

基于离散 W 变换的计算鬼成像方法

张棋飞¹, 孙瑞², 丁毅^{2*}, 邝嘉业², 孙宝林¹¹湖北经济学院信息工程学院, 湖北 武汉 430205;²五邑大学智能制造学部, 广东 江门 529020

摘要 提出一种基于离散 W 变换的差分调制计算鬼成像方法。使用正负两组离散 W 变换基图案对光源进行差分调制, 根据桶探测器测量的光强值获取目标对象的频谱, 通过矩阵形式的逆离散 W 变换重构目标图像。仿真和实验结果表明, 该方法可以从压缩测量中获得图像, 通过差分测量可以消除背景噪声, 获得良好的图像质量, 并且可以通过逆变换实现快速重建。与其他方法相比, 该方法在成像质量上更具优势。

关键词 成像系统; 计算成像; 鬼成像; 图像重构; 单像素成像

中图分类号 O438

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP230545

Computational Ghost Imaging Method Based on Discrete W Transform

Zhang Qifei¹, Sun Rui², Ding Yi^{2*}, Kuang Jiaye², Sun Baolin¹¹School of Information Engineering, Hubei University of Economics, Wuhan 430205, Hubei, China;²Faculty of Intelligent Manufacturing, Wuyi University, Jiangmen 529020, Guangdong, China

Abstract Herein, a differential modulation computational ghost imaging method based on discrete W transform is proposed. The light source is differentially modulated by two sets of discrete W transform basic patterns: positive and negative, and the spectrum of the target object is obtained according to the light intensity measured by the barrel detector. The target image is reconstructed by inverse discrete W transform in matrix form. The proposed method is verified by both computational simulations and laboratory experiments. The results show that the method can obtain an image from compressive measurements. The background noise can be removed by differential measurement to realize excellent image quality, and the image can be reconstructed quickly by applying the inverse discrete W transform. Compared with other methods, this method offers more advantages in terms of imaging quality.

Key words imaging systems; computational imaging; ghost imaging; image reconstruction; single-pixel imaging

1 引言

计算鬼成像(CGI)^[1-2]是一种典型的计算成像方法, 基于鬼成像^[3]发展而来, 由 Shapiro^[4]首次提出理论方案, 由 Bromberg 等^[5]完成 CGI 实验。与使用多像素阵列探测器的传统成像方法不同, CGI 使用空间光调制器(SLM)加载不同的照明散斑图案调制光源, 并与物体作用, 使用一个桶探测器来获取物体透射或反射的总光强, 通过光场关联算法重构物体图像。与传统成像方法相比, CGI 能在非可见光和弱光下成像, 并且对光的散射具有鲁棒性, 因此在许多领域得到广泛应用, 包括 3D 成像^[6-7]、太赫兹成像^[8-10]、X 射线成像^[11-14]、

多光谱成像^[15-17]、散射介质成像^[18-19], 以及激光雷达^[20-21]等。然而, CGI 使用随机矩阵生成照明图案, 随机矩阵不属于正交矩阵, 因此在随机矩阵中, 像素点之间可能存在相关性。同时, 传统关联算法会引入散斑相关性噪声, 降低成像信噪比, 并且该信噪比只能通过增加测量次数的方式来提高, 这将增加大量采集时间。为了减少测量次数, 压缩感知(CS)技术被引入 CGI 中^[22-25], 同时重建图像的质量得到较大提升。然而, 压缩感知算法的重建时间较长, 不利于实时重建。

为了提升重建图像的速度与质量, 近年来, 基于正交矩阵生成照明图案的 CGI 方法被提出。与使用随机散斑照明图案的 CGI 方法相比, 使用正交照明图案

收稿日期: 2023-01-30; 修回日期: 2023-02-24; 录用日期: 2023-03-06; 网络首发日期: 2023-03-10

基金项目: 国家自然科学基金(62075168)、广东省创新团队项目(2021KCXTD051)、湖北省教育厅科研项目(D20192203)

通信作者: *dingyi1688@126.com

的 CGI 方法可以在低采样率下实现高质量重构。基于哈达玛矩阵的照明图案^[26-28]、基于傅里叶变换的照明图案^[29-31]以及基于离散余弦变换的照明图案^[32-33]都是典型的正交照明图案。哈达玛 CGI (HCGI) 使用哈达玛基图案进行成像, 抗噪性能较强^[31], 但在低采样率下恢复出的图像马赛克化严重。傅里叶 CGI (FCGI) 利用傅里叶变换产生傅里叶基图案, 获得傅里叶频谱的低频系数, 从而实现压缩采样。与 HCGI 相比, FCGI 在相同采样次数下能够获得更高的图像质量, 但随着采样率降低, 图像会产生振铃效应。此外, 由于傅里叶变换涉及复数运算, 图像重建时间会增加。而离散余弦变换 CGI (DCT-CGI) 利用离散余弦变换的特性在低采样率下恢复图像, 重构仅涉及实数运算, 与 HCGI 和 FCGI 相比成像效果更优, 但图像质量依然有待提高。

在信号处理领域也存在一些其他的正交变换, 如离散 W 变换 (DWT)^[34-37]。DWT 源自傅里叶变换, 可以推广到所有已经成功应用傅里叶变换的领域, 并且 DWT 不需要复数运算, 同时也具有图像压缩能力。基于此, 本文提出一种基于 DWT 的 CGI (DWT-CGI) 方法。使用两组 DWT 基图案对光源进行差分调制, 从桶探测器测量的光强度中获取目标图像的光谱系数, 再通过逆 DWT 恢复目标图像, 从而在低采样率下通过压缩测量实现高质量成像。

2 基本原理

2.1 计算鬼成像原理

在计算鬼成像中, 使用空间光调制器调制光源产生照明散斑图案, 然后与物体作用, 使用一个桶探测器来获取物体透射或反射的总光强, 利用光场的二阶相干性成像。计算方式如下:

$$I_o(x, y) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (B_i - \langle B \rangle) I_i(x, y), \quad (1)$$

式中: $I_o(x, y)$ 为目标物的估计; $I_i(x, y)$ 为探测矩阵; M 为探测矩阵个数; B 为桶探测器的测量值; $\langle \cdot \rangle$ 表示统计平均。利用式(1)估计目标物需要进行大量探测, 且其成像质量与随机散斑图案数量成正比。为了获得更好的成像效果, 通常需要更多的测量次数, 这给高质量和实时鬼成像带来了很大障碍。为了解决以上问题, 学者们使用有序正交照明图案调制光源^[26-33]。接下来介绍基于离散 W 变换生成照明图案的方法。

2.2 DWT-CGI 原理

一维离散 W 变换^[37]表达式为

$$X(m) = \sqrt{2/N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \sin \left[\frac{\pi}{4} + (m+\alpha)(n+\beta) \cdot \frac{2\pi}{N} \right], \quad (2)$$

式中: $m, n = 0, 1, 2, \dots, N-1$; $\alpha = 1/2$; $\beta = 0$ 。对于序列 $x(n)$, $X(m)$ 为其离散 W 变换。

图像的二维离散 W 变换和离散 W 逆变换 (IDWT)

分别定义为

$$F(k, l) = \sqrt{2} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(m, n) \sin \left\{ 2\pi \left[\frac{(k+\alpha)m}{M} + \frac{nl}{N} \right] + \frac{\pi}{4} \right\}, \quad (3)$$

$$f(m, n) = (\sqrt{2}/MN) \times \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} F(k, l) \sin \left\{ 2\pi \left[\frac{(k+\alpha)m}{M} + \frac{nl}{N} \right] + \frac{\pi}{4} \right\}, \quad (4)$$

式中: $f(m, n)$ 代表原始图像的空间分布, (m, n) 代表空间坐标; M, N 分别代表图像像素; $F(k, l)$ 表示频谱分布, k, l 分别代表水平和垂直空间频率。

通过对冲激函数 $\delta_w(u, v)$ 应用离散 W 逆变换可以获得基图案 $P(x, y; u, v)$:

$$P(x, y; u, v) = W^{-1} \{ \delta_w(u, v) \}, \quad (5)$$

$$\delta_w(u, v) = \begin{cases} 1, & u = u_0, v = v_0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (6)$$

式中: (x, y) 代表空间域坐标; (u, v) 代表频域坐标; $W^{-1} \{ \}$ 表示离散 W 逆变换。

采用离散 W 逆变换的矩阵形式来提高运算速度, 有

$$W^{-1} \{ \delta_w(u, v) \} = W^T * \delta_w(u, v) * W, \quad (7)$$

式中: W 是 W 变换矩阵, 由式(2)得到; W^T 表示 W 矩阵的转置; $*$ 代表矩阵乘法。

在初始基图案 $P(x, y; u, v)$ 中, 有些元素值为负值, 但数字微镜器件 (DMD) 无法加载有负值的基图案。另一方面, 背景照明可能会产生一些噪声, 降低重构质量, 因此需要用差分测量方法来解决。将 $P(x, y; u, v)$ 分为两种灰度图案: 正图案 $P_+(x, y; u, v)$ 和负图案 $P_-(x, y; u, v)$ 。

$$P(x, y; u, v) = P_+(x, y; u, v) - P_-(x, y; u, v), \quad (8)$$

$$P_+(x, y; u, v) = [1 + W^{-1} \{ \delta_w(u, v) \}] / 2, \quad (9)$$

$$P_-(x, y; u, v) = [1 - W^{-1} \{ \delta_w(u, v) \}] / 2. \quad (10)$$

图 1(a)、(b) 分别显示了由式(9)、(10)所生成的两

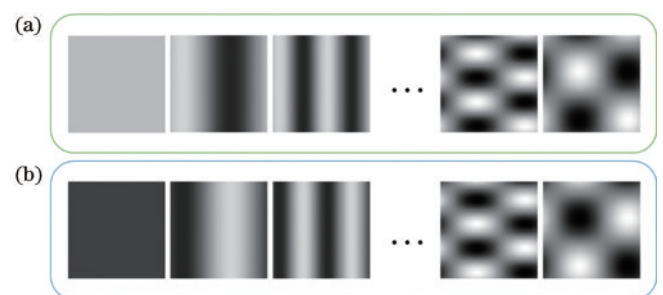


图 1 两组照明模式对比 ($M=N=128$)。(a) 由式(8)生成的图案; (b) 由式(9)生成的图案

Fig. 1 Comparison of two sets of illumination patterns ($M=N=128$). (a) Patterns generated from equation (8); (b) patterns generated from equation (9)

组照明图案的部分图像。随后,将照明图案投影到目标场景,使用桶探测器检测一系列不同的电压信号,并使用数据采集设备进行记录。反射调制信号可以表示为

$$D(u, v) = E + k \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} O(x, y) \cdot P(x, y; u, v), \quad (11)$$

式中: k 为比例因子,其值由探测器检测表面的大小和位置决定; $O(x, y)$ 为目标物体; E 代表探测器对背景光的响应。进行差分运算后,有

$$D(u, v) = D_+(u, v) - D_-(u, v) = k \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} O(x, y) \cdot P_+(x, y; u, v) - k \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} O(x, y) \cdot P_-(x, y; u, v). \quad (12)$$

根据式(12)得到重构图像的每个频谱系数,并消除环境噪声。最后,利用离散W逆变换的矩阵形式来重构目标图像,重构方程可表示为

$$I_0 = W^T * D * W, \quad (13)$$

式中: I_0 表示重构图像; D 为桶探测器的测量结果。成像过程如图2所示。

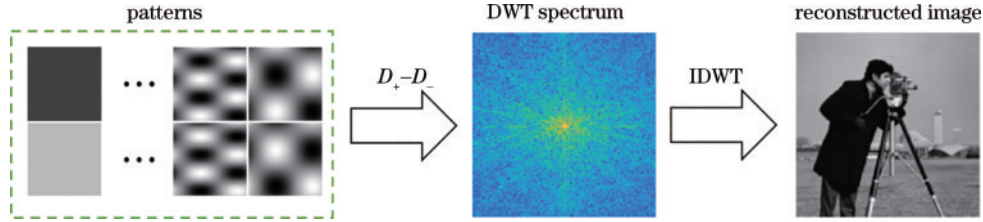


图2 基于DWT的计算鬼成像过程

Fig. 2 Procedure of computational ghost imaging based on DWT

3 仿真与分析

3.1 灰度图案方法对比

为了验证所提DWT-CGI方法的性能,使用FCGI^[29]和DCT-CGI^[32]与其进行比较。以上3种方法都属于基于灰度基图案的正交基采样方法,图像重建都基于逆正交变换。FCGI采用表现最好的圆形采样策略^[29],DCT-CGI采用Z字形采样策略^[32],DWT-CGI采用菱形采样策略。选取分辨率为128 pixel×128 pixel的图像(USAF)作为仿真目标。采样率分别设置为5%、10%、15%、20%。采用峰值信噪比(R_{PSNR})和结构相似性指数(M_{SSIM})评价图像质量,其值越大表示重建效果越好。 R_{PSNR} 的计算公式为

$$R_{PSNR} = 10 \cdot \log_{10} \left\{ \frac{1^2}{1/MN \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [I_0(i, j) - I(i, j)]^2} \right\}, \quad (14)$$

式中: I_0 代表 $M \times N$ 像素的原始图像; I 代表重构图像。 M_{SSIM} 的计算公式为

$$M_{SSIM}(x, y) = \frac{(2\mu_x \mu_y + c_1)(2\delta_{xy} + c_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + c_1)(\delta_x^2 + \delta_y^2 + c_2)}, \quad (15)$$

式中: x 为原始图像; y 代表重构图像; μ_x 和 μ_y 分别代表原始图像和重构图像的均值; δ_{xy} 是 x 和 y 的协方差; δ_x^2 和 δ_y^2 分别代表 x 和 y 的方差; c_1 和 c_2 为常数。

对USAF图像的仿真结果如图3所示。表1列出了重构图像的 R_{PSNR} 和 M_{SSIM} 。在4种采样率下,DWT-

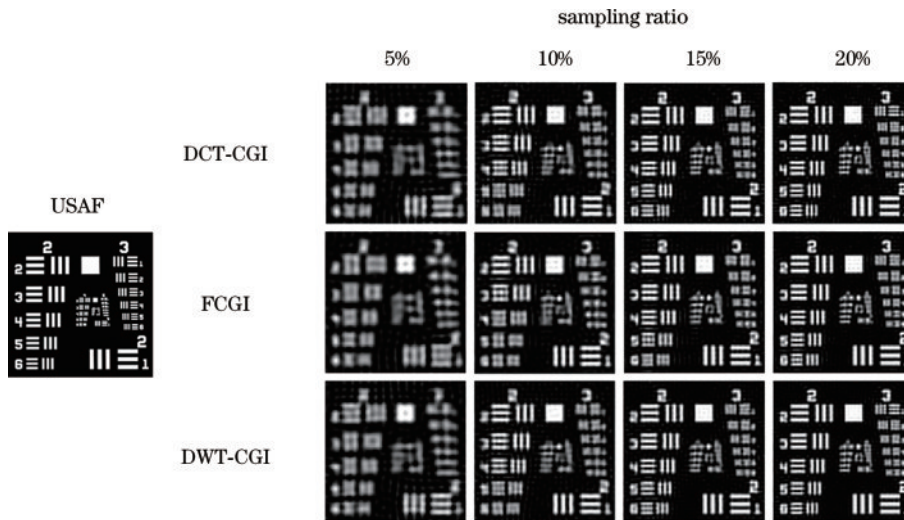


图3 不同方法重建USAF图像的比较结果

Fig. 3 Comparison of reconstruction results for the USAF image by different methods

表 1 不同方法重建 USAF 图像的定量比较结果

Table 1 Quantitative comparison results for the USAF image by different methods

Index	Method	Sampling ratio /%			
		5	10	15	20
$R_{\text{PSNR}} / \text{dB}$	DCT-CGI	13.03	15.75	17.72	19.38
	FCGI	12.78	14.96	16.98	18.60
	DWT-CGI	13.13	15.93	17.79	19.53
$M_{\text{SSIM}} / \%$	DCT-CGI	29.59	51.03	64.70	72.83
	FCGI	30.47	50.14	63.71	72.80
	DWT-CGI	30.11	50.71	65.47	73.23

CGI 的 R_{PSNR} 均高于其他两种方法。DWT-CGI 的 M_{SSIM} 在 15% 和 20% 的采样率下最高。从图 3 可以看出, DWT-CGI 恢复的图像均能获得最高的分辨率。总体来看, DWT-CGI 的成像质量优于 DCT-CGI 和 FCGI。

同时, 对 3 种方法的图像重建时间进行了比较, 结果如表 2 所示。可以看出, 在相同的采样率下, DWT-CGI 方法需要的时间更少。这是因为重建计算基于逆变换的矩阵形式, DCT-CGI 重建时间略长于 DWT-

表 2 不同方法重建图像时间比较

Table 2 Comparison of image reconstruction time by different methods unit:s

Sampling ratio	DWT-CGI	DCT-CGI	FCGI
5%	0.001071	0.001575	0.009257
10%	0.001079	0.002020	0.017320
15%	0.001626	0.002447	0.019452
20%	0.001245	0.001919	0.015926

CGI。相比之下, FCGI 重建时间显著上升, 这是因为傅里叶谱中的系数是复数, 复数运算比实数运算更加耗时, 并且 FCGI 在图像重建前需要进行共轭对称系数恢复操作。

进一步, 通过模拟真实环境, 对测量值添加噪声研究了所提方法的噪声鲁棒性。向原始数据添加高斯白噪声, 高斯白噪声的添加是通过使用 MATLAB 的内置函数 awgn() 实现的。信噪比 (R_{SNR}) 分别被设置为 0 dB、-10 dB、-20 dB 和 -30 dB。在全采样条件下, 对以上 3 种方法进行了比较, 结果如图 4 与表 3 所示。与 FCGI 和 DCT-CGI 相比, DWT-CGI 具有更好的抗噪性能。

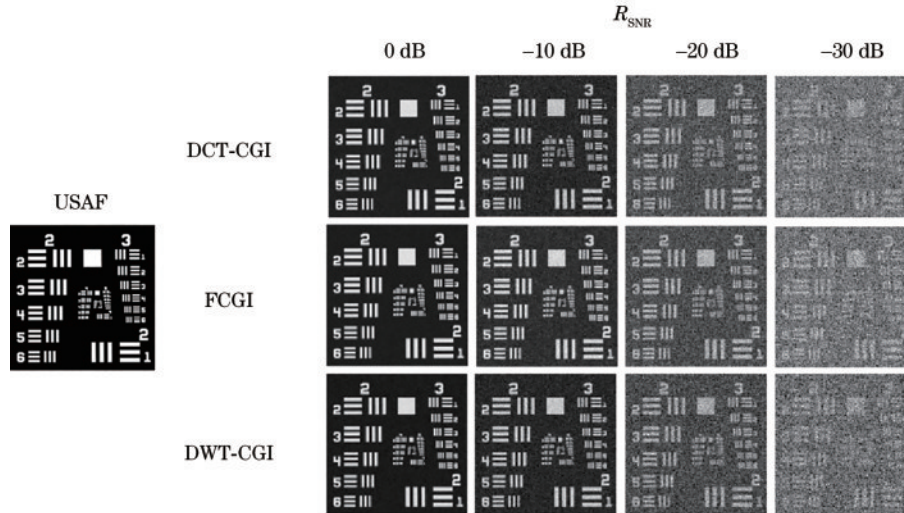


图 4 不同噪声水平下重建 USAF 图像的结果

Fig. 4 Reconstruction results for the USAF image under different noise levels

表 3 不同噪声水平下重建 USAF 图像的定量比较结果

Table 3 Quantitative comparison results for the USAF image under different noise levels

Index	Method	$R_{\text{SNR}} / \text{dB}$			
		0	-10	-20	-30
$R_{\text{PSNR}} / \text{dB}$	DCT-CGI	18.06	15.26	9.98	7.22
	FCGI	18.94	14.83	10.42	7.26
	DWT-CGI	19.51	15.72	10.53	7.62
$M_{\text{SSIM}} / \%$	DCT-CGI	46.99	41.87	25.93	11.11
	FCGI	48.13	41.93	28.27	13.73
	DWT-CGI	48.79	42.72	27.02	12.08

3.2 二值图案方法对比

CGI 系统受到 DMD 刷新率的限制。DMD 的二值调制频率可以达到 22 kHz, 但 8 位灰度模式的调制频率约为 250 Hz。因此, 为了提高基于 DMD 的 CGI 系统的成像效率, 提出了两种二值调制策略: 一种是空间抖动策略^[30]; 另一种是时间抖动策略^[38]。空间抖动策略基于上采样, 提高了成像效率, 但降低了成像空间分辨率。时间抖动策略基于计算加权, 这样可以保持空间分辨率, 但会牺牲成像效率。

这里选择空间抖动策略, 对基于二值图案的 DWT-CGI (BDWT-CGI) 进行仿真。使用大小为

128 pixel×128 pixel 的 Cameraman 图像作为重建目标,重建结果如图 5 和图 6 所示。定量比较结果表明,在低采样率下,BDWT-CGI 的成像质量略低于 DWT-

CGI。随着测量次数的增加,两者差距逐渐加大,BDWT-CGI 的 R_{PSNR} 值先增大后减小,这是空间抖动策略引起的量化误差以及成像空间分辨率降低导致的。

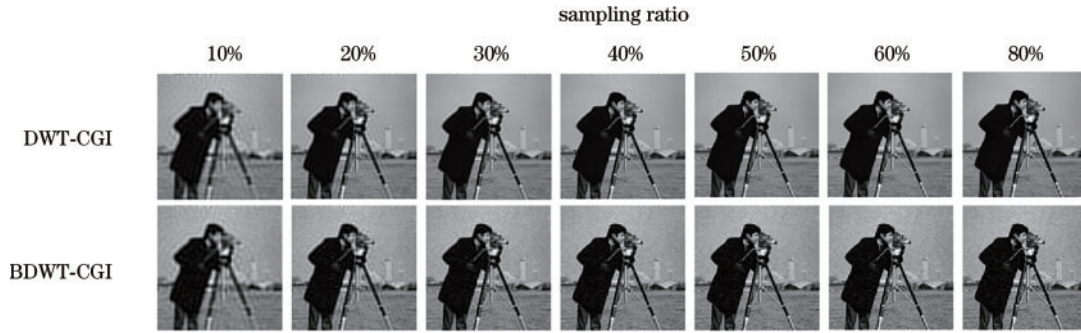


图 5 不同采样率下灰度和二值 DWT-CGI 的图像重建结果

Fig. 5 Reconstructed images of grayscale and binary DWT-CGI under different sampling ratios

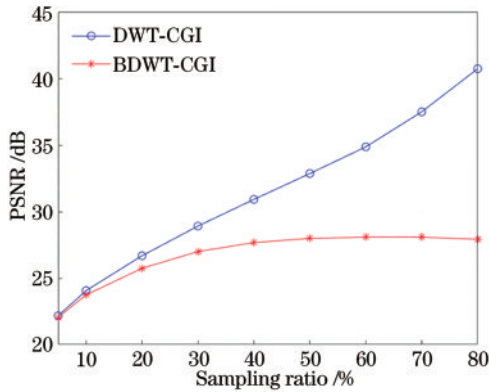


图 6 不同采样率下灰度和二值 DWT-CGI 的 R_{PSNR} 变化

Fig. 6 R_{PSNR} values of grayscale and binary DWT-CGI under different sampling ratios

基于空间抖动策略,使用 USAF 图像再次将 3 种方法进行比较,实验结果如图 7 及表 4 所示。可以看出,DWT-CGI 方法在 R_{PSNR} 和图像细节上的表现依然最好,整体结果与灰度图案 CGI 方法一致。

表 4 不同方法重建 USAF 图像的定量比较结果

Table 4 Quantitative comparison results for the USAF image by different methods

Index	Method	Sampling ratio /%			
		5	10	15	20
R_{PSNR} /dB	DCT-CGI	12.99	15.60	17.38	18.76
	FCGI	12.75	14.87	16.76	18.18
	DWT-CGI	13.09	15.78	17.45	18.90

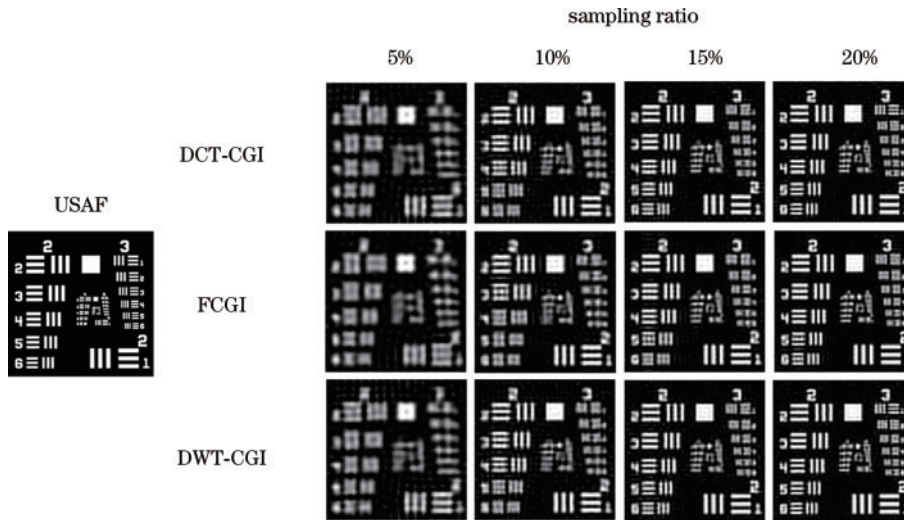


图 7 不同方法重建 USAF 图像的比较结果

Fig. 7 Comparison of reconstruction results for the USAF image by different methods

4 实验验证

实验系统如图 8 所示。使用白光 LED 作为光源,由 DMD (ViALUX V-9601) 加载生成的基图案, DMD

包含 1920×1200 个可单独寻址的镜子。每个镜子的尺寸为 $10.8 \mu\text{m} \times 10.8 \mu\text{m}$ 。DMD 的最大二值调制速率高达 16 kHz,每秒可以投影 16393 个图案,在实验中设置为最大刷新率。由于 DMD 的分辨率为 $1920 \times$

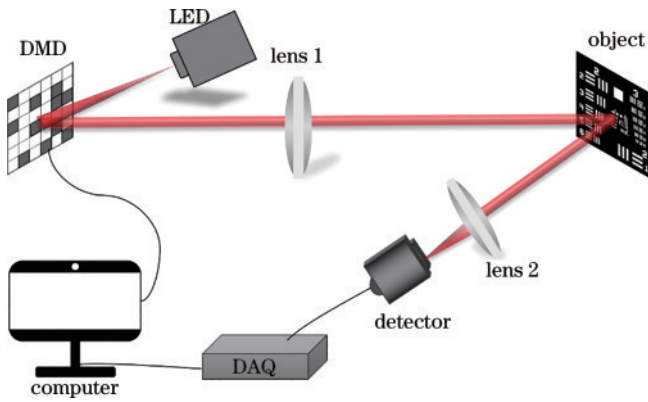


图 8 实验系统示意图

Fig. 8 Schematic of the experimental system

1200, 因此采用空间抖动策略对一系列 $128 \text{ pixel} \times 128 \text{ pixel}$ 的灰度图案进行上采样操作, 形成

$1024 \text{ pixel} \times 1024 \text{ pixel}$ 的二值图案。经过调制的光强度信号由光电探测器 (Thorlabs PDA100A) 接收, 数据采集卡 (NI USB-6366) 将光信号转换为可由计算机处理的数字信号, 该信号即为测量的光强度值, 组成图像的变换频谱, 最后执行 IDWT 以重建图像。基于上述实验系统, 在 5%、10%、15% 和 20% 的采样率下, 使用 DCT-CGI 与所提 DWT-CGI 方法进行比较。

图像重建结果如图 9 与图 10 所示。在图 9 中, 对 USAF 和玩具猪进行成像。可以看出, 这两种方法都能有效成像。进一步比较发现, DWT-CGI 恢复的图像对比度更高, 图像细节更好 (例如条纹和玩具猪眼睛), 整体质量优于 DCT-CGI 恢复的图像。在图 10 中, 对 USAF 和玩具鸭进行成像。整体来看, 两种方法恢复图像质量相似。对 5% 和 10% 采样率下的复原图像的局部区域 (图中方框所示) 进行了放大, 可以看

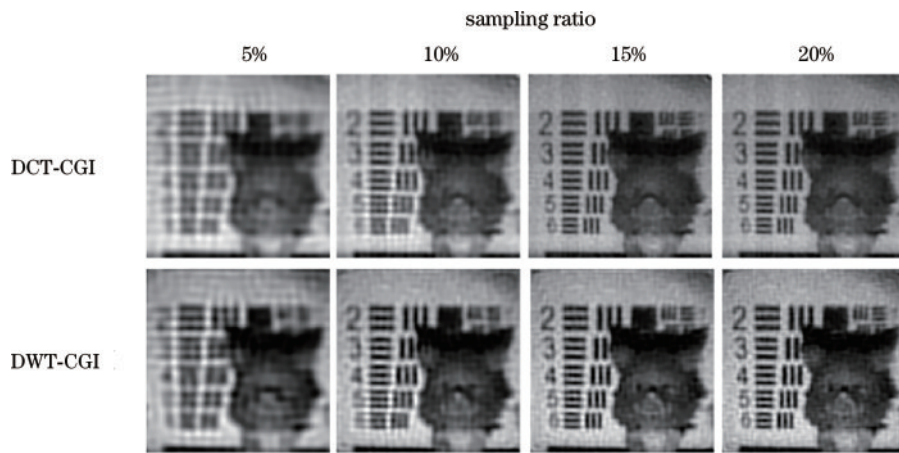


图 9 DCT-CGI 和 DWT-CGI 重建 USAF 和玩具猪结果

Fig. 9 Reconstruction results for the USAF and toy pig by DCT-CGI and DWT-CGI

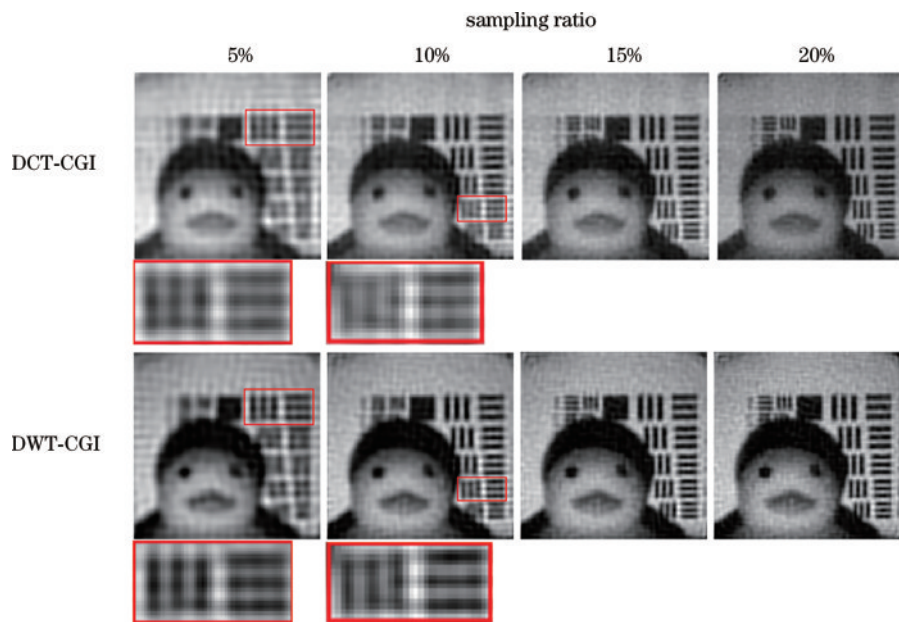


图 10 DCT-CGI 和 DWT-CGI 重建 USAF 和鸭子结果

Fig. 10 Reconstruction results for the USAF and toy duck by DCT-CGI and DWT-CGI

出 DWT-CGI 恢复的图像细节更优,这与仿真结果一致。

5 结 论

提出一种基于离散 W 变换的计算鬼成像方法 DWT-CGI。该方法是一种基于变换域的计算鬼成像技术。由于离散 W 变换的能量压缩特性,DWT-CGI 可以在采样率为 10% 甚至更低的情况下实现高效的压缩成像。图像重建基于矩阵形式表示的逆变换,可实现快速实时重建。与现有方法相比,DWT-CGI 可以获得更高的图像质量。总之,所提 DWT-CGI 方法可以实现高质量和高效率的成像,为现有计算鬼成像技术提供了一种新方案。

参 考 文 献

- [1] 孙鸣捷, 闫崧明, 王思源. 鬼成像和单像素成像技术中的重建算法[J]. 激光与光电子学进展, 2022, 59(2): 0200001.
Sun M J, Yan S M, Wang S Y. Reconstruction algorithms for ghost imaging and single-pixel imaging[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2022, 59(2): 0200001.
- [2] 高荣科, 严露沙, 徐陈祥, 等. 影响计算鬼成像质量的两种关键技术[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(18): 1811011.
Gao R K, Yan L S, Xu C X, et al. Two key technologies influencing on computational ghost imaging quality[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(18): 1811011.
- [3] Pittman T B, Shih Y H, Strekalov D V, et al. Optical imaging by means of two-photon quantum entanglement[J]. Physical Review A, 1995, 52(5): R3429-R3432.
- [4] Shapiro J H. Computational ghost imaging[J]. Physical Review A, 2008, 78(6): 061802.
- [5] Bromberg Y, Katz O, Silberberg Y. Ghost imaging with a single detector[J]. Physical Review A, 2009, 79(5): 053840.
- [6] Sun B, Edgar M P, Bowman R, et al. 3D computational imaging with single-pixel detectors[J]. Science, 2013, 340(6134): 844-847.
- [7] Sun M J, Edgar M P, Gibson G M, et al. Single-pixel three-dimensional imaging with time-based depth resolution[J]. Nature Communications, 2016, 7: 12010.
- [8] Stantchev R I, Yu X, Blu T, et al. Real-time terahertz imaging with a single-pixel detector[J]. Nature Communications, 2020, 11(1): 2535.
- [9] Zhu Y L, She R B, Liu W Q, et al. Deep learning optimized terahertz single-pixel imaging[J]. IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology, 2022, 12(2): 165-172.
- [10] Zhao J P, Dai J M, Braverman B, et al. Compressive ultrafast pulse measurement via time-domain single-pixel imaging[J]. Optica, 2021, 8(9): 1176-1185.
- [11] Zhang H P, Li K, Wang F X, et al. Megapixel X-ray ghost imaging with a binned detector in the object arm[J]. Chinese Optics Letters, 2022, 20(3): 033401.
- [12] Tan Z J, Yu H, Zhu R G, et al. Single-exposure Fourier-transform ghost imaging based on spatial correlation[J]. Physical Review A, 2022, 106(5): 053521.
- [13] Zhang H P, Li K, Zhao C Z, et al. Efficient implementation of X-ray ghost imaging based on a modified compressive sensing algorithm[J]. Chinese Physics B, 2022, 31(6): 064202.
- [14] Olbinado M P, Paganin D M, Cheng Y, et al. X-ray phase-contrast ghost imaging using a single-pixel camera[J]. Optica, 2021, 8(12): 1538-1544.
- [15] Chen W, Sun M J, Deng W J, et al. Hyperspectral imaging via a multiplexing digital micromirror device[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2022, 151: 106889.
- [16] Jiang X Y, Li Z W, Du G, et al. Fast hyperspectral single-pixel imaging via frequency-division multiplexed illumination[J]. Optics Express, 2022, 30(15): 25995-26005.
- [17] Tao C N, Zhu H Z, Wang X C, et al. Compressive single-pixel hyperspectral imaging using RGB sensors[J]. Optics Express, 2021, 29(7): 11207-11220.
- [18] Dutta R, Manzanera S, Gambin-Regadera A, et al. Single-pixel imaging of the retina through scattering media[J]. Biomedical Optics Express, 2019, 10(8): 4159-4167.
- [19] Katz O, Heidmann P, Fink M, et al. Non-invasive single-shot imaging through scattering layers and around corners via speckle correlations[J]. Nature Photonics, 2014, 8(10): 784-790.
- [20] Gong W L, Zhao C Q, Yu H, et al. Three-dimensional ghost imaging lidar via sparsity constraint[J]. Scientific Reports, 2016, 6(1): 1-6.
- [21] Radwell N, Johnson S D, Edgar M P, et al. Deep learning optimized single-pixel LiDAR[J]. Applied Physics Letters, 2019, 115(23): 231101.
- [22] 赵延庚, 董冰, 刘明, 等. 可抑制大气湍流影响的深度学习计算鬼成像[J]. 光学学报, 2021, 41(11): 1111001.
Zhao Y G, Dong B, Liu M, et al. Deep learning based computational ghost imaging alleviating the effects of atmospheric turbulence[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(11): 1111001.
- [23] 李畅, 高超, 邵嘉琪, 等. 基于压缩感知重构算法的哈达玛鬼成像[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(10): 1011032.
Li C, Gao C, Shao J Q, et al. Hadamard ghost imaging based on compressed sensing reconstruction algorithm[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(10): 1011032.
- [24] Katz O, Bromberg Y, Silberberg Y. Compressive ghost imaging[J]. Applied Physics Letters, 2009, 95(13): 131110.
- [25] 韩捷飞, 连博博, 孙立颖. 基于深度学习的二值测量矩阵自适应构建方法[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(22): 2220001.
Han J F, Lian B B, Sun L Y. Adaptive construction method for binary measurement matrix based on deep learning[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(22): 2220001.

- [26] Sun M J, Meng L T, Edgar M P, et al. A Russian Dolls ordering of the Hadamard basis for compressive single-pixel imaging[J]. *Scientific Reports*, 2017, 7(1): 1-7.
- [27] 李明飞, 阎璐, 杨然, 等. 基于 Hadamard 矩阵优化排序的快速单像素成像[J]. *物理学报*, 2019, 68(6): 064202.
Li M F, Yan L, Yang R, et al. Fast single-pixel imaging based on optimized reordering Hadamard basis[J]. *Acta Physica Sinica*, 2019, 68(6): 064202.
- [28] Yu X, Stantchev R I, Yang F, et al. Super sub-nyquist single-pixel imaging by total variation ascending ordering of the hadamard basis[J]. *Scientific Reports*, 2020, 10(1): 1-11.
- [29] Zhang Z B, Ma X, Zhong J G. Single-pixel imaging by means of Fourier spectrum acquisition[J]. *Nature Communications*, 2015, 6(1): 1-6.
- [30] Zhang Z B, Wang X Y, Zheng G A, et al. Fast Fourier single-pixel imaging via binary illumination[J]. *Scientific Reports*, 2017, 7(1): 1-9.
- [31] Zhang Z B, Wang X Y, Zheng G A, et al. Hadamard single-pixel imaging versus Fourier single-pixel imaging [J]. *Optics Express*, 2017, 25(16): 19619-19639.
- [32] Liu B L, Yang Z H, Liu X, et al. Coloured computational imaging with single-pixel detectors based on a 2D discrete cosine transform[J]. *Journal of Modern Optics*, 2017, 64(3): 259-264.
- [33] Chen Y, Liu S, Yao X R, et al. Discrete cosine single-pixel microscopic compressive imaging via fast binary modulation[J]. *Optics Communications*, 2020, 454: 124512.
- [34] Wang Z D. Harmonic analysis with a real frequency function. I. Aperiodic case[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 1981, 9(1): 53-73.
- [35] Wang Z D. Harmonic analysis with a real frequency function. II. Periodic and bounded cases[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 1981, 9(3):153-163.
- [36] Wang Z D. Harmonic analysis with a real frequency function. III. Data sequence[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 1981, 9(4): 245-255.
- [37] Wang Z D, Hunt B R. The discrete W transform[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 1985, 16(1): 19-48.
- [38] Huang J, Shi D F, Yuan K E, et al. Computational-weighted Fourier single-pixel imaging via binary illumination[J]. *Optics Express*, 2018, 26(13): 16547-16559.