# 激光写光电子学进展

# 基于远心镜头与曲面屏的镜面三维测量方法

李煜<sup>1</sup>,张宗华<sup>1,2\*</sup>,高楠<sup>1</sup>,孟召宗<sup>1</sup>,李梓榆<sup>1</sup>,王张颖<sup>1</sup> <sup>1</sup>河北工业大学机械工程学院,天津 300130; <sup>2</sup>哈德斯菲尔德大学精密技术中心,英国 西约克郡 HD1 3DH

**摘要**提出了一种基于远心镜头与曲面屏的非连续镜面三维形貌测量新方法,在增加大曲率镜面成像范围的同时,提高 了三维数据的测量精度。首先,在显示屏上显示标准正弦条纹图,相机分别记录经由平面参考镜和被测镜面反射的正弦 条纹图像。然后,利用四步相移法和最佳三条纹选择法得到对应的相位分布值。接着,与平面参考镜比较,得到经由被 测镜面物体表面调制后的相位变化。根据所建立的数学模型,推导相位与深度间对应关系,并对其系统参数进行标定。 最后,对大曲率镜面和非连续镜面标准台阶进行了测量,验证了该方法的精度和有效性。

关键词 测量;远心镜头;曲面屏;相位测量偏折术;光学面形测量 中图分类号 TH741 **文献标志码** A

DOI: 10.3788/LOP220614

# Three-Dimensional Measurement Method of Mirror Based on Telecentric Lens and Curved Screen

Li Yu<sup>1</sup>, Zhang Zonghua<sup>1,2\*</sup>, Gao Nan<sup>1</sup>, Meng Zhaozong<sup>1</sup>, Li Ziyu<sup>1</sup>, Wang Zhangying<sup>1</sup> <sup>1</sup>School of Mechanical Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300130, China; <sup>2</sup>Centre for Precision Technologies, University of Huddersfield, West Yorkshire HD1 3DH, UK

**Abstract** A new method based on a telecentric lens and curved screen is proposed to measure a discontinuous mirror's three-dimensional (3D) shape. This technique increases the imaging range of mirrors having large curvature and improves the measurement accuracy of 3D data. First, a display screen shows sinusoidal fringe patterns, and a camera records the sinusoidal fringe images reflected through the plane reference mirror and the measured mirror. Second, the corresponding phase distribution is obtained using the four-step phase shift method and the optimal three fringe selection method. The phase change modulated by the object surface of the measured mirror is obtained by comparison to the plane reference mirror. Furthermore, according to the established mathematical model, the relationship between phase and depth is deduced, and the system parameters are calibrated. Finally, measurements are taken to verify the accuracy and effectiveness of the proposed method using an artificial mirror step with large curvature and a discontinuous mirror.

Key words measurement; telecentric lens; curved screen; phase measuring deflectometry; optical surface measurement

1引言

物体表面三维(3D)形貌测量技术已经广泛应用 于逆向工程<sup>[1]</sup>、虚拟现实<sup>[2]</sup>、机器视觉<sup>[3]</sup>、生物医学监 测<sup>[4]</sup>、人体测量<sup>[5]</sup>、生物特征识别<sup>[6]</sup>等领域。其中,镜面 面形的测量一直是研究的难点和热点问题。由于具有 快速、高精度、非接触、低成本、高动态范围、全场测量 等优点,相位测量偏折术(PMD)<sup>[7-10]</sup>被广泛应用于镜 面形貌的三维测量中。

刘元坤等<sup>[11-2]</sup>提出了利用 PMD 对镜面物体进行 表面形貌测量的方法。该方法虽然成本低、结构简单, 但存在较高累积误差,且不能测量大梯度与非连续镜 面物体表面。Tang等<sup>[13]</sup>提出了一种基于"相位-高度" 关系来测量非球面镜的技术,但该方法测量过程较为 复杂,而且限制了测量物体的尺寸。Liu等<sup>[14]</sup>提出了 一种基于直接相位测量偏折术的方法来测量非连续孤

收稿日期: 2022-01-14; 修回日期: 2022-02-02; 录用日期: 2022-02-21; 网络首发日期: 2022-03-03

**基金项目**: 国家自然科学基金(52075147)

通信作者: \*zhzhang@hebut.edu.cn

#### 第 60 卷 第 7 期/2023 年 4 月/激光与光电子学进展

#### 研究论文

立镜面反射物体表面,通过直接建立被测镜面相位与 梯度间关系,避免了因梯度积分代入的累积误差。

在现有的PMD测量系统中,通常使用平面显示 器屏幕产生正弦结构光。受到所使用的平面屏幕尺寸 和形状的影响,被测表面的某些部分会反射屏幕外的 场景,导致镜面重建不完整。因此,大曲率的镜面反射 曲面无法在一次测量中获得。曲面屏经被测镜面所成 虚像深度范围小于平面屏所成虚像的深度,因此使用 曲面屏在理论上可以进一步降低对镜头景深要求,扩 大测量范围。

目前,CCD相机被广泛应用于视觉检测领域,但 普通镜头存在着"近大远小"的视觉差现象。当物体不 在景深范围内时,镜头无法聚焦,图像变得模糊。与普 通镜头相比,远心镜头具有畸变小、景深大、失真度低、 放大倍率恒定等优点<sup>[15-16]</sup>。因此,远心镜头被广泛应 用于不同高度三维零部件尺寸的精确测量领域。 本文提出了一种基于远心镜头与曲面屏的大曲率 镜面三维测量方法。该方法可对待测镜面和经镜面所 成像同时清晰采集,减小相位数据的噪声,提高三维数 据的精度。并提出了本文方法的测量原理与数学模型,研究了系统参数的标定,搭建了实验系统,最后验 证了所提方法的可靠性。

### 2 测量原理

本文方法的测量原理基于 PMD,如图 1 所示。根据远心光路可知,经由被测镜面反射的光线均平行于相机光轴。相机每个像素点均对应一条经由被测镜面反射的光线。由显示屏位于位置 1 处的绝对相位  $\varphi_{A_1}$  可以确定经平面参考镜表面的反射光线,由位置 1 处的绝对相位  $\varphi_{B_1}$  可以确定经被测镜面物体表面的入射光线,它们的交点即为镜面上的被测点。



图1 镜面物体三维测量系统。(a)设计方案;(b)数学模型

Fig. 1 Three-dimensional measurement system for mirror object. (a) Design scheme; (b) mathematical model

根据图1(b)所示的数学模型,利用数学知识,推导出如下相位与深度之间的几何关系。

$$= A_{3}D' - A_{3}D = [OO_{1} + R \times \cos(\angle B_{1}O_{1}I)] - |K_{B_{1}B_{2}} \times B_{1}A_{3}|, \qquad (1)$$

$$K_{B_1B_2} = \frac{Z_{B_1} - Z_{B_2}}{X_{B_1} - X_{B_2}} =$$

h

$$\frac{R \times \cos\left(\angle B_1 O_1 I\right) - R \times \cos\left(\angle B_1 O_1 I\right) + \Delta d}{R \times \sin\left(\angle B_1 O_1 I\right) - R \times \sin\left(\angle B_2 O_2 I\right)}, \quad (2)$$

$$B_{1}A_{3} = |B_{1}C - A_{3}C| = |R \times \sin(\angle B_{1}O_{1}I) - R \times \sin(\angle A_{1}O_{1}I)|, \qquad (3)$$

$$\angle B_1 O_1 I = \frac{\varphi_{B_1} - \varphi_I}{D_{\text{totalphase}} \times R} \times l_{w^\circ}$$
(4)

从而得到被测镜面的高度,表示为  

$$h = d - R + R \times \cos(\angle B_1 O_1 I) - \frac{R \times \cos(\angle B_1 O_1 I) - R \times \cos(\angle B_1 O_1 I) + \Delta d}{R \times \sin(\angle B_1 O_1 I) - R \times \sin(\angle B_2 O_2 I)} \times \frac{|\sin(\angle B_1 O_1 I) - R \times \sin(\angle B_2 O_2 I)|}{|\sin(\angle B_1 O_1 I) - \sin(\angle A_1 O_1 I)|}, \quad (5)$$

式中: $O_1$ 、 $O_2$ 是曲面显示屏的圆心;d是显示屏至平面 镜的距离;R是曲面屏的半径; $\Delta d$ 是移动屏的位移; D<sub>totalphase</sub> 是曲面屏显示正弦条纹的最大和最小绝对相位间差值; l<sub>w</sub>是曲面屏的横向分辨率。

## 3 系统参数标定

#### 3.1 相机内参标定

现有的相机标定方法并不适用于远心镜头的相机,为此,本文使用了一种基于两步校准远心成像系统的方法。

第一步,令失真系数为0。基于无失真下相机模型获得闭合形式下的解决方案。然后再估计放大倍率 m和其他畸变参数,作为初始猜测值。

$$\frac{x_u}{y_u} = \frac{r_{11}X_w + r_{12}Y_w + r_{13}Z_w + t_x}{r_{21}X_w + r_{22}Y_w + r_{23}Z_w + t_y},$$
(6)

式中: $(x_u, y_u)$ 是图像平面上的理想成像坐标; $r_i$ 为旋转矩阵的参数值; $t_x, t_y$ 是平移矩阵参数值。

由于校准点位于公共平面上,为了使 $Z_w = 0$ 不失 去通用性,对于每一点世界坐标( $X_{wi}, Y_{wi}, Z_{wi}$ ),根据像 素坐标计算出相应的图像坐标系下的坐标( $x_i, y_i$ ),建 立线性方程组,表示为

$$\begin{bmatrix} y_{1}X_{w1} & y_{1}Y_{w1} & y_{1} & -x_{1}X_{w1} & -x_{1}Y_{w1} \\ y_{2}X_{w2} & y_{2}Y_{w2} & y_{2} & -x_{2}X_{w2} & -x_{2}Y_{w2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{N}X_{wN} & y_{N}Y_{w1} & y_{N} & -x_{N}X_{wN} & -x_{N}Y_{wN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11}/t_{y} \\ r_{12}/t_{y} \\ r_{13}/t_{y} \\ r_{14}/t_{y} \\ r_{15}/t_{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1} \\ x_{2} \\ \vdots \\ x_{N} \end{bmatrix}^{\circ}$$
(7)

该公式可简化为

$$\boldsymbol{M} \times \boldsymbol{L} = \boldsymbol{X}_{\circ} \tag{8}$$

由于标定板角点个数远大于5,因此可使用最小 二乘法求解超定线性方程组,确定L中的5个独立未 知量。旋转矩阵R的其余未求解系数可由RR<sup>T</sup>=E和 det(R)=1求解。最终,可得到放大倍率m,公式为

$$\begin{bmatrix} m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11}X_{wi} + r_{12}Y_{wi} + t_x \\ r_{21}X_{wi} + r_{22}Y_{wi} + t_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix}_{\circ}$$
(9)

第二步,考虑到镜头畸变问题,对相机模型进行非 线性优化。利用最小化目标函数F来计算并优化所有 参数,公式为

$$F = \sum_{i=1}^{N} \left\| p_{i} - \widetilde{p_{i}} \left( \mathbf{R}, t_{x}, t_{y}, m, k_{1}, h_{1}, h_{2}, s_{1}, s_{2} \right) \right\|^{2}, (10)$$

式中: $p_i$ 是图像坐标系坐标; $\tilde{p}_i(R, t_x, t_y, m, k_1, h_1, h_2, s_1, s_2)$ 是 $p_i$ 点的投影点;T为平移向量;  $k_1, h_1, h_2, s_1, s_2$ 是失真系数。

最小化目标函数F是一个非线性极小化问题,通 常利用列文伯格-马夸尔特算法<sup>[17]</sup>求解。

#### 3.2 系统外部参数标定

为求解被测镜面的高度,根据式(5)需确定平面参 考镜与曲面显示屏之间距离d,如图2所示。

被测物体表面的梯度与高度只会使水平方向上的 相位发生变化,因此在曲面显示屏上显示蓝色竖条纹。 利用四步相移法<sup>[18]</sup>与最佳三条纹选择算法<sup>[19]</sup>求解绝对 相位,从而计算出显示屏上每一点的相位值。

利用水平移动导轨将平面参考镜与曲面显示屏分



图 2 系统参数 d 求解 Fig. 2 Solution of system parameter d

别移动已知距离 h, 相机采集不同位置处曲面显示屏上的条纹图。平面参考镜被水平精密导轨移动 h时, 可得到

$$\frac{\varphi_{m1}-\varphi_{r1}}{\varphi_{m2}-\varphi_{r2}} = \frac{d-h}{d+\Delta d-h},$$
(11)

$$d = \frac{(\varphi_{m1} - \varphi_{r1})\Delta d}{(\varphi_{m2} - \varphi_{r2}) - (\varphi_{m1} - \varphi_{r1})} + h, \qquad (12)$$

式中:h是平面参考镜移动的距离。

为得到较精确的*d*值,移动平面参考镜到几个已 知的位置,求其平均值。由于高精度水平移动台控制 曲面显示屏移动的距离,故已知两个显示屏之间的 距离△*d*。

# 4 实验与分析

根据所提方法搭建了相应的硬件测量系统,如 图 3(a)所示。该系统包括三星公司 C24T550FDC 曲 面显示屏、带有标识点的平面参考镜、透光率为 50% 的半透半反镜、大亨公司 GCD-203300M 系列 300 mm 行程电控水平移动台。精确调节曲面显示屏、平面参 考镜、半透半反镜与光学平台垂直,同时保证曲面显示 屏与平面参考镜间的平行位置关系。



图 3 实验平台图。(a)本文系统;(b)传统 PMD Fig. 3 Experimental platform. (a)Proposed system;(b) traditional PMD

为验证所提方法的有效性,对比分析了普通镜头和 平面屏所搭建系统对一个非连续镜面扇形(大曲率镜

面)台阶的测量过程,如图3所示。曲面屏显示12幅最 佳条纹个数分别为49、48和42的标准正弦条纹图,同时

#### 第 60 卷 第 7 期/2023 年 4 月/激光与光电子学进展

CCD 相机采集经由台阶面反射的变形条纹图,如 图 4(a)、(c)所示。利用四步相移法与最佳三条纹选择 法分别得到变形条纹图的展开相位图,如图 4(b)、(d)所 示。对比观察可知,在测量同一个镜面扇形台阶时,使 用本文方法的测量范围明显增大。而且,由于远心镜头 的正交特性,不会因边缘现象造成测量信息的缺失。



图 4 镜面标准扇形台阶。(a) (c)变形条纹图;(b) (d)展开相位图 Fig. 4 Mirror fan-shaped standard step. (a) (c) Deformation fringe pattern; (b) (d) unwrapped phase

为了定量评价本文方法的测量精度,对已知高度 的镜面标准直角台阶与标准环形台阶进行了测量和分 析,如图5所示。选择中间台阶面为基准面,用其他台 阶面的所有点到基准面距离的平均值来表示测量所得 相邻台阶面间距离。测量结果如表1所示,并分别与 表1第1列三坐标测量机(CMM)、基于远心镜头与平面 屏方法<sup>[20]</sup>的测量结果进行对比。使用基于远心镜头与 平面屏的方法,测量所得相邻台阶面间距离的最大绝对 误差值为0.026 mm,最小绝对误差值为0.021 mm。使 用基于远心镜头与曲面屏的方法,测量所得相邻台阶



图5 镜面标准直角台阶。(a)变形条纹图;(b)折叠相位图;(c)展开相位图;(d)三维重建结果

Fig. 5 Mirror right-angle standard step. (a) Deformation fringe pattern; (b) wrapped phase; (d) unwrapped phase; (d) 3D reconstruction results

第 60 卷 第 7 期/2023 年 4 月/激光与光电子学进展

表1 直角台阶面真实值与测量值的结果与误差 Table 1 Results and errors of true and measured values of right-

	unit: mm			
CMM measurement	Actual measurement		Absolute error	
	Traditional method	Proposed	Traditional method	Proposed
3.987	3.961	4.009	0.026	0.024
7.025	7.048	7.064	0.023	0.012
5.006	4.985	4.986	0.021	0.023
6.099	6.121	6.083	0.022	0.020

面间距离的最大绝对误差值为0.024 mm,最小绝对误 差值为0.014 mm。

同理,对一个镜面标准扇形台阶进行测量,如 图 6 所示。然后与 CMM 测量结果进行对比,如表 2 所示,相邻台阶面间距离的绝对误差值与均方根误差 值分别为 0.022 mm 与 0.024 mm。实验结果表明,本 文提出的测量系统可以精确可靠地获得被测镜面的 深度。





表 2	扇形台阶面CMM值与测量值的结果与误差

Table 2	Results and	errors of true an	nd measured	values of fan-
		shaped step surf	face	unit. mm

	shaped s	unit, min	
Step	СММ	Actual	Absolute
surface	measurement	measurement	error
1-2	3.00016	3.031	0.031
2-3	4.00015	4.024	0.024
3-4	5.00026	4.976	0.024
4-5	5.50026	5.482	0.018

# 5 结 论

本文提出了一种基于远心镜头与曲面屏的镜面物 体三维测量方法。通过直接建立"相位-高度"间的关 系,实现了大曲率非连续镜面的精确测量。实验结果 证实了该方法的有效性和精度。该方法具有成本低、 精度高、可测量非连续镜面物体、扩大测量范围等 优点。

#### 参考文献

- [1] 李志新,黄曼慧,成思源.逆向工程技术及其应用[J]. 现代制造工程,2007(2):58-60.
- Li Z X, Huang M H, Cheng S Y. Reverse engineering technique and its application[J]. Modern Manufacturing Engineering, 2007(2): 58-60.
- [2] Petrov M, Talapov A, Robertson T, et al. Optical 3D digitizers: bringing life to the virtual world[J]. IEEE Computer Graphics and Applications, 1998, 18(3): 28-37.
- [3] Sitnik R, Kujawinska M. Opto-numerical methods of data acquisition for computer graphics and animation systems[J]. Proceedings of SPIE, 2000, 3958: 36-43.
- [4] 吕晨阳,战仁军.生物组织光学特性参数的测量方法研究[J].激光与光电子学进展,2021,58(3):0300004.
  Lü C Y, Zhan R J. Measurement method of optical property parameters of biological tissue[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(3):0300004.
- [5] 张芬,张吴昱,李春澍,等.光声显微成像引导注射微整形术研究[J].中国激光,2021,48(21):2107002.
  Zhang F, Zhang W Y, Li C S, et al. Photoacoustic microscopy for injection navigation of microplastic surgery
  [J]. Chinese Journal of Lasers, 2021, 48(21): 2107002.
- [6] 田捷,杨鑫.生物特征识别理论与应用[M].北京:清华 大学出版社,2009.
  Tian J, Yang X. Theory and application of biometric identification[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009.
- [7] Zhong K, Li Z W, Shi Y S, et al. Fast phase measurement profilometry for arbitrary shape objects without phase unwrapping[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2013, 51(11): 1213-1222.
- [8] Zhou T, Chen K, Wei H Y, et al. Improved method for rapid shape recovery of large specular surfaces based on phase measuring deflectometry[J]. Applied Optics, 2016, 55(10): 2760-2770.
- [9] 丁少闻,张小虎,于起峰,等.非接触式三维重建测量 方法综述[J].激光与光电子学进展,2017,54(7): 070003.

Ding S W, Zhang X H, Yu Q F, et al. Overview of noncontact 3D reconstruction measurement methods[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(7): 070003.

- [10] Zhang Z H, Huang S J, Gao N, et al. Full-field 3D shape measurement of specular object having discontinuous surfaces[J]. Proceedings of SPIE, 2017, 10449: 104490T.
- [11] 刘元坤,苏显渝,吴庆阳.基于条纹反射的类镜面三维 面形测量方法[J].光学学报,2006,26(11):1636-1640.
  Liu Y K, Su X Y, Wu Q Y. Three-dimensional shape measurement for specular surface based on fringe reflection[J]. Acta Optica Sinica, 2006, 26(11): 1636-1640.
- [12] 刘元坤, Olesch Evelyn,杨征,等.基于双频正交光栅 一维相移的相位测量偏折术研究[J].中国激光, 2015, 42(3):0308005.

Liu Y K, Olesch E, Yang Z, et al. A one-dimensional

#### 第 60 卷 第 7 期/2023 年 4 月/激光与光电子学进展

#### 研究论文

phase-shift technique based on dual-frequency crossed fringe for phase measuring deflectometry[J]. Chinese Journal of Lasers, 2015, 42(3): 0308005.

- [13] Tang Y, Su X Y, Liu Y K, et al. 3D shape measurement of the aspheric mirror by advanced phase measuring deflectometry[J]. Optics Express, 2008, 16 (19): 15090-15096.
- [14] Liu Y, Huang S J, Zhang Z H, et al. Full-field 3D shape measurement of discontinuous specular objects by direct phase measuring deflectometry[J]. Scientific Reports, 2017, 7: 10293.
- [15] 潘兵,俞立平,吴大方.使用双远心镜头的高精度二维数字图像相关测量系统[J].光学学报,2013,33(4): 0412004.

Pan B, Yu L P, Wu D F. High-accuracy twodimensional digital image correlation measurement system using a bilateral telecentric lens[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(4): 0412004.

[16] 夏兵,王敏,郭巧双,等.用于小零件图像测量的双远 心光学系统[J].光学仪器,2015,37(4):314-318. Xia B, Wang M, Guo Q S, et al. Bilateral telecentric system for image measurement of small parts[J]. Optical Instruments, 2015, 37(4): 314-318.

- [17] Moré J J. The Levenberg-Marquardt algorithm: implementation and theory[M]//Watson G A. Numerical analysis. Lecture notes in mathematics. Heidelberg: Springer, 1978, 630: 105-116.
- [18] 黄淑君.三维指纹仪关键技术的研究[D].天津:河北工 业大学,2013.
  Huang S J. Research on the key technology of 3D fingerprint device[D]. Tianjin: Hebei University of Technology, 2013.
- [19] Zhang Z H, Towers C E, Towers D P. Time efficient color fringe projection system for 3D shape and color using optimum 3-frequency selection[J]. Optics Express, 2006, 14(14): 6444-6455.
- [20] Niu Z Q, Gao N, Zhang Z H, et al. 3D shape measurement of discontinuous specular objects based on advanced PMD with bi-telecentric lens[J]. Optics Express, 2018, 26(2): 1615-1632.