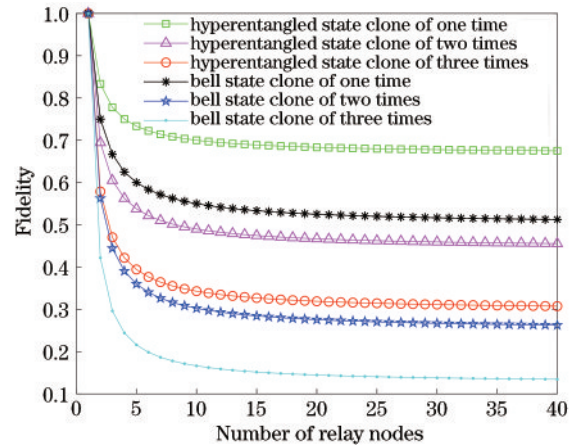


图 2 克隆态的数量与保真度的关系
Fig. 2 Relationship between the number of clone state and fidelity

子态克隆。

4 基于超纠缠中继的量子组播网络

4.1 基于超纠缠中继的菱形量子网络模型

由于采用量子克隆机实现量子组播通信,随着克隆次数及克隆态数量的增多,其保真度会随之降低。因此为满足 $r \leq 4$,提高组播传输中克隆态的保真度,本节根据边缘细分算法^[34],提出一种基于超纠缠中继的菱形量子网络模型。图 3 给出了基于超纠缠中继的菱形量子网络模型。

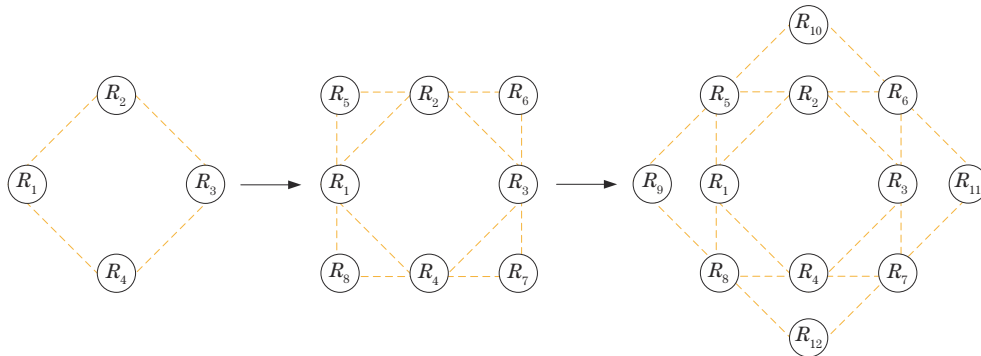


图 3 基于超纠缠中继的菱形量子网络模型
Fig. 3 Diamond quantum network model based on hyperentangled relay

用 $G=(V, E)$ 表示无向量子中继网络拓扑, 其中, V 为所有量子节点的集合, E 为量子链路的集合, 量子链路指邻居量子节点间的量子信道。 t_g 为一棵由源节点到所有目的节点的量子路径构成的组播树, g 满足 $g=(1, 2, \dots, n)$, 组播树集 T_{ree} 满足 $T_{\text{ree}} = \{t_1, t_2, \dots, t_g\}$, v 为组播树上的量子节点集合, e 为组播树上的量子路径集合。

本节讨论的量子组播网络模型具有如下特征。

- 1) 所有量子节点的功能相同且均可作为源节点、目的节点、中继节点进行通信。
- 2) 每个量子节点有且只有唯一的一个地址 ID。
- 3) 除最外层菱形顶点处的量子节点只具有两个邻居节点外, 其余量子节点的邻居节点数均为 4。

4.2 基于超纠缠中继的组播路由策略

本节介绍一种基于超纠缠中继的组播路由策略。首先定义路由策略中的变量, 假设源节点为 R_o , 目的节点为 R_k , R_o 到 R_k 的量子路径记为 $L_{o-k}(R_o, \dots, R_k)$, 若源节点 R_1 经过中继节点 R_2 到达目的节点 R_3 , 则 R_1 到 R_3 的量子路径为 $L_{1-3}(R_1, R_2, R_3)$ 。量子路径跳数指源节点 R_o 到目的节点 R_k 所经过的中继节点数再加 1, 量子链路带宽指两个邻居节点中含有的纠缠资源数, 量子路径带宽指构成当前量子路径的所有量子链路中最小的量子链路带宽。路由策略具体描述如下。

- 1) 初始化组播树集 T_{ree} , 令 v 和 e 均为空集。
- 2) 利用 Dijkstra 算法得到量子链路带宽满足通信需求的源节点到所有目的节点的最小跳数量子路径, 并将满足条件的所有量子路径纳入集合 e , 将所有路径上的量子节点纳入集合 v 。若 R_1 作为源节点欲发送

两个偏振-空间模量子态到目的节点 R_3 , 假设量子路径 $L_{1-3}(R_1, R_2, R_3)$ 的带宽为 1, 量子路径 $L_{1-3}(R_1, R_4, R_3)$ 的带宽为 2, 量子路径 $L_{1-3}(R_1, R_4, R_7, R_3)$ 的带宽为 3, 则将量子路径 $L_{1-3}(R_1, R_4, R_3)$ 和 $L_{1-3}(R_1, R_4, R_7, R_3)$ 纳入集合 e , 将量子节点 R_1, R_4, R_3, R_7 纳入集合 v 。

3) 采用 Steiner 树的优化算法^[35], 得到包含源节点到所有目的节点的组播树 t_g 和组播树集 T_{ree} 。

4) 利用单光子偏振-空间模量子态的克隆方案对发送的量子态进行克隆, 克隆数量 r 为组播树 t_g 中源节点的邻居节点数。

5) 计算组播树 t_g 中目的节点 R_k 获得的克隆态保真度 $F(R_k)$, 组播树 t_g 的克隆态保真度为 $F(t_g)$, 最终从树集 T_{ree} 中选出保真度最大的组播树。

$$\begin{cases} F(t_g) = \sqrt[n_{\text{um}}(v)]{\prod_{R_k \in v} F(R_k)} \\ F(T_{\text{ree}}) = \max\{F(t_1), F(t_2), \dots, F(t_g)\} \end{cases}, \quad (13)$$

式中: $n_{\text{um}}(v)$ 为组播树 t_g 中所有目的节点的数量; $F(T_{\text{ree}})$ 为树集 T_{ree} 的保真度。

5 基于超纠缠中继的量子组播网络性能分析

5.1 基于超纠缠中继的量子组播网络克隆态保真度分析

本节主要分析基于超纠缠中继的量子网络进行组播通信时组播树的克隆态保真度。假设源节点为 R_1 , 目的节点为 R_3, R_5, R_8, R_{10} 和 R_{11} , 得到的组播树集为 $T_{\text{ree}} = \{t_1, t_2, t_3, t_4\}$, 图 4 分别为 t_1, t_2, t_3, t_4 组播树。

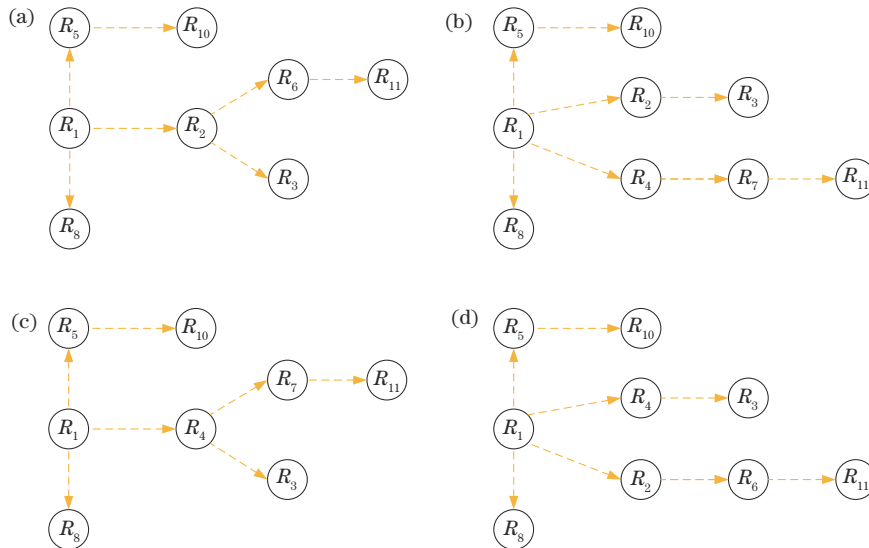


图 4 基于超纠缠中继的组播树集。(a)组播树 t_1 ; (b)组播树 t_2 ; (c)组播树 t_3 ; (d)组播树 t_4

Fig. 4 Multicast tree set based on hyperentangled relay. (a) Multicast tree t_1 ; (b) multicast tree t_2 ; (c) multicast tree t_3 ; (d) multicast tree t_4

组播树 t_1, t_2, t_3, t_4 的克隆态保真度分别为

$$F(t_1) = F(t_3) = \sqrt[5]{F_{1 \rightarrow 3}^2 \times (F_{1 \rightarrow 3} \times F_{1 \rightarrow 2})^3} \approx 0.697, \quad (14)$$

$$F(t_2) = F(t_4) = \sqrt[5]{F_{1 \rightarrow 4}^4 \times F_{1 \rightarrow 2}} \approx 0.728. \quad (15)$$

则树集 T_{rec} 的保真度为

$$F(T_{rec}) = \max\{F(t_1), F(t_2), F(t_3), F(t_4)\} = 0.728. \quad (16)$$

图 5 给出了本文的组播路由策略、文献[15]的组播路由策略、文献[36]的组播路由策略的克隆态保真度随目的节点数量变化时的对比。可以看出,随着目的节点数量的增加,本文组播路由策略的克隆态保真度明显高于文献[15]及文献[36]中组播路由策略的克隆态保真度。当目的节点数量为 5 时,所有目的节点获得的克隆态保真度均为 0.728,其中 t_1 和 t_3 组播树的克隆态保真度最大。由于文献[14]及文献[31]的组播路由策略均采用传统单光子贝尔态的克隆方案,随着克隆次数及克隆数量的增多,克隆态保真度的衰减程度会随之增大,而本文的组播路由策略采用单光子偏振-空间模量子态的克隆方案,降低了克隆过程中量子测量对量子态信息的损耗,并结合跳数及纠缠资源数等因素选出最佳保真度的组播树。因此,可有效提高组播通信时目的节点获得的克隆态保真度。

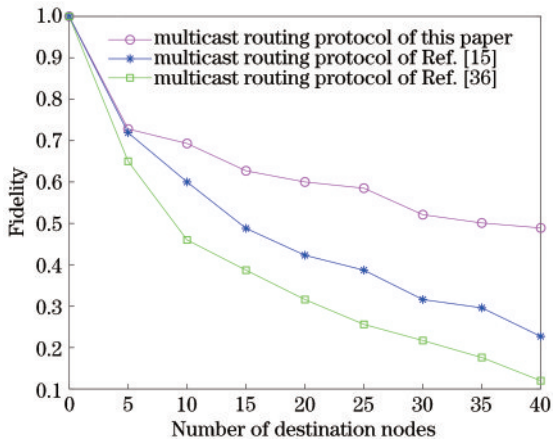


图 5 克隆态保真度与目的节点数量的关系

Fig. 5 Relationship between clone state fidelity and the number of destination nodes

5.2 基于超纠缠中继的量子组播网络时延及速率分析

本节主要分析进行组播通信时的路由选择结束后,建立源节点和各目的节点间纠缠信道的时延及其量子态的传输速率。进行组播通信时,采用并行超纠缠交换建立量子纠缠信道的时延可表示为

$$T_{shs} = D_d + D_m + D_u + N_c \times T_c + T_h, \quad (17)$$

式中: D_d 为邻居节点间的量子态平均分发时延; D_m 为量子态测量的平均时延; D_u 为么正运算的平均时延; N_c 为组播通信中的克隆次数; T_c 为进行量子克隆

的时延; T_h 为采用并行超纠缠交换建立量子纠缠信道时发送经典辅助信息所需的时间, $T_h = \left(D_{pro} + \frac{L_{mt}}{R_c} \right) h_{\max}(R_k)$; D_{pro} 为经典数据的平均处理时延; L_{mt} 为测量结果信息的总长度; R_c 为经典信息的传输速率, $h_{\max}(R_k)$ 为中继节点 R_k 发送经典信息到目的节点的最大跳数。采用传统串行纠缠交换建立量子纠缠信道的时延可表示为

$$T_{ses} = D_d + \sum_{L_q} (D_m + D_u) h_k + N_c \times T_c + T_e, \quad (18)$$

式中: T_e 为采用传统串行纠缠交换建立量子纠缠信道时发送经典辅助信息所需的时间, $T_e = \sum_{L_q} \left(D_c + D_{pro} + \frac{L_{mt}}{R_c} \right) h_k$, h_k 为当前量子路径上第 k 个中间节点和第 $k+1$ 个中间节点之间的经典跳数。

图 6 给出了进行组播通信时,采用本文的并行超纠缠交换、文献[28]的串行纠缠交换、文献[10]的两端纠缠交换分别建立量子纠缠信道的时延随中继节点数量变化时的对比。可以看出,三种纠缠交换方法的时延均会随着中继节点的数量增加而增大,但两端纠缠交换建立纠缠信道的时延略优于传统串行纠缠交换的时延,并行超纠缠交换相比传统串行纠缠交换及两端纠缠交换建立纠缠信道的时延较低,并且随着中继节点个数的增加,三者的时延差距会随之增大。由此可见,当进行组播通信时,采用并行超纠缠交换方法在降低建立量子纠缠信道的时延方面更具优势。由于并行超纠缠交换方法在各中继节点间的超纠缠分发、超纠缠贝尔态测量及测量结果发送是同时进行的,因此,可降低建立量子纠缠信道的时延。

采用并行超纠缠交换进行组播通信时的量子态传输速率为

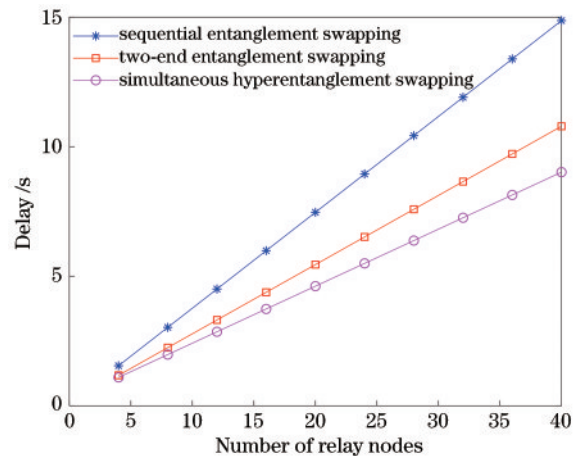


图 6 组播通信的纠缠交换时延与中继节点数量间的关系
Fig. 6 Relationship between entanglement swapping delay of multicast communication and number of relay nodes

$$R_{\text{shs}} = \frac{N_h \times I_h}{T_{\text{shs}} - T_h}, \quad (19)$$

式中: N_h 为量子态的传输数量; I_h 为量子态的量子比特。采用传统串行纠缠交换进行组播通信时的量子态传输速率为

$$R_{\text{tses}} = \frac{\sum_{L_e} \frac{N_h \times I_h}{T_{\text{tses}} - T_e}}{n_{\text{um}}(e)}, \quad (20)$$

式中: $n_{\text{um}}(e)$ 为组播树 t_e 的量子路径数量。

图 7 给出了进行组播通信时,采用本文的并行超纠缠交换、文献[28]的串行纠缠交换、文献[10]的两端纠缠交换的量子态传输速率随中继节点数量变化时的对比。可以看出,中继节点数量增加会导致量子态传输速率降低,但采用两端纠缠交换方法的量子态传输速率略高于传统串行纠缠交换方法的量子态传输速率,且并行超纠缠交换方法的量子态传输速率高于传统串行纠缠交换及两端纠缠交换方法的量子态传输速率。当中继节点的数量为 40 时,并行超纠缠交换的量子态传输速率约为 0.551×10^7 qubit/s,两端纠缠交换的量子态传输速率约为 0.338×10^7 qubit/s,传统串行纠缠交换的量子态传输速率约为 0.262×10^7 qubit/s。由于采用并行超纠缠交换方法有效降低了路由选择结束后建立量子纠缠信道的时延,因此,当进行组播通信时,该方法在提高量子态传输速率方面明显优于传统串行纠缠交换和两端纠缠交换方法。

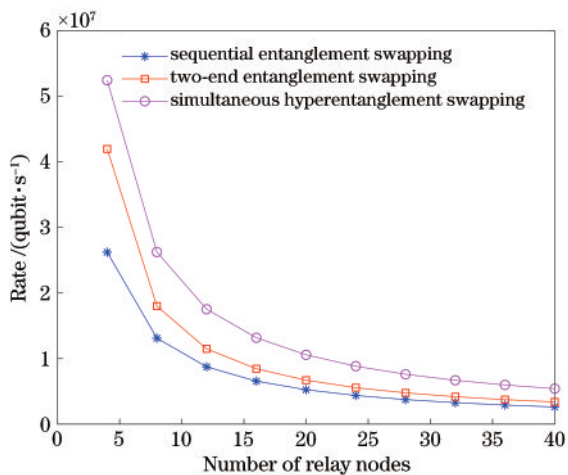


图 7 量子态传输速率与中继节点数量间的关系

Fig. 7 Relationship between quantum state transmission rate and number of relay nodes

6 结 论

本文采用菱形网络模型,提出一种基于超纠缠中继的量子组播网络路由策略,通过并行超纠缠交换方法和单光子偏振-空间模量子态克隆来实现量子组播通信。理论分析和仿真结果表明,利用偏振-空间模量子态的克隆方案可获得较高保真度的量子克隆态,且

采用并行超纠缠交换可有效降低组播通信过程中建立量子纠缠信道的时延。基于超纠缠中继的量子组播网络路由策略所得出的组播树保真度明显优于传统串行量子中继的组播路由策略。随着网络规模的不断扩大,采用并行超纠缠交换方法建立量子纠缠信道的时延明显低于传统串行纠缠交换和两端纠缠交换的时延,同时可有效提高量子态的传输速率。因此,所提出的基于超纠缠中继的量子组播网络路由策略在量子多跳网络的信息传输中具有显著优势,同时为超纠缠在量子多跳网络中的应用提供了理论研究基础。

参 考 文 献

- [1] 曹原, 赵永利. 量子通信网络研究进展[J]. 激光杂志, 2019, 40(9): 1-7.
Cao Y, Zhao Y L. Research progress of quantum communication networks[J]. Laser Journal, 2019, 40(9): 1-7.
- [2] Shi B S, Tomita A. Teleportation of an unknown state by W state[J]. Physics Letters A, 2002, 296(4/5): 161-164.
- [3] Zhang Z J. Controlled teleportation of an arbitrary n -qubit quantum information using quantum secret sharing of classical message[J]. Physics Letters A, 2006, 352(1/2): 55-58.
- [4] Li X H, Ghose S. Analysis of N -qubit perfect controlled teleportation schemes from the controller's point of view [J]. Physical Review A, 2015, 91(1): 012320.
- [5] Dür W, Briegel H J, Cirac J I, et al. Quantum repeaters based on entanglement purification[J]. Physical Review A, 1999, 59(1): 169-181.
- [6] Kimble H J. The quantum Internet[J]. Nature, 2008, 453(7198): 1023-1030.
- [7] Pant M, Krovi H, Towsley D, et al. Routing entanglement in the quantum Internet[J]. Npj Quantum Information, 2019, 5: 25.
- [8] Huberman B A, Lund B. A quantum router for the entangled web[J]. Information Systems Frontiers, 2020, 22(1): 37-43.
- [9] 聂敏, 郭建伟, 卫容宇, 等. 基于两端纠缠交换的量子卫星网络路由协议仿真[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(3): 0306002.
Nie M, Guo J W, Wei R Y, et al. Simulation of quantum satellite network routing protocol based on two-end entanglement exchange[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(3): 0306002.
- [10] 周小清, 邬云文. 量子隐形传态网络的广播与组播[J]. 物理学报, 2012, 61(17): 170303.
Zhou X Q, Wu Y W. Broadcast and multicast in quantum teleportation internet[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(17): 170303.
- [11] Shi P, Li N C, Wang S M, et al. Quantum multi-user broadcast protocol for the platform as a service model[J]. Sensors, 2019, 19(23): 5257.
- [12] Lemm M, Wilde M M. Information-theoretic limitations on approximate quantum cloning and broadcasting[J].

- Physical Review A, 2017, 96(1): 012304.
- [13] Shi Y Y, Soljanin E. On multicast in quantum networks [C]//2006 40th Annual Conference on Information Sciences and Systems, March 22-24, 2006, Princeton, NJ, USA. New York: IEEE Press, 2006: 871-876.
- [14] Wang X J, An L X, Meng F X, et al. A multicast scheme based on fidelity metrics in quantum networks[J]. IEEE Access, 2019, 7: 65703-65713.
- [15] Zhao N, Li W D, Yu Y. Quantum broadcast and multicast schemes based on partially entangled channel [J]. IEEE Access, 2020, 8: 29658-29666.
- [16] Yu Y, Zhao N, Pei C X, et al. Quantum multicast schemes of different quantum states via non-maximally entangled channels with multiparty involvement[J]. Chinese Physics B, 2021, 30(9): 090302.
- [17] Yang G, Xing L, Nie M, et al. Hierarchical simultaneous entanglement swapping for multi-hop quantum communication based on multi-particle entangled states[J]. Chinese Physics B, 2021, 30(3): 030301.
- [18] Wang X L, Cai X D, Su Z E, et al. Quantum teleportation of multiple degrees of freedom of a single photon[J]. Nature, 2015, 518(7540): 516-519.
- [19] Barreiro J T, Wei T C, Kwiat P G. Beating the channel capacity limit for linear photonic superdense coding[J]. Nature Physics, 2008, 4(4): 282-286.
- [20] Wang T J, Song S Y, Long G L. Quantum repeater based on spatial entanglement of photons and quantum-dot spins in optical microcavities[J]. Physical Review A, 2012, 85(6): 062311.
- [21] Sheng Y B, Deng F G, Long G L. Complete hyperentangled-Bell-state analysis for quantum communication [J]. Physical Review A, 2010, 82(3): 032318.
- [22] Deng F G, Ren B C, Li X H. Quantum hyperentanglement and its applications in quantum information processing[J]. Science Bulletin, 2017, 62(1): 46-68.
- [23] Barreiro J T, Langford N K, Peters N A, et al. Generation of hyperentangled photon pairs[J]. Physical Review Letters, 2005, 95(26): 260501.
- [24] Gao C Y, Ren B C, Zhang Y X, et al. Universal linear-optical hyperentangled Bell-state measurement[J]. Applied Physics Express, 2020, 13(2): 027004.
- [25] Zhou P, Lü L. Joint remote preparation of single-photon three-qubit state with hyperentangled state via linear-optical elements[J]. Quantum Information Processing, 2020, 19(9): 283.
- [26] 邓冉, 高俊, 何宪文. 菱形中继网络中基于叠加训练的信道估计技术研究[J]. 信号处理, 2018, 34(10): 1143-1150.
- Deng R, Gao J, He X W. Research on channel estimation technology based on superimposed training in diamond relay networks[J]. Journal of Signal Processing, 2018, 34(10): 1143-1150.
- [27] 翟淑琴, 袁楠, 刘奎. 基于纠缠交换的 EPR 量子导引开关[J]. 光学学报, 2021, 41(16): 1627002.
- Zhai S Q, Yuan N, Liu K. EPR quantum steering switch based on entanglement swapping[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(16): 1627002.
- [28] 王洁琼, 张勇. 基于奇偶校验门的非破坏性贝尔态测量[J]. 光学学报, 2021, 41(20): 2027002.
- Wang J Q, Zhang Y. Non-destructive bell state measurement based on parity gates[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(20): 2027002.
- [29] 陈烈裕, 李占成, 程化, 等. 基于超表面的量子态制备与操控研究进展[J]. 光学学报, 2021, 41(8): 0823016.
- Chen L Y, Li Z C, Cheng H, et al. Progress of metasurface-enabled preparation and manipulation of quantum states[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(8): 0823016.
- [30] Fan H, Wang Y N, Jing L, et al. Quantum cloning machines and the applications[J]. Physics Reports, 2014, 544(3): 241-322.
- [31] Scarani V, Iblisdir S, Gisin N, et al. Quantum cloning [J]. Reviews of Modern Physics, 2005, 77(4): 1225-1256.
- [32] Nagali E, Giovannini D, Marrucci L, et al. Experimental optimal cloning of four-dimensional quantum states of photons[J]. Physical Review Letters, 2010, 105(7): 073602.
- [33] Gisin N, Massar S. Optimal quantum cloning machines [J]. Physical Review Letters, 1997, 79(11): 2153-2156.
- [34] Ma H, Zhu Y N, Niu X Y, et al. Research on improved triangular mesh surface subdivision algorithm master thesis[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2020, 1621(1): 012053.
- [35] Trietsch D, Hwang F. An improved algorithm for Steiner trees[J]. SIAM Journal on Applied Mathematics, 1990, 50(1): 244-263.