

激光与光电子学进展

基于双星编队的高精度光载波相位测量技术

杨克元, 姚鑫*, 李嘉敏, 王国永, 张中英

中国航天科技集团有限公司第五研究院西安分院空间通信与导航技术研究所, 陕西 西安 710100

摘要 基于双星编队的激光干涉测距载荷能够在轨验证基于三星编队的空间引力波探测任务的多项关键技术。在空间引力波探测任务中,为实现皮米级的星间位移测量精度,要求在 mHz 频段实现优于 10^{-6} cycle/Hz^{1/2} 的光载波相位测量精度。限制测相精度的瓶颈因素在于相位计中模数转换器的采样抖动。利用导频和时钟边带调制技术可在数据后处理中抑制采样抖动噪声。将面向三星编队时间延迟干涉组合的时钟边带调制技术推广到更普遍的基于双星编队的双向光载波相位测量系统中,并考虑到星间多普勒频移,给出了抑制光载波相位测量过程中采样抖动噪声的系统性方案。该方案能够应用在下一代地球重力场探测任务中,以在轨验证面向空间引力波探测的相位计技术,同时有望应用于高精度星间激光时频传递项目,支撑未来全球卫星导航系统。

关键词 测量; 相位测量; 干涉度量法; 光载波; 拍频; 边带调制

中图分类号 O436

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP220481

High-Precision Optical Carrier Phase Measurement Technology Based on Two-Satellite Formation

Yang Keyuan, Yao Xin*, Li Jiamin, Wang Guoyong, Zhang Zhongying

*Institute of Space Communication and Navigation Technology, Fifth Research Institute (Xi'an) of China
Aerospace Science and Technology Corporation Limited, Xi'an 710100, Shaanxi, China*

Abstract The payload of laser ranging interferometer based on the two-satellite formation can on-orbit show numerous vital technologies in the space-based gravitational wave detection mission. In this mission, to realize the picometer-level precision in the inter-satellite displacement measurement, it is required to achieve the optical carrier phase measurement with an accuracy of better than 10^{-6} cycle/Hz^{1/2} in the mHz frequency range. The sample jitter of the phase meter's analog-to-digital converter is the bottleneck limiting the precision of the phase measurement. By applying the techniques of pilot tone and clock side-band modulation, the sampling jitter noise could be suppressed in the data post-processing algorithm. The clock side-band modulation method towards time-delay interferometry in the three-satellite formation is extended to the two-satellite formation-based dual optical carrier phase measuring system. The systematic approach is proposed to suppress the sampling jitter noise in the optical carrier phase measurement considering the inter-satellite Doppler frequency shift. The technique could be applied in the next-generation earth gravitational detection mission to on-orbit demonstrate the phase meter technology towards space-based gravitational wave detection. Furthermore, it could be used in the high-precision inter-satellite laser time and frequency transfer mission, supporting the future global navigation satellite system.

Key words measurement; phase measurement; interferometry; optical carrier; beat frequency; side-band modulation

1 引言

激光干涉测量在高灵敏传感和高精度位移测量方向具有重要的应用潜力^[1-2]。基于迈克耳孙激光干涉测量的地基引力波探测为人类观测宇宙打开了新的窗口^[3]。为突破地面干涉仪臂长限制,并避免地表的

低频振动噪声,各国相继提出并逐步推进了空间引力波探测计划^[4-6]。在空间引力波探测中,卫星星间距离在数十万到数百万千米的量级,因此可实现 mHz 频段的引力波信号探测。相比地面干涉仪所在的 Hz 频段, mHz 频段存在更丰富的引力波波源。空间引力波探测的核心载荷是激光干涉仪,星座构型为等距离的三

收稿日期: 2022-01-10; 修回日期: 2022-02-21; 录用日期: 2022-03-30; 网络首发日期: 2022-04-10

基金项目: 国防科技 173 计划重点项目、国家自然科学基金(11803023)、中国航天科技集团公司自主研发项目

通信作者: *yaoxin_thu@163.com

星编队。为有效探测到引力波信号,需实现不同卫星平台上悬浮质量块间的皮米级位移测量精度。为此,需突破无拖曳控制^[7]、激光稳频^[8]、超稳光学平台^[9]、望远镜加工^[10]、星间精密指向^[11]、高精度测相^[12]和时间延迟干涉数据后处理^[13]等多项关键技术。2015年以来,美欧合作发起的“激光干涉仪空间天线”(LISA)计划、中国科学院主导的“太极”计划和中山大学发起的“天琴”计划均已分别发射首颗技术验证星^[14-19],以在轨验证无拖曳控制技术以及小型化激光干涉系统性能。空间引力波探测计划的第二步是发射两颗卫星,组成双星编队,以在轨验证星间激光干涉测距技术,并为地球时变重力场测绘提供服务。2018年,美欧合作发射了 GRACE Follow-on 低-低跟踪卫星^[20],在约 220 km 的星间距离上成功实现了纳米级的位移测量精度,为 LISA 计划的后续实施奠定了技术基础。在空间引力波探测中,激光频率噪声和超稳晶振(USO)频率噪声是任务能否成功的两大技术风险。为抑制激光频率噪声,Faller 等^[21]首次提出通过对测相值进行时间延迟处理和线性组合的方式实现等臂长干涉,即时间延迟干涉(TDI)。进一步地,为在 mHz 频段实现优于 10^{-6} cycle/Hz^{1/2} 的光载波相位测量精度,抑制相位计中 USO 引入的模数转换器(ADC)采样抖动噪声,Tinto 等^[22-23]提出了时钟边带调制技术路线,通过对边带拍频信号测量并提取出时钟噪声项,在 TDI 数据处理中扣除时钟噪声。随后,de Vine 等^[24]通过实验论证了通过时钟边带调制技术抑制时钟噪声的可行性。Hartwig 等^[25]针对时钟噪声抑制提出了改进算法,以适应包含臂长变化的多种 TDI 数据组合。然而,时钟边带调制技术需要在位移测量链路上引入电光相位调制器,并消耗一部分激光功率用来调制边带,从而会对星间位移测量精度产生影响。因此,有必要在双星编队激光干涉测距任务中增加验证时钟边带调制和高精度光载波测相处理技术的附加功能,为在后续空间引力波探测三星编队任务中实现优于 10^{-6} cycle/Hz^{1/2} 测相精度奠定技术基础。本文将面向三星 TDI 组合的时钟噪声抑制算法推广到面向双星编队的光载波测量系统,并考虑 ADC 孔径抖动和星间多普勒频移,给出了抑制 ADC 采样抖动的系统解决方案。该方案能够应用于下一代地球重力场探测卫星任务,可在轨验证时钟边带调制技术的可行性。

2 光载波相位测量噪声

在基于数字锁相环的光载波相位测量中,噪声来源由热噪声、动态应力误差、ADC 量化误差和 ADC 采样抖动构成。具体而言,热噪声产生的测量噪声 $\tilde{\varphi}_{\text{ther}}$,即噪声的线性谱密度,单位为 cycle/Hz^{1/2},公式为

$$\tilde{\varphi}_{\text{ther}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{(C/N_0)} \left(1 + \frac{1}{2T_{\text{coh}} \cdot C/N_0}\right)}, \quad (1)$$

式中: C/N_0 是光载波的载噪比; T_{coh} 为环路积分时间,典型值为 1 ms,相应的环路更新速率为 1 kHz。通过 $\sqrt{\tilde{\varphi}_{\text{ther}}^2 B_n}$ 即可换算为常见的以 cycle 为单位的 1σ 热噪声表达式,其中 B_n 是数字锁相环环路带宽。

为实现优于 10^{-6} cycle/Hz^{1/2} 的测相精度,要求光载波的载噪比高于 104.0 dB/Hz。在激光干涉测距系统中,热噪声主要由激光散粒噪声、激光强度噪声和探测器电子噪声构成。其中,在空间引力波探测任务中,由于超远的星间距离造成链路传输损耗较高,散粒噪声将是热噪声的主要来源。

对于三阶锁相环,动态应力误差是由星间加速度引起。由于空间引力波探测星座的轨道动力学具有平滑稳健的特点,加速度可忽略不计。同时,在算法层面上可采用经典的二阶锁相环辅助三阶锁相环,以消除动态应力误差。

ADC 的量化误差 $\tilde{\varphi}_q$ 表示为

$$\tilde{\varphi}_q = \frac{\sqrt{2}}{2\pi} \frac{V_{\text{max}}}{V_0} \frac{2^{-N}}{\sqrt{6 \cdot f_s}}, \quad (2)$$

式中: V_{max}/V_0 是 ADC 满量程峰峰值 V_{max} 与输入信号峰峰值 V_0 之比; N 为 ADC 有效位宽; f_s 是采样率。当 V_{max}/V_0 取 4,采样率为 80 MHz,ADC 有效位宽为 10 bit 时,ADC 的量化误差为 4×10^{-8} cycle/Hz^{1/2}。因此,适当的量化位宽和采样率可使 ADC 量化误差忽略不计。

ADC 采样抖动由孔径抖动和驱动 ADC 工作的采样钟抖动构成。孔径时间分为固定延迟和均值为零的延迟抖动,后者会引入到测相噪声中,并且会随被采信号频率的提升而恶化:

$$\tilde{\varphi}_A = f_0 \tilde{\tau}_A. \quad (3)$$

孔径抖动取典型值 $\tilde{\tau}_A = 3$ ps/Hz^{1/2},中频信号频率 f_0 最大可到 20 MHz,那么孔径抖动噪声则为 6×10^{-5} cycle/Hz^{1/2},远超过 10^{-6} cycle/Hz^{1/2} 的测相精度要求。

除了孔径抖动噪声,在量化采样过程中,由于采样时钟的不理想性同样会造成 AD 采样抖动,从而产生测相噪声。

采样时钟产生的抖动 $\tilde{\tau}_c$ 与 ADC 器件本身的孔径抖动 $\tilde{\tau}_A$ 会混叠在一起,共同导致 AD 采样抖动 $\tilde{\tau}_{\text{jitter}}$,表示为

$$\tilde{\tau}_{\text{jitter}} = \sqrt{\tilde{\tau}_A^2 + \tilde{\tau}_c^2}. \quad (4)$$

当采样时钟相对频率稳定度为 $y(f)$ 时,采样时钟抖动引入的测相噪声表示为

$$\tilde{\varphi}_c = \frac{y(f) f_0}{2\pi f}, \quad (5)$$

式中: $y(f)$ 的单位为 1/Hz^{1/2}; f_0 为中频信号频率,取值 20 MHz; f 为噪声谱密度的傅里叶频率。超稳晶振的阿伦方差 σ_{Allen} 典型值为 1×10^{-13} @ 100 s,结合低频段阿伦方差与相对频率稳定度 $y(f)$ 的近似转换公式^[24]

表示为

$$\sigma_{\text{Allen}} \approx \sqrt{2\ln 2f} y(f), \quad (6)$$

式中:阿伦方差采样时间间隔 τ 与噪声谱密度傅里叶频率 f 的关系为 $f=1/2\tau$, 可得相对频率稳定度 $y(f)=1.2 \times 10^{-12} \text{ Hz}^{-1/2}@5 \text{ mHz}$, 那么结合式(5)可知, 采样时钟引入的测相噪声 $\tilde{\varphi}_c=7.6 \times 10^{-4} \text{ cycle/Hz}^{1/2}$, 远超过 $10^{-6} \text{ cycle/Hz}^{1/2}$ 的测相精度要求。根据 USO 的典型阿伦方差值 $2 \times 10^{-13}@0.2 \text{ s}$, $2 \times 10^{-13}@2 \text{ s}$, $1 \times 10^{-13}@10 \text{ s}$, $1 \times 10^{-13}@1000 \text{ s}$, $2 \times 10^{-13}@1000 \text{ s}$, 以及 $3 \text{ ps/Hz}^{1/2}$ 的典型孔径抖动值, 并结合上述分析可知, 如图 1 所示, 时钟抖动(蓝色星划线)和孔径抖动(黑色实线)引起的相位噪声曲线, 在 1 mHz 到 1 Hz 区域显著高于测相精度要求(红色虚线)。由图 1 可知, 相位计在 mHz 附近的低频段测相噪声由时钟抖动噪声占主导, 在 Hz 附近的高频段测相噪声由孔径抖动噪声占主导。

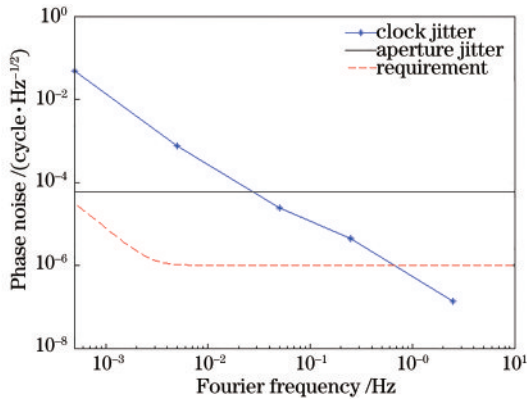


图 1 在 ADC 采样过程中由时钟抖动和孔径抖动引起的相位噪声

Fig. 1 Phase noise of clock jitter and aperture jitter in the ADC sampling process

根据上述分析可知, 光载波相位测量噪声由热噪声和 ADC 采样抖动噪声主导。热噪声由激光散粒噪声、激光强度噪声和探测器电子噪声构成, 由系统设计和链路预算决定。对于相位计设备本身而言, 由于在采样以及后续数字电路中的量化误差可忽略不计, 因此, ADC 采样抖动噪声是限制测相精度的瓶颈因素。

3 采样抖动抑制

本文提出在双星编队下抑制 ADC 采样抖动的系统解决方案。如图 2 所示, 卫星 1 和卫星 2 分别向对方发射一束激光, 形成双向的光载波相位测量, 其中每颗卫星的发射激光与本振激光同源同频。两颗卫星下发载波测相值序列 $\varphi_1(t)$ 和 $\varphi_2(t)$, 通过对两组测相值延迟和线性组合即可提取出位移信息和星间多普勒频移。在 GRACE Follow-on 任务中, 采用锁相转发式激光干涉测距, 即卫星 2 的激光器锁相跟踪接收到的是卫星 1 激光, 因此 $\varphi_2(t)$ 实际是锁相残差值, 无需处理, 仅需 $\varphi_1(t)$ 即可表征星间位移信息。锁相转发是双向载波测量的特例。在本文中, 考虑更普遍意义下的双向载波相位测量系统的采样抖动抑制问题。

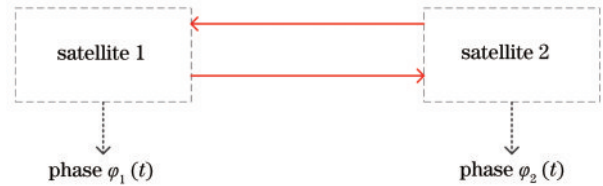


图 2 双向载波相位测量系统

Fig. 2 Scheme of dual carrier phase measurement system

3.1 系统组成

如图 3 所示, 在双星编队下采样抖动抑制系统由

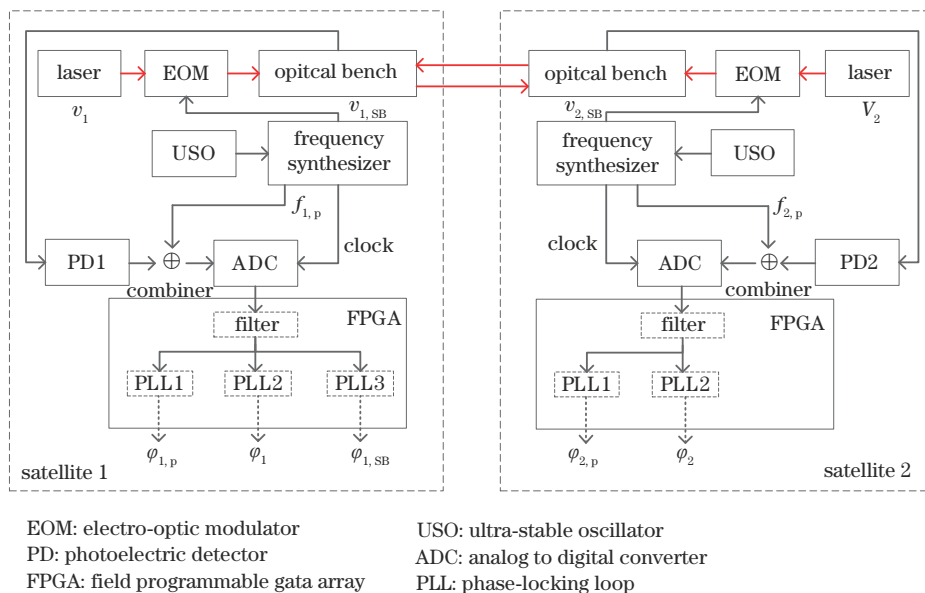


图 3 采样抖动抑制系统示意图

Fig. 3 Illustration of sampling jitter suppression system

频率综合单元、电光相位调制器(EOM)和数字信号处理单元三部分组成,分别说明如下。

1) 频率综合单元。超稳晶振为频率综合单元提供基准频率。在 1 星处,频率综合单元通过锁相倍频电路产生三类信号:① ADC 采样时钟,频率为 f_s ;② 导频信号^[26],波形为正弦波,频率为 $f_{1,p}$;③ 边带调制信号,波形为正弦波,频率为 $\nu_{1,SB}$ 。导频信号 $f_{1,p}$ 略高于待测的拍频信号频率。由于三类信号从同一频综单元产生,属于同源信号,具有相同的背底噪声,因此三类信号的相噪比例关系由自身频率的比例关系决定。边带调制信号为 2~3 GHz,以放大采样钟抖动噪声,提高噪声测量精度。在 2 星处,类似地,频综产生三类信号:ADC 采样钟 f_s 、边带调制信号 $\nu_{2,SB}$ 和导频信号 $f_{2,p}$ 。

2) EOM。频综产生的边带调制信号加载于 EOM 上,使得光载波两侧产生一阶边带信号。卫星 1 激光频率为 ν_1 ,故一阶边带频率为 $\nu_1 \pm \nu_{1,SB}$ 。调制深度可设为 0.45 rad,约消耗载波功率 10%。另外,激光干涉测距系统中的四象限探测器带宽有限,两星处的边带调制频率之差,即 $\nu_{1,SB} - \nu_{2,SB}$,在 5 MHz 左右。

3) 数字信号处理单元。卫星 1 的光电探测器处存在两类拍频信号:① 载波拍频信号 $f_{1,carr}$,有 $f_{1,carr} = \nu_1 - \nu_2$;② 边带拍频信号 $f_{1,SB}$,有 $f_{1,SB} = (\nu_1 - \nu_2) - (\nu_{1,SB} - \nu_{2,SB})$,此处不考虑载波拍频信号另一侧的边带拍频信号 $(\nu_1 - \nu_2) + (\nu_{1,SB} - \nu_{2,SB})$ 。经过合路器后还增加了频率为 $f_{1,p}$ 的导频信号。因此,在 1 星处,经过 ADC 采样后进入现场可编程逻辑门阵列(FPGA)的数字信号共有三类信号。经过适当的数字滤波器和锁相环路处理后,在 t 时刻分别得到三类测相值序列:导频信号测相值 $\varphi_{1,p}(t)$ 、载波拍频信号测相值 $\varphi_1(t)$ 、边带拍频信号测相值 $\varphi_{1,SB}(t)$ 。在卫星 2 处则只需处理两类信号即可,分别是导频信号测相值 $\varphi_{2,p}(t)$ 和载波拍频信号测相值 $\varphi_2(t)$,如图 3 所示。在数字滤波器设置方面,由于边带拍频信号与载波拍频信号的频率差为 5 MHz,考虑双星间 ± 3 MHz 的多普勒频移,当卫星 2 外差锁相频率设置为 12 MHz 时,卫星 1 的载波拍频频率为 6~18 MHz,两侧的时钟边带拍频信号频率分别为 1~13 MHz 和 11~23 MHz。由于这几组信号频率有重叠,因此处理边带拍频信号的滤波器中心频率应可调节。可将数字信号处理单元中的一级滤波器设置为 25 MHz 的低通滤波器,随后对占据信号主要功率的载波拍频信号进行粗捕获,捕获精度优于 0.1 MHz,捕获结果加或减 5 MHz 可得两侧的边带拍频信号滤波器的中心频率。由于边带拍频信号为单载波信号,二级滤波器带宽可设置为 0.5 MHz,信号流入二级滤波器后可进行边带拍频信号的闭环跟踪。

3.2 抑制孔径抖动噪声

由于导频信号和 ADC 采样钟同源,因此导频信号的采样抖动噪声仅由孔径抖动噪声贡献。在卫星 1

处,根据导频信号测相值 $\varphi_{1,p}(t)$ 和预设的标称频率 $f_{1,p}$,可得载波拍频信号的孔径抖动噪声 $\delta\varphi_1$ 公式^[26]表示为

$$\delta\varphi_1(t) = \frac{f_{1,carr}}{f_{1,p}} \delta\varphi_{1,p}(t), \quad (7)$$

式中:导频信号的相位噪声 $\delta\varphi_{1,p}$ 为 $\delta\varphi_{1,p}(t) = \varphi_{1,p}(t) - f_{1,p}t$;孔径抖动噪声单位为 cycle/Hz^{1/2}; t 为测量时刻。

3.3 抑制采样钟抖动噪声

在双向载波相位测量系统中,采样钟抖动噪声项通过时钟边带调制技术进行扣除。由于边带调制信号与采样钟同源,设 1 星边带调制信号的相位噪声为 q_1 , $\nu_{1,SB}$ 是调制频率,则采样钟相噪为 $q_1 f_s / \nu_{1,SB}$,载波信号的 ADC 采样钟抖动噪声为 $q_1 f_{1,carr} / \nu_{1,SB}$ 。

在双向载波相位测量系统中, $\varphi_1(t)$ 和 $\varphi_2(t)$ 分别为卫星 1、2 的载波测相值,考虑测相系统的时钟相位噪声,得到

$$\begin{cases} \varphi_1(t) = p_1(t) - p_2(t - \tau) + a_1 q_1(t) \\ \varphi_2(t) = p_1(t - \tau) - p_2(t) + a_2 q_2(t) \end{cases}, \quad (8)$$

式中: $p_1(t)$ 为 1 星激光相位噪声; $p_2(t)$ 为 2 星激光相位噪声; τ 为星间链路时延; $a_1 = (\nu_1 - \nu_2) / \nu_{1,SB}$, $a_2 = (\nu_1 - \nu_2) / \nu_{2,SB}$, ν_1 是 1 星激光频率, ν_2 是 2 星激光频率; q_1 是频率为 $\nu_{1,SB}$ 的 1 星时钟相位噪声; q_2 是频率为 $\nu_{2,SB}$ 的 2 星时钟相位噪声。此处,不失一般性地,假设 1 星激光频率 ν_1 高于 2 星激光频率 ν_2 。

通过将双星测相值进行如下线性组合,得到

$$\varphi_{\text{main}}(t) = \varphi_1(t) - D_\tau \varphi_2(t), \quad (9)$$

式中: D_τ 时间延迟算符。由 $p_i(t - \tau) = D_\tau p_i(t) = p_{i,\tau}$, 可得:

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{main}}^{(q)} &= p_1 - p_{1,2\tau} + a_1 q_1 - a_2 q_{2,\tau} = p_1 - p_{1,2\tau} + \\ &(\nu_1 - \nu_2) \cdot \left(\frac{q_1}{\nu_{1,SB}} - \frac{q_{2,\tau}}{\nu_{2,SB}} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

对于锁相转发体制, $a_2 q_{2,\tau}$ 项是通过外差锁相系统的外差时钟源引入, $(\nu_1 - \nu_2)$ 为外差频率。 $\varphi_{\text{main}}^{(q)}$ 为表征星间位移信息的相位值。对于含有科学信号的 $\varphi_{\text{main}}^{(q)}$,既可以通过双星测相值组合得到,也可以在锁相精度很高的情况下由单星测相值得到。因此,下述抑制双星时钟相位噪声项的论证对双星测相组合体制和锁相转发体制具有相同适用性。

另外,值得注意的是,式(10)中两项时钟相位噪声之间虽然是减号,但是两地时钟是独立的,因此,两项噪声仍然是叠加在一起,高于单项噪声。

在 1 星和 2 星处,为提取双星的时钟噪声项,分别将频率为 $\nu_{1,SB}$ 和 $\nu_{2,SB}$ 的时钟信号调制到激光链路上,形成一阶时钟边带,即 $\nu_1 \pm \nu_{1,SB}$ 和 $\nu_2 \pm \nu_{2,SB}$ 。当 $\nu_{1,SB}$ 和 $\nu_{2,SB}$ 的频差较小时,光电探测器会接收到双星激光一阶边带间的拍频信号,拍频频率为 $(\nu_1 - \nu_2) +$

$(v_{1,SB} - v_{2,SB})$ 和 $(v_1 - v_2) - (v_{1,SB} - v_{2,SB})$ 。前者定义为上边带拍频信号,后者定义为下边带拍频信号,在频谱上分别位于载波拍频信号 $\nu_1 - \nu_2$ 的右侧和左侧。

此处考虑 1 星处的下边带拍频信号测相值,

$$\varphi_{1,SB}(t) = [p_1(t) + q_1(t)] - [p_2(t - \tau) + q_2(t - \tau)] + b_1 q_1(t), \quad (11)$$

式中:由于待测信号频率发生变化,时钟噪声 $q_1(t)$ 的系数变为 $b_1 = [(v_1 - v_2) - (v_{1,SB} - v_{2,SB})] / v_{1,SB}$ 。

进一步地,对 1 星载波拍频信号测相值与 1 星时钟边带拍频信号测相值相减,可得:

$$\varphi_1 - \varphi_{1,SB} = q_{2,\tau} - q_1 + a_1 q_1 - b_1 q_1 = q_{2,\tau} - \frac{v_{2,SB}}{v_{1,SB}} q_1. \quad (12)$$

定义测量值为

$$\gamma = (\varphi_{1,SB} - \varphi_1) / v_{2,SB}. \quad (13)$$

显然,通过对载波拍频信号测相值与时钟边带拍频信号测相值作差,可以提取出双星时钟噪声项,即

$$\gamma = \frac{q_{2,\tau}}{v_{2,SB}} - \frac{q_1}{v_{1,SB}}, \quad (14)$$

因此,对于式(10)中的相应噪声项进行扣除即可实现采样时钟抖动噪声的抑制,即有

$$\varphi_{\text{main}}^{(\text{corr})} = \varphi_{\text{main}}^{(q)} + (v_1 - v_2) \gamma = [\varphi_1(t) - D_\tau \varphi_2(t)] + (v_1 - v_2) \cdot (\varphi_{1,SB} - \varphi_1) / v_{2,SB}. \quad (15)$$

式(15)是在双星测相组合体制下的纠正双星 ADC 采样时钟抖动噪声的表达式。对于锁相转发体制,2 星(从星)测相值 $\varphi_2(t)$ 的噪声主要是高精度光学锁相环路噪声,近似为 0,因此,只需要考虑 $\varphi_1(t)$ 项和 $\varphi_{1,SB}$ 项即可。锁相转发体制下引入 $(v_1 - v_2) \gamma$ 项,纠正的是 1 星(主星)ADC 采样时钟抖动和 2 星(从星)外差锁相系统时钟抖动。

4 多普勒频移

前述论证尚未考虑星间激光多普勒频移效应。在下一代重力场探测任务中,星间激光干涉测量系统的激光波段为 1064 nm,频率为 281.76 THz,双星相对运动速度约为 ± 3 m/s,多普勒频移范围约为 ± 3 MHz。

对于式(10)和式(11)中的时钟噪声项系数,在多普勒频移的影响下改写为

$$\begin{cases} a_1 = [\nu_1 - \nu_2 \cdot (1 - \dot{L}/c)] / v_{1,SB} \\ a_2 = [\nu_1 \cdot (1 - \dot{L}/c) - \nu_2] / v_{2,SB} \\ b_1 = [(\nu_1 - v_{1,SB}) - (\nu_2 - v_{2,SB}) \cdot (1 - \dot{L}/c)] / v_{1,SB} \end{cases}, \quad (16)$$

式中: \dot{L} 为星间相对运动速度,范围为 ± 3 m/s,双星相向运动时为负; c 为光速。

双星测相组合值 $\varphi_{\text{main}}^{(q)}$ 可展开为

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{main}}^{(q)} &= p_1 - p_{2,2\tau} + a_1 q_1 - a_2 q_{2,\tau} = (p_1 - p_{2,2\tau}) + (v_1 - v_2) \cdot \\ &\left[\frac{q_1}{v_{1,SB}} - \frac{q_{2,\tau}}{v_{2,SB}} \right] + \left[v_2 \cdot \frac{\dot{L}}{c} \cdot \frac{q_1}{v_{1,SB}} - v_1 \cdot \frac{\dot{L}}{c} \cdot \frac{q_{2,\tau}}{v_{2,SB}} \right] = \\ &(p_1 - p_{2,2\tau}) + (v_1 - v_2) \cdot \left[\frac{q_1}{v_{1,SB}} - \frac{q_{2,\tau}}{v_{2,SB}} \right] + \\ &v_1 \cdot \frac{\dot{L}}{c} \cdot \left[\frac{q_1}{v_{1,SB}} - \frac{q_{2,\tau}}{v_{2,SB}} \right] - (v_1 - v_2) \cdot \frac{\dot{L}}{c} \cdot \frac{q_1}{v_{1,SB}}. \end{aligned} \quad (17)$$

式(17)第一项 $(p_1 - p_{2,2\tau})$ 为激光源相位噪声项,其余三项是时钟相位噪声项。考虑星载四象限探测器带宽有限,假设外差锁相系统的外差频率为 10 MHz,那么 $v_1 - v_2$ 的范围为 7~13 MHz, $v_1 \cdot (\dot{L}/c)$ 的范围为 ± 3 MHz。因此第二项和第三项数量级相当。对于第四项,由于 $(v_1 - v_2) \cdot (\dot{L}/c)$ 在 0.1 Hz 量级,与 $v_1 - v_2$ 和 $v_1 \cdot (\dot{L}/c)$ 相差了 7~8 个数量级。同时,由于双星时钟的独立性,两地时钟噪声的混叠项 $\left[\frac{q_1}{v_{1,SB}} - \frac{q_{2,\tau}}{v_{2,SB}} \right]$ 高于单独一项时钟噪声 $\frac{q_1}{v_{1,SB}}$ 。故式(17)第四项可以忽略,即

$$\varphi_{\text{main}}^{(q)} \approx (p_1 - p_{2,2\tau}) + \left(v_1 - v_2 + v_1 \cdot \frac{\dot{L}}{c} \right) \cdot \left[\frac{q_1}{v_{1,SB}} - \frac{q_{2,\tau}}{v_{2,SB}} \right]. \quad (18)$$

另一方面,载波拍频信号测相值 φ_1 与时钟边带拍频信号测相值 $\varphi_{1,SB}$ 的差值,即 γ 项,有

$$\gamma = (\varphi_{1,SB} - \varphi_1) / v_{2,SB} = \frac{q_{2,\tau}}{v_{2,SB}} - \frac{q_1}{v_{1,SB}} + \frac{\dot{L}}{c} \frac{q_1}{v_{1,SB}}. \quad (19)$$

同理,由于星间相对运动速度 \dot{L} 范围为 ± 3 m/s, $\dot{L}/c \approx 10^{-8}$ 远远小于 1,因此忽略 $\frac{\dot{L}}{c} \cdot \frac{q_1}{v_{1,SB}}$ 项,有

$$\gamma \approx \frac{q_{2,\tau}}{v_{2,SB}} - \frac{q_1}{v_{1,SB}}. \quad (20)$$

类似地,为消除式(18)时钟噪声,引入 γ 项,有

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{main}}^{(\text{corr})} &\approx \varphi_{\text{main}}^{(q)} + \left(v_1 - v_2 + v_1 \cdot \frac{\dot{L}}{c} \right) \cdot \gamma = [\varphi_1(t) - \\ &D_\tau \varphi_2(t)] + \left(v_1 - v_2 + v_1 \cdot \frac{\dot{L}}{c} \right) \cdot \frac{\varphi_{1,SB} - \varphi_1}{v_{2,SB}}. \end{aligned} \quad (21)$$

由于 $v_1 - v_2 - v_1 \cdot \dot{L}/c = f_{2,\text{carr}}$,因此,式(21)可以进一步写为

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{main}}^{(\text{corr})} &= [\varphi_1(t) - D_\tau \varphi_2(t)] + \left(f_{2,\text{carr}} + 2v_1 \cdot \frac{\dot{L}}{c} \right) \cdot \\ &\frac{\varphi_{1,SB} - \varphi_1}{v_{2,SB}}. \end{aligned} \quad (22)$$

在锁相转发机制中, $f_{2,\text{carr}}$ 实际上是 2 星的外差频率,典型值为 10 MHz。

结合上述论证,如图 4 所示,抑制 ADC 采样抖动的数据处理流程包含采样钟抖动校正、孔径抖动校正和星间多普勒效应校正。具体而言,双星系统进行双向载波相位测量,得到载波拍频信号测相值 φ_1 和载波拍频测相值为 φ_2 ,以及载波频率 $f_{1,\text{carr}}$ 和 $f_{2,\text{carr}}$,通过测相值组合即可获取星间位移信息,并进一步通过微分处理获取星间速度信息 \dot{L} 。另一方面,为消除采样抖动噪声中的孔径抖动噪声和采样钟抖动噪声,分别测量 1 星的下边带拍频信号相位值 $\varphi_{1,\text{SB}}$,频率值 $f_{1,\text{SB}}$,1 星导频信号测相值 $\varphi_{1,\text{p}}$,2 星导频信号测相值 $\varphi_{2,\text{p}}$ 。结合系统设定 1 星导频信号频率 $f_{1,\text{p}}$ 和 2 星导频信号频率 $f_{2,\text{p}}$,给出抑制 ADC 孔径抖动和时钟相噪的双星光载波测量系统综合处理公式为

$$\varphi_{\text{main}}^{(\text{corr})} = \left[\left[\varphi_1 - \frac{f_{1,\text{carr}}}{f_{1,\text{p}}} (\varphi_{1,\text{p}} - f_{1,\text{p}} t) \right] - D_\tau \left[\varphi_2 - \frac{f_{2,\text{carr}}}{f_{2,\text{p}}} (\varphi_{2,\text{p}} - f_{2,\text{p}} t) \right] + \left(f_{2,\text{carr}} + 2v_1 \cdot \frac{\dot{L}}{c} \right) \cdot \left[\varphi_{1,\text{SB}} - \frac{f_{1,\text{SB}}}{f_{1,\text{p}}} (\varphi_{1,\text{p}} - f_{1,\text{p}} t) \right] - \left(\varphi_1 - \frac{f_{1,\text{carr}}}{f_{1,\text{p}}} (\varphi_{1,\text{p}} - f_{1,\text{p}} t) \right) \right] \cdot v_{2,\text{SB}}, \quad (23)$$

式中: $\varphi_{\text{main}}^{(\text{corr})}$ 为扣除了采样抖动的双向载波相位测量系统输出值。在锁相转发系统中,2 星载波拍频频率 $f_{2,\text{carr}}$ 等于外差锁相频率。 D_τ 为时间延迟算符,有 $D_\tau F(t) = F(t - \tau)$, τ 为星间链路时延。

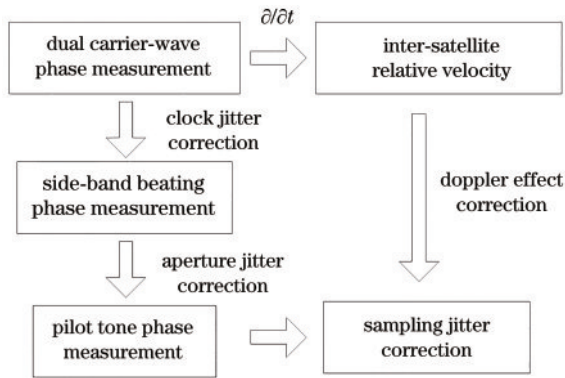


图 4 抑制采样抖动的数据处理流程

Fig. 4 Procedure of data processing for the suppression of sampling jitter

5 分析与讨论

如第 2 节所述,热噪声、ADC 采样抖动和量化误差是光载波测量噪声的主要来源。对于相位计而言,热噪声由外部激光信号质量及光电转化模块决定。相位计自身的测量噪声主要由采样抖动和量化误差构成,其中采样抖动噪声占主导。ADC 采样抖动由孔径抖动和采样钟抖动构成。

在利用导频信号抑制孔径抖动噪声中,尽管导频信号与采样钟同源,均由同一频综产生,理论上不存在采样钟抖动的干扰,但由于实际模拟信号传输路径的时延差,仍然会产生残余噪声项 $y(f) f_p \delta\tau$,其中 $y(f)$ 为频综处频率源相对稳定度, f_p 为导频频率, $\delta\tau$ 为频综到 ADC 通道入口和到 ADC 采样钟接口的线路时延差。当 $\delta\tau$ 为 ns 级时,频率源稳定度为前述 USO 的指标,导频信号为 35 MHz 时,线路时延产生的残余噪声可忽略不计,如图 5 所示。

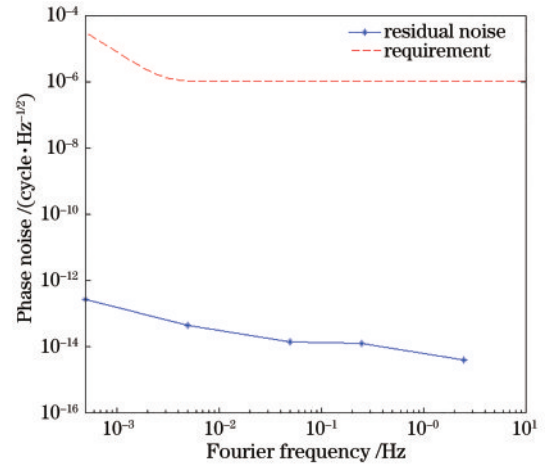


图 5 抑制孔径抖动的残余噪声

Fig. 5 Residual noise in the suppression of aperture jitter

另一方面,在抑制采样钟抖动中,星间相对速度的测量误差 $\delta\dot{L}$ 产生的采样钟抖动校正后残差 $\delta\varphi_{\text{main}}^{(\text{corr})}$ 为

$$\delta\varphi_{\text{main}}^{(\text{corr})} = 2v_1 \frac{\delta\dot{L}}{c} \cdot \left[\frac{q_1}{v_{1,\text{SB}}} - \frac{q_{2,\tau}}{v_{2,\text{SB}}} \right]. \quad (24)$$

在上一节提到,由于激光干涉测距系统的观测量即为星间位移信息和相对运动速度,因此可利用未经采样抖动校正的原始系统观测量消除式(24)中的多普勒效应。

在 GRACE Follow-on 任务的位移测量噪声要求^[20]为

$$\tilde{\sigma} < 80 \text{ nm/Hz}^{1/2} \sqrt{1 + \left(\frac{3 \text{ mHz}}{f} \right)^2} \sqrt{1 + \left(\frac{10 \text{ mHz}}{f} \right)^2}. \quad (25)$$

尽管由于减少了一些共模噪声,测速精度比位移测量精度通常高一个数量级,但保守起见,这里评估采样钟抖动校正后残差时测速误差 $\delta\dot{L}$ 与式(25)在数值上相同。

当星间多普勒频率为 3 MHz、卫星 2 处载波拍频频率为 10 MHz 时,如图 6 所示,蓝色“*”划线表示由 ADC 孔径抖动噪声,采样钟抖动噪声和量化误差构成的测相噪声,明显高于红色虚线所示的 10^{-6} cycle/Hz^{1/2} 测相精度要求,而黑色“o”划线表明经过孔径抖动和采样钟抖动校正后的测相噪声,满足测相精度要求。

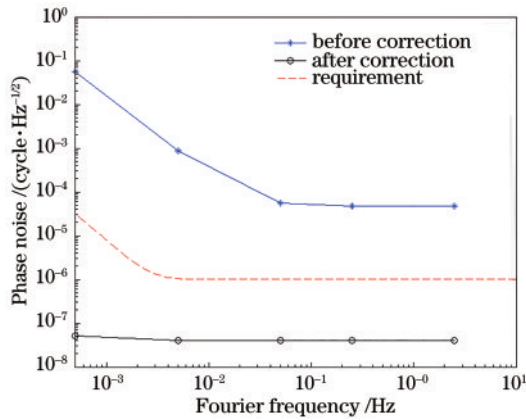


图 6 采样抖动校正前后的相位噪声对比

Fig. 6 Comparison of phase noise before and after sampling jitter correction

6 结 论

抑制 ADC 采样抖动是实现高精度光载波相位测量的关键技术,在空间引力波探测任务中具有重要的应用价值。本文提出在双星编队下抑制 ADC 采样抖动的系统解决方案,利用下一代地球重力场探测项目进行在轨技术验证,为后续三星编队的引力波探测任务奠定基础。ADC 采样抖动由孔径抖动和采样钟抖动构成。利用频率综合单元产生采样钟信号,导频信号和边带调制信号。由于导频信号与采样钟同源,因此可实时测量 ADC 孔径抖动噪声,进而消除待测的载波信号中的孔径抖动噪声项。边带调制信号将采样钟相噪等比例放大,随后加载于激光链路上,利用载波拍频信号与边带拍频信号的相位差提取出采样钟噪声项,并在双向载波相位测量中进行扣除。进一步考虑了星间动态,利用激光干涉测量系统的测速值消除了采样钟相噪中的多普勒频移项,从而在双向载波相位测量系统中给出了抑制 ADC 孔径抖动和时钟相噪抑制的综合处理方法。尽管在 GRACE Follow-on 项目中双星激光干涉测量采用了高精度外差锁相转发机制,但是本方案考虑了具有更普遍适用性的双向光载波相位测量系统。因此,该方案还有望应用于未来高精度星间激光时频传递任务,服务于下一代全球卫星导航系统。

参 考 文 献

- [1] 江毅, 张树桓. 光纤激光干涉测量技术在 EFPI 传感器信号解调中的研究进展[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(13): 1306017.
Jiang Y, Zhang S H. Research progress on fiber optical laser interferometry in signal demodulation of EFPI sensor[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(13): 1306017.
- [2] 郝义伟, 孔新新, 才敏胜, 等. 环形器噪声对激光干涉测量系统影响分析[J]. 光学学报, 2021, 41(9): 0912003.

- Hao Y W, Kong X X, Cai Q S, et al. Analysis of effect of circulator noise on laser interferometry system[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(9): 0912003.
- [3] Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger[J]. Physical Review Letters, 2016, 116(6): 061102.
- [4] Danzmann K, Diger A R. LISA technology concept, status, prospects[J]. Classical and Quantum Gravity, 2003, 20(10): S1-S9.
- [5] Luo Z R, Wang Y, Wu Y L, et al. The Taiji program: a concise overview[J]. Progress of Theoretical and Experimental Physics, 2020, 2021(5): 05A108.
- [6] Luo J, Chen L S, Duan H Z, et al. TianQin: a spaceborne gravitational wave detector[J]. Classical and Quantum Gravity, 2016, 33(3): 035010.
- [7] DeBra D B. Drag-free control for fundamental physics missions[J]. Advances in Space Research, 2003, 32(7): 1221-1226.
- [8] Livas J C, Thorpe J I, Numata K, et al. Frequency-tunable pre-stabilized lasers for LISA via side-band locking[J]. Classical and Quantum Gravity, 2009, 26(9): 094016.
- [9] Schwarze T S, Barranco G F, Penkert D, et al. Picometer-stable hexagonal optical bench to verify LISA phase extraction linearity and precision[J]. Physical Review Letters, 2019, 122(8): 081104.
- [10] 王智, 沙巍, 陈哲, 等. 空间引力波探测望远镜初步设计与分析[J]. 中国光学, 2018, 11(1): 131-151.
Wang Z, Sha W, Chen Z, et al. Preliminary design and analysis of telescope for space gravitational wave detection[J]. Chinese Optics, 2018, 11(1): 131-151.
- [11] Gao R H, Liu H S, Zhao Y, et al. Laser acquisition experimental demonstration for space gravitational wave detection missions[J]. Optics Express, 2021, 29(5): 6368-6383.
- [12] Gerberding O, Diekmann C, Kullmann J, et al. Readout for intersatellite laser interferometry: measuring low frequency phase fluctuations of high-frequency signals with microradian precision[J]. The Review of Scientific Instruments, 2015, 86(7): 074501.
- [13] Tinto M, Dhurandhar S V. Time-delay interferometry [J]. Living Reviews in Relativity, 2014, 17(1): 6.
- [14] Wanner G. Space-based gravitational wave detection and how LISA Pathfinder successfully paved the way[J]. Nature Physics, 2019, 15(3): 200-202.
- [15] Armano M, Audley H, Baird J, et al. LISA pathfinder platform stability and drag-free performance[J]. Physical Review D, 2019, 99(8): 082001.
- [16] 罗子人, 张敏, 靳刚, 等. 中国空间引力波探测“太极计划”及“太极 1 号”在轨测试[J]. 深空探测学报, 2020, 7(1): 3-10.
Luo Z R, Zhang M, Jin G, et al. Introduction of Chinese space-borne gravitational wave detection program “Taiji” and “Taiji-1” satellite mission[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2020, 7(1): 3-10.
- [17] Li Y P, Liu H S, Zhao Y, et al. Demonstration of an ultraprecise optical bench for the Taiji space gravitational

- wave detection pathfinder mission[J]. Applied Sciences, 2019, 9(10): 2087.
- [18] Luo J, Bai Y Z, Cai L, et al. The first round result from the TianQin-1 satellite[J]. Classical and Quantum Gravity, 2020, 37(18): 185013.
- [19] Mei J W, Bai Y Z, Bao J H, et al. The TianQin project: current progress on science and technology[J]. Progress of Theoretical and Experimental Physics, 2020, 2021(5): 05A107.
- [20] Abich K, Abramovici A, Amparan B, et al. In-orbit performance of the GRACE follow-on laser ranging interferometer[J]. Physical Review Letters, 2019, 123(3): 031101.
- [21] Faller J E, Bender P L, Chan Y M, et al. A possible laser gravitational wave experiment in space[R]. Washington, D.C.: National Bureau of Standards, 1984.
- [22] Tinto M, Estabrook F B, Armstrong J W. Time-delay interferometry for LISA[J]. Physical Review D, 2002, 65(8): 082003.
- [23] Tinto M, Hartwig O. Time-delay interferometry and clock-noise calibration[J]. Physical Review D, 2018, 98(4): 042003.
- [24] de Vine G, Ware B, McKenzie K, et al. Experimental demonstration of time-delay interferometry for the laser interferometer space antenna[J]. Physical Review Letters, 2010, 104(21): 211103.
- [25] Hartwig O, Bayle J B. Clock-jitter reduction in LISA time-delay interferometry combinations[J]. Physical Review D, 2021, 103(12): 123027.
- [26] Gerberding O, Diekmann C, Kullmann J, et al. Readout for intersatellite laser interferometry: measuring low frequency phase fluctuations of high-frequency signals with microradian precision[J]. The Review of Scientific Instruments, 2015, 86(7): 074501.