

激光与光电子学进展

降雪对星地量子链路通信性能的影响

薛长春^{1*}, 聂敏¹, 杨光¹, 张美玲¹, 孙爱晶¹, 裴昌幸²¹西安邮电大学通信与信息工程学院(人工智能学院), 陕西 西安 710121;²西安电子科技大学空天地一体化综合业务网全国重点实验室, 陕西 西安 710071

摘要 量子卫星通信是全球量子保密通信网的重要组成部分。为了研究降雪对量子卫星通信性能的影响,首先基于雪粒子的Gamma谱分布函数及Mie散射理论,建立了降雪环境下光量子的能量衰减模型;然后分别研究了降雪强度等参数与星地链路的保真度、信道建立速率和信道纠缠度之间的关系,并进行了数值仿真;最后为准确模拟降雪干扰对星地链路通信性能的影响,引入了加权噪声信道模型,分析了降雪对加权噪声信道容量的影响。结果表明,降雪强度对光子能量及保真度都有显著的影响:当传输距离为4.1 km、降雪强度由2.82 mm/d增加到8.71 mm/d时,纠缠度由0.738衰减到0.206;当降雪强度由3.75 mm/d增加至8.25 mm/d时,信道建立速率由16.84 pair/s减小至7.76 pair/s;当传输距离为2.5 km、降雪强度从4.0 mm/d增大到8.5 mm/d时,加权噪声信道容量由0.6207减小至0.3547。因此,降雪对量子卫星通信系统的影响不容忽视,需要根据降雪等级情况,采取相应调整策略保证通信的可靠性和有效性。

关键词 量子光学; 降雪; 纠缠度; 信道建立速率; 保真度; 加权噪声信道

中图分类号 TN929.1;O431.2

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP223193

Effect of Snowfall on Communication Performance of Satellite Ground Quantum Link

Xue Changchun^{1*}, Nie Min¹, Yang Guang¹, Zhang Meiling¹, Sun Aijing¹, Pei Changxing²¹School of Communications and Information Engineering & School of Artificial Intelligence, Xi'an University of Posts & Telecommunications, Xi'an 710121, Shaanxi, China;²State Key Laboratory of Air-Earth Integrated Service Network, Xidian University, Xi'an 710071, Shaanxi, China

Abstract Quantum satellite communication is an important part of global quantum secure communication network. In order to study the effect of snowfall on quantum satellite communication performance, first, based on the Gamma spectrum distribution function of snow particles and Mie scattering theory, the energy attenuation model of light quantum in snowfall environment is established. Then the relationship between the parameters such as snowfall intensity and the fidelity of the satellite-ground link, the channel establishment rate and the channel entanglement is studied, and the numerical simulation is carried out. Finally, in order to accurately simulate the impact of snow interference on the communication performance of satellite-ground links, a weighted noise channel model is introduced, and the impact of snow on the weighted noise channel capacity is analyzed. The results show that the snowfall intensity has a significant effect on the quantum energy and fidelity of light. When the transmission distance is 4.1 km and the snowfall intensity increases from 2.82 mm/d to 8.71 mm/d, the entanglement decreases from 0.738 to 0.206. When the snowfall intensity increases from 3.75 mm/d to 8.25 mm/d, the channel establishment rate decreases from 16.84 pair/s to 7.76 pair/s. When the transmission distance is 2.5 km and the snowfall intensity increases from 4.0 mm/d to 8.5 mm/d, the weighted noise channel capacity decreases from 0.6207 to 0.3547. Therefore, the impact of snowfall on quantum satellite communication system cannot be ignored, and corresponding adjustment strategies should be taken to ensure the reliability and effectiveness of communication according to the snowfall level.

Key words quantum optics; snowfall; entanglement; channel establishment rate; fidelity; weighted noise channel

收稿日期: 2022-11-29; 修回日期: 2023-01-18; 录用日期: 2023-02-10; 网络首发日期: 2023-03-09

基金项目: 国家自然科学基金(61971348, 61201194)、陕西省国际科技合作与交流计划项目(2015KW-013)、陕西省自然科学基金基础研究计划(2021JM-464)

通信作者: *534881507@qq.com

1 引言

量子通信结合量子力学和量子信息理论及其纠缠和叠加特性,将量子态作为信息传递的特殊载体,使通信的安全性、通信效率和抗干扰性均大幅提升,有望成为打破经典通信技术壁垒的新一代通信方式。量子卫星作为构建全球广域保密通信网的桥梁,具有重要的研究意义,各国均已加大对该项技术的研发力度^[1-2]。2016年,全球首颗量子实验卫星“墨子号”在我国酒泉卫星发射基地成功发射^[3]。2017年,我国科学家以“墨子号”量子实验卫星为中转站,实现了洲际量子保密通信^[4]。2022年,Li等^[5]结合双光子路径-偏振混合纠缠态的量子隐形传态方案,验证了相距 1200 km 的量子隐形传态,使传送保真度超越了经典极限。

携带信息的光量子信号在真空环境中几乎没有损耗,但在大气传输的过程中,不可避免地会受到大气湍流、雾霾、卷云等多种环境因素的干扰,使光量子发生散射或吸收,严重干扰通信性能。文献[6]针对星地量子大气通道上的光子计数波动特征估计问题,提出了一种基于深度学习的长短期记忆递归神经网络模型,描述量子通道的随机涨落,揭示了大气湍流效应下的量子比特误码率和密钥长度特征。文献[7]针对量子卫星星舰通信过程中风速变化引起的气溶胶波动对星地通信质量的影响问题,根据风速与 Gras 模型,建立了相应的信道参数变化模型。文献[8]根据冰云的光散射模型和 Mie 散射理论,研究了冰云冰水含量与信道保真度、生存函数等信道参数的关系模型。文献[9]基于 Tunick 模型,研究了大气湍流参数与纠缠度、信道建立速率等信道通信性能参数的变化关系。文献[10]研究了卷云对星地量子卫星通信信道纠缠度、信道容量等参数的影响。文献[11]基于多重散射和 Mie 散射理论,研究了幅值阻尼信道误码率等通信参数与沙尘湍流能见度的变化关系。文献[12]研究了黑碳气溶胶粒子含量对星地链路各个性能参数的影响,结果表明黑碳气溶胶会造成通信质量的严重下降。文献[13]研究了降雨对星地链路通信性能的影响,结果表明降雨干扰会使信道容量、纠缠度等性能参数降低,严重影响通信质量。

然而降雪对量子卫星通信链路性能的影响尚有诸多问题未曾研究。本文根据雪粒子的 Gamma 谱分布模型和 Mie 散射理论,建立了降雪对光量子能量的衰减模型,随后分析了降雪强度与星地链路保真度、信道建立速率及纠缠度的变化关系。最后为准确描述降雪对信道容量的影响,引入了加权噪声信道容量模型,在此基础上得到了降雪强度、光量子衰减距离与加权噪声信道容量的变化关系。

2 降雪背景下光量子能量衰减模型

量子卫星通信是一种光通信方式,在近地面自由

空间传输的过程中,携带信息的纠缠光量子信号由于雪花的吸收和散射作用会发生退相干,给系统带来严重的突发干扰。降雪是生活中常见的天气,根据文献[14],降雪强度可按照 24 h 内的降雪量大小划分为 4 个等级,分别表示为 S_1 (小雪)、 S_2 (中雪)、 S_3 (大雪)、 S_4 (暴雪),如表 1 所示。

表 1 不同降雪强度的等级划分

Table 1 Classification of different snowfall intensities

Intensity of snowfall	Amount of snowfall / (mm·d ⁻¹)
S_1 (Little snow)	[0, 2.5]
S_2 (Moderate snow)	(2.5, 5]
S_3 (Heavy snow)	(5, 10]
S_4 (Blizzard)	(10, +∞)

雪花为不规则形状,已有研究表明,Gamma 函数对降雪谱分布具有很好的拟合效果^[15],表示为

$$N(D) = N_0 D^m \exp(-\Lambda D), \quad (1)$$

式中: N_0 为降雪量因子; D 为雪花融化为水滴的等效直径; m 为形状因子,一般取 0; Λ 为谱斜率函数,是降雪强度 S 的函数,表示为

$$\Lambda = 25.5S^{-0.48}. \quad (2)$$

根据 Mie 散射理论,当雪滴谱函数为 $N(D)$ 时,雪花消光系数可表示为

$$\sigma_{\text{ext}} = \frac{\pi}{4} \int_0^{\infty} D^2 k_{\text{ext}}(D, \lambda, m) \cdot N(D) dD, \quad (3)$$

式中: σ_{ext} 的单位为 $\text{dB} \cdot \text{km}^{-1}$; $k_{\text{ext}}(D, \lambda, m)$ 为消光效率因子。由于雪花粒子的半径 ($>10 \mu\text{m}$) 远远大于量子通信中所使用的光信号的波长 (850~1550 nm),因此 $k_{\text{ext}}(D, \lambda, m)$ 取值为 2^[16]。

根据 Bouguere 定律^[17],信息光量子在降雪环境中传输距离为 L 的能量与雪花消光系数之间的关系可表示为

$$E = E_{\text{pri}} \exp(-\sigma_{\text{ext}} \cdot L), \quad (4)$$

式中, E_{pri} 为信息光量子的初始能量,表示为

$$E_{\text{pri}} = h c / \lambda, \quad (5)$$

式中: $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, 为普朗克常量; $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$, 为光速; λ 为光信号波长。当通信过程中光信号波长 $\lambda = 0.86 \mu\text{m}$ 时,光子的初始能量 $E_{\text{pri}} = 2.3 \times 10^{-19} \text{ J}$ 。

忽略其他大气因素的影响,对降雪强度 S 、传输距离 L 与信息光量子能量 E 之间的关系进行仿真,仿真结果如图 1 所示。

从图 1 中可以看出,当降雪强度及链路传输距离都为 0 时,为无噪声无损耗的理想信道。随着降雪强度和传输距离的增大,雪花粒子的消光效应急剧增加,导致光量子能量迅速衰减。当降雪强度 $S = 5.15 \text{ mm/d}$ (大雪)、光量子在降雪环境中的传输距离

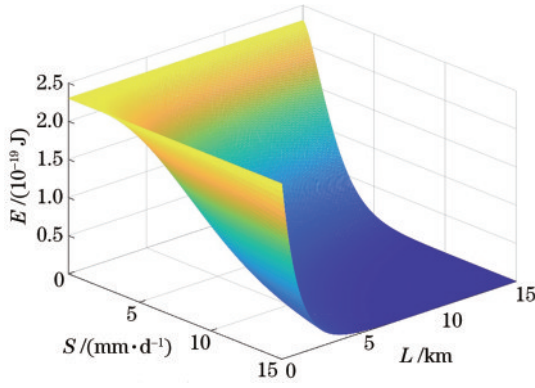


图1 光量子能量与降雪强度及传输距离的关系

Fig. 1 Light quantum energy as a function of snowfall intensity and transmission distance

$L = 7.5 \text{ km}$ 时,光子能量衰减至 $0.821 \times 10^{-6} \text{ J}$ 。由此可见,降雪会对量子通信传输产生严重的干扰,使光量子能量产生突发衰减,最终影响星地链路通信系统的可靠性。通过改变光量子的耦合强度或脉冲强度,可以减小因降雪引起的星地链路衰减问题,保证较好的通信质量。

3 降雪对星地链路性能参数的影响

3.1 降雪对保真度的影响

分析可知,在量子卫星通信过程中,光量子能量在雪粒子中传输时会发生严重的衰减,导致纠缠光子相干性能减弱。在实际的量子信道中,降雪不可避免地对纠缠量子产生干扰,使保真度降低,因此研究降雪环境下的系统保真度变化规律有重要意义。针对比特翻转信道及相位阻尼信道,分析降雪对系统保真度的影响。假设信源为 $\{p_i, \rho_i\}$, $i = 1, 2$, 其中: p_i 为取对应字符 ρ_i 时的概率;输入字符 $\rho_1 = |0\rangle\langle 0|$, $\rho_2 = |1\rangle\langle 1|$ 。降雪环境干扰下,光量子经信道传输后的保真度^[18]为

$$F(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}') = \text{Tr}\left(\sqrt{\boldsymbol{\rho}^{1/2} \boldsymbol{\rho}' \boldsymbol{\rho}^{1/2}}\right), \quad (6)$$

式中: $\text{Tr}(\cdot)$ 为矩阵求迹; $\boldsymbol{\rho} = \sum_i p_i \rho_i$, 为输入字符密度算子之和; $\boldsymbol{\rho}' = \epsilon\left(\sum_i p_i \rho_i\right)$, 为输入字符后光量子与降雪环境态作用的演化。则式(6)可以表示为

$$F\left[\sum_i p_i \rho_i, \epsilon\left(\sum_i p_i \rho_i\right)\right] = \text{Tr}\left[\sqrt{\left(\sum_i p_i \rho_i\right)^{1/2} \epsilon\left(\sum_i p_i \rho_i\right) \left(\sum_i p_i \rho_i\right)^{1/2}}\right]. \quad (7)$$

对于比特翻转信道,其运算元为

$$\begin{cases} \mathbf{E}_0 = \sqrt{p} \mathbf{I} \\ \mathbf{E}_1 = \sqrt{1-p} \mathbf{X} \end{cases}, \quad (8)$$

式中: p 为降雪干扰使量子态从 $|1\rangle$ 变为 $|0\rangle$ 的概率; \mathbf{I} 和

\mathbf{X} 为基本力学算子。降雪产生的链路衰减为

$$A_{\text{atm}} = 10 \lg\left(E_{\text{pri}}/E\right) = 10 \cdot L \cdot \sigma_{\text{ext}} \cdot \lg(e), \quad (9)$$

则 p 可表示为

$$p = (E_{\text{pri}} - E)/E_{\text{pri}} = 1 - 10^{-0.1 \cdot A_{\text{atm}} \cdot L}. \quad (10)$$

光量子信号在降雪环境中经过比特翻转信道后,先演化为

$$\epsilon\left(\sum_i p_i \rho_i\right) = (1-p)\rho_i + p_i \mathbf{X} \rho_i, \quad (11)$$

进一步演化为

$$\epsilon\left(\sum_i p_i \rho_i\right) = \begin{bmatrix} p + p_1 - 2pp_1 & 0 \\ 0 & 1 - (p + p_1 - 2pp_1) \end{bmatrix}, \quad (12)$$

最终取迹得到系统经比特翻转信道后的保真度 F_b 为

$$F_b = \sqrt{p_1(p + p_1 - 2pp_1) + \sqrt{(1-p_1)[1 - (p + p_1 - 2pp_1)]}}. \quad (13)$$

在相位阻尼信道中,降雪粒子使量子位以 $p = 1 - 10^{-0.1 \cdot A_{\text{atm}} \cdot L}$ 的概率发生完全弹性散射,量子态无能级跃迁,但相对相位将会发生改变。设降雪环境量子态为 $|e_i\rangle$, 则系统与降雪环境的联合么正演化^[19]为

$$U: \begin{cases} |0\rangle|e_i\rangle \rightarrow \sqrt{1-p}|0\rangle|e_i\rangle + \sqrt{p}|0\rangle|e_x\rangle \\ |1\rangle|e_i\rangle \rightarrow \sqrt{1-p}|1\rangle|e_i\rangle + \sqrt{p}|1\rangle|e_y\rangle \end{cases}, \quad (14)$$

式中, $\{|e_i\rangle, |e_x\rangle, |e_y\rangle\}$ 为 3 种不同的降雪环境量子态,当量子位分别处于 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 态时,散射环境分别为 $|e_x\rangle$ 和 $|e_y\rangle$ 态,则初始量子态密度矩阵最终演化为

$$\epsilon(\boldsymbol{\rho}) = \begin{bmatrix} \rho_{00} & (1-p)\rho_{00} \\ (1-p)\rho_{10} & \rho_{11} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

设 t 为量子态在信道中持续的时间,将其分为 n 个时间间隔,在有限的时间间隔 $t = n\Delta t$ 内,降雪背景下系统经相位阻尼信道后的保真度 F_p 为

$$F_p = \sqrt{1 + 2p_1(1-p_1)[(1-p)^n - 1]}. \quad (16)$$

设降雪环境下的链路衰减距离 $L = 3 \text{ km}$, 忽略其他环境的影响,对比特翻转信道中保真度随降雪强度及取字符 $|0\rangle$ 的概率 p_1 的变化关系进行仿真,结果如图 2 所示。

从图 2 中可以看出,当降雪强度 $S = 0$ 时,保真度接近于 1, 此时为理想信道。随着降雪强度的增大,系统的保真度逐渐减小,这是因为光量子在雪粒子间不断发生散射效应,使量子态更加趋于混态,最终保真度趋向于 0.5。当 $p_1 = 1/2$ 时,保真度最大,表明降雪干扰与光量子态之间的演化对字符 $|0\rangle$ 和字符 $|1\rangle$ 具有相同的影响。当 $p_1 = 0.1$ 、降雪强度由 2.5 mm/d (小雪) 增大到 10.0 mm/d (大雪) 时,比特翻转信道保真度由 0.993 降低到 0.861。

取 $n = 1$, 忽略其他环境的影响,对相位阻尼信道

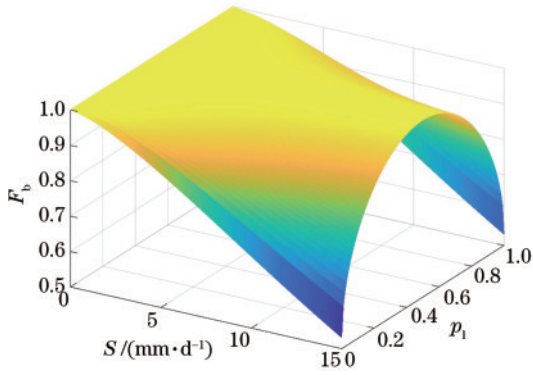


图 2 比特翻转信道保真度与降雪强度 S 和 p_1 的关系 (p_1 为取字符 $|0\rangle$ 的概率)

Fig. 2 Bit flip channel fidelity as a function of snowfall intensity S and p_1 (p_1 is the probability of taking character of $|0\rangle$)

中保真度随降雪强度 S 及取字符 $|0\rangle$ 的概率 p_1 的变化关系进行仿真,结果如图 3 所示。

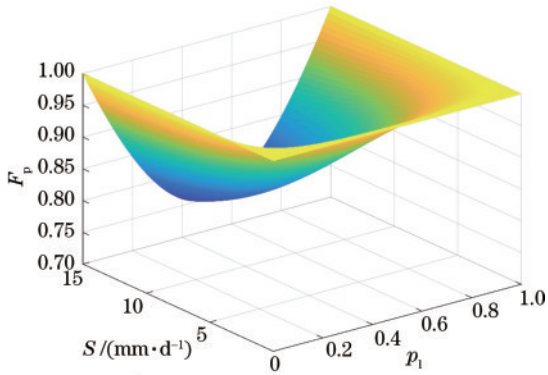


图 3 相位阻尼信道保真度与降雪强度 S 和 p_1 的关系

Fig. 3 Phase damping channel fidelity as a function of snowfall intensity S and p_1

从图 3 中可以看出,当降雪强度为 0 时,无降雪干扰,为理想信道,此时保真度为 1。当 p_1 一定时,随着降雪强度 S 的增大,完全弹性散射效应加剧,相位阻尼信道的保真度 F_p 呈减小趋势。若要保证较大的保真度,则取字符 $|0\rangle$ 的概率 p_1 需满足 $|1/2 - p_1|$ 取较大值。取 $p_1 = 0.5$ 、当降雪强度由 2.5 mm/d (小雪) 增大到 10.0 mm/d (大雪) 时,降雪环境中相位阻尼信道的保真度由 0.956 降低到 0.807。综合来看,比特翻转信道对系统保真度的影响更大。由上述分析可知,降雪对隐形传态保真度的影响不容忽视,根据降雪强度的大小调整光量子的发射功率,可以提高量子态传输前后的准确率。

3.2 降雪对信道建立速率的影响

量子卫星与地面站通过纠缠粒子进行通信时的信道建立速率 (pair/s)^[20] 可定义为

$$v(F) = f_{\max} \cdot P_g(F), \quad (17)$$

式中: f 为纠缠光子对的操作频率,它与纠缠光子的存储空间值 M 有关,最大频率 $f_{\max} = Mc/4L$; F 为通信过程需满足的保真度; $P_g(F)$ 为成功满足该保真度的概率,表示为

$$P_g(F) = \frac{1}{2} [1 - (2F - 1)^{2\gamma/(1-\gamma)}], \quad (18)$$

式中, γ 为降雪环境下的衰减因子,表示为

$$\gamma = \exp(-\sigma_{\text{ext}} \cdot L). \quad (19)$$

令通信光波长为 850 nm,当传输距离为 10 km 时,对信道建立速率、降雪强度及保真度之间的关系进行仿真,结果如图 4 所示。

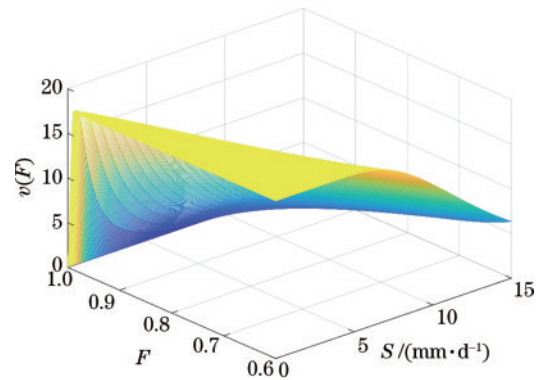


图 4 信道建立速率、降雪强度及保真度之间的关系

Fig. 4 Relationship among channel build-up rate, snowfall intensity and fidelity

图 4 中, X 轴为降雪强度 S , Y 轴为降雪环境下纠缠粒子的保真度 F , Z 轴为信道的建立速率 $v(F)$ 。由图 4 可知,当降雪强度一定时,随着降雪环境下保真度的增大,信道建立速率呈减小趋势。取同一保真度,在降雪强度 S 从 0 变化到 15 mm/d 的过程中,信道建立速率随之降低,尤其是在大雪或暴雪环境下,降低趋势更加明显,这是因为雪花粒子对纠缠光子的吸收和散射导致链路发生了严重的衰减。取保真度 $F = 0.8$,降雪强度由 3.75 mm/d 增加至 8.25 mm/d 时,信道建立速率由 16.84 pair/s 减小至 7.76 pair/s。由上述分析可知,在量子卫星通信过程中,降雪强度的大小对星地链路的信道建立速率有显著的影响。根据降雪强度调整量子纠缠分发速率,可以在满足保真度要求的前提下,使信道建立速率尽可能高,保证通信的正常进行。

3.3 降雪对信道纠缠度的影响

纠缠度作为量子通信中重要的资源,直接决定了通信的质量。对降雪影响下量子卫星通信幅值阻尼信道的纠缠度进行分析。幅值阻尼信道中,信息光子信号在降雪环境的干扰下,状态会发生酉演化,存在概率 $p = 1 - 10^{-0.1 \cdot A_{\text{am}} \cdot L}$ 使一个光子发生丢失现象。幅值阻尼信道的运算元表示为

$$\begin{cases} E_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-p} \end{bmatrix}, \\ E_1 = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{p} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \end{cases} \quad (20)$$

式中： E_0 为保持 $|0\rangle$ 状态不变，而状态 $|1\rangle$ 幅值减小； E_1 表示降雪干扰使 $|1\rangle$ 状态变为 $|0\rangle$ 状态。则量子态与降雪环境的酉演化表示为

$$U: \begin{cases} |0\rangle_s |0\rangle_j \rightarrow |0\rangle_s |0\rangle_j \\ |1\rangle_s |0\rangle_j \rightarrow \sqrt{1-p} |1\rangle_s |0\rangle_j + \sqrt{p} |0\rangle_s |1\rangle_j \end{cases}, \quad (21)$$

式中： $|0\rangle_s, |1\rangle_s$ 分别对应系统的基态和激发态； $|0\rangle_j, |1\rangle_j$ 分别为降雪环境的基态和激发态。根据文献[21]，复合系统量子纯态表示为

$$|\varphi\rangle = \omega_1 |00\rangle_s + \omega_2 |11\rangle_s, \quad (22)$$

式中， ω_1, ω_2 分别对应 $|00\rangle_s$ 和 $|11\rangle_s$ 发生的概率，且满足 $\omega_1^2 + \omega_2^2 = 1$ 。则量子系统与降雪环境最终演化为

$$|\varphi\rangle_c = \omega_1 |00\rangle_s |00\rangle_j + \omega_2 \sqrt{p} [|11\rangle_s |00\rangle_j + \sqrt{1-p} (|10\rangle_s |01\rangle_j + |01\rangle_s |10\rangle_j) + \sqrt{p} |00\rangle_s |11\rangle_j], \quad (23)$$

式中： $|00\rangle_j, |01\rangle_j, |10\rangle_j, |11\rangle_j$ 分别为降雪环境中量子所处的不同状态； $|00\rangle_s, |01\rangle_s, |10\rangle_s, |11\rangle_s$ 为量子系统中的不同状态，对式(14)求约化密度矩阵即可得系统的所有信息。幅值阻尼信道纠缠度^[22]可表示为

$$G = 2(1-p)(\omega_1\omega_2 - \omega_2^2 p). \quad (24)$$

联合式(10)，并令 $|00\rangle_s$ 和 $|11\rangle_s$ 发生的概率均为 $1/\sqrt{2}$ ，对降雪环境影响下的纠缠度变化关系进行仿真，结果如图5所示。

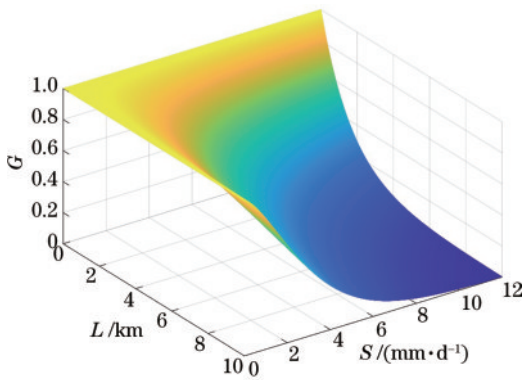


图5 降雪强度、传输距离与纠缠度的关系

Fig. 5 Relationship among snowfall intensity, transmission distance and entanglement

图5中，X轴为光量子信号在降雪中传输的距离L，Y轴为降雪强度S，Z轴为纠缠度G的变化情况。由图5可知，当降雪强度一定时，纠缠度随着传输距离的

增大呈减小趋势；当光量子传输距离一定时，随着降雪强度的增大，雪粒子对光量子信号的吸收和散射效应加剧，使信号态能量急剧衰减，纠缠度不断降低。当传输距离 $L = 4.1 \text{ km}$ 、降雪强度由 2.82 mm/d 增加到 8.71 mm/d 时，纠缠度由 0.738 衰减到 0.206 。由此可见，降雪环境会使量子比特退相干，破坏光量子的纠缠度。在降雪强度较大时，可以通过增加脉冲光子强度提高纠缠度，提升量子卫星通信的可靠性。

4 降雪背景下的加权噪声信道容量模型分析

由上述分析可知，降雪会使量子比特退相干。真实的通信过程中，光量子会通过含有多种噪声的信道，如退极化信道、比特翻转信道和幅值阻尼信道等，不同的信道对光量子能量的影响方式也不同。因此，为了更加准确地分析降雪干扰下信道容量的变化，引入加权噪声信道容量模型。为方便分析，做如下规定：假设信源为 $\{p_i, \rho_i\}$ ， $i = 1, 2$ ，其中 p_i 为取对应字符 ρ_i 时的概率，输入字符 $\rho_1 = |0\rangle\langle 0|$ ， $\rho_2 = |1\rangle\langle 1|$ ；量子算子

$$\begin{aligned} X &\equiv \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \text{为 Pauli-X 门}; Y \equiv \begin{bmatrix} 0 & -j \\ j & 0 \end{bmatrix} \text{为 Pauli-Y 门}; \\ Z &\equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \text{为 Pauli-Z 门}; I \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{为恒等算子}. \end{aligned}$$

4.1 降雪背景下退极化信道容量分析

退极化信道会使光量子信号发生散射，量子位以概率 $1-p$ 保持原状态，以 $p = 1 - 10^{-0.1 \cdot A_{\text{atm}} \cdot L}$ 的概率丢失一个光子，被完全混态 $I/2$ 代替。退极化信道的运算元为

$$\begin{cases} E_0 = \sqrt{1-p} I \\ E_1 = \sqrt{p/3} X \\ E_2 = \sqrt{p/3} Y \\ E_3 = \sqrt{p/3} Z \end{cases}. \quad (25)$$

令量子卫星通信系统中降雪环境量子态为 $|e\rangle$ ，在退极化信道中，系统初始量子态为 $|\varphi\rangle$ ，则与降雪环境量子态联合演化后的复合系统表示为

$$|\varphi\rangle |e\rangle \rightarrow \sqrt{1-p} |\varphi\rangle \otimes |e_1\rangle + \sqrt{p/3} (X |\varphi\rangle \otimes |e_x\rangle + Y |\varphi\rangle \otimes |e_y\rangle + Z |\varphi\rangle \otimes |e_z\rangle). \quad (26)$$

光量子信号经过降雪背景下的退极化噪声信道后密度矩阵先演化为^[23]

$$\epsilon(\rho) = (1 - 3p/4) \rho + \frac{p}{4} (X \rho X + Y \rho Y + Z \rho Z), \quad (27)$$

进一步演化为

$$\epsilon \left(\sum_i p_i \rho_i \right) = \begin{bmatrix} p_1 + (2/3)p - (3/4)pp_1 & 0 \\ 0 & 1 - (2/3)p - p_1 + (3/4)pp_1 \end{bmatrix}. \quad (28)$$

量子态携带的信息量即诺伊曼熵表示为

$$s\left[\epsilon\left(\sum_i p_i \rho_i\right)\right]=H_2(p/2), \quad (29)$$

式中, $H_2(p)=-p\text{lb}(p)-(1-p)\text{lb}(1-p)$, 为二元熵。则降雪背景下的退极化信道容量^[24]表示为

$$C_1=\max\left\{s\left[\epsilon\left(\sum_i p_i \rho_i\right)\right]-\sum_i p_i s\left[\epsilon(\rho_i)\right]\right\}。 \quad (30)$$

式(30)为凹函数, 当字符 ρ_1, ρ_2 等概率时取最大值 1, 则

$$C_1=1-H_2(p/2)。 \quad (31)$$

4.2 降雪背景下的比特翻转信道容量分析

比特翻转信道也会使光量子信号发生散射。量子态以 $p=1-10^{-0.1 \cdot A_{\text{atm}} \cdot L}$ 的概率由 $|0\rangle$ 变为 $|1\rangle$ 。比特翻转信道的运算元重写为

$$\begin{cases} \mathbf{E}_0=\sqrt{p} \mathbf{I} \\ \mathbf{E}_1=\sqrt{1-p} \mathbf{X} \end{cases} \quad (32)$$

由上述分析知, 光量子信号经过比特翻转信道后, 系统密度算子最终演化为

$$\epsilon(\rho)=\epsilon\left(\sum_i p_i \rho_i\right)=\begin{bmatrix} p+p_1-2pp_1 & 0 \\ 0 & 1-(p+p_1-2pp_1) \end{bmatrix}。 \quad (33)$$

量子态的诺伊曼熵表示为

$$s\left[\epsilon\left(\sum_i p_i \rho_i\right)\right]=-(p+p_1-2pp_1)\text{lb}(p+p_1-2pp_1)-[1-(p+p_1-2pp_1)]\text{lb}[1-(p+p_1-2pp_1)]。 \quad (34)$$

式(34)为凹函数, 当 p_1, p_2 等概率时取最大值 1。则

$$\sum_i p_i s\left[\epsilon(\rho_i)\right]=H_2(p), \quad (35)$$

式中, $H_2(p)$ 为二元熵, 则比特翻转信道容量为

$$C=\alpha[1-H_2(p/2)]+\beta[1-H_2(p)]+\gamma\left\{-[p_1+(1-p_1)p]\text{lb}[p_1+(1-p_1)p]-(1-p_1)(1-p)\text{lb}[(1-p_1)(1-p)]-(1-p_1)H_2(p)\right\}。 \quad (41)$$

由文献[25]可知, 当量子卫星通信系统采用的波长为 $1.31 \mu\text{m}$ 时, 雪粒子对光信号的吸收效应大于散射效应, 且降雪强度越大, 吸收损耗越高, 因此幅值阻尼信道对加权噪声信道的影响将会更大。假设在退极化信道和比特翻转信道中雪粒子产生的散射损耗相同, 按照 3 种信道的不同损耗程度, 取噪声影响因子 $\alpha=\beta=0.2, \gamma=0.6$, 忽略通信链路中其他大气因素的影响, 分别对 3 种信道及加权噪声信道的信道

$$C_2=\max\left\{s\left[\epsilon\left(\sum_i p_i \rho_i\right)\right]-\sum_i p_i s\left[\epsilon(\rho_i)\right]\right\}=1-H_2(p)。 \quad (36)$$

4.3 降雪背景下的幅值阻尼信道容量分析

幅值阻尼信道会对光量子信号产生吸收作用, 幅值阻尼信道的运算元如式(20)所示。单量子比特 $\rho=\begin{bmatrix} a & b \\ b^* & c \end{bmatrix}$ 经过幅值阻尼信道后, 由于降雪噪声的影响, 以 $p=1-10^{-0.1 \cdot A_{\text{atm}} \cdot L}$ 的概率丢失一个光子, 最终演化为

$$\epsilon(\rho)=\epsilon\left(\sum_i p_i \rho_i\right)=\begin{bmatrix} 1-(1-p)(1-a) & b\sqrt{1-p} \\ b^*\sqrt{1-p} & c\sqrt{1-p} \end{bmatrix}, \quad (37)$$

则诺伊曼熵为

$$s\left[\epsilon\left(\sum_i p_i \rho_i\right)\right]=-[p_1+(1-p_1)p]\text{lb}[p_1+(1-p_1)p]-(1-p_1)(1-p)\text{lb}[(1-p_1)(1-p)], \quad (38)$$

幅值阻尼信道容量表示为

$$C_3=\max\left\{s\left[\epsilon\left(\sum_i p_i \rho_i\right)\right]-\sum_i p_i s\left[\epsilon(\rho_i)\right]\right\}=-[p_1+(1-p_1)p]\text{lb}[p_1+(1-p_1)p]-(1-p_1)(1-p)\text{lb}[(1-p_1)(1-p)]-(1-p_1)H_2(p), \quad (39)$$

式中, $p_1=\frac{\xi(1-p)-p}{(1+\xi)(1-p)}, \xi=2^{H_2(p)/(1-p)}$ 。

4.4 降雪背景下加权噪声信道模型的信道容量分析

根据上述分析, 定义加权噪声信道容量为

$$C=\alpha C_1+\beta C_2+\gamma C_3, \quad (40)$$

式中: α 为退极化信道噪声影响因子; β 为比特翻转信道噪声影响因子; γ 为幅值阻尼信道噪声影响因子, 且满足 $\alpha+\beta+\gamma=1$ 。联合式(30)、式(36)、式(39)最终得到加权噪声信道容量:

容量与降雪强度和传输距离的关系进行仿真, 结果如图 6、图 7、图 8、图 9 所示。可以看出, 当降雪强度和光量子在降雪干扰环境中的传输距离均为 0 时, 信道容量接近于 1, 此时光量子能量几乎无衰减, 为理想信道。随着传输距离和降雪强度的增大, 4 种噪声信道的容量均呈减小趋势。当降雪强度为 8.5 mm/d (大雪)、光量子信号在雪中传输距离为 3 km 时, 退极化信道、比特翻转信道和幅值阻尼信道的信道容量分

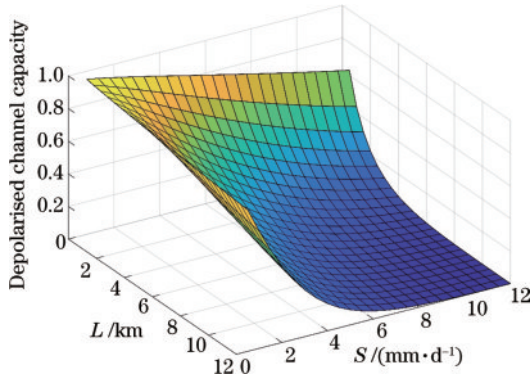


图 6 降雪强度、传输距离与退极化信道容量的关系

Fig. 6 Relationship among snowfall intensity, transmission distance and depolarised channel capacity

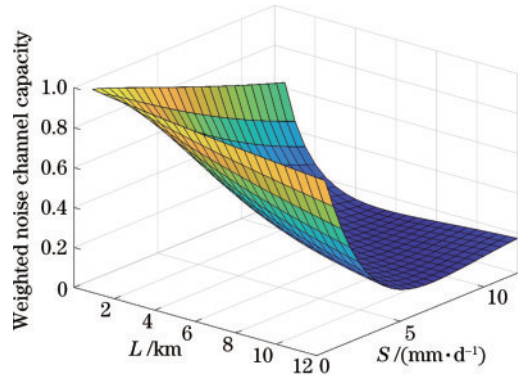


图 9 降雪强度与传输距离对加权噪声信道容量的影响

Fig. 9 Influence of snow intensity and transmission distance on weighted noise channel capacity

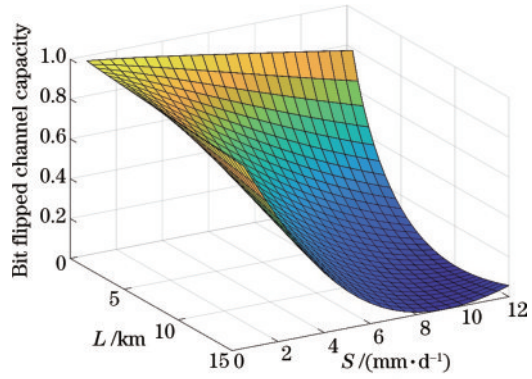


图 7 降雪强度与光量子传输距离对比特翻转信道容量的影响

Fig. 7 Influence of snow intensity and optical quantum transmission distance on bit flipped channel capacity

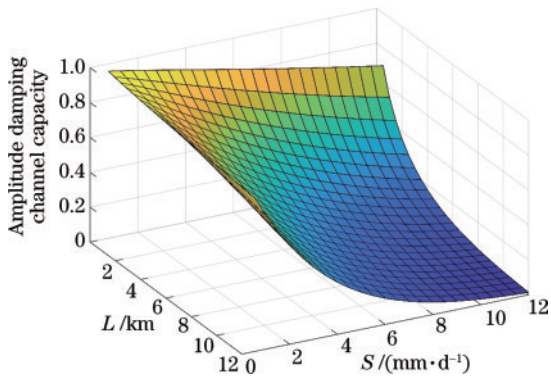


图 8 降雪强度与光量子传输距离对幅值阻尼信道容量的影响

Fig. 8 Influence of snow intensity and optical quantum transmission distance on amplitude damping channel capacity

别为 0.2515、0.4807 和 0.3825, 由于 3 种噪声信道的共同作用, 加权噪声信道的信道容量衰减较为严重, 其值为 0.2829。当传输距离为 2.5 km、降雪强度从 4.0 mm/d 增大到 8.5 mm/d 时, 加权噪声信道容量由 0.6207 减小至 0.3547, 可见降雪对量子卫星通信信道容量的影响不容忽视, 通过调节光脉冲的强度等方法可减小降雪对信道容量的影响, 提升通信的有效性。

5 结 论

研究了降雪对量子卫星通信性能参数的影响, 根据雪粒子谱分布函数, 建立了光量子在降雪干扰下的能量衰减模型。针对比特翻转信道和相位阻尼信道, 建立了降雪强度、取字符 $|0\rangle$ 的概率 p_1 与保真度的关系, 分析了保真度随信道参数的变化情况, 结果表明保真度随降雪强度的增大呈减小趋势。理论分析了信道建立速率与降雪强度及保真度的关系, 结果表明信道建立速率随降雪强度和保真度的增大呈减小趋势。针对幅值阻尼信道, 对降雪干扰下信道纠缠度分析得出, 随着光量子传输距离和降雪强度的增大, 纠缠度呈减小趋势。最后, 为了更准确地模拟降雪对量子卫星通信信道容量的影响, 引入加权噪声信道模型, 结果表明, 加权噪声信道容量随着降雪强度和传输距离的增大逐渐减小, 相比单一信道, 更符合真实降雪条件下的信道容量变化。上述结果出现的原因是降雪对光量子的吸收和散射作用使能量发生了损耗, 系统纯态趋于混态, 使光量子信号退相干。因此, 降雪对量子卫星通信系统的影响不容忽视, 需要根据降雪等级情况, 采取相应调整策略保证通信的可靠性和有效性, 改善量子卫星通信性能。

参 考 文 献

- [1] Ursin R, Jennewein T, Kofler J, et al. Space-quest, experiments with quantum entanglement in space[J]. Europhysics News, 2009, 40(3): 26-29.
- [2] Zhang S B, Chang Y, Yan L L, et al. Quantum communication networks and trust management: a survey[J]. Computers, Materials & Continua, 2019, 61(3): 1145-1174.
- [3] 张志会, 马连轶. “墨子号”量子科学实验卫星大科学工程的历史与管理模式探究[J]. 中国科技论坛, 2018(11): 1-8. Zhang Z H, Ma L Y. The management mode on how Chinese large science projects transiting from tracking class to leading class in the world: taking quantum satellite project as an example[J]. Forum on Science and Technology in China, 2018(11): 1-8.
- [4] Chen Y A, Zhang Q, Chen T Y, et al. An integrated

- space-to-ground quantum communication network over 4,600 kilometres[J]. *Nature*, 2021, 589(7841): 214-219.
- [5] Li B, Cao Y, Li Y H, et al. Quantum state transfer over 1200 km assisted by prior distributed entanglement[J]. *Physical Review Letters*, 2022, 128(17): 170501.
- [6] Trinh P V, Carrasco-Casado A, Takenaka H, et al. Statistical verifications and deep-learning predictions for satellite-to-ground quantum atmospheric channels[J]. *Communications Physics*, 2022, 5(1): 1-18.
- [7] 聂敏, 张帆, 杨光, 等. 不同海面风速对量子卫星星舰通信性能的影响[J]. *物理学报*, 2021, 70(4): 040303.
Nie M, Zhang F, Yang G, et al. Effects of different sea surface wind speeds on performance of quantum satellite-to-ship communication[J]. *Acta Physica Sinica*, 2021, 70(4): 040303.
- [8] 郭建伟, 聂敏, 杨光, 等. 冰云对量子卫星通信性能的影响[J]. *激光与光电子学进展*, 2021, 58(5): 0506005.
Guo J W, Nie M, Yang G, et al. Influence of ice cloud on performance of quantum satellite communication[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(5): 0506005.
- [9] 聂敏, 高锟, 杨光, 等. 近地面大气湍流对自由空间量子通信性能的影响[J]. *光子学报*, 2016, 45(7): 0707001.
Nie M, Gao K, Yang G, et al. Effect of the atmospheric turbulence on the performance of free space quantum communication[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2016, 45(7): 0707001.
- [10] 张秀再, 徐茜, 刘邦宇. 卷云对自由空间星地量子通信信道的影响[J]. *光学学报*, 2021, 41(20): 2027001.
Zhang X Z, Xu X, Liu B Y. Influence of cirrus clouds on space-to-earth quantum communication channels in free space[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(20): 2027001.
- [11] 杨瑞科, 李福军, 武福平, 等. 沙尘湍流大气对自由空间量子通信性能影响研究[J]. *物理学报*, 2022, 71(22): 220302.
Yang R K, Li F J, Wu F P, et al. Influence of sand and dust turbulent atmosphere on performance of free space quantum communication[J]. *Acta Physica Sinica*, 2022, 71(22): 220302.
- [12] 张秀再, 翟梦思, 周丽娟. 黑碳气溶胶对星地量子链路通信性能的影响[J]. *光学学报*, 2021, 41(11): 1127001.
Zhang X Z, Zhai M S, Zhou L J. Influence of black carbon aerosol on performance of satellite-ground quantum link communication[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(11): 1127001.
- [13] 刘琦, 杨光, 聂敏, 等. 降雨对星地量子链路及隐形传态性能的影响[J]. *激光与光电子学进展*, 2021, 58(7): 0727001.
Liu Q, Yang G, Nie M, et al. Influence of rainfall on performance of satellite-ground quantum links and teleportation[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(7): 0727001.
- [14] 潘佩翀, 解宏伟, 魏加华. 高海拔地区冬季降雪滴谱特征分析[J]. *青海大学学报*, 2020, 38(1): 81-86.
Pan P C, Xie H W, Wei J H. Analysis of characteristics of the snow size spectra in the high altitude regions in winter[J]. *Journal of Qinghai University*, 2020, 38(1): 81-86.
- [15] 胡云涛, 高太长, 曾培培, 等. 2014—2016年南京地区降雪微物理特征[J]. *气象与减灾研究*, 2017, 40(2): 107-110.
Hu Y T, Gao T C, Zeng P P, et al. Analysis of the micro-physical characteristics of snow in Nanjing area[J]. *Meteorology and Disaster Reduction Research*, 2017, 40(2): 107-110.
- [16] 高太长, 刘西川, 张云涛, 等. 降雪现象与能见度关系的探讨[J]. *解放军理工大学学报(自然科学版)*, 2011, 12(4): 403-408.
Gao T C, Liu X C, Zhang Y T, et al. Relationship research between snowfall and visibility[J]. *Journal of PLA University of Science and Technology (Natural Science Edition)*, 2011, 12(4): 403-408.
- [17] 宋飞虎, 许传龙, 王式民. 基于彩虹技术的吸收性液滴多参数测量方法[J]. *中国电机工程学报*, 2012, 32(2): 110-116.
Song F H, Xu C L, Wang S M. Multi-parameters measurement for liquid column based on rainbow technology[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2012, 32(2): 110-116.
- [18] 尹浩, 韩阳. 量子通信原理与技术[M]. 北京: 电子工业出版社, 2013: 63-66.
Yin H, Han Y. Principle and technology of quantum communication[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2013: 63-66.
- [19] Preskill J. Lecture notes for physics 229: Quantum information and computation[J]. California Institute of Technology, 1998, 16(1): 1-8.
- [20] 陈鹏, 蔡有勋, 蔡晓菲, 等. 基于纠缠态的量子通信网络的量子信道建立速率模型[J]. *物理学报*, 2015, 64(4): 040301.
Chen P, Cai Y X, Cai X F, et al. Quantum channel establishing rate model of quantum communication network based on entangled states[J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, 64(4): 040301.
- [21] 刘晋, 缪波, 胡强, 等. 两比特“X”态的量子非局域关联检验[J]. *量子光学学报*, 2020, 26(1): 1-6.
Liu J, Miao B, Hu Q, et al. Testing quantum nonlocality with two qubit X states[J]. *Journal of Quantum Optics*, 2020, 26(1): 1-6.
- [22] Liao Z Y, Al-Amri M, Zubairy M S. Protecting quantum entanglement from amplitude damping[J]. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2013, 46(14): 145501.
- [23] 范洪义, 胡利云. 开放系统量子退相干的纠缠态表象论[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2010: 3-11.
Fan H Y, Hu L Y. Entangled state representation theory of quantum decoherence in open systems[M]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University Press, 2010: 3-11.
- [24] 陈汉武. 量子信息与量子计算简明教程[M]. 南京: 东南大学出版社, 2006: 180-185.
Chen H W. A concise course of quantum information and quantum computing[M]. Nanjing: Southeast University Press, 2006: 180-185.
- [25] 姜腾龙, 赵书河, 肖鹏峰, 等. 基于实测数据的不同雪粒径光谱分析[J]. *冰川冻土*, 2009, 31(2): 227-232.
Jiang T L, Zhao S H, Xiao P F, et al. Spectral analysis of different snow grain sizes based on field measurement[J]. *Journal of Glaciology and Geocryology*, 2009, 31(2): 227-232.