

基于空间关联量子信号的成像方案

任钊恒, 苗强*, 吴德伟, 魏天丽, 赵露涵, 刘勇飞

空军工程大学信息与导航学院, 陕西 西安 710077

摘要 量子纠缠信号独特的空间关联特性可以突破经典成像所面临的距离、精度等技术壁垒。由此总结纠缠信号“鬼成像”的原理, 将之引入导航领域, 提出一种基于腔电光力转换器制备的杂化纠缠量子信号的成像方案。通过理论分析和仿真, 相比于传统成像方式, 其充分利用纠缠微波信号空间关联特性, 以“非局域”的方式生成了用经典方法无法看到的图像。在弱信号探测时, 信噪比高于经典方案, 即成像质量优于经典方案, 且具有经典方案不具备的极强的抗大气湍流扰动能力。

关键词 量子微波; 无线电导航; 腔电光力; 空间关联; 成像; 抗大气湍流扰动

中图分类号 O431.2

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP220853

Imaging Scheme Based on Spatially Correlated Quantum Signals

Ren Zhaocheng, Miao Qiang*, Wu Dewei, Wei Tianli, Zhao Luhan, Liu Yongfei

College of Information and Navigation, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, Shaanxi, China

Abstract The unique spatial correlation properties of quantum entangled signals can overcome technical barriers, such as those presented by the distance and accuracy, encountered by classical imaging approaches. Therefore, herein, the principle of “ghost imaging” of entangled signals is summarized and is then introduced in the field of navigation. Accordingly, an imaging scheme of hybrid entangled quantum signals generated using a cavity-electric photoelectric light converter is proposed. In contrast to the traditional imaging method, herein, based on theoretical analyses and simulations, the spatial correlation characteristics of entangled microwave signals are completely utilized, and the images that cannot be observed by classical methods are generated in a “nonlocal” manner; correspondingly, the signal-to-noise ratio is higher than that of the classical scheme when weak signals are detected. That is, the imaging quality is better than that of the classical scheme, and it has the ability to resist atmospheric turbulence disturbances unlike the classical scheme.

Key words quantum microwave; radio navigation; cavity electro-optical power; spatial association; imaging; anti-atmospheric turbulence

1 引言

光学以及成像的研究自两千多年前小孔成像开始, 随着近代声光电磁力等相关理论的不断突破、科学技术不断创新, 成像技术飞速发展, 当前已经不仅仅局限于传统的光学成像, 还涉及雷达的多种孔径成像、生物成像、散射成像、红外成像等多个领域^[1]。这些技术在迅速发展的同时, 也存在着一定的不足: 红外成像作用距离较近; 雷达孔径成像中, 实孔径成像在大孔径与高分辨率的天线获取上存在瓶颈, 合成孔径、逆合成孔径成像方式容易受到外界影响, 例如侦察、干扰的威

胁, 同时利用合成孔径雷达的成像技术还需要通过和目标产生相对运动才能达到成像目的^[2]。由此研究新的成像方式对于进一步推动远距离视觉导航以及雷达等领域的发展具有重要意义。

随着量子理论的提出, 量子光学的研究在近些年广泛开展并迅速发展, 在成像系统中利用非经典量子特性获取图像信息成为一种重要的成像手段, 由此一个新的研究领域——量子成像出现并迅速发展^[3]。对量子纠缠的研究进一步促进了量子成像技术的发展, 目前已受到国际学术界的广泛重视。传统的光学成像原理是通过信号探测器来直接记录光源所发射的信号

收稿日期: 2022-03-01; 修回日期: 2022-03-02; 录用日期: 2022-05-12; 网络首发日期: 2022-05-22

基金项目: 国家自然科学基金(62073338)

通信作者: *75541650@qq.com

强度,而量子成像在原理上就与前者有着本质上的区别,其是一种非局域的成像方式。通常来说,量子成像方式如下:将光源发射的光信号分束变为两束光信号,一束称为信号光,通过成像目标,另一束称为闲置光,保留在本地直接由探测器接收。这样的成像方式是通过记录信号光和闲置光信号的量子涨落,对比关联两束信号光之间具有关联性质的强度信息,从而还原出物体本来的像的^[4]。通过这种方式所得到的图像并不是物体本身的像,而是目标物所在平面和成像平面之间点对点关联的结果,是通过关联计算才还原的成像方式,这种成像方式不同于经典成像的常规思维,由此统称为“鬼”成像^[5]。尽管量子理论基础中仍然存在很多值得思考的问题,但量子成像技术已在实际应用中发挥了重要作用。除了能以“非局域”的方式生成用传统成像方式看不到的“鬼”以外,量子成像还具有几项明显的优势:1)量子成像分辨率可以突破经典成像的极限,不受衍射极限影响,从而提高成像的空间分辨率;2)经典成像中成像系统的光路容易受到透镜折射率或者外界环境因素的影响而产生扰动,但量子成像在成像时能够减少甚至避免这些因素的影响;3)量子成像有别经典成像要得到相干成像必须要使用相干光信号的方式,采用非相干光也能够达到同样的成像目的;4)量子成像技术在采样率低于奈奎斯特采样率的情况下仍能达到扫描成像的效果^[6-7];5)将纠缠微波应

用于量子成像,可具有全天时、全天候的明显优势,在自由空间中传播时,由于电磁波长比光波更长,所以绕射能力更强、穿透能力更强、信号损失衰减更小,由此利用微波的量子成像技术具有远距离观测的优点,应用范围也更加广泛^[8]。

本文将量子成像理论与无线电导航技术相结合,以两个处于不同量子特性下的腔电光力转换器分别作为发射端和接收端,提出可应用于导航领域的一种基于纠缠量子信号空间关联特性的成像方案。首先,分析并建立纠缠信号空间关联以及成像的数理模型;其次,进一步分析并建立所提纠缠关联成像方案点扩展函数(PSF)的数理模型,并以此为基础分析讨论相关因素对成像空间分辨率即成像质量的影响;最后,进一步分析成像方案的抗扰动能力。

2 成像方案及数理模型分析

2.1 基于空间关联量子信号的导航成像方案

本实验设计的成像方案中包含 1 个地面站,其由 2 个转换器、1 个具有空间分辨能力的探测器和 1 个不具有空间分辨能力桶探测器组成。2 个转换器分别工作在不同模式下产生纠缠信号,分别进行信号的发送与接收。本实验所采取的转换器为腔电光力转换器,方案原理如图 1 所示。

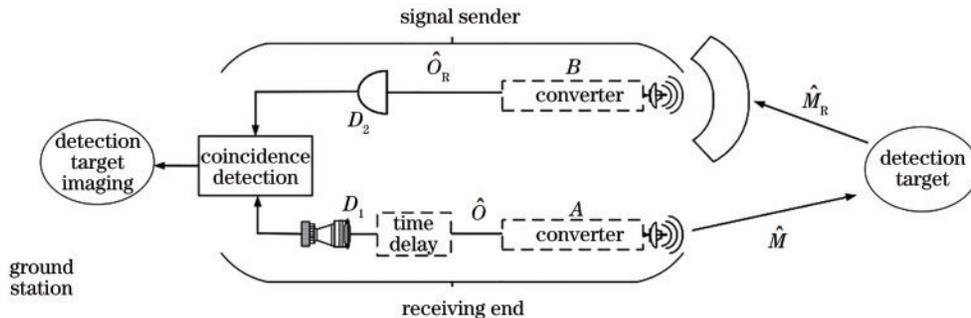


图 1 基于量子纠缠信号空间关联特性的导航成像方案

Fig. 1 Navigation imaging scheme based on spatiotemporal correlation of quantum entangled signal

首先,在位于地面站的信号发送端由腔电光力转换器 A 制备微波-光纠缠信号;然后,将量子微波信号发往自由空间进行目标探测,称之为探测信号;而将量子光波信号保留在本地,称之为闲置信号。保留在本地的闲置信号经过一定的时间延迟后,由处于信号发送端的点探测器 D₁ 探测接收,本实验所使用的 D₁ 是具有空间分辨能力的 ICCD 探测器。其组成结构如图 2 所示。

发射出去的微波信号在遭遇待成像目标时,部分微波信号将被反射或散射,被接收端接收,在转换器 B 中上转换为与微波纠缠的光波信号输出。输出的光波信号被探测器 D₂ (不具备空间分辨能力) 探测接收,显然探测器 D₂ 不能给出目标的空间分布或者目标的透

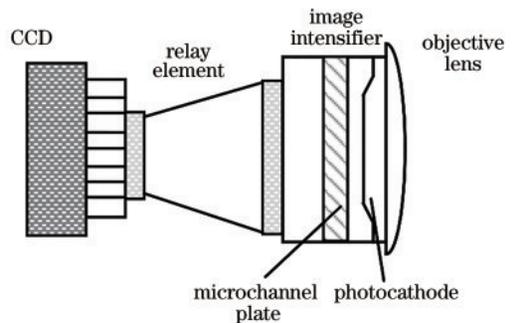


图 2 具有空间分辨能力的 ICCD 探测器

Fig. 2 ICCD detector with spatial resolution capability

过率函数。之后探测器 D₁ 和 D₂ 间通过光子符合计数来实现联合探测,从而还原出待测目标的图像。

2.2 基于空间关联量子信号的导航成像原理

所提方案原理及数理模型可具体阐述如下:首先,杂化纠缠信号由发射端完成制备;然后将发射微波信号,保留光波信号在本地;微波信号在自由空间中传播遭遇待成像目标后,部分被待成像目标表面吸收,部分则被反射或散射;随后,接收端探测器接收返回的量子微波信号,由腔电光力转换器相共轭并上转换为光波输出;随后,其被探测器 D_2 探测,发射端中保留的光波信号经过一定时延后被探测器 D_1 探测;最后, D_1 和 D_2 进行符合关联检测,得到联合计数率 R_{12} 。

由于纠缠微波信号在自由空间中传输,必定受到各种外界因素的影响。因此建立一个合理有效的传输模型是十分必要的,本实验采用的是分束器模型^[9];对于成像方案纠缠信号的制备以及转换过程也十分重要,本实验采用的转换器 A 和 B 是腔电光力转换器。腔电光力转换器属于双模腔光力系统的一种,两腔的工作频率分别处于微波和光所在频段,腔电光力转换器使得微波腔的谐振过程、光腔的谐振过程同时与机械振子的谐振过程相互作用,微波光子、光波光子均与机械声子相耦合,当转换器内部达到平衡时,腔模与机械振子谐振模式间的相互作用亦达到平衡,光子与声子间的能量交换稳定进行。当两腔的光力作用速率均大于机械振子退相干速率时,两腔模之间的纠缠特性将转移到两个输出模式上,使得 \hat{O} 与 \hat{M} 相互纠缠。本团队在此前已讨论过其制备以及转换过程,本实验不再进行赘述,转换器 A 和 B 制备的纠缠信号表达式^[10]如下:

$$\hat{M} = A_M \delta \hat{C}_{M, \text{intra}} - B \delta \hat{C}_{O, \text{intra}}^\dagger - C_M \delta \hat{C}_m, \quad (1)$$

$$\hat{O} = B \delta \hat{C}_{M, \text{intra}}^\dagger + A_O \delta \hat{C}_{O, \text{intra}} - C_O \delta \hat{C}_m^\dagger, \quad (2)$$

$$\hat{M}_R = \sqrt{\eta} \hat{M} + \sqrt{1 - \eta} \delta \hat{C}_B, \quad (3)$$

$$\hat{O}_R = B \hat{M}_R^\dagger + A_O \delta \hat{C}_{O_R, \text{intra}} - C_O \delta \hat{C}_{mR}^\dagger, \quad (4)$$

式中: M 、 O 分别表示微波与光波信号; η 为分束器模型的透射系数; $\delta \hat{C}_B$ 为在自由空间中传播时的噪声信号; \hat{C}_j 为腔 j 对应的腔模; $\delta \hat{C}_{j, \text{intra}}$ 是腔内模量子起伏; $\delta \hat{C}_m$ 是机械振子谐振模对应的量子噪声; G_j 为腔模与机械谐振模间的整体耦合速率; γ 为机械谐振模的耗散速率; κ_j 腔 j 对应的耗散速率; A_j 、 B 、 C_j 均为与协同参数 $G_j = G_j^2 / \kappa_j \gamma$ 有关的系数,其具体表达式为

$$A_M = \frac{1 - (\Gamma_M + \Gamma)}{1 + (\Gamma_M - \Gamma)}, \quad (5)$$

$$A_O = \frac{1 + (\Gamma_M + \Gamma_O)}{1 + (\Gamma_M - \Gamma_O)}, \quad (6)$$

$$B = \frac{2\sqrt{\Gamma_M \Gamma_O}}{1 + (\Gamma_M - \Gamma_O)}, \quad (7)$$

$$C_M = \frac{2i\sqrt{\Gamma_M}}{1 + (\Gamma_M - \Gamma_O)}, \quad (8)$$

$$C_O = \frac{2i\sqrt{\Gamma_O}}{1 + (\Gamma_M - \Gamma_O)}. \quad (9)$$

本实验的成像原理基于纠缠偶光子态在横向维度上的 δ 函数,即横向位置和动量函数 $\delta(\boldsymbol{\rho}_{\hat{O}_R} - \boldsymbol{\rho}_{\hat{O}})$, $\delta(\boldsymbol{\kappa}_{\hat{O}_R} - \boldsymbol{\kappa}_{\hat{O}})$ 。 $\boldsymbol{\kappa}_j$ 、 ω_j 是纠缠信号的波矢和频率,参考光路中信号为 \hat{M} 、 \hat{M}_R 、 \hat{O}_R , 闲置光路中信号为 \hat{O} ; 纠缠态的二阶关联函数用 $G^{(2)}(\boldsymbol{\rho}_o, \boldsymbol{\rho}_i)$ 表示,其中 $\boldsymbol{\rho}_o$ 和 $\boldsymbol{\rho}_i$ 分别表示待成像目标与其所成的像所在平面的横向坐标矢量。

参考信号 \hat{M} 发出后首先经过微波聚焦装置,然后发往自由空间到达待成像目标,聚焦装置变换函数可设为 $G(|\boldsymbol{\rho}_l|, \frac{\omega_{\hat{M}}}{cf})$, 将其处理为理想器件,则

$$G(|\boldsymbol{\rho}_l|, \frac{\omega_{\hat{M}}}{cf}) \cong \exp\left(-i \frac{\omega_{\hat{M}}}{2cf} |\boldsymbol{\rho}_l|^2\right). \quad (10)$$

参考信号发射到待成像目标所在平面的传递函数表达式如下:

$$g(\boldsymbol{\kappa}_{\hat{M}}, \omega_{\hat{M}}; \boldsymbol{\rho}_o) = \exp\left[i \frac{\omega_{\hat{M}}}{c} (d_{\hat{M}} + s_{\hat{M}})\right] \int d\boldsymbol{\rho}_l \int d\boldsymbol{\rho}_s \left[\frac{-i\omega_{\hat{M}}}{2\pi c d_{\hat{M}}} \exp(i\boldsymbol{\kappa}_{\hat{M}} \cdot \boldsymbol{\rho}_{\hat{M}}) G(|\boldsymbol{\rho}_s - \boldsymbol{\rho}_l|, \frac{\omega_{\hat{M}}}{c d_{\hat{M}}}) \right] \times G(|\boldsymbol{\rho}_l|, \frac{\omega_{\hat{M}}}{cf}) \left[\frac{-i\omega_{\hat{M}}}{2\pi c s_{\hat{M}}} G(|\boldsymbol{\rho}_l - \boldsymbol{\rho}_o|, \frac{\omega_{\hat{M}}}{c s_{\hat{M}}}) \right], \quad (11)$$

式中: $\boldsymbol{\rho}_s$ 和 $\boldsymbol{\rho}_l$ 分别为信号发送端以及聚焦装置所在平面的横向坐标矢量; $d_{\hat{M}}$ 为参考信号发送到聚焦装置所在平面的距离; $s_{\hat{M}}$ 为聚焦装置所在平面到待成像目标所在平面的距离; $c = 3 \times 10^8$ m/s, 为微波信号在自由空间中的传输速度。

其次考虑参考信号 \hat{M} 经待成像目标反射或散射,被接收端接收,经聚焦装置后进入转换器被上转换为光波信号,随后传输到探测器 D_2 的光学传递函数,则式(11)变为

$$g(\boldsymbol{\kappa}_{\hat{O}_R}, \omega_{\hat{O}_R}; \boldsymbol{\rho}_2) = \exp\left[i \frac{\omega_{\hat{M}}}{c} (d_{\hat{M}} + s_{\hat{M}} + d_{\hat{M}_R} + d_{\hat{O}_R})\right] \int d\boldsymbol{\rho}_o \int d\boldsymbol{\rho}_l \int d\boldsymbol{\rho}_1 \int d\boldsymbol{\rho}_s \left[\frac{-i\omega_{\hat{M}}}{2\pi c d_{\hat{M}}} \exp(i\boldsymbol{\kappa}_{\hat{M}} \cdot \boldsymbol{\rho}_{\hat{M}}) G(|\boldsymbol{\rho}_s - \boldsymbol{\rho}_l|, \frac{\omega_{\hat{M}}}{c d_{\hat{M}}}) \right] \times G(|\boldsymbol{\rho}_l|, \frac{\omega_{\hat{M}}}{cf}) \left[\frac{-i\omega_{\hat{M}}}{2\pi c s_{\hat{M}}} G(|\boldsymbol{\rho}_l - \boldsymbol{\rho}_o|, \frac{\omega_{\hat{M}}}{c s_{\hat{M}}}) \right] A(\boldsymbol{\rho}_o) \left[\frac{-i\omega_{\hat{M}_R}}{2\pi c d_{\hat{M}_R}} G(|\boldsymbol{\rho}_o - \boldsymbol{\rho}_l|, \frac{\omega_{\hat{M}_R}}{c d_{\hat{M}_R}}) \right] \times G(|\boldsymbol{\rho}_l|, \frac{\omega_{\hat{O}_R}}{c d_{\hat{O}_R}}) \left[\frac{-i\omega_{\hat{O}_R}}{2\pi c d_{\hat{O}_R}} G(|\boldsymbol{\rho}_l - \boldsymbol{\rho}_2|, \frac{\omega_{\hat{O}_R}}{c d_{\hat{O}_R}}) \right]. \quad (12)$$

保留在本地的闲置信号经过一定时延后传播到探测器 D_1 所在平面(像平面)的传递函数表达式为

$$g(\mathbf{\kappa}_{\hat{o}}, \omega_{\hat{o}}; \boldsymbol{\rho}_1) = \frac{-i\omega_{\hat{o}}}{2\pi c d_{\hat{o}}} \exp\left(i\frac{\omega_{\hat{o}}}{c} d_{\hat{o}}\right) \int d\boldsymbol{\rho}_s \left[\exp(i\mathbf{\kappa}_{\hat{o}} \cdot \boldsymbol{\rho}_s) G(|\boldsymbol{\rho}_s - \boldsymbol{\rho}_1|, \frac{\omega_{\hat{o}}}{c d_{\hat{o}}}) \right], \quad (13)$$

式中: $\boldsymbol{\rho}_1$ 为探测器 D_1 所在平面的横向坐标矢量; $d_{\hat{o}}$ 为闲置信号发送到探测器所在平面传播的距离。

对信号从探测器 D_1 到探测器 D_2 的整个过程进行分析,为了简化计算,着重于横向关联。将式(12)、(13)代入转换器所制备纠缠态哈密顿量的傅里叶展开式中^[10],可以求出纠缠光子的横向有效波函数 $\psi(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2)$:

$$\psi(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) \propto \int d\mathbf{\kappa}_{\hat{o}} d\mathbf{\kappa}_{\hat{o}_r} \delta(\mathbf{\kappa}_{\hat{o}} + \mathbf{\kappa}_{\hat{o}_r}) g(\mathbf{\kappa}_{\hat{o}}, \omega_{\hat{o}}; \boldsymbol{\rho}_1) g(\mathbf{\kappa}_{\hat{o}_r}, \omega_{\hat{o}_r}; \boldsymbol{\rho}_2). \quad (14)$$

利用高斯函数的性质,略去比例常数,完成对 $d\mathbf{\kappa}_{\hat{o}}$ 、 $d\mathbf{\kappa}_{\hat{o}_r}$ 、 $d\boldsymbol{\rho}_s$ 和 $d\boldsymbol{\rho}_l$ 的积分,忽略对成像无关的相位因子,得到横向有效波函数为

$$\psi(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) \propto \int d\boldsymbol{\rho}_o A(\boldsymbol{\rho}_o) \delta(\boldsymbol{\rho}_o + \frac{\boldsymbol{\rho}_i}{m}), \quad (15)$$

式中: $m = \frac{d_{\hat{M}} + d_{\hat{o}}}{s_{\hat{M}}}$ 。

因此,二阶空间关联函数变为

$$G^{(2)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = |\psi(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2)|^2 \propto \left| \int d\boldsymbol{\rho}_o A(\boldsymbol{\rho}_o) \delta(\boldsymbol{\rho}_o + \frac{\boldsymbol{\rho}_i}{m}) \right|^2. \quad (16)$$

同理,从物平面到像平面的二阶空间关联函数为

$$G^{(2)}(\boldsymbol{\rho}_o, \boldsymbol{\rho}_2) = |\psi(\boldsymbol{\rho}_o, \boldsymbol{\rho}_2)|^2 \propto \left| \int d\boldsymbol{\rho}_o A(\boldsymbol{\rho}_o) \delta(\boldsymbol{\rho}_o + \frac{\boldsymbol{\rho}_2}{m}) \right|^2. \quad (17)$$

式(17)表明物平面与像平面之间存在点对点的关联。点对点成像函数的对比度为 50%,也就是最大值和常数背景的比例为 2:1。这种量子纠缠信号独有的关联特性表明:一对纠缠的光子对在被制备发射后,有相同的概率到达物平面与像平面的任意一点,但是一旦其中一个光子在物平面上被观测到,则与之纠缠的光子有两倍的概率到达像平面上对应的唯一

一点。

两个光子计数探测器之间的符合探测计数率为

$$R_{1,2} \propto G^{(2)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) \propto \left| \int d\boldsymbol{\rho}_o A(\boldsymbol{\rho}_o) \delta(\boldsymbol{\rho}_o + \frac{\boldsymbol{\rho}_2}{m}) \right|^2. \quad (18)$$

由于物平面与像平面之间特有的点对点关联,因此,每当桶探测器接收到一个从物体上某点散射或反射的信号光子,与具有空间分辨能力的探测器 D_1 进行符合探测时,就可以准确地确定产生这次联合探测事件的物点坐标 $\boldsymbol{\rho}_o$ 和孔径函数 $A(\boldsymbol{\rho}_o)$ 的值。在 $(\boldsymbol{\rho}_o, \boldsymbol{\rho}_i)$ 处发生联合探测事件的概率正比于孔径函数 $A(\boldsymbol{\rho}_o)$ 。在像平面每个横向坐标处进行时间累计测量,经历大量的联合探测事件后就可以重现一个待成像目标对比度为 50% 的孔径函数。

2.3 关联成像的信噪比

信噪比是评价成像质量的关键因素,信噪比越高,则成像的质量越好。为分析所提关联成像方案的信噪比,进行如下定义:

$$R = \text{Tr}(\hat{N}\hat{\rho}), \quad (19)$$

$$\Delta R = \text{Tr}(\hat{N}^2\hat{\rho}) - [\text{Tr}(\hat{N}\hat{\rho})]^2. \quad (20)$$

若设 $A = 2\bar{N}_M + 1$, $B = 2\bar{N}_B + 1$, $C = 2\sqrt{\bar{N}_M(\bar{N}_M + 1)}$ 。则 H 的密度矩阵为

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \eta A + (1 - \eta)B & 0 & \sqrt{\eta} C & 0 \\ 0 & \eta A + (1 - \eta)B & 0 & -\sqrt{\eta} C \\ \sqrt{\eta} C & 0 & A & 0 \\ 0 & -\sqrt{\eta} C & 0 & A \end{pmatrix}, \quad (21)$$

测量算子为

$$\hat{N} = \begin{pmatrix} A & 0 & C & 0 \\ 0 & A & 0 & -C \\ C & 0 & A & 0 \\ 0 & -C & 0 & A \end{pmatrix}. \quad (22)$$

所提成像方案,由于确定目标已存在,即不考虑虚假目标的可能。对于多模来说,信噪比可表示为

$$R_{\text{SN}}(K) \equiv \frac{KR^2}{2\Delta R^2}. \quad (23)$$

则对于所提关联成像方案,信噪比可表示为

$$R_{\text{SN,MI}}(K) = \frac{K \left[2\eta(\bar{N}_B - \bar{N}_M) + 4\sqrt{\bar{N}_M(\bar{N}_M + 1)}\sqrt{\eta} \right]^2}{2 \left[\left| (2\bar{N}_M + 1)(1 + \eta) + (2\bar{N}_B + 1)(1 - \eta) - 4\sqrt{\eta\bar{N}_M(\bar{N}_M + 1)} \right| + 2|\bar{N}_M + \bar{N}_B + 1| \right]^2}, \quad (24)$$

式中: K 表示模数值; \bar{N}_M 表示信号光的平均光子数; \bar{N}_B 表示传输过程中噪声的平均光子数,可由普朗克定律得出^[11]。经典成像的信噪比可以用单模高斯态的量子 Chernoff 界来推导,用 $R_{\text{SN,CI}}(K)$ 来表示^[12]。设定信噪

比增益 F , 则 $F = \frac{R_{\text{SN,MI}}(K)}{R_{\text{SN,CI}}(K)}$ 。

2.4 关联成像的 PSF

在传统光学成像领域,成像质量可以采用分辨率、对比度等方式来进行评价。除了这些评价方式之外,

光学传递函数(OTF)及相干传递函数(CTF)也是评价成像质量的重要指标^[13]。对于本实验所提量子纠缠信号关联成像,也可以采用相同的方法进行评价。从经典光学成像拓展到微波关联成像当中,成像的系统对点源或点对象的响应一般可以采取 PSF 来进行描述,它是光学传递函数在空间域中表示形式。在经典光学成像当中,点目标的扩散或模糊程度可以作为衡量成像空间分辨率的一个重要指标,本实验采取 PSF 来评价基于空间关联量子信号成像方案的成像质量。PSF 将物平面与像平面点对点的对应关系变成了点对斑的关系,因此限制了成像的空间分辨率。

在第 2.2 节中,已得出纠缠光子的横向有效波函数 $\psi(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2)$, 考虑参考信号发射到物体所在平面的光学传递函数,以相同方式可推得物平面与像平面的横向有效波函数 $\psi(\boldsymbol{\rho}_o, \boldsymbol{\rho}_2)$:

$$\psi(\boldsymbol{\rho}_o, \boldsymbol{\rho}_1) \propto \int d\boldsymbol{\kappa}_M d\boldsymbol{\kappa}_O \delta(\boldsymbol{\kappa}_M + \boldsymbol{\kappa}_O) g(\boldsymbol{\kappa}_M, \omega_M; \boldsymbol{\rho}_o) g(\boldsymbol{\kappa}_O, \omega_O; \boldsymbol{\rho}_1) \quad (25)$$

对式(25)进行双重积分,可得:

$$\psi(\boldsymbol{\rho}_o, \boldsymbol{\rho}_1) \propto \int d\boldsymbol{\rho}_1 \int d\boldsymbol{\rho}_s G\left(\left|\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_s\right|, \frac{\omega_O}{cd_O}\right) \times G\left(\left|\boldsymbol{\rho}_s - \boldsymbol{\rho}_1\right|, \frac{\omega_M}{cd_M}\right) G\left(\left|\boldsymbol{\rho}_1\right|, \frac{\omega_M}{cf}\right) \times G\left(\left|\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_o\right|, \frac{\omega_M}{cs_M}\right) \quad (26)$$

利用高斯函数的性质,假设纠缠信号为理想信号,完成对信号发送端所在平面坐标矢量 $\boldsymbol{\rho}_s$ 的积分,可得:

$$\psi(\boldsymbol{\rho}_o, \boldsymbol{\rho}_1) \propto \int d\boldsymbol{\rho}_1 G\left(\left|\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_1\right|, \frac{\omega}{c(d_O + d_M)}\right) G\left(\left|\boldsymbol{\rho}_1\right|, \frac{\omega_M}{cf}\right) G\left(\left|\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_o\right|, \frac{\omega_M}{cs_M}\right) \quad (27)$$

对光学器件所在平面坐标矢量 $\boldsymbol{\rho}_1$ 积分,考虑光学器件的影响,积分得到物平面和像平面 PSF:

$$\int d\boldsymbol{\rho}_1 \exp\left[-i\frac{\omega}{c}\left(\frac{\boldsymbol{\rho}_o}{s_M} + \frac{\boldsymbol{\rho}_1}{d_O + d_M}\right)\boldsymbol{\rho}_1\right] \propto \text{somb}\left[\frac{\sigma}{s_M} \frac{\omega}{c} \left(\boldsymbol{\rho}_o + \frac{\boldsymbol{\rho}_1}{m}\right)\right] \quad (28)$$

式中: $\text{somb}(x) = \frac{2J_1(x)}{x}$; $J_1(x)$ 是一阶贝塞尔函数;

$$\sigma = \frac{\lambda z}{\sqrt{2} \pi \rho_{M_r}} \sqrt{1 + \rho_{M_r}^2 (0.55k^2 z)^{\frac{6}{5}} \left[(C_n^{2(M)})^{\frac{6}{5}} + (C_n^{2(O)})^{\frac{6}{5}} \right]} \quad (29)$$

式中: C_n^2 是大气折射率结构常数; z 是信号传播的距

离; $\rho_j = (0.55C_n^{2(j)}k^2 z)^{-\frac{3}{5}}$, 是信号波在湍流介质中传播时的相干半径^[14]。

本小节将关联成像所得的结果描述为物体的孔径函数和 PSF 卷积的结果,因此 PSF 可以决定成像质量。该结论适用于包括传统经典成像、热光鬼成像、纠缠态的鬼成像等光学成像系统,其区别在于不同成像方式成像函数的生成原理不同:经典的光学成像基于一阶相长(相消)干涉,本实验所提量子关联成像方案则基于双光子干涉导致的空间非局域二阶关联。

3 仿真分析

3.1 成像方案条件设置

结合所建立的纠缠信号成像方案数理模型,对关联成像过程进行建模仿真。在仿真实验当中,令机械振子品质因数 Q 均为 3×10^4 , 各微波腔泵浦、光腔泵浦的功率分别为 $P_M = 35 \text{ mW}$ 、 $P_O = 5 \text{ mW}$, 各腔模频率及机械振子谐振模频率分别为 $\frac{\omega_M}{2\pi} = 10 \text{ GHz}$ 、 $\frac{\omega_O}{2\pi} = 10 \text{ THz}$ 、 $\frac{\omega_m}{2\pi} = 1 \text{ GHz}$, 对应的耗散速率为 $\kappa_M = 0.2\omega_m$ 、 $\kappa_O = 0.1\omega_m$ 、 $\gamma = \omega_m/Q$ 、 $K = 10^7$, 所选参数均处于相关研究中被广泛选取和应用的水平且已得到实验验证。

3.2 成像方案信噪比分析研究

对于成像来说,信噪比是评价成像质量的重要因素,分析研究成像方案信噪比,并与相同条件下经典成像的信噪比进行仿真对比,如图 3 所示。

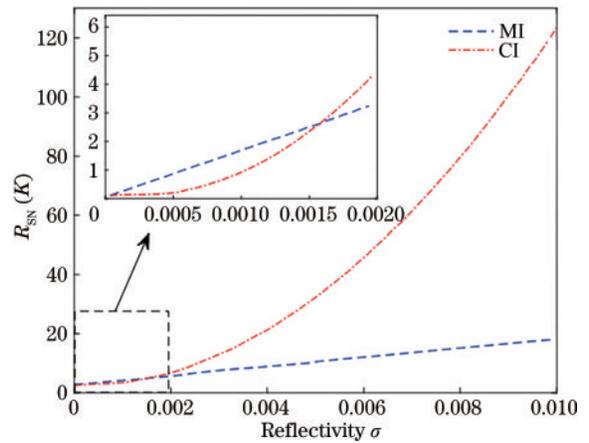


图 3 2 种成像方式信噪比随反射率的变化情况

Fig. 3 Variation of signal-to-noise ratio with reflectivity in two imaging methods

图 3 中, CI 表示经典成像, KI 表示本实验所提关联成像方案。随着目标反射率的增大,经典成像和关联成像的信噪比都随之增大。但在目标反射率 $\sigma < 0.00158$ 时,所提关联成像方案信噪比高于经典成像,即成像的质量较高,即所提关联成像方案在弱信号检测时,成像的性能是优于经典成像方案的。

定义增益为所提关联成像方案与经典成像方案

的信噪比之比,则对信噪比增益的仿真结果同样印证了前面的分析。在目标反射率 $\sigma < 0.00158$ 时,增益 $F > 1$,即所提成像方案信噪比高于经典成像方案。

3.3 量子纠缠信号成像方案 PSF 研究

根据第 2.4 节推导的函数和第 3.1 节中设置的参数,通过仿真,可以得出成像距离 z 与所成图像的相应 PSF 的标准差以及大气湍流之间的关系,如图 4 所示。本实验只考虑微波信号在自由空间传输时所受的大气扰动。

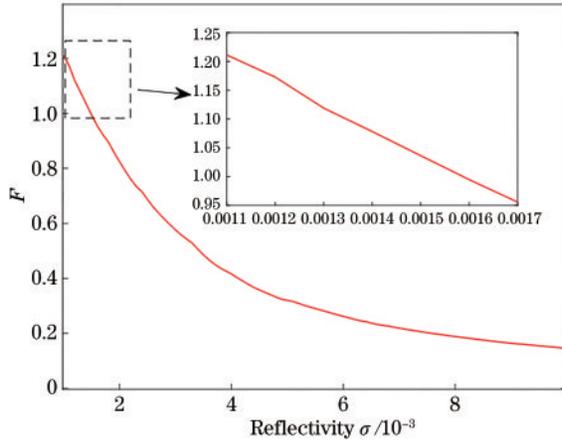


图 4 信噪比增益随反射率变化情况

Fig. 4 Variation of signal-to-noise ratio gain with reflectivity

图 5 为大气扰动与 PSF 标准差随成像距离变化情况,由图 5 可以看出,成像距离以及大气扰动对成像质量的影响:

1) 大气湍流的扰动 C_n^2 在 $4 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$ 以内时: 成像距离可达 1000 m, PSF 的标准差几乎不受影响, 物体的透射函数几乎可以被完美还原; 而随着成像距离大于 1000 m, PSF 标准差增大, 导致 PSF 峰值降低, 成像质量迅速恶化。在成像距离一定时, 大气扰动与

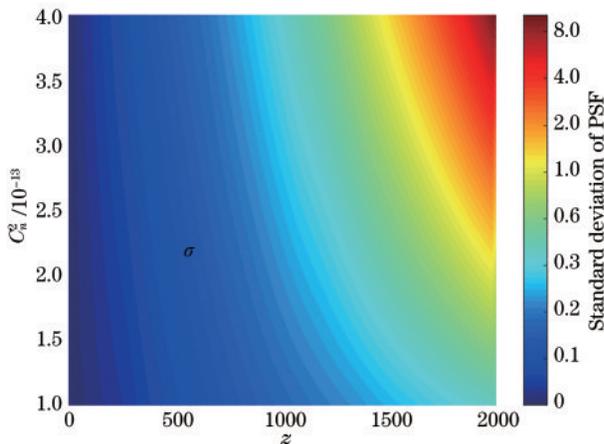


图 5 大气扰动与 PSF 标准差随成像距离变化情况

Fig. 5 Changes of atmospheric disturbance and PSF standard deviation with imaging distance

PSF 的峰值成反比, 即与成像质量成反比。

2) 当大气扰动 C_n^2 在 $10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$ (强湍流) 以内时, 成像距离在 1500 m 以内时, PSF 几乎不受影响, 即所提成像方案有极强的抗大气湍流扰动能力。

4 结 论

本实验基于量子纠缠信号空间关联特性, 提出一种新的基于量子纠缠信号的导航成像方案, 对所提方案的模型进行了阐述, 分析了方案成像的基本原理、构建了成像的数理模型并建立了成像时 PSF 的数理模型。在此基础上, 对成像方案设置共同参数进行量化分析, 对比分析了在相同参数下所提关联成像方案与经典成像的信噪比, 并参考经典光学成像分析了成像距离、大气扰动与 PSF 以及关联成像质量之间的关系。仿真结果表明, 所提导航成像方案在精度上优于经典方案, 成像距离与 PSF 和成像质量成反比, 且在弱信号检测时, 所提成像方案信噪比优于经典成像, 并具有极强的抗扰动能力。

参 考 文 献

- [1] Zhang B C, Hong W, Wu Y R. Sparse microwave imaging: principles and applications[J]. Science China Information Sciences, 2012, 55(8): 1722-1754.
- [2] 陈建平, 朱文贵, 张刚. 一种微波关联成像的新方法[J]. 海军航空工程学院学报, 2012, 27(2): 196-198, 204. Chen J P, Zhu W G, Zhang G. A new method of microwave relating imaging[J]. Journal of Naval Aeronautical and Astronautical University, 2012, 27(2): 196-198, 204.
- [3] 葛家龙. 量子成像和量子雷达在遥感探测中的发展评述[J]. 中国电子科学研究院学报, 2014, 9(1): 1-9. Ge J L. Review of the development of Quantum Imaging and quantum radar in remote sensing[J]. Journal of China Academy of Electronics and Information Technology, 2014, 9(1): 1-9.
- [4] Ferri F, Magatti D, Lugiato L A, et al. Differential ghost imaging[J]. Physical Review Letters, 2010, 104(25): 253603.
- [5] Meyers R, Deacon K S, Shih Y. Ghost-imaging experiment by measuring reflected photons[J]. Physical Review A, 2008, 77(4): 041801.
- [6] Bromberg Y, Katz O, Silberberg Y. Ghost imaging with a single detector[J]. Physical Review A, 2009, 79(5): 053840.
- [7] Li H, Xiong J, Zeng G H. Lensless ghost imaging for moving objects[J]. Optical Engineering, 2011, 50(12): 127005.
- [8] 翟鑫亮, 吴晓燕, 孙艺玮, 等. 单像素成像理论与方法(特邀)[J]. 红外与激光工程, 2021, 50(12): 20211061. Zhai X L, Wu X Y, Sun Y W, et al. Theory and approach of single-pixel imaging(Invited)[J]. Infrared and Laser Engineering, 2021, 50(12): 20211061.

- [9] Meystre P, Sargent M, Cook R J. Elements of quantum optics[J]. *Physics Today*, 1991, 44(1): 66.
- [10] 任钊恒, 苗强, 吴德伟, 等. 基于杂化纠缠量子信号的导航测角方案[J]. *光学学报*, 2022, 42(1): 0127001.
Ren Z H, Miao Q, Wu D W, et al. Navigation angle measurement scheme based on hybrid entangled quantum signal[J]. *Acta Optica Sinica*, 2022, 42(1): 0127001.
- [11] Barzanjeh S, Guha S, Weedbrook C, et al. Microwave quantum illumination[J]. *Physical Review Letters*, 2015, 114(8): 080503.
- [12] Pirandola S, Lloyd S. Computable bounds for the discrimination of Gaussian states[J]. *Physical Review A*, 2008, 78(1): 012331.
- [13] 施展, 樊祥, 程正东, 等. 关联成像的点扩散函数分析法[J]. *红外与激光工程*, 2016, 45(11): 1124001.
Shi Z, Fan X, Cheng Z D, et al. PSF analysis of correlated imaging[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(11): 1124001.
- [14] Cheng J. Ghost imaging through turbulent atmosphere[J]. *Optics Express*, 2009, 17(10): 7916-7921.