DOI: 10.3788/LOP222786

激光与光电子学进展

基于扫摆式多相机跟踪的六自由度测量方法

曹首钦¹,孙子杰²,杨泽¹,孙岩标^{1*},邾继贵^{1*} ¹天津大学精密测试技术及仪器国家重点实验室,天津 300072; ²北京卫星制造厂有限公司,北京 100094

摘要 目前视觉测量技术针对工业目标的六自由度测量,存在难以兼顾测量效率、精度与范围的问题。为此,本文提出了一种基于扫摆式多相机跟踪的六自由度测量方法,通过同站位不同角度多图像观测联合构成大尺寸坐标计算的冗余约束量,来实现高效率、高精度、大范围位姿测量。首先,提出相机旋转扫摆运动模型,快速估计相机位姿,并作为先验信息进行图像匹配与空间后方交会,得到精确相机位姿,进行空间前方交会;然后,提出了基于像点平差的位姿估计方法,直接利用物体移动前后的像点信息作为观测值,进行物体位姿的最优化估计。实验结果表明,测量效率提高了4倍,单点精度的最大误差不超过0.2 mm,姿态精度的最大误差不超过0.043°,证实提出方法能有效测量物体的六自由度位姿,一定程度上平衡了测量效率、精度与范围的矛盾。

关键词 视觉测量; 六自由度测量; 罗德里格斯公式; 光束法平差; 扫摆式运动

中图分类号 TP391.4 文献标志码 A

A Six-Degree-of-Freedom Measurement Method Based on Swinging Multi-Camera Tracking

Cao Shouqin¹, Sun Zijie², Yang Ze¹, Sun Yanbiao^{1*}, Zhu Jigui^{1**}

¹State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

²Beijing Spacecrafts, Beijing 100094, China

Abstract At present, for six-degrees-of-freedom measurement of industrial targets, the visual measurement technology has difficulty in taking account of the measurement efficiency, accuracy, and range. Therefore, this paper proposes a six-degree-of-freedom measurement method based on swinging multi-camera tracking to achieve high efficiency, high accuracy, and large range pose measurement by combining multiple images in different angles of same position to form redundant constraints for large-size coordinate calculation. First, a camera rotation-swing motion model is proposed to realize fast estimation of the camera pose, and use it as a priori information to perform image matching and space resection to obtain accurate camera pose, to perform space forward intersection. Then, a pose estimation method based on image point adjustment is proposed, which directly uses the image point information of the object's moving as the observation value to get its optimal pose estimation. Experimental results show that the measurement efficiency is increased by 4 times, the maximum error of single-point accuracy is no more than 0.2 mm, and the maximum error of pose accuracy is no more than 0.043°, which proves that the proposed method can effectively measure the six-degree-of-freedom posture and balance the measurement efficiency, accuracy, and range.

Key words visual measurement; six-degree-of-freedom measurement; Rodriguez formula; bundle adjustment; swing motion

1 引 言

随着工业制造的蓬勃发展,工作制造过程中的目标空间感知需求呈爆发式增长,特别是针对工业目标

的六自由度测量,在高端装备装配、汽车制造、航天航空制造等工业领域具有重要意义,是智能制造发展中必不可缺的一个环节。

六自由度测量是指通过测量得到目标在某一时刻

收稿日期: 2022-10-17; 修回日期: 2022-11-24; 录用日期: 2022-11-30; 网络首发日期: 2023-01-04

基金项目: 国家自然科学基金(52075382)

通信作者: *yanbiao. sun@tju. edu. cn; **jiguizhu@tju. edu. cn

下的位置和姿态,也称为位姿测量[1]。而在工业制造 过程中,能够准确、快速、低成本地测量工业目标的六 自由度信息是智能制造以及机器人装配的重要任务。 目前六自由度的主要测量方法有惯性测量法、棱镜法、 激光测量法、视觉测量法等[2]。惯性测量法利用多种 传感器,通过加速度计测位移结合陀螺仪测物体转角, 解算物体位姿,因传感器存在累计误差,需要定期校 准,精度较低[3]。棱镜法在目标物体多处安装反射棱 镜,通过全站仪测量其坐标,解算目标位姿,操作复杂, 不适合制造现场[4]。利用激光测量原理测量物体的六 自由度,精度高、鲁棒性好,可通过激光靶标结合陀螺 仪等多种传感器解算目标位姿^[2],如 Leica 公司的 Tmac;但成本较高,难以大规模应用于制造现场。视觉 测量方法通过对目标物的特征进行成像,得到全局坐 标系与目标物的局部坐标系之间的映射关系,完成位 姿测量,具有非接触测量、精度高、成本低等优点[5-7]。 常用的视觉测量技术分为移动式单相机测量和固定式 多相机测量。前者由人工手持相机在不同站位对测量 目标进行成像,成像片数多、拍摄角度灵活、测量精度 高;但需要人工操作,相机视场小、测量效率低、解算时 间久,不适于自动化程度高的工业现场。文献[8]提出 将普通数码相机固定在旋转平台上,解决相机视场角 小的难题。文献[9]布置多个位姿固定、视场交会的相 机,构成立体视觉网,拍摄固定范围的目标,测量效率 高,其提出利用固定式多相机获取目标的全局位姿信 息,该方法也有一定的局限性:1)测量稳定性与现场环 境强相关。系统标定时将相机姿态视为定值,在长时 间测量中,相机姿态易受环境影响,影响测量结果,抗 干扰能力弱[9];2)测量范围与相机数量成正比。受相 机视场小、姿态固定的限制,测量范围与相机数量存在 矛盾,会引入系统复杂度提高等问题。为增加测量范 围,文献[10]提出给双目系统增加转轴来解决传统双 目系统视场小的问题:3)测量精度与相机密度强相关。 视觉测量精度与特征点的有效观测次数成正比,有效 观测次数与相机密度成正相关。

针对以上问题,本文提出在传统的固定式多相机测量的基础上增加旋转机构,实现相机的扫摆式运动,针对工业目标进行六自由度测量,兼顾测量范围、效率与精度。首先,改进相机结构,增加旋转机构,将固定式相机改进为可绕轴精确扫摆的运动式相机,增加测量范围的同时,很好地适应工业机器人场景下的节拍式测量;其次,在测量环境中布置控制点,利用相机运动模型实现相机姿态的快速估计,提高方法的鲁棒性;利用先验信息进行匹配与全局定向,提高方法的匹配

与定向效率;克服了传统方法的有效相片数少、角度约束有限的问题,提高了测量精度。

2 实验原理

2.1 相机旋转扫摆运动模型

为了解决移动式视觉测量技术中精度与效率的矛盾,以及固定式视觉测量技术中系统复杂度与精度的矛盾,从而适应自动化测量任务需求,本文将相机与旋转机构连接,相机可随其进行0°~120°的扫摆运动,进而扩大相机视场^[8],改善观测角度、减少环境遮挡影响、增加系统测量范围。该方式获取的相片具有如下特征:1)旋转角度初值已知;2)相机运动模式固定。相比起固定式视觉测量方法,参与计算相片数随旋转扫摆次数成倍增加;为了提高解算效率,保障六自由度计算成功率,本小节将运动模型进一步抽象,将运动机构与相机模型关联,为后续计算提供先验运动信息。

2.1.1 相机旋转关系

相机以旋转机构为中心,绕固定轴旋转一定角度。如图 1 所示,设运动坐标系为右手坐标系,在旋转中心 O_r 建立运动坐标系 $O_r - X_r Y_r Z_r$,旋转轴为 Z_r ,相机坐标系为 $O_c - X_c Y_c Z_c$,相机光心为 O_c , $O_r O_c$ 距离为 d。

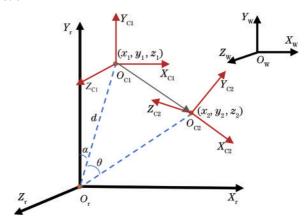


图 1 相机坐标系的转换关系

Fig. 1 Transformation relation of camera coordinate

在全局坐标系 $O_{\rm w}-X_{\rm w}Y_{\rm w}Z_{\rm w}$ 下,设旋转轴 $Z_{\rm r}$ 的方 向 向 量 N 为 (u,v,w),过 Z 轴 一 点 坐 标 为 $(X_{\rm r},Y_{\rm r},Z_{\rm r})$ 、 $(X_{\rm cl},Y_{\rm cl},Z_{\rm cl})$ 和 $(X_{\rm c2},Y_{\rm c2},Z_{\rm c2})$ 分别为运动前后相机光心的坐标,两坐标系的转换关系为

$$\begin{bmatrix} X_{\text{C2}} \\ Y_{\text{C2}} \\ Z_{\text{C2}} \end{bmatrix} = \mathbf{R}_{\text{S}}(\theta) \begin{bmatrix} X_{\text{C1}} \\ Y_{\text{C1}} \\ Z_{\text{C1}} \end{bmatrix} + \mathbf{T}_{\text{S}}(\theta), \tag{1}$$

式中,转换矩阵 $R_s(\theta)$ 、 $T_s(\theta)$ 分别为

$$\mathbf{R}_{s}(\theta) = \begin{bmatrix} u^{2} + (v^{2} + w^{2})\cos\theta & uv(1 - \cos\theta) - w\sin\theta & uw(1 - \cos\theta) + v\sin\theta \\ uv(1 - \cos\theta) + w\sin\theta & v^{2} + (u^{2} + w^{2})\cos\theta & vw(1 - \cos\theta) + u\sin\theta \\ uw(1 - \cos\theta) - v\sin\theta & vw(1 - \cos\theta) - u\sin\theta & w^{2} + (u^{2} + v^{2})\cos\theta \end{bmatrix},$$
(2)

$$T_{s}(\theta) = \begin{bmatrix} \left[X_{r}(v^{2} + w^{2}) - u(Y_{r}v + Z_{r}w) \right] (1 - \cos\theta) + (Y_{r}w - Z_{r}v)\sin\theta \\ \left[Y_{r}(u^{2} + w^{2}) - v(X_{r}u + Z_{r}w) \right] (1 - \cos\theta) + (Z_{r}u - X_{r}w)\sin\theta \\ \left[Z_{r}(u^{2} + v^{2}) - w(X_{r}u + Y_{r}b) \right] (1 - \cos\theta) + (X_{r}v - Y_{r}u)\sin\theta \end{bmatrix}.$$
(3)

根据式(1),可以通过相机的初始位姿得到该相机在旋转后的所有相片的位姿参数。针对不同相机间的转换关系,设初始位姿标定时所得到的1号相机和2号相机的位姿参数分别为 \mathbf{R}_1 、 \mathbf{T}_1 和 \mathbf{R}_2 、 \mathbf{T}_2 。运动后的相机坐标系与全局坐标系的转换关系分别为

$$M_{1} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{S1} & \mathbf{T}_{S1} \\ \mathbf{0}^{T} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{1} & \mathbf{T}_{1} \\ \mathbf{0}^{T} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{S1} \mathbf{R}_{1} & \mathbf{R}_{S1} \mathbf{T}_{1} + \mathbf{T}_{S1} \\ \mathbf{0}^{T} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}'_{1} & \mathbf{T}'_{1} \\ \mathbf{0}^{T} & 1 \end{bmatrix},$$
(4)
$$M_{2} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{S2} & \mathbf{T}_{S2} \\ \mathbf{0}^{T} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{2} & \mathbf{T}_{2} \\ \mathbf{0}^{T} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{S2} \mathbf{R}_{2} & \mathbf{R}_{S2} \mathbf{T}_{2} + \mathbf{T}_{S2} \\ \mathbf{0}^{T} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}'_{2} & \mathbf{T}'_{2} \\ \mathbf{0}^{T} & 1 \end{bmatrix}^{\circ}.$$
(5)

进一步可以得到1、2号相机间任意相片的转换关系为

$$\mathbf{R}_{\text{new}} = \mathbf{R}_{1}^{\prime}(\mathbf{R}_{2}^{\prime})^{(-1)}, \mathbf{T}_{\text{new}} = \mathbf{T}_{1}^{\prime} - \mathbf{R}_{\text{new}}\mathbf{T}_{2}^{\prime}$$
 (6)

至此,所有相片之间的转换关系及其相对全局坐标系的位姿均可以通过运动模型和旋转角 θ 得到。

2.1.2 旋转轴参数的定位

根据式(2)~(3),为了求解相机运动后的位姿关系,需要求解在全局坐标系下旋转轴 Z_r 的方向向量N(u,v,w)以及轴上点坐标 $(X_r,Y_r,Z_r)^{[11]}$ 。系统需要标定相机内参K、方向向量N、 (X_r,Y_r,Z_r) 以及相机的初始位姿,如图2所示。

标定时,相机需要多次旋转拍摄控制场,每次角度为 θ ,利用自标定技术得到全部相片姿态,进而得到相片间的转换矩阵 $R(\theta)$ 、 $T(\theta)$ 。因为旋转轴上的向量在旋转后不发生改变,说明旋转轴是旋转矩阵 $R(\theta)$ 特征值1对应的特征向量[12]。直接利用罗德里格斯(Rodriguez)变换公式[10],可以得到旋转轴 Z_r 的方向向量N为

$$\begin{cases}
\mathbf{R}(\theta) * \mathbf{N} = \mathbf{N} \\
\mathbf{N} = \text{Rodriguez} \left[\mathbf{R}(\theta) \right] / \text{Norm} \left\{ \text{Rodriguez} \left[\mathbf{R}(\theta) \right] \right\}^{\circ}
\end{cases} \tag{7}$$

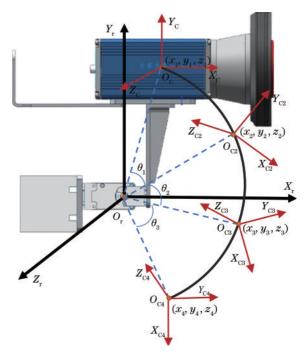


图 2 旋转机构与相机的空间关系

Fig. 2 Spatial relationship between rotation mechanism and camera

同样地,利用其余相片间的转换关系 $R_i(\theta)$ 、 $T_i(\theta)$ 求解 多 个 转 轴 向 量 N_i ,确 定 最 终 的 方 向 向 量 N(u,v,w)为

$$N(u,v,w) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} N_{i\circ}$$
 (8)

如图 3 所示,根据旋转关系可知,转轴上存在一点 (X_i, Y_i, Z_i) 和相机光心共面,N(u, v, w) 为该平面的方向向量,本文利用光心坐标 (x_i, y_i, z_i) 来拟合三维空间圆,求解圆心坐标即转轴上的点坐标^[13-14]。在三维空间内进行圆拟合,可以结合平面的方向向量N(u, v, w),将所在平面方程与拟合圆所在的球面方程进行联立,确定目标方程:

$$\begin{cases} ux_{i} + vy_{i} + wz_{i} + D = 0 \\ (x_{i} - X_{r})^{2} + (y_{i} - Y_{r})^{2} + (z_{i} - Z_{r})^{2} = (x_{j} - X_{r})^{2} + (y_{j} - Y_{r})^{2} + (z_{j} - Z_{r})^{2} \end{cases}$$
(9)

利用最小二乘法,对构建的目标方程进行求解即可得到拟合圆心 (X_r, Y_r, Z_r) 。

2.2 基于旋转角度先验信息的图像匹配与定向方法

视觉测量进行拍摄时,需要测量目标具有足够的 纹理特征,以便在相片中提取出足够的二维信息。但 在工业制造现场,测量目标表面多为平滑的表面,缺乏 特征明显的纹理。为保证特征提取准确度,在测量目标表面和现场环境中布置反光标记点来提供特征信息。本文采用的反光标记点分为两类:八点编码标记点"和圆形非编码点。编码标记点具有编码信息,在图像处理时即可完成每个点的识别与匹配,而非编码点仅为圆形特征,自身不携带其他信息,需要通过不同

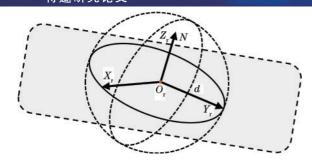


图 3 三维拟合圆示意图

Fig. 3 Schematic diagram of three-dimensional fitting circle 相片间的位姿关系来完成非编码点的同名匹配。

根据 2.1节内容,可以利用相机运动模型得到所有相片的位姿初值,结合极线约束条件进行像点匹配,分两步进行非编码点的同名匹配^[16]。

2.2.1 基于旋转角度先验信息的非编码点匹配

根据式(1)~(4),利用相机的旋转角度作为先验信息,得到相片之间的相对位姿关系 T_{new} 、 R_{new} ,结合相机内参 K 得到基础矩阵 $F^{[17]}$,不同相片上的同名像点坐标 p_i 和 p_i 满足:

$$p_i^T * \mathbf{F} * p_i = 0, \mathbf{F} = \mathbf{K}'^{-T} [\mathbf{T}_{\text{new}}]_{\mathbf{X}} \mathbf{R}_{\text{new}} \mathbf{K}^{-1}_{\circ}$$
 (10)

利用基础矩阵 F 求得待匹配像点 p_1 在对应相片 I_1 上的极线,在目标相片上寻找所有到极线的距离小于偏移 ϵ 的可能像点,完成第一步粗匹配。如图 4 所示,利用三张相片进行第二步匹配,将搜索范围从一维压缩到离

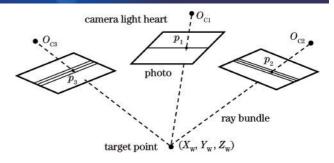


图 4 对极约束原理

Fig. 4 Principle of polar confinement

散点,有效提高匹配效率和正确率[16]。将所得结果进行综合,即可获得所有相片间的非编码点匹配。

2.2.2 基于后方交会的旋转扫摆图像定向方法

因为旋转机构重复性精度有限、测量环境的干扰 等因素,利用式(1)获取的相片位姿初值并不适用于高 精度的三维坐标计算,需要利用空间后方交会求解更 高精度的相片空间位姿。

根据光束定向交汇原理,同一控制点在不同摄像机对应的成像光束在全局空间下交汇于一点,可用共线方程描述^[18]。基于共线方程的优化目标函数,可以得到包含相片外方位元素的大规模非线性约束方程组,观测量作为约束信息,待求参数作为未知量,可通过平差进行解算优化。目前已知的观测量包括:全局控制点坐标、像点匹配关系、相机内参以及相片的空间位姿初值。

$$\begin{cases} x_{d} - x_{o} - \Delta x = -f \frac{r_{1}(X_{W} - X_{C}) + r_{4}(Y_{W} - Y_{C}) + r_{7}(Z_{W} - Z_{C})}{r_{3}(X_{W} - X_{C}) + r_{6}(Y_{W} - Y_{C}) + r_{9}(Z_{W} - Z_{C})} \\ y_{d} - y_{o} - \Delta y = -f \frac{r_{2}(X_{W} - X_{C}) + r_{5}(Y_{W} - Y_{C}) + r_{8}(Z_{W} - Z_{C})}{r_{3}(X_{W} - X_{C}) + r_{6}(Y_{W} - Y_{C}) + r_{9}(Z_{W} - Z_{C})} \end{cases}$$

$$(11)$$

式(11)为共线方程,式中: (x_d, y_d) 为像点坐标;f为相机焦距; (x_o, y_o) 为相片的主点坐标; (X_w, Y_w, Z_w) 为物点坐标; (X_c, Y_c, Z_c) 为相机光心C的坐标; $r_i(i=1, ..., 9)$ 为相机坐标系到全局坐标系的旋转角 (α, β, θ) 的系数。结合相机内外参与物点坐标,优化目标函

数为

$$\min \sum_{i=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} \left[p_{ij} - \Delta(\mathbf{K}_i, \mathbf{M}_i, P_i) \right]^2, \tag{12}$$

式中: p_{ij} 为像点坐标; P_{i} 为对应的三维点坐标; K_{i} 、 M_{i} 分别为相机的内外参。将共线方程线性化后的误差方程[19]为

$$\begin{bmatrix} x'_{d} \\ y'_{d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{C}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial Y_{C}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial Z_{C}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial \alpha} & \frac{\partial x_{d}}{\partial \beta} & \frac{\partial x_{d}}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y_{d}}{\partial X_{C}} & \frac{\partial y_{d}}{\partial Y_{C}} & \frac{\partial y_{d}}{\partial Z_{C}} & \frac{\partial y_{d}}{\partial \alpha} & \frac{\partial y_{d}}{\partial \beta} & \frac{\partial y_{d}}{\partial \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_{C} \\ \Delta Y_{C} \\ \Delta Z_{C} \\ \Delta \alpha \\ \Delta \beta \\ \Delta \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial Z_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial Z_{W}} \\ \frac{\partial y_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial y_{d}}{\partial Z_{W}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_{W} \\ \Delta Y_{W} \\ \Delta Z_{W} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{d}}{\partial f} & \frac{\partial x_{d}}{\partial x_{o}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial y_{o}} \\ \frac{\partial y_{d}}{\partial y_{o}} & \frac{\partial y_{d}}{\partial y_{o}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta f \\ \Delta x_{w} \\ \Delta y_{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial Z_{W}} \\ \frac{\partial y_{d}}{\partial Y_{W}} & \frac{\partial y_{d}}{\partial Z_{W}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{d}}{\partial f} & \frac{\partial x_{d}}{\partial x_{o}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial y_{o}} \\ \frac{\partial y_{d}}{\partial y_{o}} & \frac{\partial y_{d}}{\partial y_{o}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta f \\ \Delta x_{w} \\ \Delta y_{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} \\ \frac{\partial y_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial y_{d}}{\partial X_{W}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} \\ \frac{\partial y_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial y_{d}}{\partial X_{W}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} \\ \frac{\partial y_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial y_{d}}{\partial X_{W}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} \\ \frac{\partial y_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial y_{d}}{\partial X_{W}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} \\ \frac{\partial y_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial y_{d}}{\partial X_{W}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} \\ \frac{\partial y_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} \\ \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} \\ \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} \\ \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} \\ \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial X_{W}} \\ \frac{\partial x_{d}}$$

式(13)是一个优化迭代的过程。式中: (x'_d, y'_d) 是像点的修正坐标; (l_x, l_y) 是像点坐标在上一次迭代优化中

的残差;获取目标初值后,常使用Gauss-Newton算法[20]或Levenberg-Marquardt算法[21]进行优化。

在进行系统标定时,仅将多个控制点坐标 (X_i, Y_i, Z_i) 以及对应像点坐标 (x_i, y_i) , i = 1, 2, ..., n 作为观测值,求解相机内外参;在进行后方交会时,将相机内参加人已知参数,精确解算相片的空间位姿:

$$\begin{bmatrix} x_{\rm d}' \\ y_{\rm d}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{\rm d}}{\partial X_{\rm C}} & \frac{\partial x_{\rm d}}{\partial Y_{\rm C}} & \frac{\partial x_{\rm d}}{\partial Z_{\rm C}} & \frac{\partial x_{\rm d}}{\partial \alpha} & \frac{\partial x_{\rm d}}{\partial \beta} & \frac{\partial x_{\rm d}}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y_{\rm d}}{\partial X_{\rm C}} & \frac{\partial y_{\rm d}}{\partial Y_{\rm C}} & \frac{\partial y_{\rm d}}{\partial Z_{\rm C}} & \frac{\partial y_{\rm d}}{\partial \alpha} & \frac{\partial y_{\rm d}}{\partial \beta} & \frac{\partial y_{\rm d}}{\partial \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_{\rm C} \\ \Delta Y_{\rm C} \\ \Delta Z_{\rm C} \\ \Delta \alpha \\ \Delta \beta \\ \Delta \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x_{\rm d} \\ \Delta y_{\rm d} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_x \\ l_y \end{bmatrix}. \tag{14}$$

在得到每张相片的精确空间位姿后,加入已知参数,求解目标点的坐标 $(X_{\rm w},Y_{\rm w},Z_{\rm w})$,完成空间前方交会,如图 5 所示

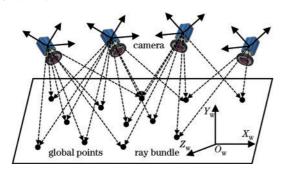


图 5 光東交会定向原理图

Fig. 5 Schematic diagram of beam intersection orientation

2.3 基于像点平差技术的六自由度参数最优化估计方法 利用空间前方交会可以得到目标刚体在全局坐

标系下的点云。但因为环境遮挡、噪声影响使得坐标会存在一定的误差,直接计算目标物体运动前后的位姿^[22],会导致六自由度参数估计不准。为减少传递误差,结合光束法平差,利用点云间的转换关系和观测像点作为约束条件,直接将相片上的目标像点作为观测值,使其重投影残差最小,将该问题作为最小二乘问题进行求解,对目标物体的运动位姿进行最优化估计。

如图 6 所示,设目标刚体运动前后的点云为 G_1 和 G_2 ,因为目标良好的刚性,两点云间具有良好的匹配关系: $G_1(g_1,g_2,\cdots,g_n)$, $G_2(g_1^*,g_2^*,\cdots,g_n^*)$ 。运动前后的变换矩阵 $(\mathbf{r}_n,\mathbf{t}_n)$ 使得

$$g_i^* = \mathbf{r}_n g_i + \mathbf{t}_n, \ i = 1, 2, \dots, n_o$$
 (15)

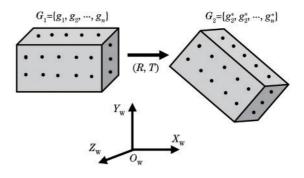


图 6 目标的六自由度参数估计示意图

Fig. 6 Diagram of six-degree-of-freedom parameter estimation of target

根据式(15),结合被测目标从初始位置0运动到位置n的所有相片信息,以第i个相片为例,可以得到观测方程组:

$$\begin{cases}
p_{j}^{(0)} = \mathbf{K}_{j}^{(0)} \mathbf{R}_{j}^{(0)} (g_{j}^{(0)} - T_{j}^{(0)}) \\
p_{j}^{(1)} = \mathbf{K}_{j}^{(1)} \mathbf{R}_{j}^{(1)} (g_{j}^{(1)} - \mathbf{T}_{j}^{(1)}) = \mathbf{K}_{j}^{(1)} \mathbf{R}_{j}^{(1)} (\mathbf{r}_{1} g_{j}^{(0)} + \mathbf{t}_{1} - \mathbf{T}_{j}^{(1)}) \\
\dots \\
p_{j}^{(n)} = \mathbf{K}_{j}^{(n)} \mathbf{R}_{j}^{(n)} (g_{j}^{(n)} - \mathbf{T}_{j}^{(n)}) = \mathbf{K}_{j}^{(n)} \mathbf{R}_{j}^{(n)} (\mathbf{r}_{n} g_{j}^{(n-1)} + \mathbf{t}_{n} - \mathbf{T}_{j}^{(n)})
\end{cases} (16)$$

式中: $p_j^{(n)}$ 表示目标运动到第n个位置时第i个相片上的第j个目标点对应的像点坐标; $K_j^{(n)}$ 由对应的相机内参和畸变参数组成; $(R_j^{(n)}, T_j^{(n)})$ 表示相机的外参; (r_n, t_n) 为目标优化参数。建立对应的目标优化函数:

$$\min \sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{t} \left[p_{ij}^{(k)} - \Delta(\boldsymbol{r}_{k}, \boldsymbol{t}_{k}) \right]_{\circ}$$
 (17)

对应的误差方程为

$$\begin{bmatrix} x_{d}' \\ y_{d}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{d}}{\partial \alpha_{r}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial \beta_{r}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial \theta_{r}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial t_{x}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial t_{y}} & \frac{\partial x_{d}}{\partial t_{z}} \\ \frac{\partial y_{d}}{\partial \alpha_{r}} & \frac{\partial y_{d}}{\partial \beta_{r}} & \frac{\partial y_{d}}{\partial \theta_{r}} & \frac{\partial y_{d}}{\partial t_{x}} & \frac{\partial y_{d}}{\partial t_{y}} & \frac{\partial y_{d}}{\partial t_{z}} & \frac{\partial y_{d}}{\partial t_{z}} \\ - \begin{bmatrix} l_{x} \\ l_{y} \end{bmatrix}, (18)$$

式中, $(\alpha_r, \beta_r, \theta_r, t_x, t_y, t_z)$ 为目标优化参数 $(\mathbf{r}_n, \mathbf{t}_n)$ 的具体 参数,利用最小二乘优化算法^[20-21]即可求解目标参数。

3 实验结果与分析

3.1 测量系统组成

实验场地如图 7 所示,主要包括工业机器人、反射标记目标、扫摆式多相机测量网络、全局控制点等四部分构成,在测量场地(5.5 m×5.0 m)内布置 8 台扫摆式相机组成多相机测量网络,采用 IDS UI-5200SE-M-GL工业相机,像素数为 4104 pixel×3006 pixel,镜头焦距为 8 mm,旋转机构精度为 0.088°。全局控制场布置有 200 多个控制点,被测目标各面上共贴有 100 个反射标记目标点并设置有 4 个测量靶座。为了验证基于像

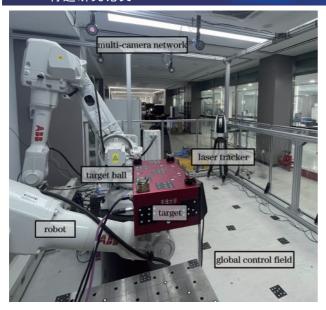
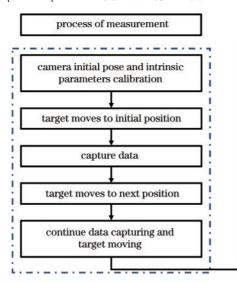


图 7 实验装置图

Fig. 7 Diagram of experimental device

点平差技术的六自由度参数估计方法,实验采用 Leica AT960绝对激光跟踪仪作为测量基准,其整体 测量精度为 $\pm 15~\mu m+6~\mu m/m^{[23]}$,被测目标上的靶座



上放置跟踪仪目标靶球及摄影测量靶球。移动式测量 采用 Leica M10 黑白数码相机,固定式多相机测量采 用固定位置的多相机测量网络。

3.2 实验分析

3.2.1 实验流程

为了验证所述六自由度测量方法的精度与稳定性,在全局控制场内进行实验。首先,多相机测量网络利用控制点进行系统标定,包括相机内参、初始姿态以及旋转轴参数;工业机器人移动被测目标至初始位置,放置跟踪仪靶球进行测量;完成测量后,将目标靶球替换为摄影测量靶球;相机进行扫摆式摄影,旋转角θ设置为8°,每站拍摄10张。将运动轨迹设置为多个路径点,工业机器人按照路径点依次移动被测目标,系统重复测量工作,目标的移动范围约为3.5 m×2.5 m×1.5 m。为进行对比,利用两种传统方法进行同步测量。

系统流程如图 8 所示,进行数据处理时,通过相机 的初始位姿及运动模型和旋转角 θ 得到全部相片的位 姿初值,利用先验信息完成像点匹配、后方交会和前方 交会,对测量数据进行像点平差计算,得到目标的位姿 参数。移动式测量和固定式多相机测量采用传统方法 处理数据。

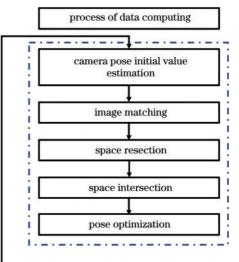


图 8 实验流程图

Fig. 8 Experimental flow chart

3.2.2 旋转轴参数标定

系统测量前,除了需要利用自标定技术 $^{[18]}$ 获取相机内参外,还要标定旋转轴的参数。标定时,相机每次旋转 1° ,每相机采集 40 张相片。根据式 $(7)\sim(9)$,利用所有相片的位姿数据计算对应旋转轴参数,结果见表 1。

3.2.3 综合精度实验

为了对比本文所提方法的测量精度,将其与传统方法进行对比,测量结果均以激光跟踪仪为基准进行对比。受激光跟踪仪的点对点测量特点、目标靶球的体积及被测目标的体积等因素限制,为了平衡实验效

率与精度对比的准确性,被测目标上放置4个目标靶球。在每轮测量中,移动式测量在平均20个站位绕目标进行拍摄,平均耗时103 s;扫摆式测量方法运动10次拍摄,平均耗时18 s,测量效率提高4倍。

实验测量了被测目标在全局坐标系下5个位置的位姿,表2列出了移动式单相机测量与扫摆式多相机测量的三维坐标对比精度。结果显示,两种方法测得的三维坐标精度接近,均方差可以控制在0.11 mm以内,最大误差为0.2 mm。表3列出了两种方法的姿态估计误差结果,两种测量方法对目标姿态估计的精度接近,姿态误差均值很小,角度精度平均为0.016°,位

表1 旋转轴参数

Table 1 Parameters of rotation axis

Camera number	Direction of vector	Rotor position /mm
1	(-0.1160, -0.1418, 0.9806)	(-658.7489, -1074.9006, -386.7177)
2	(-0.0847, -0.1431, 0.9848)	(-531.9968, -2435.9139, 164.5024)
3	(-0.1252, -0.1641, 0.9758)	(978.2982, -1087.7999, -379.5933)
4	(-0.0630, -0.1267, 0.9889)	(1081.4482, -2440.2953, 172.4289)
5	(-0.0713, -0.1669, 0.9834)	(3095.5413, -998.1450, -552.5604)
6	(-0.0395, -0.1703, 0.9477)	(3230.9355, -2372.0032, -28.6980)
7	(-0.0632, -0.1483, 0.9869)	(4777.4057, -910.4445, -690.2436)
8	(-0.0561, -0.1524, 0.9857)	(4879.9684, -2280.2362, -135.5598)

表2 三维坐标测量精度(对比基准:激光跟踪仪)

Table 2 Three-dimensional coordinate measurement accuracy (comparison reference: laser tracker)

Two of management	Ro	ot mean squ	are (RMS)	error /mm	Max error /mm			
Type of measurement	X	Y	Z	Magnitude	X	Y	Z	Magnitude
Mobile measurement	0.07	0.07	0.05	0.12	0.19	0.12	0.10	0.20
Swing measurement	0.05	0.07	0.07	0.11	0.10	0.13	0.17	0.20

表 3 位姿估计精度(对比基准:激光跟踪仪)

Table 3 Pose estimation accuracy (comparison reference: laser tracker)

Type of	Euler an	Transition		
3.1	Luici an	error /mm		
measurement	α	β	θ	RMS error
Mobile measurement	0.00500	0.00364	0.01169	0.18
Swing measurement	0.00623	0.04228	0.00053	0.18

移精度在 0.18 mm。但移动式测量对 Eular 角 β 估计 以及扫摆式测量对 Eular 角 θ 估计的均方差较大,主要 是受到两种测量方法的拍摄角度约束影响,导致该偏差的出现。

上述结果表明,基于多相机扫摆式测量的六自由 度估计方法,在提高4倍测量效率的同时,在全局控制 场内能够精确地测量目标位姿,能够满足工业精密测量的需求。受相机密度限制,可同时拍摄到被测目标 的相机数量有限,使得固定式多相机难以准确测量目标上的4个摄影测量球,无法完成以激光跟踪仪为基准的实验对比;根据结果来看,扫摆式测量比固定式测量的场景适应性更强,如目标点较少的场景和难以布置大量相机的场景。

3.2.4 精度影响因素分析

根据相机定向原理及像点平差过程分析,相片数量对测量精度会存在一定影响,为分析该影响因素,对比扫摆式测量与固定式测量,并为了避免3.2.3节中固定式多相机难以准确测量摄影测量球的问题,通过改变扫摆式相机的旋转次数进行实验,对比被测目标上的大量反射标记点,以移动式测量为基准,进行被测目标位姿测量实验。

实验分别对比了扫摆式测量旋转 10 次、3 次以及固定式测量的结果,测量结果如表 4~5 所示。图 9 给出了 45 个对比点的误差值。上述结果表明,扫摆式测量的精度要优于固定式摄影测量,增加扫摆式系统的

表4 三维坐标测量精度(对比基准:移动式测量)

Table 4 Three-dimensional coordinate measurement accuracy (comparison reference: mobile measurement)

Type of measurement	RMS error /mm			Max error /mm				
1 ype of measurement	X	Y	Z	Magnitude	X	Y	Z	Magnitude
Swing measurement (10 times)	0.03	0.05	0.02	0.07	0.08	0.11	0.07	0.12
Swing measurement (3 times)	0.07	0.06	0.07	0.11	0.16	0.11	0.13	0.19
Fixed measurement	0.10	0.15	0.11	0.21	0.25	0.28	0.21	0.40

表 5 位姿估计精度(对比基准:移动式测量)

Table 5 Pose estimation accuracy (comparison reference: mobile measurement)

Towns	Eu	Transition error /mm		
Type of measurement	α	β	θ	RMS error
Swing measurement (10 times)	0.0111	0.0014	0.0089	0.07
Swing measurement (3 times)	0.0249	0.0005	0.0012	0.13
Fixed measurement	0.0515	0.0156	0.0182	0.70

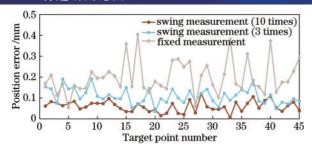


图 9 对比点的综合误差值

Fig. 9 Combined error value of comparison points

旋转次数可以提高测量精度。固定式测量因为角度固定,观测次数仅由相机数量决定,在被测目标移动至低视场重叠度区域时,测量精度会快速下降;相比较固定式测量,扫摆式测量可以成倍增加目标点的观测次数,扩大系统有效测量范围,同时改善相机对目标的观测角度。

由测量结果可知,扫摆式多相机测量方法的精度要高于固定式测量,通过少量旋转就可以大幅提高测量精度,结合 3.2.3 与 3.2.4 节的实验结果,在 5 m×5.5 m的全局控制场下,扫摆式测量的最大误差不超过 0.2 mm。

3.2.5 重复性精度与测量范围对比实验

为分析扫摆式测量方法的稳定性,在控制场中固定目标,利用三种测量方法对被测目标进行测量,实验重复10组,其中移动式摄影测量每组拍摄20个站位,扫摆式测量分别运动10次和3次进行实验。主要对比数据为被测目标反光标记点的三维坐标的稳定性,结果如表6所示。

表 6 重复性精度误差 Table 6 Repeatability accuracy error

Type of measurement	RMS error /	Max error /	
1 ype of measurement	mm	mm	
Mobile measurement	0.02	0.04	
Swing measurement (10 times)	0.04	0.07	
Swing measurement (3 times)	0.08	0.17	
Fixed measurement	0.11	0.20	

根据结果可知,移动式测量由于相片多、角度约束灵活,重复性精度最好;固定式测量易受环境影响,相片数量少,重复性精度最差;扫摆式测量的重复性精度可以控制在0.1 mm以下,精度与观测次数正相关,增加相机旋转次数,可以提高测量系统的重复性精度。

相比固定式测量,相机的扫摆运动可以增加单个相机的视场角,从而扩大整个系统的测量范围,为了对比测量范围,把场地内控制点增加至500余个,扫摆式与固定式分别进行全局测量。结果显示,扫摆式测量可以准确恢复97.4%的控制点坐标,而固定式测量只能恢复71.8%的控制点。测量时,发现固定式测量难以准确恢复场地中竖直布置以及靠近边缘的控制点坐

标,其测量范围无法覆盖全局控制场,而扫摆式测量的 测量范围可以覆盖整个全局控制场。

4 结 论

本文从工业目标的六自由度测量与视觉测量技术 结合的研究背景出发,针对常用的移动式单相机测量 以及固定式多相机测量方法在测量精度、效率、范围之 间的矛盾展开研究,同时为提高测量系统的自动化水 平,提出了基于多相机扫摆式跟踪的六自由度测量方 法。通过在相机上加装高精度的旋转机构,将固定式 拍摄改进为旋转扫摆式拍摄,改善相机的拍摄角度,相 比固定式测量提高了精度。但是扫摆式多相机摄影会 造成图像数目成倍增加,从而增加了数据处理难度、降 低了数据处理效率。为此,本文将旋转机构与相机结 合,推导模型几何关系,构建了相机旋转扫摆运动模 型,利用旋转角度得到相片间的位姿关系,给图像匹配 与空间定向提供先验信息,提高数据处理效率。同时 利用激光跟踪仪作为基准,对所提方法进行实验验证, 结果很好地验证了该方法能够对目标位姿进行精确测 量,相比移动式测量,在保证精度的同时,大幅提高了 测量效率,实现了测量自动化;相比固定式多相机测 量,提高了系统的测量精度与范围。所提方法是在工 业场景进行视觉测量的一种新的、有效的手段。

参考文献

- [1] 李祥云,向民志,范百兴,等.一种新的六自由度测量方法[J].测绘科学技术学报,2018,35(5):446-450. Li X Y, Xiang M Z, Fan B X, et al. A six degree-of-freedom method based on the laser tracker[J]. Journal of Geomatics Science and Technology, 2018, 35(5):446-450.
- [2] 孟祥瑞,杨学友,高扬,等.激光标靶六自由度测量技术[J].光电工程,2015,42(5):27-33.

 Meng X R, Yang X Y, Gao Y, et al. Laser target six-degree-of-freedom measurement technique[J]. Opto-Electronic Engineering, 2015, 42(5):27-33.
- [3] Nigbor R L. Six-degree-of-freedom ground-motion measurement[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1994, 84(5): 1665-1669.
- [4] 黄俊杰. 基于多种测量方式数据融合的盾构姿态测量 [D]. 武汉: 华中科技大学, 2012: 2-8. Huang J J. Shield attitude measurement based on data fusion of several measurement methods[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2012: 2-8.
- [5] Yao W R, Qi N M, Zhou Q H, et al. Measuring accuracy prediction-based path planning for UGVs with visual measurement ability[C]//2019 IEEE International Conference on Unmanned Systems, October 17-19, 2019, Beijing, China. New York: IEEE Press, 2019: 356-360.
- [6] Jiang T, Cui H H, Cheng X S. Accurate calibration for large-scale tracking-based visual measurement system[J].

- IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2021, 70: 5003011.
- [7] 尹仕斌,任永杰,刘涛,等.机器视觉技术在现代汽车制造中的应用综述[J].光学学报,2018,38(8):0815001. Yin S B, Ren Y J, Liu T, et al. Review on application of machine vision in modern automobile manufacturing[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(8):0815001.
- [8] 梅文胜,胡帅朋,李谋思,等.基于普通数码相机的旋转全景摄影测量方法[J].武汉大学学报·信息科学版,2017,42(2):243-249.
 - Mei W S, Hu S P, Li M S, et al. Rotation panorama photogrammetry method based on digital camera[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2017, 42(2): 243-249.
- [9] 王敏诚,杨泽,孙岩标,等.基于多相机跟踪定位的大尺寸形貌测量方法及性能评估[J].自动化与仪器仪表,2022(1):12-17.
 - Wang M C, Yang Z, Sun Y B, et al. Performance evaluation for multi-camera positioning system on large dimensional surface measurement[J]. Automation & Instrumentation, 2022(1): 12-17.
- [10] 赵显庭,王晋疆,王陈光.基于转轴参数的多自由度双目视觉系统标定[J].光学技术,2018,44(2):140-146. Zhao X T, Wang J J, Wang C G. Calibration of multiple degrees of freedom binocular stereo vision system based on axis parameters[J]. Optical Technique, 2018, 44(2): 140-146.
- [11] 于之靖,李泽川,李鑫,等.基于旋转平台的全空间单目光笔测量方法[J].光学学报,2020,40(23):2312001. Yu Z J, Li Z C, Li X, et al. Full space monocular light pen measurement method based on rotary platform[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(23):2312001.
- [12] 高翔,张涛,刘毅.视觉 SLAM 十四讲从理论到实践 [M]. 2版.北京:电子工业出版社,2019:53-59, 180-198. Gao X, Zhang T, Liu Y. Lecture 14 of visual SLAM: from theory to practice[M]. 2nd ed. Beijing: Publishing
- [13] Gander W, Golub G H, Strebel R. Least-squares fitting of circles and ellipses[J]. BIT Numerical Mathematics, 1994, 34(4): 558-578.

House of Electronics Industry, 2019: 53-59, 180-198.

[14] 李洋,曹铁泽,瞿剑苏.基于三维坐标的转台定位精度标定方法[J]. 计测技术, 2020, 40(2): 14-19. Li Y, Cao T Z, Qu J S. Calibration method of turntable

- positioning accuracy based on 3 dimensional coordinates [J]. Metrology & Measurement Technology, 2020, 40 (2): 14-19.
- [15] 于之靖, 冉成荣. GSI 靶标与立体视觉的双目相机结构 参数标定[J]. 科学技术与工程, 2014, 14(36): 208-211. Yu Z J, Ran C R. Structure parameters calibration of binocular cameras based on stereo vision and GSI target [J]. Science Technology and Engineering, 2014, 14(36): 208-211.
- [16] 郭磊. 现场条件下大空间 3D 精密定位原理与方法研究 [D]. 天津: 天津大学, 2008: 24-29. Guo L. Study on principle and implementation method of 3D precision positioning in large field working space[D]. Tianjin: Tianjin University, 2008: 24-29.
- [17] Hartley R, Zisserman A. Multiple view geometry in computer vision[M]. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2004: 158-169.
- [18] 邾继贵,郭磊,林佳睿,等.大型空间复杂曲面无干扰精密测量方法[J].光学学报,2010,30(12):3524-3529. Zhu J G, Guo L, Lin J R, et al. Non-intrusive precise measuring method of large complex surface[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(12):3524-3529.
- [19] 常何民, 李华. 多站点近景摄影测量系统研究[J]. 测试技术学报, 2014, 28(4): 360-363.

 Chang H M, Li H. Research on multi-site close-range photogrammetry system[J]. Journal of Test and Measurement Technology, 2014, 28(4): 360-363.
- [20] Tjaden H, Schwanecke U, Schömer E, et al. A region-based Gauss-Newton approach to real-time monocular multiple object tracking[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2019, 41(8): 1797-1812.
- [21] Hu G L, Zhou Z F, Cao J Z, et al. Non-linear calibration optimisation based on the Levenberg-Marquardt algorithm [J]. IET Image Processing, 2020, 14(7): 1402-1414.
- [22] Umeyama S. Least-squares estimation of transformation parameters between two point patterns[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1991, 13(4): 376-380.
- [23] 李方. 基于 AT960 激光跟踪仪的工业测量关键技术与系统开发研究[D]. 武汉: 武汉大学, 2018: 8-26.

 Li F. Research on the key techniques of industrial measurement and system development based on AT960 laser tracker[D]. Wuhan: Wuhan University, 2018: 8-26.