# 激光写光电子学进展

## 基于拟合的莱斯因子估计算法

范钟庆\*, 江虹, 王智宁

西南科技大学信息工程学院,四川 绵阳 621010

**摘要** 针对现有的莱斯因子矩估计算法适用性低和复杂度大的问题,提出一种基于拟合的改进矩估计算法,以提高莱斯 因子的估计效率。改进的算法首先将矩估计模型进行有理函数近似,然后对近似式求逆,得到两个关于莱斯因子的闭合 式。仿真结果表明,改进后的算法在样本为50000和1000时,估计效率提高至少2.5倍;在保证估计精度的情况下,拥有 更小的时间复杂度,可用在终端资源有限的无线通信场景中。

关键词 光纤光学与光通信; 莱斯因子; 莱斯因子估计; 莱斯信道; 拟合中图分类号 TN929.1 文献标志码 A

**DOI:** 10.3788/LOP220553

## **Estimation of Ricean Factor Based on Fitting**

Fan Zhongqing<sup>\*</sup>, Jiang Hong, Wang Zhining

School of Information Engineering, Southwest University of Science and Technology, Mianyang 621010, Sichuan, China

**Abstract** To solve the problem of low applicability and high complexity of the estimators based on the moments, this paper proposes an improved moment estimation algorithm based on fitting to improve the efficiency of Ricean-factor estimation. First, this improved model approximates the original function with a rational function, then inverts the approximate formula, and finally obtains two closed formulas pertaining to the Ricean factor. Simulation results show that the estimated efficiency increases at least 2.5 times when samples are 50000 or 1000. Further, under the condition of ensuring the estimation accuracy, the improved algorithm has less time complexity, leading to advantages in wireless communication scenarios wherein terminal resources are limited.

Key words fiber optics and optical communication; Ricean factor; estimation of Ricean factor; Ricean channel; fitting

## 1引言

莱斯因子(K因子)是信道特征中的一个重要指标,在无线通信系统的设计和分析中是必不可少的,常用于链路预算计算、自适应传输以及容量分析<sup>[1]</sup>。它表征信道系统中直达径能量与非直达经能量的比值, K因子越大,信道质量越好,中断概率越小,信道容量 越大;当K→0时,莱斯信道退化为瑞利信道。

现有的K因子估计方法主要分为三类:1)一类是 仅使用信号包络信息的矩估计算法,包括需要查表的 一二阶矩估计算法<sup>[2]</sup>、有闭合式的二四阶矩估计算 法<sup>[2]</sup>、复合阶矩估计算法<sup>[3]</sup>、增益估计算法等<sup>[4]</sup>;2)另一 类是使用信号包络信息和相位信息的最大似然类 (ML)估计算法,包络最大似然估计算法<sup>[5]</sup>、近似最大 似然估计算法<sup>[6]</sup>、贝叶斯估计算法<sup>[7]</sup>、最大后验概率估 计算法<sup>[8]</sup>等;3)第三类是近年出现的基于深度学习的 估计算法<sup>[9]</sup>。基于深度学习的估计算法的缺点是需要 较大的训练样本,且没有估计闭合式;基于最大似然的 估计算法的缺点是算法复杂度非常大,且相位信息会 受多普勒效应的影响,故在无线高速采集并估计的应 用中会出现错误估计。

矩估计算法的复杂度较低,一直是莱斯因子估计的主流算法,在一些新的应用研究中被使用<sup>[10-11]</sup>。文献[12]在文献[2]的基础上比较了基于查表法的一二阶矩估计和二四阶矩估计,发现一二阶矩法比二四阶矩估计算法精确度更高,但二四阶矩有简单的闭合式;为了解决一二阶矩估计算法复杂度大的问题,文献[13]基于贝塞尔函数对算法进行了改进,但该算法只能用于*K*<5的情况,且估计精度也有所降低。文献[14]对文献[4]中提出的增益估计算法进行了改进,

收稿日期: 2022-01-17; 修回日期: 2022-02-05; 录用日期: 2022-02-18; 网络首发日期: 2022-03-01

**基金项目**:国家自然科学基金(61771410)

通信作者: \*1300314341@qq.com

提出了可以同时用于宽带时变信道和窄带时变信道的 估计算法,但该估计算法的复杂度仍可以降低。文 献[15]针对信道的功率与时延衰落提出了关于K因子 的比例关系闭合式,但算法估计精度还有待提升。

本文以莱斯衰落信道为模型,研究了几种经典的 矩估计算法,并基于拟合的方法对查表一二阶矩估计 算法进行改进。仿真结果证明,改进的一元二次拟合 估计法(*K*<sub>fit2</sub>)克服了算法复杂度大、估计误差大的 缺点。

2 经典莱斯因子估计算法

### 2.1 莱斯信道

在无线通信中,接收端接收到的基带复信号<sup>[1]</sup>可 以表示为

$$y(t) = x(t) \otimes h(t) + n(t), \tag{1}$$

式中:x(t)为发送信号;h(t)为信道冲激响应信号 (CIR);n(t)为噪声,三者相互独立。CIR信号描述电 磁波经过反射、绕射等在信道中出现的能量衰落和时 间延迟,该衰落和延迟是两个随机变量。莱斯信道模 型是用统计学方法描述能量的衰落规律。多径到达接 收端的电频幅值(包络)的概率密度函数(PDF)<sup>[1]</sup>为

$$P(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2 + A^2}{2\sigma^2}\right) I_0(\frac{Ar}{\sigma^2}), r \ge 0, \quad (2)$$

式中:r表示信号包络,是冲激响应信号的模|h(t)|; $A^2$ 表示主径信号能量; $2\sigma^2$ 表示非主径信号能量; $I_0$ (•)表 示第一类修正零阶贝塞尔函数。信号总功率为 $\Omega = A^2 + 2\sigma^2$ ,莱斯因子 $K = A^2/2\sigma^2$ 。

在频域中,由已知导频信号的发射和接收可以估计 得到信道频率响应(CFR),即 $\hat{H}(f) = Y(f)/X(f)$ 。 CFR信号作傅里叶逆变换后即可得到CIR信号, $h(t)^{[16]}$ 表示为

$$h(t) = \sqrt{\frac{K}{1+K}} h_{\rm los}(t) + \sqrt{\frac{K}{1+K}} h_{\rm nlos}(t) , \quad (3)$$

式中:K为莱斯因子; $h_{los}(t) = \exp(j2\pi f_d t \cos \theta_0 + j\phi_0)$ , 其中 $\theta_0$ 为到达角(AOA), $\phi_0$ 为信号相位, $f_d$ 为最大多 普勒频率; $h_{nlos}(t)$ 表示零均值的复高斯过程。与文献 [16]中莱斯信道模型的仿真方法一致。

#### 2.2 典型莱斯因子估计算法

包络的*n*阶矩为样本的*n*阶期望,包络的*n*阶矩<sup>[12]</sup>为  $\mu_n = E[r^n] =$ 

 $(\sigma^2)^{n/2}\Gamma(n/2+1)\exp(-K)_1F_1(n/2+1;1;K),(4)$ 为计算方便,消去 $\sigma^2$ 至少需要求解两个矩相比进行抵 消,矩估计的公式为

$$f_{nm}(K) = \frac{\mu_n^m}{\mu_n^m}$$
(5)

当样本数量无穷大时,一阶矩和样本的期望具有无偏渐进性,二阶矩等价于包络平方的期望。当*n*=1,*m*=2时,基于包络的一二阶矩估计表达式*K*<sub>12</sub>为

## 第 60 卷 第 7 期/2023 年 4 月/激光与光电子学进展

 $f_{12}(K) = \mu_1^2 / \mu_2^1 =$ 

$$\frac{\pi \operatorname{e}^{-K}}{4(K+1)} \left[ (K+1)I_0 \left(\frac{K}{2}\right) + KI_1 \left(\frac{K}{2}\right) \right]^2, \quad (6)$$

式中,第一类零阶/一阶修正贝塞尔函数是无穷级数:

$$\begin{cases} I_0 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{2^{2n} (n!)^2} = 1 + \frac{x^2}{4} + \frac{x^4}{64} + \cdots \\ I_1 = (\frac{x}{2}) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{2^{2n} n! \Gamma(n+2)} = \frac{x}{2} + \frac{x^3}{16} + \frac{x^5}{384} + \cdots \end{cases}$$
(7)

同理,在式(5)中,当*n*=2,*m*=4时,二四阶矩函数表达式<sup>[12]</sup>为

$$f_{24}(K) = \mu_2^4 / \mu_4^2 = \left[\frac{(K+1)^2}{K^2 + 4K + 2}\right]^2, \qquad (8)$$

对式(8)求逆后,得到关于K因子的二四阶矩估计闭 合式 $\hat{K}_{24}$ :

$$\hat{K}_{24} = \frac{-2\mu_2^2 + \mu_4 - \mu_2\sqrt{2\mu_2^2 - \mu_4}}{\mu_2^2 - \mu_4} \,. \tag{9}$$

文献[13]舍去式(7)中第一类修正贝塞尔函数的 高阶后项,只保留部分前项以降低算法复杂度,改进后 的贝塞尔函数为

$$\begin{cases} I_0 = 1 + \frac{x^2}{4} + \frac{x^4}{64} + \frac{x^6}{2304}, 0 \le x \le 2.5 \text{ or } (10) \\ I_1 = \frac{x}{2} + \frac{x^3}{16} + \frac{x^5}{384} \end{cases}$$

该 算 法 同 样 是 査 表 估 计 算 法, 仅 适 用 于 K < 5, 简称  $\hat{K}_{\text{Besselo}}$ 

文献[14]中提出了用于窄带/宽带的时变信道的 估计算法(简称 $\hat{K}_{nb}$ ):

$$\hat{K}_{\rm nb} = \frac{\sqrt{G_{\rm a.nb}^2 - G_{\rm v.nb}}}{G_{\rm a.nb} - \sqrt{G_{\rm a.nb}^2 - G_{\rm v.nb}}} , \qquad (11)$$

式中:
$$G_{a_nb} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} |h(t_i)|^2$$
; $G_{v_nb} = \frac{1}{N-1} \left( \sum_{i=1}^{N} h(t_i) \right)^4 - \frac{1}{N-1} \left( \sum_{i=1}^{N} h(t_i) \right)^4$ 

 $NG_{a,nb}^{2}$ ), $h(t_{i})$ 为接收端冲激响应信号。

文献[15]中提出了K因子的比值关系式:

$$\left(\frac{\hat{K}_{\rm RFR}}{1+\hat{K}_{\rm RFR}}\right) = \sqrt{2\hat{R}_{\rm rr}^2 - \hat{R}_{\rm rrrr}} , \qquad (12)$$

式中: $\hat{R}_{rr}$ 为信号包络的二阶矩; $\hat{R}_{rrr}$ 为信号包络的四阶矩。对式(12)进行整理后,关于K因子的估计闭合式(简称 $\hat{K}_{RFR}$ )为

$$\hat{K}_{\rm RFR} = \frac{\sqrt{2\hat{R}_{\rm rr}^2 - \hat{R}_{\rm rrrr}}}{1 - \sqrt{2\hat{R}_{\rm rr}^2 - \hat{R}_{\rm rrrr}}} \,\,. \tag{13}$$

## 3 基于拟合的莱斯因子估计算法

由式(6)可以看出, $f_{12}(\cdot)$ 是一个自变量只有K的函数,则若假设g(K)为 $f_{12}(K)$ 的拟合函数,则对g(K)求逆就可得到关于K的闭合式,即K= $g^{-1}(u_1^2/u_2)$ 。

对式(6)在[0,25]范围内进行函数拟合,得到4种 简单拟合方法:

$$\frac{\mu_1^2}{\mu_2} = p_0 K^4 + p_1 K^3 + p_2 K^2 + p_3 K + p_4 , \quad (14)$$

$$\frac{\mu_1^2}{\mu_2} = q_0 K^5 + q_1 K^4 + q_2 K^3 + q_3 K^2 + q_4 K + q_5$$
,(15)

$$\frac{\mu_1^2}{\mu_2} = \frac{K+2.37}{K+3} , \qquad (16)$$

 $\frac{\mu_1^2}{\mu_2} = \frac{0.9998K^2 + 1.967K + 2.67}{K^2 + 2.459K + 3.403}, \quad (17)$ 式中:  $p_0 = -2.881 \times 10^{-6}; \ p_1 = 0.0001826; \ p_2 = -2.881 \times 10^{-6}; \ p_1 = 0.0001826; \ p_2 = -2.881 \times 10^{-6}; \ p_2 = -2.881 \times 10^{-6}; \ p_3 = -2.881 \times 10^{-6}; \ p_4 = -2.881 \times 10^{-6}; \$ 

第 60 卷 第 7 期/2023 年 4 月/激光与光电子学进展

-0.004227;  $p_3=0.04423$  ;  $p_4=0.7843$ ;  $q_0=1.811\times 10^{-7}$ ;  $q_1=-1.42\times 10^{-5}$ ;  $q_2=0.000434$ ;  $q_3=-0.006584$ ;  $q_4=0.05264$ ;  $q_5=0.7773$ 。拟合函数的评价指标如表1所示。均方根误差(RMSE)越小,曲线拟合度(R-square)越趋近于1,表示函数拟合越好。

## 表1 4类拟合函数的评价指标值

Table 1	Evaluation	indicators	of four	fitting	functions
---------	------------	------------	---------	---------	-----------

Evaluation index	Formula (14)	Formula (15)	Formula (16)	Formula (17)
RMSE	$2.3000 \times 10^{-3}$	9.3824 $\times 10^{-4}$	2.4190 $\times 10^{-3}$	5.7567 $\times 10^{-5}$
R-square	0.9974	0.9996	0.9972	1.0000

显然式(14)~(15)不容易求逆,式(16)求逆后会 有唯一解,式(17)为一元二次方程求逆后存在双根。 求逆后得到本文提出的一元一次拟合估计算法 *K*<sub>fill</sub>和

一元二次拟合估计算法
$$\hat{K}_{\text{firt2}}$$
:  
 $\hat{K}_{\text{firt1}} = \frac{2.16\mu_2 - 2.828\mu_1^2}{\mu_1^2 - 1.008\mu_2}$ , (18)

$$\hat{K}_{\text{fit2}} = \frac{(1.967\mu_2 - 2.459\mu_1^2) - \sqrt{-7.5653\mu_1^4 + 14.6156\mu_1^2\mu_2 - 6.8088\mu_2^2}}{2(\mu_1^2 - 0.9998\mu_2)} \,. \tag{19}$$

各算法的流程图如图1所示,算法 $\hat{K}_{12}$ 和算法 $\hat{K}_{Bessel}$ 使用查表法,其他均为闭合式求解。



图 1 各算法的算法流程 Fig. 1 Flow chart of each algorithm

- 4 算法分析
- 4.1 算法复杂度分析

由图1流程图所示,使用信道冲激响应h(t)作为

数据样本。由于h(t)与系统噪声n(t)相互独立,故不 考虑噪声对数据样本的影响。若假设一次处理的数据 样本为N,则7类算法的时间复杂度和空间复杂度如 表2所示。

第 60 卷 第 7 期/2023 年 4 月/激光与光电子学进展

表 2 算法复杂度分析表 Table 2 Algorithm complexity analysis

	0	1 5 5		
Name	Algorithm principal function	Time complexity $T(n)$	Spatial complexity $S(n)$	
Algorithm $\hat{K}_{12}$	Formulas (6) and $(7)^{[12]}$	$O_1(n) + O_2(n^2) = O(n^2)$	$O_3(n) + O_4(1) = O(n)$	
Algorithm $\hat{K}_{24}$	Formula (8) <sup>[12]</sup>	$O_1(n) + O_2(1) = O(n)$	$O_3(0) + O_4(1) = O(1)$	
Algorithm $\hat{K}_{ ext{Bessel}}$	Formulas (6) and $(10)^{[13]}$	$O_1(n) + O_2(n) = O(n)$	$O_3(n) + O_4(1) = O(n)$	
Algorithm $\hat{K}_{ ext{nb}}$	Formula (11) <sup>[14]</sup>	$O_1(n) + O_2(1) = O(n)$	$O_3(0) + O_4(1) = O(1)$	
Algorithm $\hat{K}_{\text{RFR}}$	Formula (13) <sup>[15]</sup>	$O_1(n) + O_2(1) = O(n)$	$O_3(0) + O_4(1) = O(1)$	
Algorithm $\hat{K}_{ ext{fit1}}$	Formula (18)	$O_1(n) + O_2(1) = O(n)$	$O_3(0) + O_4(1) = O(1)$	
Algorithm $\hat{K}_{ ext{fit2}}$	Formula (19)	$O_1(n) + O_2(1) = O(n)$	$O_3(0) + O_4(1) = O(1)$	

表 2 中,  $O_1(•)$ 表示计算  $\mu_1, \mu_2, \mu_4$ 的时间复杂度;  $O_2(•)$ 表示各算法处理矩值得到 K 值的时间复杂度;  $O_3(•)$ 表示存储估计表[ $\hat{K}, f_{12}(•)$ ]新分配的空间复杂度;  $O_4(•)$ 表示存储  $\mu_1, \mu_2, \mu_4$ 等中间变量所分配的空间复杂度。 由表2可知,算法1的时间复杂度是O(n<sup>2</sup>)阶,其 余均为O(n)阶。为方便进一步分析算法的时间复杂 度,使用文献[16]生成服从莱斯分布的冲激响应信号 h(t),设信号样本数为50000和1000,每次估计使用同 一组信号样本,多次估计的运行时间记入表3。

unit: s

表 3 算法多次估计的运行时间表 Table 3 Multiple estimated running time of algorithms

		-			
Name	Algorithm principal function -	Sample of 50000		Sample of 1000	
		Run 1 time	Run 50 times	Run 1 time	Run 50 times
Algorithm $\hat{K}_{12}$	Formulas (6) and $(7)^{[12]}$	0.076651	0.113190	0.076153	0.083043
Algorithm $\hat{K}_{24}$	Formula (8) <sup>[12]</sup>	0.001564	0.091190	0.000167	0.004170
Algorithm $\hat{K}_{ ext{Bessel}}$	Formulas (6) and $(10)^{[13]}$	0.004968	0.073789	0.004908	0.006543
Algorithm $\hat{K}_{ m nb}$	Formula (11) <sup>[14]</sup>	0.002024	0.153798	0.000509	0.059606
Algorithm $\hat{K}_{\text{RFR}}$	Formula $(13)^{[15]}$	0.001836	0.098246	0.000187	0.003937
Algorithm $\hat{K}_{ ext{fit1}}$	Formula (18)	0.000321	0.035244	0.000095	0.001094
Algorithm $\hat{K}_{\text{fit2}}$	Formula (19)	0.000419	0.036243	0.000107	0.001467

算法 $\hat{K}_{12}$ 估计1次和估计50次耗时差距不大,原 因是在连续的估计过程中,生成查表数据的制表算法 只进行了一次,且制表算法消耗大量时间。由表3可 看出,在50000样本的连续估计过程中,本文提出的改 进算法 $\hat{K}_{n1}$ 和 $\hat{K}_{n2}$ 较算法 $\hat{K}_{12}$ 效率提高约3倍;较算法  $\hat{K}_{Bessel}$ 效率提高约2倍;较算法 $\hat{K}_{nb}$ 效率提高约4倍;较 算法 $\hat{K}_{RFR}$ 效率提高约2.5倍。在1000样本的连续估 计过程中,本文提出的改进算法 $\hat{K}_{n1}$ 较算法 $\hat{K}_{12}$ 效率提 高约80倍;较算法 $\hat{K}_{Bessel}$ 效率提高约6倍;较算法 $\hat{K}_{nb}$ 效 率提高约40倍;较算法 $\hat{K}_{RFR}$ 效率提高约2.5倍。故两 个基于拟合的算法拥有稳定且最小的时间复杂度,适 用于需求为低时延的无线通信场景中。

### 4.2 算法仿真分析

生成莱斯信道下的冲激响应信号 h(t)<sup>[16]</sup>,对经典 莱斯估计算法和改进算法进行分析。使用估计偏差  $K_{\text{bias}} = E[|K - \hat{K}_i|]$ 和估计均方误差 $K_{\text{mse}} = E[(K - \hat{K}_i)^2]$ 来评价各个算法的性能,*i*为估计次数。

为保持一致性,使用相同数据进行仿真,采用估计 10次取平均值 $\hat{K} = E[\hat{K}_i]$ 作为估计结果。将待估计 的K因子范围设置为[0, 15],步长为1,一次估计信号 样本取2000,仿真得到的估计值与理论值之间的关系 如图2所示。

由图 2 可知,在 2000 采样样本时,算法 $\hat{K}_{RFR}$ 估计误差最大,随K值呈递增趋势;算法 $\hat{K}_{Bessel}$ 在K=4时估计误差突增到 0.4860。本文提出的基于拟合的算法  $\hat{K}_{fat1}$ 较算法 $\hat{K}_{fat2}$ 有更大的估计误差,说明估计误差与函数的拟合度 R-square (表 1)成反比。现重点关注算法  $\hat{K}_{12}$ 、算法 $\hat{K}_{24}$ 、算法 $\hat{K}_{nb}$ 、算法 $\hat{K}_{fat1}$ 、算法 $\hat{K}_{fat2}$ ,如图 3 所示。

由图 3(a)可知,算法 $\hat{K}_{fil}$ 的估计误差最大,算法







图 3 5类算法的误差对比。(a)误差;(b)均方根误差; Fig. 3 Comparison of Bias and RMSE of different estimators. (a) Bias; (b) RMSE

 $\hat{K}_{24}$ 和算法 $\hat{K}_{nb}$ 的误差曲线几乎重叠,算法 $\hat{K}_{12}$ 和算法  $\hat{K}_{512}$ 的误差曲线几乎一致且误差最小。在K=[0,15]范围内,算法 $\hat{K}_{511}$ 的最大估计误差为0.4749,算法 $\hat{K}_{24}$ 的最大估计误差为0.5460,算法 $\hat{K}_{nb}$ 的最大估计误差 为0.5407,算法 $\hat{K}_{12}$ 的最大估计误差为0.4650,算法  $\hat{K}_{512}$ 的最大估计误差为0.4650,算法 $\hat{K}_{24}$ 的最大估计误差为0.4780。由图3(b)可知,算法  $\hat{K}_{511}$ 的最大 RMSE 为0.3065,算法 $\hat{K}_{24}$ 的最大 RMSE 为0.3914,算法 $\hat{K}_{nb}$ 的最大 RMSE 为0.3854,算法 $\hat{K}_{12}$  的最大 RMSE 为 0.3492,算法  $\hat{K}_{fir2}$  的最大 RMSE 为 0.3363。

综上,在2000样本时,本文提出的改进算法 $\hat{K}_{\text{fn1}}$ 和算法 $\hat{K}_{\text{fn2}}$ 明显优于算法 $\hat{K}_{\text{RFR}}$ ;算法 $\hat{K}_{\text{fn2}}$ 估计误差整体比算法 $\hat{K}_{\text{nb}}$ 小约0.0175。故本文基于拟合的算法 $\hat{K}_{\text{fn1}}$ 和 $\hat{K}_{\text{fn2}}$ 在样本量较少时有更好的估计精度。

图 4 进一步给出了样本数量与估计精度之间的 关系。



图4 样本数量与误差之间的关系。(a)算法 $\hat{K}_{RFR}$ 与算法 $\hat{K}_{fil}$ ;(b)算法 $\hat{K}_{nb}$ 与算法 $\hat{K}_{fil}$ 

Fig. 4 Relationship between sample size and estimation bias. (a) Algorithm  $\hat{K}_{RFR}$  and algorithm  $\hat{K}_{int}$ ; (b) algorithm  $\hat{K}_{nb}$  and algorithm  $\hat{K}_{int}$ 

第 60 卷 第 7 期/2023 年 4 月/激光与光电子学进展

 $h(t) + n(t)^{[1]}$ 。此时的y(t)是一个未知的新分布,是

一个莱斯分布的复随机变量 h(t) 与零均值的复高斯

随机变量n(t)的叠加。在变量|y(t)|的概率分布函数

未知的情况下,无法使用拟合的方法得到新的估计闭

合式。此时考虑在式(19)的一阶矩 $\mu_1$ 中减去噪声分量 $\xi$ ,在二阶矩 $\mu_2$ 中减去噪声功率 $N_0$ ,将式(19)拓展到

噪声环境中应用。其中一阶矩中的噪声分量ξ=

|v(t)| - |h(t)|是未知的,若假设一阶矩 $\mu$ 中需要去除

的噪声分量 $\xi=0, -次估计样本数量N=50000, 估计$ 

10次的平均估计误差如图5所示。

由图 4可知,估计误差会随样本数量的增大而减 小。由图 4(a)可知,当样本数增大到 50000时,算法  $\hat{K}_{RFR}$ 估计误差会小于算法 $\hat{K}_{fn1}$ ,故本文的改进算法 $\hat{K}_{fn1}$ 在样本数较大时存在局限性。由图 4(b)可知,当样本 数增大到 50000时,算法 $\hat{K}_{nb}$ 与算法 $\hat{K}_{fn2}$ 的估计误差依 旧相差较小。故样本数量对本文提出算法 $\hat{K}_{fn2}$ 的估计 精度影响较小。故本文的改进算法 $\hat{K}_{fn1}$ 和 $\hat{K}_{fn2}$ 可以在 样本较少的情况中使用。

在已有的关于噪声环境下的莱斯因子估计算法的 研究中,假设信号 $x(t)=1^{[1]}$ ,即信号数据y(t)=



图 5 信噪比(SNR)与估计误差之间的关系。(a)SNR大于或等于 20 dB;(b)SNR 为 10 dB Fig. 5 Relationship between signal to noise ratio (SNR) and estimation bias. (a) SNR is greater than or equal to 20 dB; (b) SNR is 20 dB

由图 5 可知,当 SNR大于或等于 20 dB时,SNR 越 大,估计误差越小。当 SNR为 40 dB时,最大估计误差 为 3.3639;当 SNR为 30 dB时,最大估计误差为 0.3457;当 SNR为 20 dB时,最大估计误差为 0.0936; 当 SNR为 10 dB时,会出现估计错误。故本文提出的 一元二次拟合估计算法 $\hat{K}_{\rm free}$ 适用于 SNR较大的情况。

5 结 论

本文基于查表的一二阶矩估计算法进行改进,得 到两个基于拟合的一元一次拟合估计算法 $\hat{K}_{fn1}$ 和一元 二次拟合估计算法 $\hat{K}_{fn2}$ 。在算法复杂度方面,本文提 出的估计算法有更小的时间复杂度,且算法 $\hat{K}_{fn1}$ 的时 间复杂度略小于算法 $\hat{K}_{fn2}$ 。当样本数为50000时,算法  $\hat{K}_{fn2}$ 较算法较 $\hat{K}_{nb}$ 效率提高约4倍;较算法 $\hat{K}_{RFR}$ 效率提 高约2.5倍;当样本数量减少到1000时,算法 $\hat{K}_{fn2}$ 较算 法较 $\hat{K}_{nb}$ 效率提高约40倍;较算法 $\hat{K}_{RFR}$ 效率提高约 2.5倍。在估计精度方面,算法 $\hat{K}_{fn1}$ 和 $\hat{K}_{fn2}$ 的估计误差 与函数拟合度R-square 成反比,且样本数量越大,估计 误差越小;在样本数为2000时,K因子在[0,15]范围 内,算法 $\hat{K}_{fn2}$ 较算法 $\hat{K}_{RFR}$ 估计误差整体平均减小约 0.0175,较算法 $\hat{K}_{RFR}$ 估计误差整体平均减小0.5025。 因此,本文的改进算法更适合需求为低时延、样本采集 较少且终端资源有限的无线通信和物联网场景。



- Wang J F, Cui Y, Sun H X, et al. *K*-factor estimation for wireless communications over rician frequency-flat fading channels[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2021, 10(9): 2037-2040.
- [2] Tepedelenlioglu C, Abdi A, Giannakis G B. The Ricean K factor: estimation and performance analysis[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2003, 2(4): 799-810.
- [3] Chen Y, Beaulieu N C. Estimation of Ricean and Nakagami distribution parameters using noisy samples[C]// 2004 IEEE International Conference on Communications, June 20-24, 2004, Paris, France. New York: IEEE Press, 2004: 562-566.
- [4] Xing P F, Zhang T, Zeng X Y. A modified algorithm of Ricean Factor K estimation for L-DACS<sub>1</sub> system[C]// 2013 5th IEEE International Symposium on Microwave, Antenna, Propagation and EMC Technologies for Wireless Communications, October 29-31, 2013, Chengdu, China. New York: IEEE Press, 2013: 6-10.
- [5] Chen Y F, Beaulieu N C. Maximum likelihood estimation of the K factor in Ricean fading channels[J]. IEEE Communications Letters, 2005, 9(12): 1040-1042.
- [6] Medawar S, Händel P, Zetterberg P. Ricean K-factor estimation and investigation of urban wireless measurements[C]//2012 IEEE International Conference on Wireless Information Technology and Systems, November 11-16, 2012, Maui, HI, USA. New York:

## 第 60 卷 第 7 期/2023 年 4 月/激光与光电子学进展

## 研究论文

IEEE Press, 2012.

- [7] Leturc X, Ciblat P, le Martret C J. Estimation of the Ricean K-factor from noisy complex channel coefficients
  [C]//2016 50th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, November 6-9, 2016, Pacific Grove, CA, USA. New York: IEEE Press, 2016: 1092-1096.
- [8] Beaulieu N C, Chen Y F. MAP estimation of the Ricean K factor[J]. Canadian Journal of Electrical and Computer Engineering, 2015, 38(2): 130-131.
- [9] Alymani M, Alhazmi M H, Almarhabi A, et al. Rician K-factor estimation using deep learning[C]//2020 29th Wireless and Optical Communications Conference (WOCC), May 1-2, 2020, Newark, NJ, USA. New York: IEEE Press, 2020.
- [10] Fischer J, Koch R, Kilian G. Poster: measurement-based K-factor model for vehicle-to-vehicle communication[C]// 2018 IEEE Vehicular Networking Conference, December 5-7, 2018, Taipei, China. New York: IEEE Press, 2018.
- [11] 管怡成.毫米波/亚毫米波段室内场景信道传播特性研究[D].北京:北京邮电大学,2021.
   Guan Y C. Research on indoor channel propagation characteristics of millimeter wave/submillimeter wave[D].

Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications, 2021.

- [12] Kong D Q, Liu Z X, Cui C, et al. Ricean factor estimation and performance analysis[C]//2009 International Forum on Computer Science-Technology and Applications, December 25-27, 2009, Chongqing, China. New York: IEEE Press, 2009: 27-30.
- [13] 何怡刚,刘楚环,袁莉芬.基于贝塞尔函数的莱斯因子 矩估计算法改进[J].计算机应用研究,2019,36(11): 3428-3430,3437.
  He Y G, Liu C H, Yuan L F. Improvement of moments estimation for Rice factor based on Bessel function[J]. Application Research of Computers, 2019, 36(11): 3428-3430, 3437.
- [14] Tang P, Zhang J H, Molisch A F, et al. Estimation of the K-factor for temporal fading from single-snapshot wideband measurements[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2019, 68(1): 49-63.
- [15] Wang J F, Cui Y, Jiang H, et al. Estimation of rice factor ratio for doubly selective fading channels[J]. IEEE Access, 2020, 8: 31330-31340.
- [16] Cho Y S, Kim J, Yang W Y, et al. MIMO-OFDM wireless communications with MATLAB[M]. Singapore: John Wiley & Sons, 2010.