

基于 $L_{1/2}$ 范数的扇束 X 射线荧光 CT 重建杨双¹, 蒋上海^{1*}, 胡新宇^{1**}, 罗彬彬¹, 赵明富¹, 汤斌¹, 龙邹荣¹, 石胜辉¹, 邹雪¹, 周密²¹重庆理工大学光纤传感与光电检测重庆市重点实验室, 重庆 400054;²重庆理工大学理学院, 重庆 400054

摘要 X 射线荧光 CT (XFCT) 作为一种分子成像模式, 存在着扫描时间长、辐射剂量大的问题, 通常通过增大投影间隔、减少投影数量的稀疏投影方式来降低扫描时间与辐射剂量。因此, 为在较少投影数量和较少迭代次数下提高重建图像质量, 提出一种基于 $L_{1/2}$ 范数的 XFCT 重建算法。数值模拟实验结果表明: 在较少投影数量和较少迭代次数下, 所提基于 $L_{1/2}$ 范数的 XFCT 重建算法与传统 Maximum Likelihood Expectation Maximization 算法相比, 其重建图像的均方根误差更小, 全局图像质量索引更接近 1, 达到在较少投影数量和较少迭代次数下提高重建图像质量的目的。

关键词 图像处理; X 射线荧光 CT; 图像重建; 数值模拟; 稀疏投影; $L_{1/2}$ 范数

中图分类号 TP391

文献标志码 A

DOI: 10.3788/L0P213317

Reconstruction of Fan Beam X-Ray Fluorescence Computed Tomography Based on $L_{1/2}$ -NormYang Shuang¹, Jiang Shanghai^{1*}, Hu Xinyu^{1**}, Luo Binbin¹, Zhao Mingfu¹, Tang Bin¹,
Long Zourong¹, Shi Shenghui¹, Zou Xue¹, Zhou Mi²¹Chongqing Key Laboratory of Optical Fiber Sensor and Photoelectric Detection, Chongqing University of
Technology, Chongqing 400054, China;²College of Science, Chongqing University of Technology, Chongqing 400054, China

Abstract As a molecular imaging mode, X-ray fluorescence computed tomography (XFCT) has the problems of long scanning times and large radiation doses. In general, the scanning time and radiation dose of XFCT are reduced by increasing the projection interval and reducing the number of projections. Therefore, to improve the quality of reconstructed images with few projections and iterations, an XFCT reconstruction algorithm based on the $L_{1/2}$ -norm is proposed. The numerical simulation results show that compared with the traditional Maximum Likelihood Expectation Maximization algorithm, the proposed XFCT reconstruction algorithm has a smaller root mean square error and a global image quality index closer to 1 with fewer projections and iterations, achieving the goal of improving the quality of reconstructed images with few projections and iterations.

Key words image processing; X-ray fluorescence CT; image reconstruction; numerical simulation; sparse projection; $L_{1/2}$ -norm

1 引言

X 射线荧光 CT (XFCT) 作为一种分子成像模式^[1], 是 X 射线荧光分析 (XRF) 和 X 射线 CT (X-CT) 的有机结合, 其利用外部 X 射线激发样品内部的高原子序数 (高 Z) 元素辐射荧光, 通过探测器检测、记录被激发原子的辐射荧光光子并对其进行图像重建来获得样品内特定元素的定量分布, 在早期疾病诊断领域具

有广阔的应用前景。但 XFCT 使用的 X 射线是一种电离辐射, 如果长时间照射人体会对人体造成伤害^[2-3]。因此, 通常通过增大投影间隔、减少投影数量的稀疏投影方式来降低扫描时间。然而, 投影数量的减少必然会导致重建图像质量不佳, 因此如何在稀疏投影下提高重建图像质量成为一个重要的研究方向。

目前, 国内外研究者对基于稀疏投影的 X-CT 重建算法已有较多研究^[4-11], 例如: Sidky 等^[4]将全变差 (TV)

收稿日期: 2021-12-22; 修回日期: 2021-12-28; 录用日期: 2022-01-17; 网络首发日期: 2022-01-27

基金项目: 重庆市自然科学基金面上项目 (cstc2020jcyj-msxmX0362, cstc2020jcyj-msxmX0879)

通信作者: *jiangshanghai@cqu.edu.cn; **hxy_dz@cqu.edu.cn

模型引入基于稀疏投影的 CT 重建中,提出一种基于 TV 的迭代图像重建算法;Xu 等^[5]提出一种基于字典学习的低剂量 X-CT 图像重建算法;Niu 等^[6]将广义全变化 (TGV) 模型应用到稀疏角度 CT 图像重建中,提出 Penalized Weighted Least-Squares-Total Generalized Variation (PWLS-TGV) 算法;Li 等^[7]提出一种基于正弦曲线分解和特征向量引导插值的正弦图修补算法;Lee 等^[8]提出一种基于多层小波卷积神经网络的稀疏视图 CT 重建算法;亢艳芹等^[9]提出一种联合卷积稀疏编码与梯度 L_0 范数的三维重建算法。但基于稀疏投影的 XFCT 重建算法的研究较少,且使用范数正则化时采用的也是 L_1 范数^[12]。基于此,本文将 $L_{1/2}$ 范数与 XFCT 重建算法结合,提出一种基于 $L_{1/2}$ 范数约束的 Maximum Likelihood Expectation Maximization (MLEM) 算法,即 $L_{1/2}$ -EM 算法。所提算法在相同投影条件下的重建图像质量比传统 MLEM 算法重建出的图像质量更好,达到提高重建图像质量的目的。

2 XFCT 重建原理

2.1 扇束 XFCT 理论基础

扇束 XFCT 系统原理如图 1 所示。分析扇束 X 射线中的某一条射线照射样品后产生的荧光到达探测器被记录的过程,可将样品内 B 点产生辐射荧光到该扇束荧光被探测器收集这一过程^[13]分为 3 个步骤:

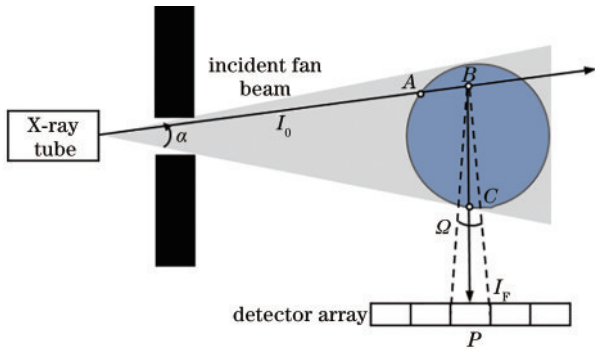


图 1 扇束 XFCT 系统原理图

Fig. 1 Schematic diagram of fan beam XFCT system

1) 初始强度为 I_0 的入射 X 射线在穿过样品时会被样品吸收衰减。因此,入射 X 射线到达 B 点时的强度可表示为

$$f_1 = I_0 \exp\left(-\int_A^B \mu_1 dl\right), \quad (1)$$

式中: μ_1 为入射 X 射线能量下的吸收系数。

2) 在 B 点处,样品元素被强度为 f_1 的入射 X 射线激发,产生辐射荧光。此时,由于产生的荧光强度主要与 f_1 、荧光产额 ω 、光电吸收系数 μ_{ph} 以及 B 点处的元素质量分数 ρ 有关,因此被激发产生的辐射荧光的荧光强度可表示为

$$I_F = \mu_{ph} \omega f_1 \rho. \quad (2)$$

3) B 点处被激发产生的辐射荧光在到达探测器前会被样品吸收衰减,此时的样品吸收衰减可表示为

$$g = \int_{\Omega} \exp\left(-\int_B^C \mu_F dl\right) d\Omega', \quad (3)$$

式中: μ_F 为在辐射荧光能量下的吸收系数; Ω 为探元对 B 点所张的立体角。

结合式(1)~(3),探测单元 P 收集到的荧光强度可表示为

$$I_{FP} = \int_{\alpha} f_1 g \mu_{ph} \omega \rho d\alpha, \quad (4)$$

式中: α 为 X 射线源的扇角。

由于样品内元素通常分布不均匀、形状不规则,因此需要将扇束 XFCT 投影过程离散化表示。将二维图像在二维空间中划分为网格,每个网格称为一个像素,用 x_j 表示重建图像的第 j ($j=1, 2, 3, \dots, N$) 个像素,用 p_i 表示第 i ($i=1, 2, 3, \dots, M$) 个探测器收集到的荧光强度。将扇束 X 射线离散为大量笔束 X 射线的集合,则第 i 个投影值为

$$p_i = \sum_{j \in S_i} a_{ij} x_j, \quad (5)$$

式中: a_{ij} 表示第 i 个投影对第 j 个像素的加权值; S_i 表示当前入射 X 射线 i 所穿过的像素的集合。因此,扇束 XFCT 重建问题可用矩阵方程表示:

$$\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{P}, \quad (6)$$

式中: \mathbf{A} 为系统矩阵,由系统本身决定; \mathbf{X} 为重建图像的像素值构成的向量; \mathbf{P} 为投影数据构成的向量。

2.2 $L_{1/2}$ -EM 算法

由式(6)可知,若已知 \mathbf{A} 、 \mathbf{P} ,理论上可根据式(6)得到重建图像 \mathbf{X} 。但由于 \mathbf{A} 的病态性,根据式(6)得到的重建图像 \mathbf{X} 与真实图像存在误差。因此,为了减小误差,引入 $L_{1/2}$ 正则项,此时重建问题转化为 $L_{1/2}$ 范数的正则化问题,即

$$\mathbf{X} = \underset{\mathbf{X}}{\operatorname{argmin}} \|\nabla \mathbf{X}\|_{1/2}^2 + \lambda \|\mathbf{P} - \mathbf{A}\mathbf{X}\|_2^2. \quad (7)$$

利用 Split Bregman 算法^[14-15]将式(7)展开:

$$\mathbf{X}^{k+1} = \underset{\mathbf{X}}{\operatorname{argmin}} \lambda \|\mathbf{P} - \mathbf{A}\mathbf{X}\|_2^2 + \mu \|\mathbf{d}^k - \nabla \mathbf{X}^k - \mathbf{P}^k\|_2^2, \quad (8)$$

$$\mathbf{d}^{k+1} = \underset{\mathbf{d}}{\operatorname{min}} \|\mathbf{d}\|_{1/2}^2 + \mu \|\mathbf{d}^k - \nabla \mathbf{X}^{k+1} - \mathbf{P}^k\|_2^2, \quad (9)$$

$$\mathbf{P}^{k+1} = \mathbf{P}^k + (\nabla \mathbf{X}^{k+1} - \mathbf{d}^{k+1}). \quad (10)$$

对于基于 $L_{1/2}$ 范数的正则化问题:

$$\underset{\mathbf{X}}{\operatorname{min}} (\|\mathbf{P} - \mathbf{A}\mathbf{X}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{X}\|_{1/2}^2), \quad (11)$$

Xu 等^[16]提出一种快速求解方法,根据该方法可得到式(11)的解:

$$\mathbf{X} = R_{\lambda, 1/2} [\mathbf{X} + \mu \mathbf{A}^T (\mathbf{P} - \mathbf{A}\mathbf{X})], \quad (12)$$

式中: $R_{\lambda, 1/2}$ 为运算符,即

$$R_{\lambda, 1/2}(\mathbf{x}) = [f_{\lambda, 1/2}(x_1), f_{\lambda, 1/2}(x_2), \dots, f_{\lambda, 1/2}(x_N)]^T, \quad (13)$$

$$f_{\lambda, 1/2}(x_i) = \frac{2}{3} x_i \left\{ 1 + \cos \left[\frac{2\pi}{3} - \frac{2}{3} \varphi_{\lambda}(x_i) \right] \right\}, \quad (14)$$

$$\varphi_\lambda(x_i) = \arccos \left[\frac{\lambda}{8} \left(\frac{|x_i|}{3} \right)^{-\frac{3}{2}} \right]. \quad (15)$$

采用梯度下降法求解式(8),即

$$\mathbf{X}^{k+1} = \mathbf{X}^k - \alpha \mathbf{g}^k, \quad (16)$$

式中: $\mathbf{g}^k = 2\lambda \mathbf{A}^T (\mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{P}) + \mu (\|\mathbf{d}^k - \nabla \mathbf{X} - \mathbf{p}^k\|_2^2)'$; $\alpha = \alpha * \|\mathbf{X}^k - \mathbf{X}^{k+1}\|_2^2$; k 为梯度下降法的迭代次数。

由于 XFCT 本质上属于发射型断层成像,故可采用 MLEM 算法进行重建,其表达式为

$$x_j^{(k+1)} = \frac{x_j^{(k)}}{\sum_i a_{i,j}} \sum_i a_{i,j} \frac{p_i}{\sum_j a_{i,j} x_j^{(k)}}, \quad (17)$$

式中: a_{ij} 表示像素 j 对投影 i 的贡献值; k 表示第 k 次迭代; p_i 为第 i 个探测单元记录的荧光光子数目。

因此, $L_{1/2}$ -EM 重建过程如图 2 所示: 首先, 通过 MLEM 算法得到重建图像 \mathbf{X} ; 其次, 在 MLEM 算法每一次迭代结束后, 引入 $L_{1/2}$ 正则化对重建图像 \mathbf{X} 进行优化; 最后, 观察当前迭代次数是否大于或等于最大迭代次数, 若大于或等于则重建完成, 若小于则重复上述步骤, 直到大于或等于最大迭代次数。

3 成像模拟

为验证所提算法的可行性, 对图 3(a) 所示的 XFCT 成像系统进行数值模拟。设置实验模体圆心为坐标原点, 入射 X 射线源放置在距离圆心 370 mm 处; 同时, 在模体正下方且与入射 X 射线方向夹角为 90° 处放置一个经平行孔准直后的阵列探测器收集 XRF 光子, 孔间距为 1.5625 mm, 探测单元宽度为 0.78125 mm, 假定准直孔、探元均为方形且均为 64 个, 探测单元阵列总长度为 50 mm。实验模体为直径为 50 mm 的聚甲基丙烯酸甲酯 (PMMA) 圆柱, 其内嵌有 8 个直径为 10 mm 的孔, 且有 4 个孔内分别含有质量分数为 2%、4%、6% 和 8% 的 $\text{Nd}(\text{NO}_3)_3$ 溶液样品, 如图 3(b) 所示。

实验模体在入射 X 射线下的衰减系数分布以及荧光 X 射线下的吸收系数分布分别如图 4(a)、(b) 所示。其中, 各衰减系数分布通过 XmuDat^[17] 计算获得, 如表 1 所示。图 4(c) 为 $\text{Nd}(\text{NO}_3)_3$ 溶液浓度分布图。

设置模拟入射光子数为 2×10^8 , 投影角度间隔为

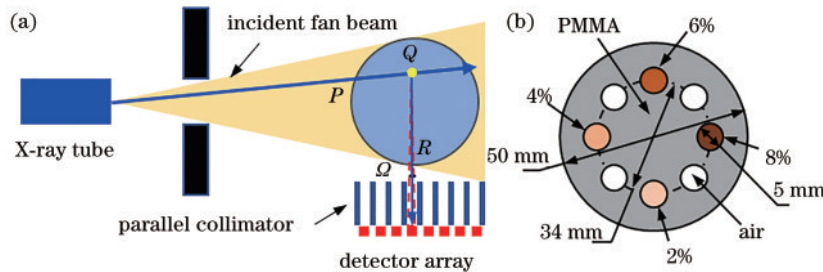


图 3 XFCT 成像系统。(a) XFCT 成像系统示意图; (b) 模体参数

Fig. 3 XFCT imaging system. (a) Schematic diagram of XFCT imaging system; (b) phantom parameters

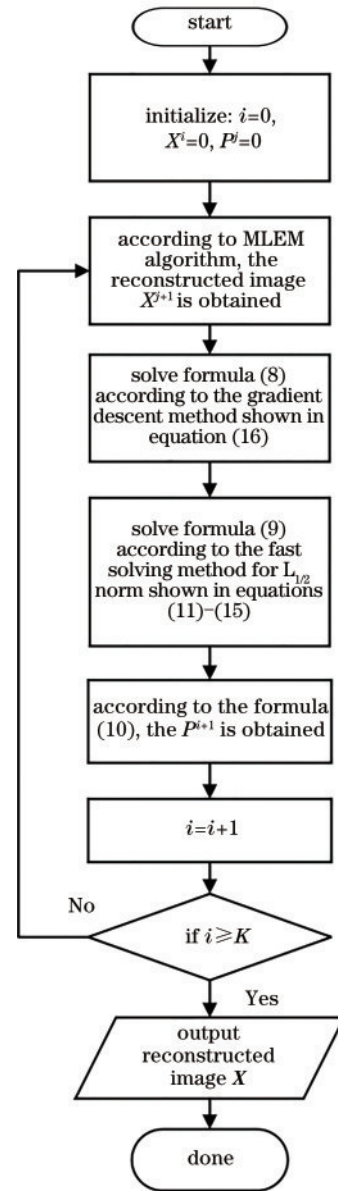


图 2 $L_{1/2}$ -EM 算法重建流程

Fig. 2 Reconstruction process of $L_{1/2}$ -EM algorithm

表 1 模体质量衰减系数

| Condition | 8% | 6% | 4% | 2% | Air | PMMA |
|--------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| μ_F (36.8 keV) | 0.5279 | 0.4688 | 0.4097 | 0.3506 | 0.2709 | 0.2496 |
| μ_I (67 keV) | 0.4615 | 0.3952 | 0.3288 | 0.2624 | 0.1781 | 0.1849 |

1°, 并将投影数据按投影角度大小排列得到正弦图, 如图 5 所示。其中, 正弦图横轴表示投影角度索引, 纵轴

表示探测单元索引, 像素值表示探测单元在某投影角度下探测到的荧光光子数目。

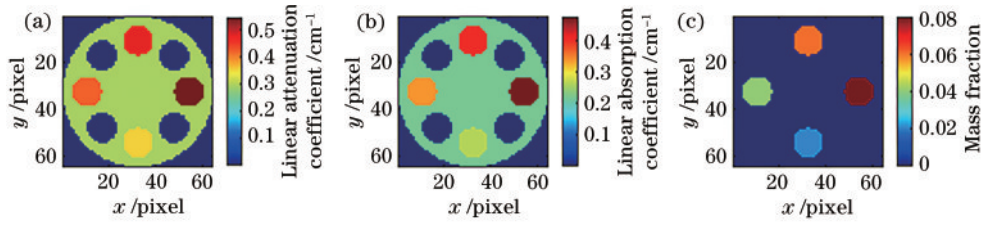


图 4 模体像素参数。(a) 衰减系数分布; (b) 吸收系数分布; (c) 元素浓度分布

Fig. 4 Phantom pixel parameters. (a) Attenuation coefficient distribution; (b) absorption coefficient distribution; (c) element concentration distribution

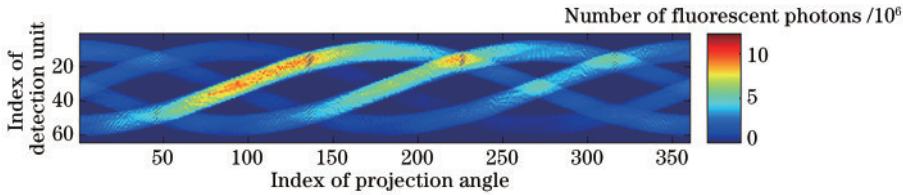


图 5 投影正弦图

Fig. 5 Sinogram of projection

4 图像重建及分析

分别采用 MLEM 算法以及 $L_{1/2}$ -EM 算法进行重建。重建时, $L_{1/2}$ 正则化求解过程中的参数设置如下: $\lambda = 1000, \mu = 1, a = 0.26$ 。先对图 4(c) 的模体图像进行扫描得到投影数据后, 再利用 2 种算法进行 XFCT 图像重建, 重建图像如图 6、7 所示。

图 6 为 2 种算法在投影个数为 30 时, 不同迭代次数 (10、30、50、80、100) 下重建的 XFCT 图像。图 6 上半部

分为传统 MLEM 算法重建的 XFCT 图像, 图 6 下半部分为 $L_{1/2}$ -EM 算法重建的 XFCT 图像。对比 2 种算法在同一投影个数、不同迭代次数下的重建图像可以发现: 在投影个数保持不变的情况下, 随着迭代次数的增大, 2 种算法的重建图像质量都有所提高, 但引入 $L_{1/2}$ 正则项的 MLEM 算法重建的图像质量一直高于传统 MLEM 算法重建的图像质量。这说明在较少迭代次数下, 引入 $L_{1/2}$ 正则项的 MLEM 算法重建的图像会比传统 MLEM 算法重建的图像质量更高。

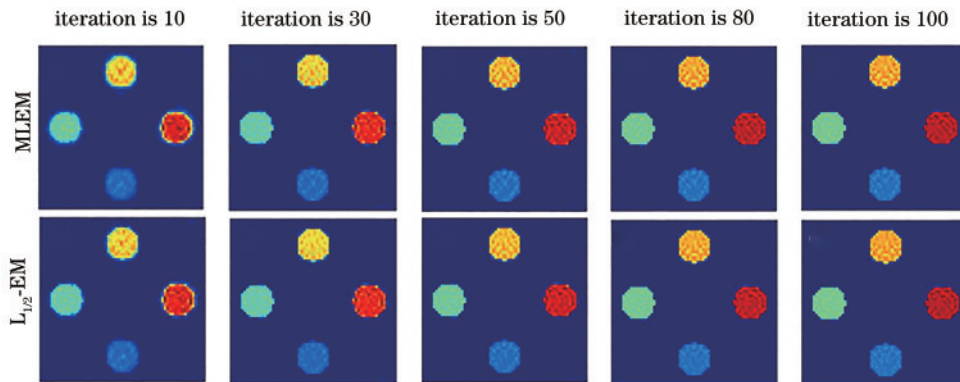


图 6 2 种算法在投影个数为 30 时, 不同迭代次数下重建的 XFCT 图像

Fig. 6 XFCT images reconstructed by two algorithms under different iterations number when number of projections is 30

图 7 为 2 种算法在迭代次数为 30 次时, 不同投影个数 (10、30、40、60、120) 下重建的 XFCT 图像。图 7 上半部分为传统 MLEM 算法重建的 XFCT 图像, 图 7 下半部分为 $L_{1/2}$ -EM 算法重建的 XFCT 图像。对比 2 种算法重建的 XFCT 图像明显发现: 在一定迭代次数下, 随着投影个数的增加, 2 种算法的重建图像质量都有所提高, 且引入了 $L_{1/2}$ 正则项的 MLEM 算法重

建的图像质量始终比传统 MLEM 算法重建的图像质量好。这说明在较少投影个数下, 引入 $L_{1/2}$ 正则项的 MLEM 算法重建的图像相比于传统 MLEM 算法重建的图像质量更高。

为进一步定量分析和比较重建图像质量, 计算出 2 种算法在不同迭代次数和不同投影个数下重建 XFCT 图像的全局图像质量索引 (UQI)^[18] 和均方根误

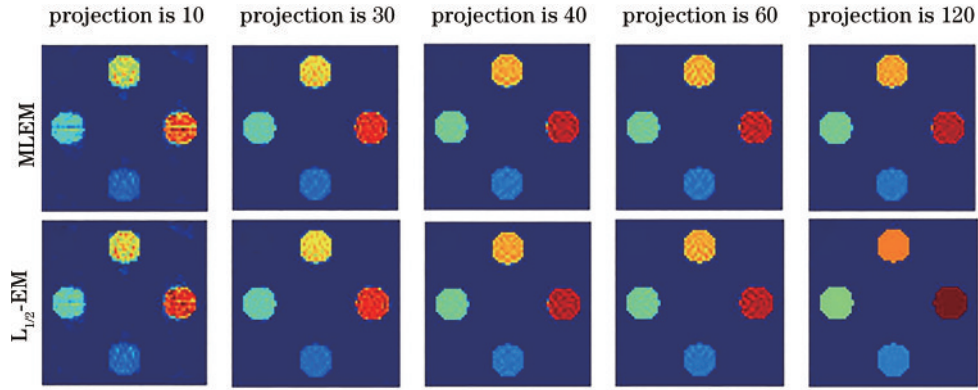


图 7 2 种算法在迭代次数为 30 时,不同投影个数下重建的 XFCT 图像

Fig. 7 XFCT images reconstructed by two algorithms under different projection numbers when number of iterations is 30

差(RMSE)^[19],如图 8、9 所示。UQI 反映重建图像在相关度、亮度以及对度方面的失真情况,值越接近 1,重建图像越接近模体图像。RMSE 反映重建图像和模体图像的相似程度,值越小,重建图像与模体图像的相似程度越高。它们的表达式分别为

$$U_{\text{UQI}} = \frac{4\sigma_{uu^*} \times \bar{u} \times \bar{u}^*}{(\sigma_u^2 + \sigma_{u^*}^2) \left[(\bar{u})^2 + (\bar{u}^*)^2 \right]}, \quad (18)$$

$$R_{\text{RMSE}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M (u_{ij} - u_{ij}^*)^2}{M \times M}}, \quad (19)$$

式中: u 、 u^* 分别为重建图像和模体图像,图像大小为 $M \times M$; σ_{uu^*} 为模体图像与重建图像的像素协方差; \bar{u}^* 为模体图像像素平均值; \bar{u} 为重建图像像素平均值;

σ_u 为模体图像的像素方差; σ_u 为重建图像的像素方差。

在一定投影个数(30)下, RMSE 值随着迭代次数的增大而减小,且在同一迭代次数下,引入 $L_{1/2}$ 正则项的 MLEM 算法比传统 MLEM 算法的 RMSE 更小,如图 8(a) 所示。这说明引入 $L_{1/2}$ 正则项的 MLEM 算法相较于传统 MLEM 算法能够更好地抑制 RMSE,从而提高重建图像质量。在一定投影个数(30)下, UQI 值随着迭代次数的增大而增大,且在同一迭代次数下,引入 $L_{1/2}$ 正则项的 MLEM 算法比传统 MLEM 的 UQI 值更接近 1,如图 8(b) 所示。这说明与传统 MLEM 算法相比,引入 $L_{1/2}$ 正则项的 MLEM 算法能更好地保持相关度、亮度以及对度。由此可见,在较少迭代次数下,引入 $L_{1/2}$ 正则项的 MLEM 算法相比于传统 MLEM 算法重建图像质量更高。

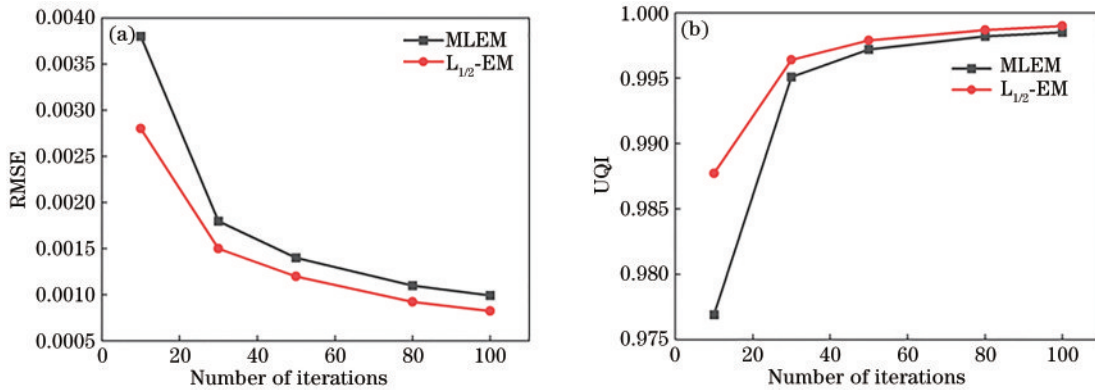


图 8 2 种算法在一定投影个数时,不同迭代次数下的评价参数。(a) 2 种算法重建 XFCT 图像的 RMSE; (b) 2 种算法重建 XFCT 图像的 UQI

Fig. 8 Evaluation parameters of two algorithms under different iteration times with a certain number of projections. (a) RMSE of XFCT image is reconstructed by two algorithms; (b) UQI of XFCT image is reconstructed by two algorithms

在一定迭代次数(30)下, RMSE 值随着投影个数的增大而减少, UQI 值随着投影个数的增大而增大;但在相同投影个数下,引入 $L_{1/2}$ 正则项的 MLEM 算法比传统 MLEM 算法的 UQI 值更接近于 1,且引入 $L_{1/2}$ 正则项的 MLEM 算法比传统 MLEM 算法的 RMSE 值

更小,如图 9 所示。这说明与传统 MLEM 算法相比,引入 $L_{1/2}$ 正则项的 MLEM 算法能更好地保持相关度、亮度以及对度,更好地抑制 RMSE。由此可见,在较少投影个数下,引入 $L_{1/2}$ 正则项的 MLEM 算法相比于传统 MLEM 算法重建图像质量更高。

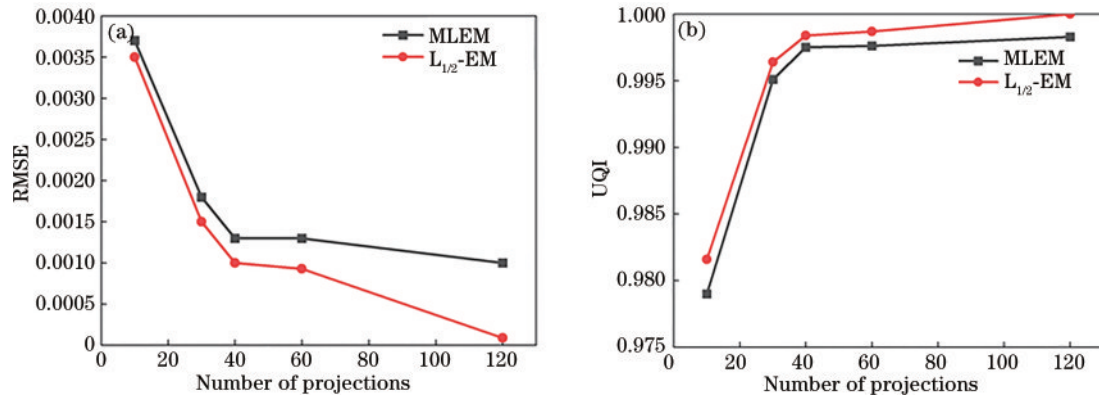


图9 2种算法在一定迭代次数时,不同投影个数下的评价参数。(a) 2种算法重建XFCT图像的RMSE;(b) 2种算法重建XFCT图像的UQI

Fig. 9 Evaluation parameters of two algorithms under different projection numbers with a certain number of iterations. (a) RMSE of XFCT image is reconstructed by two algorithms; (b) UQI of XFCT image is reconstructed by two algorithms

综上所述,相较于传统MLEM算法, $L_{1/2}$ -EM算法在不同迭代次数和不同投影个数下,重建图像的RMSE值更低,UQI值更接近1。这说明在较少迭代次数和较少投影个数下, $L_{1/2}$ -EM算法重建出的XFCT图像相较于传统MLEM算法重建出的XFCT图像质量更高。

5 结 论

迭代次数与投影个数是影响XFCT重建图像质量的重要因素,引入 $L_{1/2}$ 正则项后能在较少迭代次数和较少投影个数下有效提高XFCT重建图像质量。提出一种基于 $L_{1/2}$ 范数约束的MLEM算法,即 $L_{1/2}$ -EM算法。模拟实验表明:在不同迭代次数和不同投影个数下, $L_{1/2}$ -EM算法与传统MLEM算法相比,重建图像质量更好。因此,在较少迭代次数和较少投影个数的条件下, $L_{1/2}$ -EM算法较传统MLEM算法更具有优势。

参 考 文 献

- [1] Ahmad M, Prax G, Bazalova M, et al. X-ray luminescence and X-ray fluorescence computed tomography: new molecular imaging modalities[J]. IEEE Access, 2014, 2: 1051-1061.
- [2] Pace N, Ricci L, Negrini S. A comparison approach to explain risks related to X-ray imaging for scoliosis, 2012 SOSORT award winner[J]. Scoliosis, 2013, 8(1): 11.
- [3] 蒋瑾. 医学影像应用中X射线辐射危害的处理对策[J]. 实用医院临床杂志, 2011, 8(1): 134-136.
Jiang J. Countermeasures against X-ray radiation in the application of medical imaging[J]. Practical Journal of Clinical Medicine, 2011, 8(1): 134-136.
- [4] Sidky E Y, Kao C M, Pan X C. Accurate image reconstruction from few-views and limited-angle data in divergent-beam CT[J]. Journal of X-ray Science and Technology, 2006, 14(2): 119-139.
- [5] Xu Q, Yu H Y, Mou X Q, et al. Low-dose X-ray CT reconstruction via dictionary learning[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2012, 31(9): 1682-1697.
- [6] Niu S Z, Gao Y, Bian Z Y, et al. Sparse-view X-ray CT reconstruction via total generalized variation regularization [J]. Physics in Medicine and Biology, 2014, 59(12): 2997-3017.
- [7] Li Y S, Chen Y, Hu Y N, et al. Strategy of computed tomography sinogram inpainting based on sinusoid-like curve decomposition and eigenvector-guided interpolation [J]. Journal of the Optical Society of America A, 2012, 29(1): 153-163.
- [8] Lee M, Kim H, Kim H J. Sparse-view CT reconstruction based on multi-level wavelet convolution neural network[J]. Physica Medica, 2020, 80: 352-362.
- [9] 亢艳芹, 刘进, 王勇, 等. 联合卷积稀疏编码与梯度 L_0 范数的低剂量CT三维重建[J]. 光学学报, 2021, 41(9): 0911005.
Kang Y Q, Liu J, Wang Y, et al. Low-dose CT 3D reconstruction using convolutional sparse coding and gradient L_0 -norm[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(9): 0911005.
- [10] 余浩松, 邹永宁, 张智斌, 等. 利用CAD模型的不完全扫描CT图像重建[J]. 光学学报, 2021, 41(6): 0611002.
Yu H S, Zou Y N, Zhang Z B, et al. Image reconstruction of incomplete CT scanning using a CAD model[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(6): 0611002.
- [11] 李雨, 史娜, 孔慧华, 等. 基于全变分和梯度域卷积稀疏编码的稀疏角度CT重建算法[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(12): 1210031.
Li Y, Shi N, Kong H H, et al. Sparse angle CT reconstruction algorithm based on total variation and convolutional sparse coding in gradient domain[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(12): 1210031.
- [12] Shi J W, Hara D, Tao W S, et al. Reconstruction of X-ray fluorescence computed tomography from sparse-view projections via L_1 -norm regularized EM algorithm[J]. IEEE Access, 2020, 8: 211576-211584.
- [13] Yuasa T, Akiba M, Takeda T, et al. Reconstruction method for fluorescent X-ray computed tomography by

- least-squares method using singular value decomposition[J]. IEEE Transactions on Nuclear Science, 1997, 44(1): 54-62.
- [14] Goldstein T, Osher S. The split bregman method for L_1 -regularized problems[J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2009, 2(2): 323-343.
- [15] Duan J Z, Liu Y, Zhang L Y. Bregman iteration based efficient algorithm for MR image reconstruction from undersampled K-space data[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2013, 20(8): 831-834.
- [16] Xu Z B, Chang X Y, Xu F M, et al. $L_{1/2}$ regularization: a thresholding representation theory and a fast solver[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2012, 23(7): 1013-1027.
- [17] Pronyaev V G. XMuDat: photon attenuation data on PC. Version 1.0. 1 of August 1998. summary documentation [R]. Vienna: International Atomic Energy Agency, 1998.
- [18] Wang Z, Bovik A C. A universal image quality index[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2002, 9(3): 81-84.
- [19] Willmott C J, Matsuura K. Advantages of the mean absolute error (MAE) over the root mean square error (RMSE) in assessing average model performance[J]. Climate Research, 2005, 30: 79-82.