

基于全广义变分约束加权最小二乘的低剂量计算机断层重建方法

牛善洲^{1*}, 张梦真¹, 邱洋¹, 李硕¹, 梁礼境¹, 刘宏¹, 刘国良²

¹赣南师范大学数学与计算机科学学院赣州市计算成像重点实验室, 江西 赣州 341000;

²赣南医学院医学信息工程学院, 江西 赣州 341000

摘要 为了减少X射线的辐射剂量,提出了一种基于全广义变分约束加权最小二乘的低剂量计算机断层(CT)重建方法。首先对投影数据进行统计建模,然后将全广义变分正则化作为先验信息引入到投影数据恢复过程中,从而达到抑制噪声的目的,最后使用传统的滤波反投影算法进行CT图像重建。在Shepp-Logan体模实验中,提出方法的重建结果与Gibbs先验约束的惩罚加权最小二乘(Gibbs-WLS)、字典学习先验约束的惩罚加权最小二乘(DL-WLS)和全变分先验约束的惩罚加权最小二乘(TV-WLS)方法的重建结果相比,均方根误差分别降低了25.06%、1.50%和15.21%,信噪比分别提高了10.29%、0.53%和5.68%。在Clock体模实验中,提出方法的重建结果与Gibbs-WLS、DL-WLS和TV-WLS方法的重建结果相比,均方根误差分别降低了42.72%、23.45%和34.63%,信噪比分别提高了27.04%、11.42%和15.49%。实验结果表明,该方法在有效抑制低剂量CT图像的伪影和噪声的同时可以很好地保持图像的边缘信息和结构细节特征。

关键词 成像系统; 低剂量计算机断层重建; 全广义变分; 加权最小二乘; 图像重建

中图分类号 TP391

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP212853

Total Generalized Variation Constrained Weighted Least-Squares for Low-Dose Computed Tomography Reconstruction

Niu Shanzhou^{1*}, Zhang Mengzhen¹, Qiu Yang¹, Li Shuo¹,
Liang Lijing¹, Liu Hong¹, Liu Guoliang²

¹Ganzhou Key Laboratory of Computational Imaging, School of Mathematics and Computer Science, Gannan Normal University, Ganzhou 341000, Jiangxi, China;

²School of Medical Information Engineering, Gannan Medical University, Ganzhou 341000, Jiangxi, China

Abstract In order to reduce the radiation dose of X-rays, we present a total generalized variation constrained weighted least-squares approach for low-dose computed tomography (CT) reconstruction. Incorporating the total generalized variation regularization, a total generalized variation constrained weighted least-squares (TGV-WLS) approach is presented to reduce the noise in the projection (sinogram) domain, and the image is then reconstructed using the conventional filtered back-projection (FBP) algorithm. The root mean square errors (RMSEs) of the Shepp-Logan image reconstructed by the TGV-WLS method are reduced by 25.06%, 1.497%, and 15.21%, and the signal-to-noise ratio (SNR) values increased by 10.29%, 0.53%, and 5.68%, respectively, as compared with those of the Gibbs constrained weighted least-squares (Gibbs-WLS), dictionary learning constrained weighted least-squares (DL-WLS), and total variation constrained weighted least-squares (TV-WLS) methods. In addition, for the Clock images reconstructed by the TGV-WLS method, the RMSEs are reduced by 42.72%, 23.45%, and 34.63%, and SNR values increased by 27.04%, 11.42%, and 15.49%, respectively, as compared with those of the Gibbs-, DL-, and TV-WLS methods. The experimental results show that the TGV-WLS method can achieve noticeable gains in terms of noise-induced artifact suppression and edge information and structural details preservation.

Key words imaging system; low-dose computed tomography reconstruction; total generalized variation; weighted least-squares; image reconstruction

收稿日期: 2021-11-01; 修回日期: 2021-11-26; 录用日期: 2021-12-21; 网络首发日期: 2021-12-30

基金项目: 国家自然科学基金(11701097)、江西省科技创新杰出青年人才培养计划(20192BCB23019)、江西省重点研发计划一般项目(20202BBE53024)、江西省“双千计划”科技创新高端人才青年项目(jxsq2019201061)、赣州市科技创新人才计划

通信作者: *szniu@gnnu.edu.cn

1 引言

计算机断层(CT)扫描成像作为现代医学影像诊断技术的杰出代表,已经广泛用于临床诊断和治疗。CT图像的质量与X射线的辐射剂量紧密相关,剂量越高图像质量越好,然而过高的X射线辐射剂量会诱发白血病、癌症以及其他遗传性疾病^[1-4]。降低CT扫描中的管电流或者管电压是实现低剂量成像最简单有效的方法,但是投影数据会受到量子噪声和电子噪声的污染,导致滤波反投影(FBP)算法重建的图像质量严重退化^[5-7]。因此,在保证图像质量的前提下最大限度地减少X射线的辐射剂量已成为CT成像领域亟待解决的关键问题。

低剂量CT成像方法主要分为两类:一是基于投影域的低剂量CT成像方法^[8-12];二是基于图像域的低剂量CT成像方法^[13-17]。基于图像域的成像方法是在图像域中对待重建的图像进行系统建模,然后通过迭代算法求解进行图像重建。随着深度学习的快速发展,各种基于深度学习的低剂量CT成像方法被相继提出^[18-23]。基于深度学习的成像方法具有较强的特征学习与映射能力,比传统图像域的方法更具有潜力和优势。但是基于深度学习的方法需要大量的训练数据,模型训练耗时较长,难以满足实时成像的需求。基于投影域的重建方法分两阶段进行,首先,根据投影数据的统计特性构建投影数据恢复模型,求出最佳的投影数据后,再用FBP算法对恢复的投影数据进行图像重建。基于投影域的成像方法不仅计算速度快,并且可以有效地去除噪声和条形伪影。Lu等^[24]的实验结果表明,低剂量CT投影数据(对数变换后)的噪声近似服从高斯分布。基于上述统计特性,CT成像领域的专家和学者提出了多种低剂量CT投影数据恢复算法^[8-9]。例如,Wang等^[8]构建了基于惩罚加权最小二乘的投影数据恢复模型,并对其求解得到最佳的投影数据,最后使用FBP算法进行图像重建。Wang等^[9]提出了基于小波变换的多尺度惩罚加权最小二乘方法,该方法使用小波变换对低剂量CT投影数据的噪声进行多尺度滤除,可以较好地保持图像边缘信息。

最近,Niu等^[10]提出了一种基于广义惩罚加权最小二乘的低剂量CT重建方法,该方法使用Gibbs正则化作为先验信息可以有效抑制低剂量CT中的噪声和伪影。但Gibbs正则化使用二次函数作为惩罚先验会导致重建图像丢失部分边缘和结构细节特征。Bredies等^[25]提出的全广义变分(TGV)正则化在不满足图像分段常量的前提下,可以有效去除噪声和伪影并保持图像的边缘与纹理信息。基于此,本文提出了一种基于全广义变分约束加权最小二乘(TGV-WLS)的低剂量CT重建方法,该方法将TGV作为先验信息引入投影数据的恢复过程中,然后使用FBP算法对恢复后的投影数据进行CT重建。实验结果表明,本文

方法可以在有效抑制低剂量CT图像噪声和伪影的同时保持图像的边缘和结构细节特征。

2 模型与算法

2.1 基于广义加权最小二乘的投影数据恢复模型

X射线穿过物体后的出射光子数 I_i 可以由如下公式表示:

$$I_i = \text{Poisson}[I_0 \exp(-y_i)] + \text{Normal}(0, \sigma_e^2), \quad (1)$$

$$i = 1, 2, \dots, M,$$

式中:Poisson()是泊松分布函数;Normal()是正态分布函数; I_0 是X射线的入射光子数目; σ_e^2 是电子噪声的方差; y_i 是真实的投影数据; M 是投影数据向量的个数。大量的实验结果表明,经过系统校正和对数变换后的投影数据的噪声近似服从高斯分布^[24],投影数据的方差 σ_i^2 可以由如下公式^[26]给出:

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{I_0} \exp(\bar{y}_i) \left\{ 1 + \frac{1}{I_0} \exp[\bar{y}_i(\sigma_e^2 - 1.25)] \right\}, \quad (2)$$

$$i = 1, 2, \dots, M,$$

式中, \bar{y}_i 是第 i 个探测器单元上投影数据的均值。基于广义加权最小二乘的低剂量CT投影数据恢复模型可以写为

$$\min_{f \geq 0} (y - f)^T \mathbf{G}^{-1} (y - f) + \beta_2 R(f), \quad (3)$$

式中: $y = (y_1, y_2, \dots, y_M)^T$ 是测量得到的投影数据; $f = (f_1, f_2, \dots, f_M)^T$ 是待恢复的投影数据; $\mathbf{G} = \frac{1}{\beta_1} \mathbf{I} + \mathbf{\Sigma}$ 是单位矩阵, $\mathbf{\Sigma} = \{\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_M^2\}$; $R(f)$ 是先验项; $\beta_1, \beta_2 > 0$ 是超参数。

2.2 TGV

设图像 u 是定义在 $\Omega \subset R^d$ 上的函数, u 的 k 阶TGV^[25]由如下公式给出:

$$V_a^k(u) = \sup \left\{ \int_{\Omega} u \operatorname{div}^k v dx \mid v \in C_c^k[\Omega, \operatorname{Sym}^k(R^d)], \right. \\ \left. \| \operatorname{div}^l v \|_{\infty} \leq \alpha_l \right\}, \quad (4)$$

式中: \sup 表示上确界; $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_l, \dots, \alpha_{k-1})$ 是 V_a^k 的权重; $\operatorname{Sym}^k(R^d)$ 是 k 阶对称张量空间; div 是散度算子。注意到,当 $k=1$ 时, V_a^k 退化为全变分(TV)。本文考虑如下的二阶TGV^[27]:

$$V_a^2(u) = \min_{w \in BD(\Omega)} \alpha_1 \int_{\Omega} |\nabla u - w| dx + \alpha_0 \int_{\Omega} |(w)| dx, \quad (5)$$

式中: $BD(\Omega)$ 是有界的向量场空间; ∇u 是图像 u 的梯度; $\epsilon(w) = \frac{1}{2}(\nabla w + \nabla w^T)$ 是Radon测度的矩阵值; $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1)$ 是 V_a^2 的权重。相比于TV正则化, V_a^2 正则化使用权重 α_0 和 α_1 平衡一阶和二阶梯度信息,因此不会产生阶梯效应。所以 V_a^2 正则化可以有效地抑制阶梯效应,较好地保持图像的边缘信息和结构细节特征。

2.3 基于 TGV-WLS 的低剂量 CT 重建

基于 TGV-WLS 的低剂量 CT 投影数据恢复模型可以写为

$$\min_{f \geq 0} (y-f)^T \mathbf{G}^{-1}(y-f) + \beta_2 V_a^2(f). \quad (6)$$

引入一个变量 u , 可以得到

$$\min_u (y-u)^T \mathbf{\Sigma}^{-1}(y-u) + \beta_1 \|u-f\|_2^2 + (y-f)^T \mathbf{G}^{-1}(y-f). \quad (7)$$

根据式(7), 式(6)可以写为

$$\min_{u,f} (y-u)^T \mathbf{\Sigma}^{-1}(y-u) + \beta_1 \|u-f\|_2^2 + V_a^2(f). \quad (8)$$

使用交替优化方法求解式(8):

$$S_G(f^k) \triangleq u^{k+1} = \underset{u}{\operatorname{argmin}} (y-u)^T \mathbf{\Sigma}^{-1}(y-u) + \beta_1 \|u-f^k\|_2^2, \quad (9)$$

$$S_R(u^{k+1}) \triangleq f^{k+1} = \underset{f}{\operatorname{argmin}} \beta_1 \|u^{k+1}-f\|_2^2 + \beta_2 V_a^2(f). \quad (10)$$

给定初始点 f^0 , 上述方法可以得到如下序列:

$$u^1, f^1, u^2, f^2, \dots, u^k, f^k, \dots, \quad (11)$$

且满足 $f^{k+1} = S_R S_G(u^k)$ 。进一步地, 定义 $\Gamma(\cdot) = S_R[S_G(\cdot)]$, 则 $f^{k+1} = \Gamma(f^k)$ 。

由于式(9)中的目标函数为光滑的二次凸函数, 直接对式(9)求导并令其等于零, 可以得到式(9)的解为

$$u_i^{k+1} = \frac{y_i + \beta_1 \sigma_i^2 f_i^k}{1 + \beta_1 \sigma_i^2}. \quad (12)$$

对于式(10), 可以写出如下的离散形式^[28]:

$$\min_{f \in \mathbf{F}, w \in \mathbf{W}} \frac{1}{2\lambda} \|u^{k+1}-f\|_2^2 + \alpha_1 \|\nabla f - w\|_1 + \alpha_0 \|\epsilon(w)\|_1, \quad (13)$$

式中: $\lambda = \frac{\beta_2}{2\beta_1}$; $\mathbf{F} = R^{N \times N}$; $\mathbf{W} = R^{2N \times N}$ 。根据对偶原理, 可以将式(13)转化为

$$\min_{f \in \mathbf{F}, w \in \mathbf{W}} \max_{p \in \mathbf{P}, q \in \mathbf{Q}} \frac{1}{2\lambda} \|u^{k+1}-f\|_2^2 + p^T (\nabla f - w) + q^T \epsilon(w), \quad (14)$$

式中: p 和 q 为对偶变量; $\mathbf{P} = \{p \in R^{2N \times N} \| p \|_\infty \leq \alpha_1\}$; $\mathbf{Q} = \{q \in R^{3N \times N} \| q \|_\infty \leq \alpha_0\}$ 。投影算子 $\operatorname{proj}_p(\tilde{p})$, $\operatorname{proj}_q(\tilde{q})$ 的定义为

$$\operatorname{proj}_p(\tilde{p}) = \frac{\tilde{p}}{\max\left(1, \frac{|\tilde{p}|}{\alpha_1}\right)}, \quad \operatorname{proj}_q(\tilde{q}) = \frac{\tilde{q}}{\max\left(1, \frac{|\tilde{q}|}{\alpha_0}\right)}. \quad (15)$$

邻近算子 $\operatorname{prox}_i^*(\tilde{u})$ 可由如下给出:

$$\operatorname{prox}_i^*(\tilde{f}) = \underset{f \in \mathbf{F}}{\operatorname{argmin}} \frac{\|f-u\|_2^2}{2\lambda} + \frac{\|f-\tilde{f}\|_2^2}{2\tau} = \frac{\lambda\tilde{f} + \tau u}{\lambda + \tau}. \quad (16)$$

综上所述, 基于 TGV-WLS 的低剂量 CT 重建方法的计算步骤如下所示:

- 1) 将参数 $u^0, f^0, \tilde{f}^0, w^0, \tilde{w}^0, p^0, q^0$ 进行初始化;
- 2) 将变量 $\beta_1, \beta_2, \tau, \rho, \alpha_0, \alpha_1, k=0$ 进行初始化;
- 3) 如果迭代终止条件不成立, 执行步骤4), 否则迭代终止;
- 4) $u_j^{k+1} = \frac{y_j + \beta_1 \sigma_j^2 f_j^k}{1 + \beta_1 \sigma_j^2}, j = 1, 2, \dots, M$;
- 5) 设置 $n=0$, 步骤6)~13) 执行 N 次;
- 6) $p^{n+1} = \operatorname{proj}_p[p^n + \rho(\nabla \tilde{f}^n - \tilde{w}^n)]$;
- 7) $q^{n+1} = \operatorname{proj}_q[q^n + \rho\epsilon(\tilde{w}^n)]$;
- 8) $f^{\text{old}} = f^n$;
- 9) $f^{n+1} = \operatorname{prox}_i^*(f^n + \tau \operatorname{div}_1 p^{n+1})$;
- 10) $\tilde{f}^{n+1} = 2f^{n+1} - f^{\text{old}}$;
- 11) $w^{\text{old}} = w^n$;
- 12) $w^{n+1} = w^n + \tau(p^{n+1} + \operatorname{div}_2 q^{n+1})$;
- 13) $\tilde{w}^{n+1} = 2w^{n+1} - w^{\text{old}}$;
- 14) $\tilde{f}^0 = \tilde{f}^N, w^0 = w^N, p^0 = p^N, q^0 = q^N$;
- 15) 如果 $f_j^N > 0, f_j^{k+1} = f_j^N$, 否则 $f_j^{k+1} = 0; j = 1, 2, \dots, M$;
- 16) 利用 FBP 算法将步骤15) 得到的投影数据用来重建 CT 图像。

TGV-WLS 方法中有 6 个参数 ($\beta_1, \beta_2, \tau, \rho, \alpha_0, \alpha_1$) 需要进行初始化。迭代初始值 u^0 是使用 FBP 算法得到的图像。步长 τ 和 ρ 根据文献[27]给出的方法进行设置。 $f^0, \tilde{f}^0, w^0, \tilde{w}^0, p^0$ 和 q^0 都设置为 0。步骤 10) 的迭代次数 n 设置为 10。实验结果表明, 参数 β_1 的值对重建结果影响不明显, 本文选取 $\beta_1 = 1.0 \times 10^{-3}$ 。参数 β_2 的值对重建结果影响比较大, β_2 的值过小重建图像中会含有噪声和伪影, β_2 的值过大会导致重建结果过光滑。本文根据投影数据的噪声水平, 对不同的体模数据用试错的方法选择 β_2 的值。本文使用相对误差 (RE) 作为 TGV-WLS 方法的迭代终止条件, 其表达式为

$$e_{\text{RE}} = \frac{\|f^{k+1} - f^k\|_2}{\|f^k\|_2} \leq 1.0 \times 10^{-6}. \quad (17)$$

2.4 对比方法

为了验证 TGV-WLS 方法的有效性, 将其与 Gibbs 先验约束的惩罚加权最小二乘 (Gibbs-WLS)、字典学习先验约束的惩罚加权最小二乘 (DL-WLS) 和全变分先验约束的惩罚加权最小二乘 (TV-WLS) 方法进行比较。

Gibbs-WLS 方法的目标函数为

$$\min_{f \geq 0} (y-f)^T \mathbf{G}^{-1}(y-f) + \beta_1 \sum_i \sum_{m \in N_i} w_{im} (f_i - f_m)^2, \quad (18)$$

式中: N_i 是投影数据中 i 个像素的一阶邻域; w_{im} 在水平方向取值为 1, 在垂直方向取值为 0.25。

TV-WLS 方法的目标函数为

$$\min_{f \geq 0} (y-f)^T \mathbf{G}^{-1} (y-f) + \beta_2 V(f), \quad (19)$$

式中, $V(f)$ 是 f 的全变分。

DL-WLS 方法的目标函数为

$$\min_{f, \alpha_s \geq 0} (y-f)^T \mathbf{G}^{-1} (y-f) + \gamma \left(\sum_s \|\mathbf{E}_s f - D\alpha_s\|_2^2 + \sum_s v_s \|\alpha_s\|_0 \right), \quad (20)$$

式中: $D \in R^{L \times K}$ 为训练字典; $\alpha_s \in R^{L \times 1}$ 是含有少量非零元的向量; $\mathbf{E}_s \in R^{L \times K}$ 是从图像 f 提取的块矩阵; v_s 是拉格朗日乘子; γ 是超参数。

3 实验结果与分析

使用 Shepp-Logan 体模 [图 1(a)] 和 Clock 体模 [图 1(b)] 进行实验, 并使用文献 [29] 中的方法仿真生成低剂量 CT 投影数据。CT 成像几何采用扇形束和弧形探测器, 其中射线源到旋转中心和探测器的距离分别为 615.18 mm 和 1361.2 mm, 投影角度的个数为 1160, 探测器个数为 672, 探测单元大小为 1.85 mm。Shepp-Logan 和 Clock 体模的入射光子总数分别设为

7×10^4 和 2×10^4 , 图像维数为 512×512 , 像素间距大小为 1 mm。

使用信噪比 (SNR)、均方根误差 (RMSE)、对比度信噪比 (CNR)、结构相似性指标^[30] (SSIM) 和特征相似性指标^[31] (FSIM) 来对重建图像进行定量分析。SNR 和 RMSE 的计算公式分别为

$$r_{\text{SNR}} = 10 \lg \left\{ \frac{\sum_{i,j} [I_{\text{recon}}(i,j) - \bar{I}]^2}{\sum_{i,j} [I_{\text{recon}}(i,j) - I_{\text{phantom}}(i,j)]^2} \right\}, \quad (21)$$

$$e_{\text{RMSE}} = \left\{ \frac{\sum_{i,j} [I_{\text{recon}}(i,j) - I_{\text{phantom}}(i,j)]^2}{\sum_{i,j} [I_{\text{phantom}}(i,j)]^2} \right\}, \quad (22)$$

式中: $I_{\text{recon}}(i,j)$ 表示 I_{recon} 在 (i,j) 处的值; \bar{I} 表示 I_{recon} 中所有像素的平均值; $I_{\text{phantom}}(i,j)$ 表示 I_{phantom} 在 (i,j) 处的值。CNR 的计算公式为

$$r_{\text{CNR}} = \frac{|\bar{I}_{\text{ROI}} - \bar{I}_{\text{BG}}|}{\sqrt{\sigma_{\text{ROI}}^2 + \sigma_{\text{BG}}^2}}, \quad (23)$$

式中: \bar{I}_{ROI} 表示感兴趣区域 (ROI) 所有像素的平均值; \bar{I}_{BG} 表示背景区域 (Background) 所有像素的平均值; σ_{ROI}^2 表示 ROI 的方差; σ_{BG}^2 表示 Background 的方差。SSIM 和 FSIM 值本文使用参考文献 [30] 和 [31] 中的参数和方法进行计算。

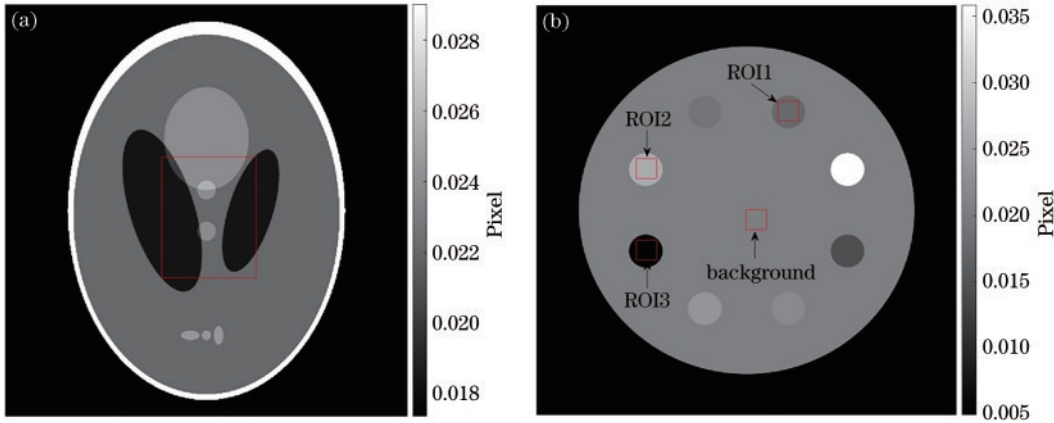


图 1 数值体模图像。(a) Shepp-Logan 体模; (b) Clock 体模

Fig. 1 Images of digital phantoms. (a) Shepp-Logan phantom; (b) Clock phantom

3.1 Shepp-Logan 体模实验

图 2 为不同方法重建的 Shepp-Logan 体模图像。Gibbs-WLS 方法重建的图像中仍含有一些噪声和条形伪影。DL-WLS 方法重建的图像噪声得到了一定程度的抑制, 但仍含有条形伪影。TV-WLS 方法重建的图像边缘区域出现了模糊现象。表 1 为 Shepp-Logan 体模重建图像的 SNR 和 RMSE。与 Gibbs-WLS、DL-WLS 和 TV-WLS 方法相比, TGV-WLS 方法的 RMSE 分别降低了 25.06%、1.50% 和 15.21%; 信噪比分别提高了 10.29%、0.53% 和 5.68%。上述结果表明, TGV-WLS 方法重建的图像具有最低的

RMSE 和最高的 SNR。

图 3 给出了图 2 中 ROI [如图 1(a) 中大小为 $160 \text{ pixel} \times 130 \text{ pixel}$ 的矩形方框所示] 的局部放大图。与 Gibbs-WLS、DL-WLS 和 TV-WLS 方法相比, TGV-WLS 方法能在有效去除噪声和伪影的同时保持图像的边缘信息和结构细节特征。进一步地, 使用 SSIM 和 FSIM 值对结果进行定量分析。图 4 给出了图 3 中各重建结果的 SSIM 值和 FSIM 值。与 Gibbs-WLS、DL-WLS 和 TV-WLS 方法相比, TGV-WLS 方法的 SSIM 值分别提高了 32.94%、3.07% 和 10.23%; FSIM 值分别提高了 21.68%、1.17% 和

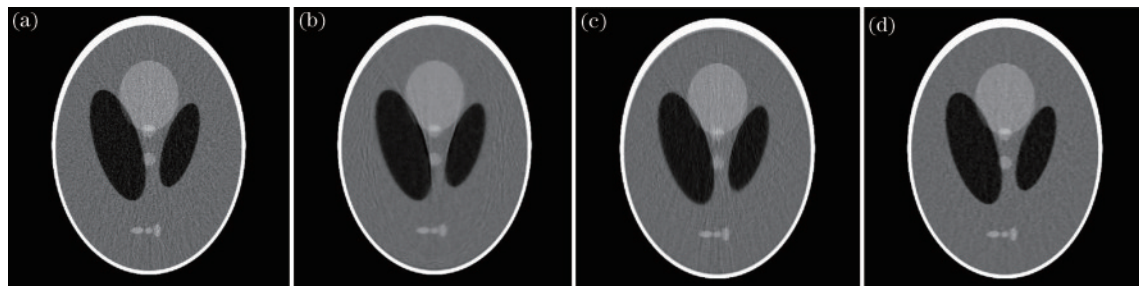


图 2 不同方法重建的 Shepp-Logan 体模图像。(a) Gibbs-WLS 方法;(b) DL-WLS 方法;(c) TV-WLS 方法;(d) TGV-WLS 方法
Fig. 2 Shepp-Logan phantom images reconstructed by different methods. (a) Gibbs-WLS method; (b) DL-WLS method; (c) TV-WLS method; (d) TGV-WLS method

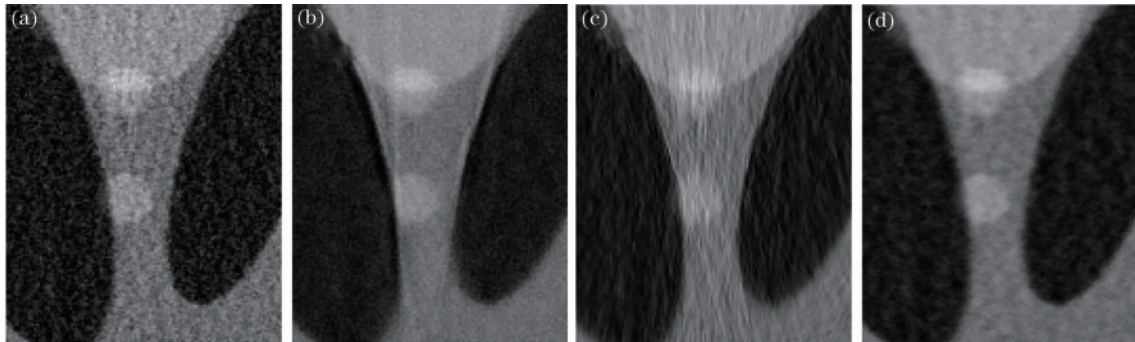


图 3 Shepp-Logan 体模图像的局部放大图。(a) Gibbs-WLS 方法重建的图像;(b) DL-WLS 方法重建的图像;(c) TV-WLS 方法重建的图像;(d) TGV-WLS 方法重建的图像

Fig. 3 Zoomed-in views of Shepp-Logan phantom images. (a) Image reconstructed by Gibbs-WLS method; (b) image reconstructed by DL-WLS method; (c) image reconstructed by TV-WLS method; (d) image reconstructed by TGV-WLS method

表 1 Shepp-Logan 体模图像的 RMSE 和 SNR

Table 1 RMSE and SNR of Shepp-Logan phantom images

Method	Gibbs-WLS	DL-WLS	TV-WLS	TGV-WLS
RMSE	0.0439	0.0334	0.0388	0.0329
SNR	24.30	26.66	25.36	26.80

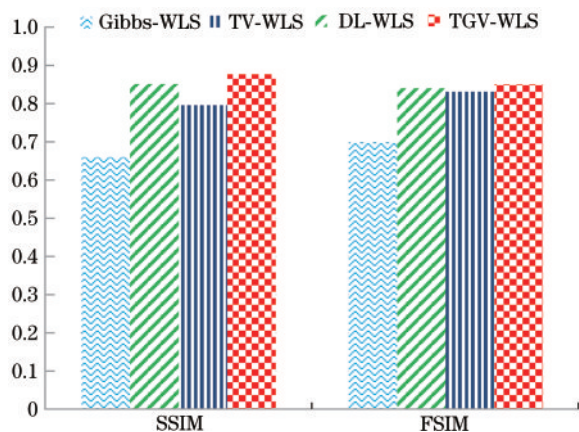


图 4 图 3 中各重建结果的 SSIM 值和 FSIM 值

Fig. 4 SSIM and FSIM values of reconstructed results in Fig. 3

2.35%。TGV-WLS 方法重建的图像具有最高的 SSIM 值和 FSIM 值,即最接近于真实的体模图像。

3.2 Clock 体模实验

图 5 为不同方法重建的 Clock 体模图像。Gibbs-

WLS 方法重建的图像中的条形伪影得到有效抑制,但是仍然还有一定的噪声。DL-WLS 和 TV-WLS 方法重建的图像中噪声虽有减少,但是高衰减物体产生的条形伪影仍然存在。TGV-WLS 方法重建的图像中噪声和条形伪影都被有效抑制。

表 2 为 Clock 体模不同方法重建结果的 RMSE 和 SNR。如表 2 所示,TGV-WLS 方法与其他方法相比,在提高 SNR 和降低 RMSE 方面均有很好的表现。与 Gibbs-WLS、DL-WLS 和 TV-WLS 方法相比,TGV-WLS 方法的 RMSE 分别降低了 42.72%、23.45% 和 34.63%;SNR 分别提高了 27.04%、11.42% 和 15.49%。

进一步地,使用 SSIM 和 FSIM 指标对结果进行定量分析。图 6 为不同方法重建结果的 SSIM 值和 FSIM 值。与 Gibbs-WLS、DL-WLS 和 TV-WLS 方法相比,TGV-WLS 方法的 SSIM 值分别提高了 21.71%、3.31% 和 11.27%;FSIM 值分别提高了 15.02%、0.80% 和 8.51%。TGV-WLS 方法的 SSIM 和 FSIM 值均高于其他方法,即 TGV-WLS 方法重建的图像最接近真实体模。此外,图 7 为图 5 中 3 个 ROI [图 1(b)中大小为 25 pixel × 25 pixel 的 3 个方框所示] 的 CNR。与 Gibbs-WLS、DL-WLS 和 TV-WLS 方法相比,TGV-WLS 方法在 ROI1 中的 CNR 分别提高了 145.80%、74.35% 和 118.00%,在 ROI2 中的 CNR 分

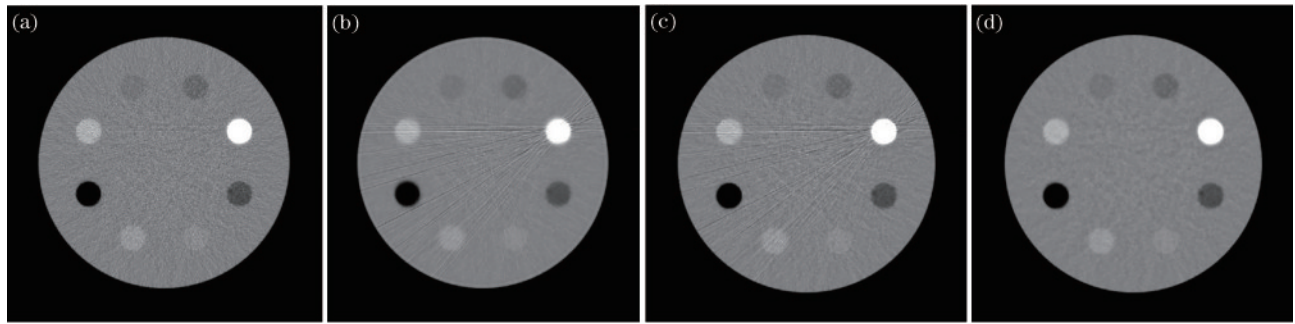


图5 不同方法重建的Clock体模图像。(a) Gibbs-WLS方法;(b) DL-WLS方法;(c) TV-WLS方法;(d) TGV-WLS方法

Fig. 5 Clock phantom images reconstructed by different methods. (a) Gibbs-WLS method; (b) DL-WLS method; (c) TV-WLS method; (d) TGV-WLS method

表2 Clock体模图像的RMSE和SNR
Table 2 RMSE and SNR of Clock phantom images

Method	Gibbs-WLS	DL-WLS	TV-WLS	TGV-WLS
RMSE	0.0906	0.0678	0.0794	0.0519
SNR	17.90	20.41	19.69	22.74

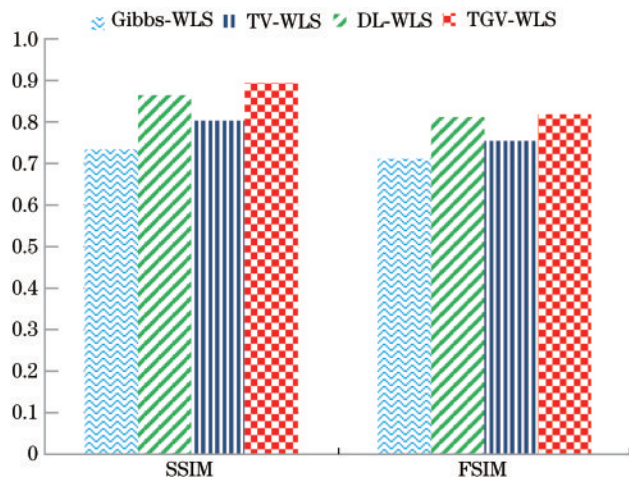


图6 不同方法重建结果的SSIM值和FSIM值

Fig. 6 SSIM and FSIM values reconstructed by different methods

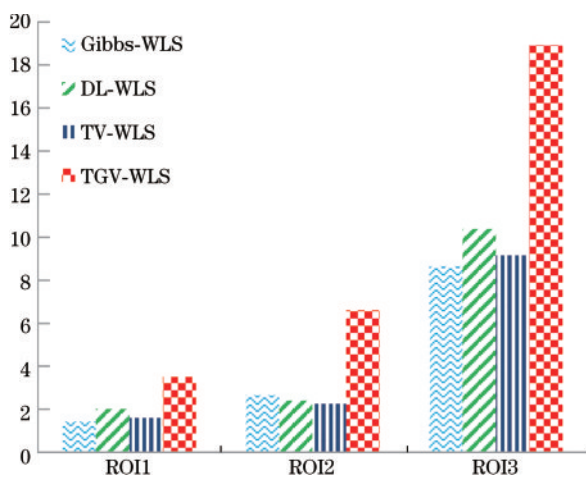


图7 图5中ROI[图1(b)中的3个方框所示]的CNR

Fig. 7 CNR of ROI [three boxes shown in Fig. 1 (b)] in Fig. 5

别提高了148.30%、174.30%和193.40%，在ROI3中的CNR分别提高了118.60%、82.27%和106.70%。上述结果表明，TGV-WLS方法具有最高的CNR。

4 结 论

为了提高低剂量CT重建图像的质量，本文将TGV正则化作为先验信息引入投影数据的恢复过程中，提出了一种基于TGV-WLS的低剂量CT重建方法。Shepp-Logan体模和Clock体模实验结果表明，提出的低剂量CT投影数据恢复模型在噪声和条形伪影抑制方面都取得了很好的效果。由于投影数据不满足分段常数的假设，全变分和字典学习先验无法去除条形伪影，因此不适合低剂量CT投影数据恢复。为了验证TGV-WLS方法的有效性，使用多种定量指标对重建结果进行了分析与比较。与Gibbs-WLS、DL-WLS和TV-WLS方法相比，TGV-WLS方法在SNR、RMSE、CNR、SSIM和FSIM等指标方面均有上佳的表现，噪声去除和条形伪影抑制效果明显优于对比方法。

参 考 文 献

- [1] Donnelly L F, Emery K H, Brody A S, et al. Minimizing radiation dose for pediatric body applications of single-detector helical CT: strategies at a large Children's Hospital[J]. AJR American Journal of Roentgenology, 2001, 176(2): 303-306.
- [2] Niu S Z, Liu H, Zhang M Z, et al. Iterative reconstruction for low-dose cerebral perfusion computed tomography using prior image induced diffusion tensor[J]. Physics in Medicine and Biology, 2021, 66(11): 115024.
- [3] Li S, Zeng D, Bian Z Y, et al. Learning non-local perfusion textures for high-quality computed tomography perfusion imaging[J]. Physics in Medicine & Biology, 2021, 66(11): 115007.
- [4] Chen H, Zhang Y, Zhang W H, et al. Low-dose CT via convolutional neural network[J]. Biomedical Optics Express, 2017, 8(2): 679-694.
- [5] He J, Yang Y, Wang Y B, et al. Optimizing a parameterized plug-and-play ADMM for iterative low-dose CT reconstruction[J]. IEEE Transactions on

- Medical Imaging, 2019, 38(2): 371-382.
- [6] Li T F, Li X, Wang J, et al. Nonlinear sinogram smoothing for low-dose X-ray CT[J]. IEEE Transactions on Nuclear Science, 2004, 51(5): 2505-2513.
- [7] He J, Wang Y B, Ma J H. Radon inversion via deep learning[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2020, 39(6): 2076-2087.
- [8] Wang J, Li T F, Lu H B, et al. Penalized weighted least-squares approach to sinogram noise reduction and image reconstruction for low-dose X-ray computed tomography[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2006, 25(10): 1272-1283.
- [9] Wang J, Lu H B, Wen J H, et al. Multiscale penalized weighted least-squares sinogram restoration for low-dose X-ray computed tomography[J]. IEEE Transactions on Bio-medical Engineering, 2008, 55(3): 1022-1031.
- [10] 牛善洲, 刘宏, 朱赞, 等. 基于广义惩罚加权最小二乘的低剂量 CT 重建方法[J]. 数值计算与计算机应用, 2021, 42(3): 289-302.
- Niu S Z, Liu H, Zhu Y, et al. Generalized penalized weighted least-squares approach for low-dose X-ray ct reconstruction[J]. Journal on Numerical Methods and Computer Applications, 2021, 42(3): 289-302.
- [11] Manduca A, Yu L F, Trzasko J D, et al. Projection space denoising with bilateral filtering and CT noise modeling for dose reduction in CT[J]. Medical Physics, 2009, 36(11): 4911-4919.
- [12] Hsieh J. Adaptive streak artifact reduction in computed tomography resulting from excessive X-ray photon noise [J]. Medical Physics, 1998, 25(11): 2139-2147.
- [13] Niu S Z, Gao Y H, Bian Z Y, et al. Sparse-view X-ray CT reconstruction via total generalized variation regularization[J]. Physics in Medicine and Biology, 2014, 59(12): 2997-3017.
- [14] Niu S Z, Huang J, Bian Z Y, et al. Iterative reconstruction for sparse-view X-ray CT using alpha-divergence constrained total generalized variation minimization[J]. Journal of X-ray Science and Technology, 2017, 25(4): 673-688.
- [15] Ma Y J, Wei B, Feng P, et al. Low-dose CT image denoising using a generative adversarial network with a hybrid loss function for noise learning[J]. IEEE Access, 2020, 8: 67519-67529.
- [16] Shan H M, Zhang Y, Yang Q S, et al. 3-D convolutional encoder-decoder network for low-dose CT via transfer learning from a 2-D trained network[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2018, 37(6): 1522-1534.
- [17] Xu Q, Yu H Y, Mou X Q, et al. Low-dose X-ray CT reconstruction via dictionary learning[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2012, 31(9): 1682-1697.
- [18] Kang E, Min J H, Ye J C. A deep convolutional neural network using directional wavelets for low-dose X-ray CT reconstruction[J]. Medical Physics, 2017, 44(10): e360-e375.
- [19] Dong C, Loy C C, He K M, et al. Image super-resolution using deep convolutional networks[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2016, 38(2): 295-307.
- [20] Li H Y, Liang H, Hu Q H, et al. Deep learning for position fixing in the micron scale by using convolutional neural networks[J]. Chinese Optics Letters, 2020, 18(5): 050602.
- [21] Shen H, Gao J M. Deep learning virtual colorful lens-free on-chip microscopy[J]. Chinese Optics Letters, 2020, 18(12): 121705.
- [22] Li Y, Di J L, Ren L, et al. Deep-learning-based prediction of living cells mitosis via quantitative phase microscopy[J]. Chinese Optics Letters, 2021, 19(5): 051701.
- [23] Chen H, Zhang Y, Kalra M K, et al. Low-dose CT with a residual encoder-decoder convolutional neural network [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2017, 36(12): 2524-2535.
- [24] Lu H B, Li X, Hsiao I T, et al. Analytical noise treatment for low-dose CT projection data by penalized weighted least-square smoothing in the K-L domain[J]. Proceedings of SPIE, 2002, 4682: 146-152.
- [25] Bredies K, Kunisch K, Pock T. Total generalized variation[J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2010, 3(3): 492-526.
- [26] Ma J H, Liang Z R, Fan Y, et al. Variance analysis of X-ray CT sinograms in the presence of electronic noise background[J]. Medical Physics, 2012, 39(7): 4051-4065.
- [27] Bredies K, Valkonen T. Inverse problems with second-order total generalized variation constraints[EB/OL]. (2020-05-19)[2021-05-08]. <https://arxiv.org/abs/2005.09725>.
- [28] Bredies K, Dong Y Q, Hintermüller M. Spatially dependent regularization parameter selection in total generalized variation models for image restoration[J]. International Journal of Computer Mathematics, 2013, 90(1): 109-123.
- [29] Ma J H, Zhang H, Gao Y, et al. Iterative image reconstruction for cerebral perfusion CT using a pre-contrast scan induced edge-preserving prior[J]. Physics in Medicine and Biology, 2012, 57(22): 7519-7542.
- [30] Wang Z, Bovik A C, Sheikh H R, et al. Image quality assessment: from error visibility to structural similarity[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2004, 13(4): 600-612.
- [31] Zhang L, Zhang L, Mou X Q, et al. FSIM: a feature similarity index for image quality assessment[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2011, 20(8): 2378-2386.