

## 2D 空间中线扫相机的静态标定方法

索鑫宇, 刘坚\*, 张杰, 金超群, 周飞滔

湖南大学机械与运载工程学院, 湖南 长沙 410082

**摘要** 针对当前线扫相机标定过程复杂且需外部辅助装置的问题, 提出建立在 2D 空间中的线扫相机静态标定方法。首先, 从应用角度出发, 将 3D 空间的线扫模型推导至 2D 空间, 建立 2D 空间线扫相机成像模型, 设计一种新型的线扫相机标定板。接着, 利用交比不变性原理对 2D 空间的线扫相机模型进行求解。最后, 提出一种利用畸变变化量的畸变拟合策略, 解决小畸变情况下畸变矫正误差过大的问题, 取得了良好的畸变矫正效果。实验结果表明, 所提 2D 空间中的线扫相机静态标定方法标定过程简便, 不受现场环境限制, 标定精度较高, 取得 0.06 mm 的平均绝对误差 (约 1.5 像素), 误差标准方差稳定在 0.068 以下。所提方法基本满足在中低标定精度下的应用要求, 具有较高的实际应用价值。

**关键词** 线扫相机标定; 2D 空间线扫相机模型; 线扫标定板; 畸变矫正; 交比不变性

中图分类号 TP394.1; TH691.9

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP223342

### Static Calibration Method for Line-Scan Cameras in 2D Space

Suo Xinyu, Liu Jian\*, Zhang Jie, Jin Chaoqun, Zhou Feitao

College of Mechanical and Vehicle Engineering, Hunan University, Changsha 410082, Hunan, China

**Abstract** The calibration process for a line-scan camera is typically complicated, often requiring external auxiliary devices. This paper proposes a static calibration method for line-scan cameras built in 2D space to address this problem. First, from the application point of view, the line-scan camera imaging model in 3D space is adapted to derive an equivalent model in 2D space, and a new line-scan camera calibration plate is designed. Next, the line-scan camera imaging model in 2D space is solved using the principle of the invariance of the cross-ratio. Finally, an aberration correction fitting strategy is proposed, using the amount of aberration change to overcome excessive aberration correction errors, which can occur when trying to correct small aberrations. The aberration correction fitting strategy is effective, achieving a good aberration correction effect. The proposed static calibration method for line-scan cameras in 2D space is simple, is not limited by the field environment, and has a high calibration accuracy. The proposed calibration method has a mean absolute error of 0.06 mm (equivalent to  $\sim 1.5$  pixels) and a maximum stable error standard variance of 0.068. As a result, the proposed calibration method meets the application requirements for low and medium calibration accuracy, and is extremely promising for practical applications.

**Key words** line-scan camera calibration; 2D spatial line-scan camera model; line-scan calibration plate; distortion correction; cross-ratio invariance

## 1 引言

线扫相机是采用线形传感器作为感光芯片的相机, 其感光芯片极长, 有几千的长度, 而宽度仅有 1 到 2 个像素。线扫相机典型应用领域为检测连续的对象, 如铁路轨道<sup>[1-2]</sup>、钢带<sup>[3-4]</sup>、布匹<sup>[5-7]</sup>、回转体表面<sup>[8]</sup>、卫星测绘<sup>[9-10]</sup>等。线扫相机与待检测物体相对匀速运动,

逐行连续扫描, 以实现对整个表面的均匀成像。与传统的面阵 CCD 相机相比, 线扫相机综合畸变更小, 获取的图像在扫描方向上的精度更高。相机成本主要集中在感光芯片, 由于线扫相机感光芯片尺寸较小<sup>[11]</sup>, 即便在考虑扫描机构的情况下, 其应用成本仍大大低于同等分辨率的面阵相机。线扫相机的应用过程中有两个关键问题, 即对焦线确定和线扫相机标定。对于对

收稿日期: 2022-12-19; 修回日期: 2023-01-13; 录用日期: 2023-02-27; 网络首发日期: 2023-03-09

基金项目: 中华人民共和国科学技术部中日科学技术联合委员会专项(2017YFE0128400)、湖南省重点研发计划(2021GK2007)、高新技术产业科技创新引领计划(2021GK4028)

通信作者: \*liujian@hun.edu.cn

焦线确定,通常通过动态扫描,依据成像结果判断对焦线位置。传统的线扫相机标定方法需要借助高精度的 3D 标定板或辅助的运动和相机等硬件。在实际应用场景中由于空间的限制,传统的线扫相机标定方法适应性较差。本文通过构建 2D 空间线扫相机成像模型,提出了一种简易高效的静态线扫相机标定方法,此方法既可以指示对焦线位置,又可以给出一个相对精确的标定结果。此种静态线扫相机标定方法具有重要的实践应用价值。

常用的线扫标定方法可以分为静态标定<sup>[12]</sup>和动态扫描标定<sup>[13]</sup>。当线扫相机成像时标定物与相机保持静止的情况被称为静态标定,标定物与相机保持匀速运动的情况称为动态标定。在静态标定中,线扫相机的成像图像是 1D 的,图像中的特征点数据都是线性相关的,无法求解出线扫相机 3D 空间成像模型中的内外参数<sup>[14]</sup>,如要得到高精度的标定结果,在线扫标定过程中必须引入其他维度的信息,构建非线性相关数据。Horaud 等<sup>[15]</sup>通过多次精确移动 2D 标定板来实现线扫相机的静态标定,此种方法借助精确位移平台,标定精度受限于精确位移平台的精度。Luna 等<sup>[16]</sup>和 Li 等<sup>[17]</sup>为了避免精确位移平台的使用,设计一种 3D 的标定板,增加了信息维度,完成线扫相机静态标定任务。Li 等<sup>[18]</sup>在后来的研究中,利用辅助的面阵相机提供额外的维度信息,配合 2D 标定板,对线扫相机进行静态标定。朱瑶等<sup>[14]</sup>从数据的角度出发,将 1D 数据映射到 2D,此时数据不再是线性相关的,可实现线扫相机的标定,但其求解的外参是建立在假设的数据模型上的,同时构建的线扫成像模型没有考虑感光芯片与对焦线不平行的情况。Faugeras 等<sup>[19]</sup>利用自检校法,从三个角度采集 1D 线扫图,构建并求解三焦张量,以此完成线扫相机的标定工作,但该方法需要三个角度的 1D 线扫图均对焦在同一直线上,标定过程相对繁琐。

静态标定方法中线扫相机得到的特征点空间信息较少,标定精度受限于标定板的制作精度或辅助相机和移动平台的工作效果。为了直接得到 2D 的特征点数据,Draréni 等<sup>[20]</sup>最先提出了一种基于 2D 标定板的动态标定方法,在线扫相机采集的过程中,标定板与相机之间保持匀速运动,此时相机采集的不再是 1D 的数据,而是大量的 2D 数据。在后续的研究中,Donné 等<sup>[21]</sup>和 Hui 等<sup>[22]</sup>又继续优化了动态标定方法,增加了畸变的影响,降低了动态扫描的条件限制。

以上线扫相机标定方法都是建立在 3D 空间线扫模型基础上的,标定求解过程较为繁琐。从应用的角度来看,标定的主要目的是克服内外参数和畸变引起的图像失真,构建像素坐标系与世界坐标系的真实映射关系,近些年有部分学者利用神经网络方法求解光学映射关系<sup>[23-25]</sup>,这些方法取得了很好的应用效果。本文希望简化线扫模型,将 3D 空间成像模型简化为 2D 空间成像模型,重新推导线扫成像模型。设计一种

新型的线扫标定板,实现线扫模型求解及畸变矫正功能,最终完成物理坐标系到像素坐标系的映射关系求解。

## 2 2D 空间线扫相机标定原理

### 2.1 3D 空间线扫成像模型

线扫相机可以视作一种拥有线形感光芯片的面阵相机,故可以从面阵相机的成像模型出发,推导出线阵相机的成像模型。图 1 为王国琿等<sup>[13]</sup>介绍的面阵相机成像模型,定义了 4 个坐标系。其中 3D 坐标系  $O_w-X_wY_wZ_w$  为世界坐标系;3D 坐标系  $O_c-X_cY_cZ_c$  为相机坐标系,原点  $O_c$  为镜头的光学中心;2D 坐标系  $o-xy$  为图像坐标系(虚像),原点  $o$  为镜头光轴与传感器芯片的交点;2D 坐标系  $o'-uv$  为像素坐标系,它与 2D 坐标系  $o-xy$  处在同一平面,但其原点处在传感器芯片的左上角,同时此坐标系的单位是像素, $u$  和  $v$  的取值全部为整数。

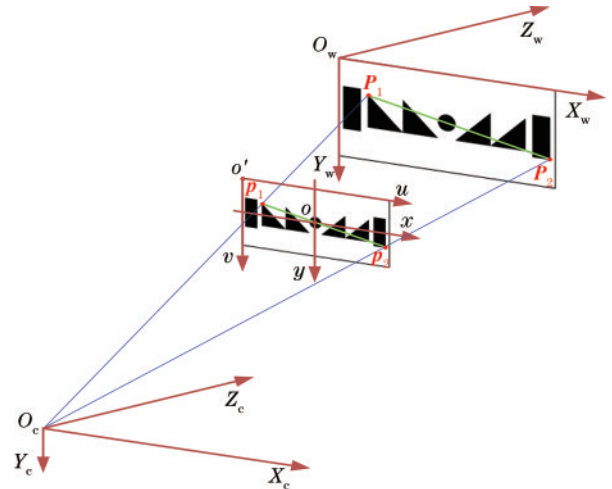


图 1 面阵相机成像模型

Fig. 1 Area scan camera imaging model

面阵相机成像就是将在世界坐标系中的点转变到像素坐标系中的过程。设存在一点  $P_1 = (X_w, Y_w, Z_w)$ ,其在像素坐标系中的坐标为  $p_1 = (u, v)$ ,转换公式可以写为

$$Z_c \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & \beta & u_0 & 0 \\ 0 & f_y & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{3 \times 3} & \mathbf{T}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{1}_{1 \times 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中: $f_x = f/d_x$ , $f_y = f/d_y$ , $f$ 为镜头焦距; $d_x$ 和 $d_y$ 分别为单个像素在 $x$ 和 $y$ 轴方向上对应的物理尺寸; $\beta$ 为相机制造问题导致的图像坐标系与像素坐标系的偏差系数,通常情况下此系数可认为是0; $(u_0, v_0)$ 为图像坐标系原点 $o$ 在像素坐标系中的坐标; $\mathbf{R}_{3 \times 3}$ 和 $\mathbf{T}_{3 \times 1}$ 分别为世界坐标系到相机坐标系的旋转矩阵和平移矩阵。王国琿等<sup>[13]</sup>指出,对于线扫相机,其图像传感器像元阵列

仅有 1 行,故可令  $u_0 = v = 0$ 。线扫相机的成像几何模型可以写为

$$Z_c \begin{bmatrix} u \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & f_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{3 \times 3} & \mathbf{T}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{1}_{1 \times 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & f_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

将式(2)展开,可得

$$\begin{cases} u = f_x \frac{r_{11}X_w + r_{12}Y_w + r_{13}Z_w + t_x}{r_{31}X_w + r_{32}Y_w + r_{33}Z_w + t_z} + u_0 \\ 0 = f_y (r_{21}X_w + r_{22}Y_w + r_{23}Z_w + t_y) \end{cases} \quad (3)$$

由于线扫相机沿  $Y$  方向的成像需要配合运动机构才可以实现,故  $f_y$  不需要标定。因此线阵相机需要标定的参数可以确定,外部参数有 6 个,分别为旋转矩阵  $\mathbf{R}_{3 \times 3}$  中的三个旋转角和平移矩阵  $\mathbf{T}_{3 \times 1}$  中的三个平移量,内部参数为 2 个,分别为  $f_x$  与  $u_0$ 。

以上分析还未考虑镜头的畸变情况,在考虑畸变的情况下,线扫需要标定的参数会更多。关于线扫的标定方法,很多研究学者都进行了积极的探索。但这些方法往往需要辅助的运动机构、相机或高精度的 3D 标定板,在很多实际的应用场景中并不适用。可以构建线扫 2D 空间成像模型,此时特征点的维度可以减少,且不需要辅助机构或高精度 3D 标定物即可完成线扫相机在 2D 成像模型中的标定工作。

## 2.2 简化的 2D 空间线扫成像模型

如图 1 所示,标定板中线段  $P_1P_2$  在感光芯片上的成像位置为  $p_1p_2$ 。由于线扫相机感光芯片和成像区域都是 1D 的线段,且两条线段共面,设线段  $p_1p_2$  为线扫相机的感光芯片,线段  $P_1P_2$  为线扫相机的成像区域。当标定板绕线段  $P_1P_2$  所在轴旋转时,成像区域始终是线段  $P_1P_2$ 。为了方便模型分析,可将标定板平面绕轴  $P_1P_2$  旋转到与感光芯片  $p_1p_2$  共面,此时线扫相机的成像模型可以简化到 2D 空间,如图 2 所示。

模型简化后参数数量减少为 5 个,外参数为  $\theta, t_x, t_y$ ,内参数为  $f_x = f/d_x, u_0$ 。对于外参数,仅需确定成像区域  $P_1P_2$  中的两个点在 2D 世界坐标系  $O_w - X_w Y_w$  中的坐标。此时线扫相机的成像模型可以看作 2D 世界坐标系  $O_w - X_w Y_w$  中的点  $\mathbf{P} = (X_w, Y_w)$  转换为 1D 像素坐标系中的点  $\mathbf{p} = (u, 1)$  的映射模型。

图 3 为线扫 2D 空间成像模型的坐标系变换完整流程,整个变化流程从右至左进行。为方便矩阵运算,将世界坐标系中的点  $P$  记作  $\mathbf{P} = [X_w, Y_w, 1]^T$ ,像素坐标系中的点  $p$  记作  $\mathbf{p} = [u, 1]^T$ 。世界坐标系  $O_w - X_w Y_w$  中的点  $P$  首先通过旋转平移矩阵变换到相机坐标系  $O_c - X_c Y_c$  中,转换矩阵中  $\theta$  为坐标系旋转角度,  $t_x$  和  $t_y$

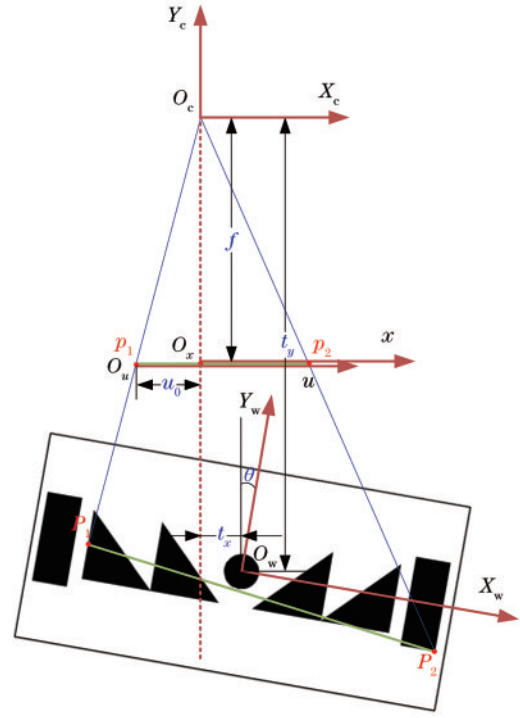


图 2 2D 空间线扫相机成像模型

Fig. 2 2D line scan camera imaging model

为世界坐标系原点  $O_w$  移动到相机坐标系原点  $O_c$  时在  $X_w$  与  $Y_w$  方向上的平移量。利用相似三角形原理,可以将相机坐标系中的点转换至图像坐标系中,转换矩阵中  $f$  为焦距,  $Y_c$  为点  $P$  在相机坐标系  $O_c - X_c Y_c$  中的  $Y_c$  轴方向的坐标。图像坐标系到像素坐标系的转换为原点的平移与单位的转换,其中  $d_x$  为单个像素在  $x$  轴方向上对应的物理尺寸,  $u_0$  为图像坐标系原点  $o$  在像素坐标系中的坐标。故点  $P$  到点  $p$  的变换公式可以写为

$$\begin{bmatrix} u \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{Y_c} \begin{bmatrix} 1/d_x & u_0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & t_x \\ \sin \theta & \cos \theta & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

化简式(4),得

$$Y_c \begin{bmatrix} u \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x \cos \theta + u_0 \sin \theta & -f_x \sin \theta + u_0 \cos \theta & f_x t_x + u_0 t_y \\ \sin \theta & \cos \theta & t_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

设  $f_x = f/d_x$ ,  $m_{11} = f_x \cos \theta + u_0 \sin \theta$ ,  $m_{12} = -f_x \sin \theta + u_0 \cos \theta$ ,  $m_{13} = f_x t_x + u_0 t_y$ ,  $m_{21} = \sin \theta$ ,  $m_{22} = \cos \theta$ ,  $m_{23} = t_y$ ,则式(5)等价于

$$\begin{cases} Y_c u = m_{11} X_w + m_{12} Y_w + m_{13} \\ Y_c = m_{21} X_w + m_{22} Y_w + m_{23} \end{cases} \quad (6)$$

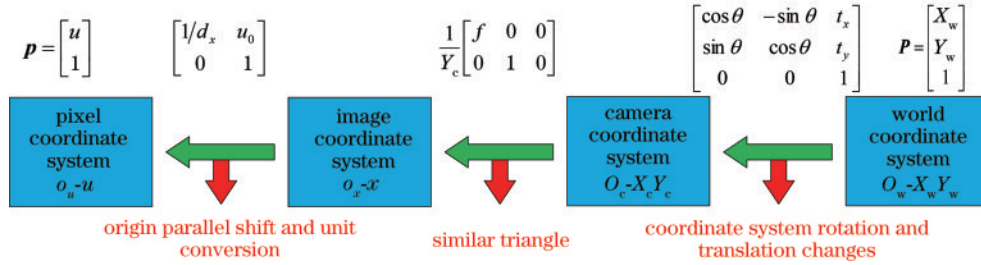


图 3 线扫相机坐标系变换完整流程

Fig. 3 Complete flow of line scan camera coordinate system transformation

易知式(6)中  $Y_c \neq 0$ , 且  $m_{23} = t_y \neq 0$ 。如图 2 所示, 若假设世界坐标系  $O_w-X_wY_w$  的  $X_w$  轴与成像区域  $P_1P_2$  共线, 这样  $P_1P_2$  上所有点的  $Y_w$  坐标均为 0, 故由式(6)可以得到

$$u = \frac{\frac{m_{11}}{m_{23}} X_w + \frac{m_{12}}{m_{23}} Y_w + \frac{m_{13}}{m_{23}}}{\frac{m_{21}}{m_{23}} X_w + \frac{m_{22}}{m_{23}} Y_w + 1} = \frac{\frac{m_{11}}{m_{23}} X_w + \frac{m_{13}}{m_{23}}}{\frac{m_{21}}{m_{23}} X_w + 1} = \frac{t_1 X_w + t_2}{t_3 X_w + 1}, \quad (7)$$

式中:  $t_1 = \frac{m_{11}}{m_{23}}$ ,  $t_2 = \frac{m_{13}}{m_{23}}$ ,  $t_3 = \frac{m_{21}}{m_{23}}$ 。式(7)即为本文构建的线扫相机 2D 空间成像模型, 仅需找到一系列的实际坐标  $X_w$  与对应的像素坐标系中的  $u$  数据, 拟合求解出  $t_1, t_2, t_3$  参数, 即可完成线扫相机的成像模型求解。

值得注意的是, 所提方法仅计算出  $t_1, t_2, t_3$  参数, 这些参数是由模型简化后的 5 个参数构成的, 其中外参数  $\theta, t_x, t_y$ , 内参数  $f_x = f/d_x, u_0$ 。若要分解出具体的内外参数值, 需控制标定物精确移动, 得到多组  $t_1, t_2, t_3$  参数, 这将增加标定过程的复杂性。同时从应用的角度来看, 推导的成像模型无需求解出内外参数的具体值, 故本文未进一步说明如何分离出各内参和外参的内容。

### 2.3 畸变矫正

在实际应用中, 相机的镜头存在畸变情况。直接应用线扫成像模型, 无法满足实际应用要求。镜头畸变主要分为径向畸变与切向畸变。径向畸变由镜面加工的形状误差造成, 分为桶形畸变与枕形畸变。在面阵成像系统中, 认为图像坐标系的原点  $(u_0, v_0)$  处的畸变为 0, 距离  $(u_0, v_0)$  越远, 畸变越大。切向畸变是相机的感光芯片与镜头不平行导致的。对于线扫相机, 由于其感光芯片是 1D 线段, 故可忽略切向畸变, 仅需考虑镜头的径向畸变。

面阵相机成像系统中镜头的径向畸变可用多项式表述为

$$\begin{cases} x_{\text{distorted}} = x(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) \\ y_{\text{distorted}} = y(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) \end{cases}, \quad (8)$$

式中:  $(x, y)$  和  $(x_{\text{distorted}}, y_{\text{distorted}})$  都是图像坐标系中的特征点, 分别对应无畸变与有畸变的情况;  $k_1, k_2, k_3$  是径

向畸变系数, 通常情况下只考虑  $k_1$  与  $k_2$ , 只有在畸变特别大的时候考虑  $k_3$ ;  $r$  为点  $(x, y)$  到图像坐标系原点的距离,  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ 。对于线阵相机, 仅存在  $X$  方向(传感器方向)的畸变<sup>[26]</sup>。为了方便后续的拟合, 将特征点从图像坐标系转换到像素坐标系。将  $x = u - u_0$  和  $x_{\text{distorted}} = u_{\text{distorted}} - u_0$  代入式(8), 可得线扫径向畸变表达式:

$$u_{\text{distorted}} - u_0 = (u - u_0) [1 + k_1 (u - u_0)^2 + k_2 (u - u_0)^4]. \quad (9)$$

对式(9)进行化简, 可以得到

$$u_{\text{distorted}} = s_1 + s_2 u + s_3 u^2 + s_4 u^3 + s_5 u^4 + s_6 u^5, \quad (10)$$

式中:  $s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6$  为化简后的畸变拟合参数, 坐标系转换到像素坐标系后, 线扫畸变模型为一个五次多项式。仅需要选择一组对焦线上的点  $X_w$ , 通过线扫模型式(7)求解出理论的像素坐标  $u$ 。对理论坐标  $u$  与对应的图像实测坐标  $u_{\text{distorted}}$  进行拟合, 即可求解出畸变拟合参数。式(10)为由面阵畸变公式推导的线扫畸变拟合公式。但在测试过程中(线扫像素数为 4096, 线扫视场为约 180 mm), 式(10)的拟合误差很大, 很难达到最优的拟合效果。分析其原因: 由于镜头加工工艺的提升, 镜头的畸变并不大, 故  $u$  与  $u_{\text{distorted}}$  在数值上相近, 仅相差 10 像素以内; 同时  $u$  与  $u_{\text{distorted}}$  的取值范围都为线扫相机的像素数 1~4096, 在 4096 的尺度上拟合 10 像素的误差相对困难。

在畸变拟合时, 如缩小某拟合变量的取值范围, 理论上可提高拟合效果。本文对畸变矫正方法进行了进一步的优化, 在考虑畸变的情况下, 可认为线扫成像模型为

$$u_{\text{distorted}} = u(X_w) + \text{dis}(X_w), \quad (11)$$

式中:  $u_{\text{distorted}}$  为畸变后的实测像素坐标;  $u(X_w)$  为式(7)计算出的无畸变像素坐标;  $\text{dis}(X_w)$  为世界坐标  $X_w$  处产生的畸变偏移, 单位是像素。由式(11)可得

$$\text{dis}(X_w) = u_{\text{distorted}} - u(X_w). \quad (12)$$

当选择一组  $X_w$ , 并计算其对应  $\text{dis}(X_w)$ , 拟合出  $\text{dis}(X_w)$  函数, 即可以完成对畸变的矫正。由于  $\text{dis}(X_w)$  是理论像素位置与畸变像素位置的残差值, 故取值范围并不大, 此时拟合  $X_w$  与  $\text{dis}(X_w)$  的关系, 拟合效果会大大提升。参考式(10), 选取五次多项式近

似表达  $\text{dis}(X_w)$  的数学公式:

$$\text{dis}(X_w) = q_1 + q_2 X_w + q_3 X_w^2 + q_4 X_w^3 + q_5 X_w^4 + q_6 X_w^5, \quad (13)$$

式中:  $q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6$  为畸变拟合参数。当  $\text{dis}(X_w)$  求取完毕后, 式(11)的逆函数即为本文的考虑畸变的线扫标定模型。

### 2.4 简化的 2D 空间线扫成像模型

为了配合线扫相机标定任务的实现, 设计了如图 4 所示的线扫标定板。标定板被划分为 3 个区域: 左右畸变矫正区、无畸变拟合区。各区域之间由分区块隔开。标定板的设计主要考虑 3 个作用: 对焦线指示

(左右畸变矫正区+无畸变拟合区); 无畸变成像模型拟合(无畸变拟合区); 畸变矫正(左右畸变矫正区+无畸变拟合区+分区块)。

设标定板的 X 轴为目标对焦线, 但在实际的应用中, 很难通过静态的线扫结果直接判断对焦区域。本文设计三角形结合交错的矩形, 通过静态线扫结果, 快速实现对焦线位置的判断。如图 4 所示, 若线扫对焦区域为直线 ① 或 ②, 静态线扫图形会有很大的不同。可通过分析静态线扫结果中黑白色块的间隔及粗细直观判断出当前对焦线的大体位置, 通过提取的特征点可计算出对焦线的具体位置。

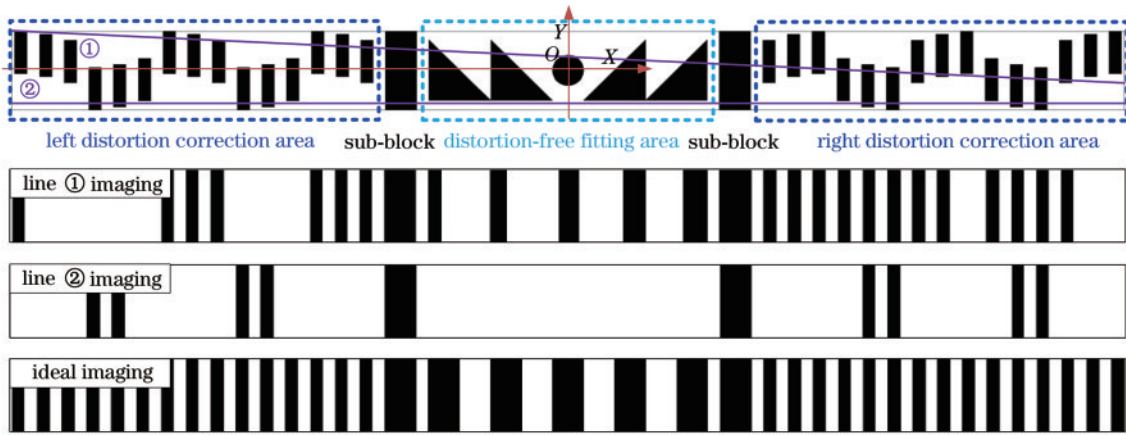


图 4 线扫相机标定板

Fig. 4 Line scan camera calibration plate

## 3 线扫相机标定实现

### 3.1 线扫相机标定流程

图 5 为线扫相机的标定流程。首先通过静态线扫图, 选择标定板无畸变区域的像素特征点  $p_i$ , 利用交比不变性求解出  $p_i$  对应的世界坐标系点  $P_i$ ; 接着通过  $P_i$  拟合出标定板中的对焦线方程; 利用对焦线方程, 重新计算无畸变区域与左右畸变区域的特征点  $X_{w1}$  和  $X_{w2}$ ; 利用无畸变区域的特征点  $X_{w1}$  与对应的像素点  $u_{\text{distorted}}$  拟合无畸变成像模型, 求解出成像参数  $t_1, t_2, t_3$ ; 然后通过无畸变模型求解出所有特征点  $X_w$  对应的理论像素点  $u$ , 同时从静态线扫图上统计出特征点  $X_w$  对应的  $u_{\text{distorted}}$ ; 求解  $X_w$  对应的畸变量  $\text{dis}(X_w)$ ; 拟合畸变模型中的  $q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6$  参数。最终完成整个线扫相机标定过程。

### 3.2 线扫对焦线确定

如图 6 所示, 直线  $P_1 P_8$  为对焦线。对焦线与标定板无畸变区域相交于点  $P_1, P_2, \dots, P_8$ 。其中  $P_1, P_3, P_6, P_8$  为竖线上的点,  $P_2, P_4, P_5, P_7$  为斜线上的点。以中心圆心为原点, 建立标定板坐标系  $O_w - X_w Y_w$ 。标定板中的所有直线的方程为已知量。要确定对焦线的空间位置, 需要求解至少 2 个对焦线上的点坐标。这里以  $P_2$  为例, 推导其在  $O_w - X_w Y_w$  坐标系中的坐标求取

过程。

选取  $P_1, P_2, P_3, P_6$  四个点, 它们在像素坐标系(静态线扫图像)上对应的点为  $p_1, p_2, p_3, p_6$ , 由交比不变性可得

$$C_R = \frac{p_1 p_3 / p_2 p_6}{p_1 p_6 / p_2 p_3} = \frac{P_1 P_3 / P_2 P_6}{P_1 P_6 / P_2 P_3}. \quad (14)$$

$C_R$  可由扫面图像中的  $p_1, p_2, p_3, p_6$  点计算得到。 $P_1, P_2, P_3, P_6$  四个点之间的距离不方便求取, 而点  $a_1, a_2, a_3, a_4$  之间的距离求取较为方便。设直线  $a_1 a_4$  与轴  $X_w$  平行。 $a_1, a_2, a_3, a_4$  是点  $P_1, P_2, P_3, P_6$  在直线  $a_1 a_4$  上的投影点, 由相似三角形原理可得

$$\frac{P_1 P_3 / P_2 P_6}{P_1 P_6 / P_2 P_3} = \frac{a_1 a_3 / a_2 a_4}{a_1 a_4 / a_2 a_4}. \quad (15)$$

由式(14)和式(15)可得

$$C_R = \frac{p_1 p_3 / p_2 p_6}{p_1 p_6 / p_2 p_3} = \frac{a_1 a_3 / a_2 a_4}{a_1 a_4 / a_2 a_4}. \quad (16)$$

设直线  $P_1 a_1$  方程为  $x = \alpha$ , 直线  $P_3 a_3$  方程为  $x = \beta$ , 直线  $P_6 a_4$  方程为  $x = \gamma$ , 直线  $P_2 a_3$  方程为  $y = kx + b$ , 点  $P_2$  的坐标为  $(X, Y)$ , 可得  $a_1 a_3 = \beta - \alpha$ ,  $a_2 a_3 = \beta - X$ ,  $a_1 a_4 = \gamma - \alpha$ ,  $a_2 a_4 = \gamma - X$ 。由于点  $P_2$  在直线  $P_2 a_3$  上, 结合式(16), 可列方程组:

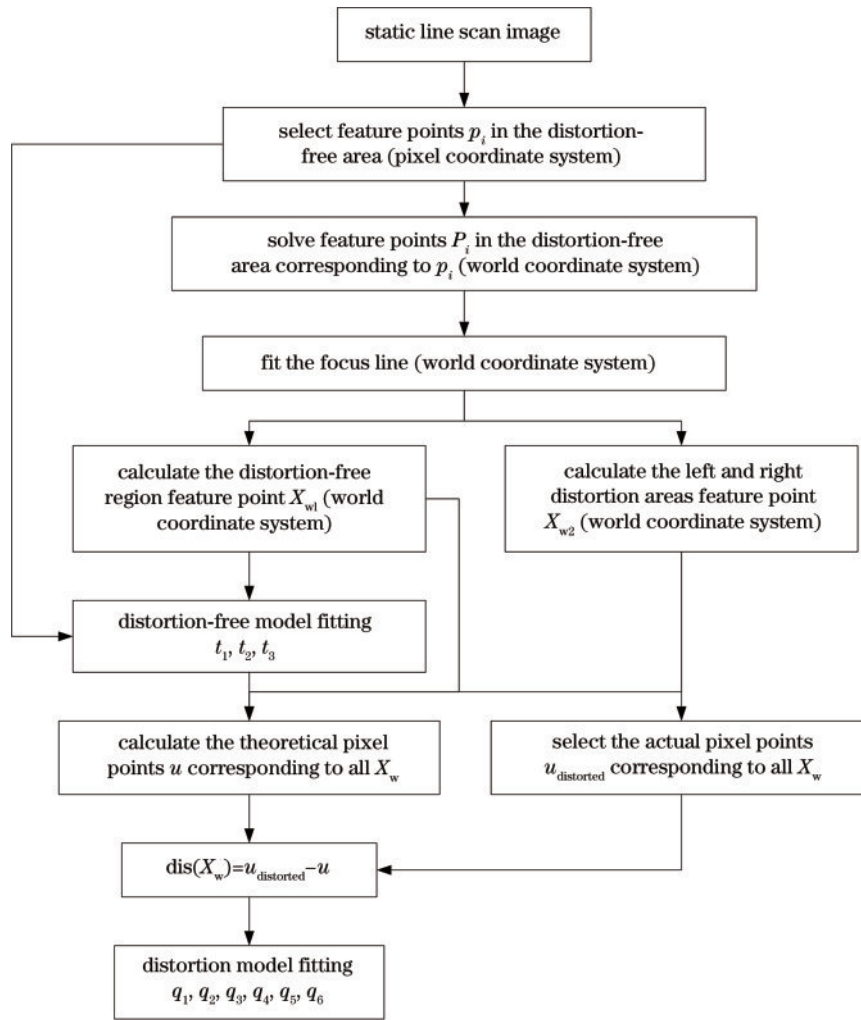


图 5 线扫相机标定流程

Fig. 5 Line scan camera calibration process

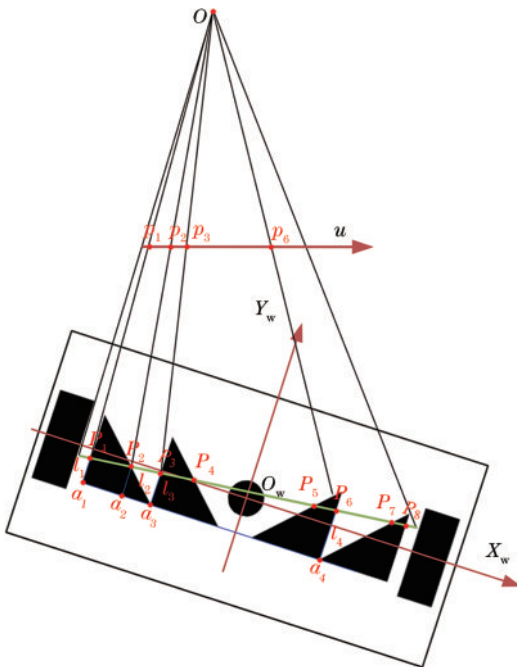


图 6 对焦线位置求解

Fig. 6 Focus line position calculation

$$\begin{cases} C_R = \frac{(\beta - \alpha)/(\beta - X)}{(\gamma - \alpha)/(\gamma - X)}, \\ Y = kX + b \end{cases} \quad (17)$$

由此可计算点  $P_2$  的坐标:

$$\begin{cases} X = \frac{C_R(\gamma - \alpha)\beta - (\beta - \alpha)\gamma}{C_R(\gamma - \alpha) - (\beta - \alpha)}, \\ Y = kX + b \end{cases} \quad (18)$$

同理可求解出  $P_4, P_5, P_7$  的坐标。由于标定板的无畸变区域一共有 4 条竖线和 4 条斜线, 求取一个标定板上点的坐标需要 3 条竖线与 1 条斜线的信息, 故每个点的求解过程可以有  $C_4^3 = 4$  种组合, 故从点  $P_2, P_4, P_5, P_7$  一共可以得到 16 个点的坐标。线性拟合这些点, 可确定线扫对焦线的方程。

### 3.3 标定板特征点提取

理想的对焦线位置为图 4 中标定板的 X 轴, 但在实际应用中很难保证对焦位置与 X 轴重合, 本文设计的标定板在调整对焦线位置时仅需保证对焦线穿过所有标定块, 即可保证标定流程的可靠性。通过计算对焦线与标定板的交点, 可在标定板上得到 72 个特征点, 其中

左右畸变矫正区域有 60 个特征点,无畸变区域有 8 个特征点(圆形标定块忽略),分区块有 4 个特征点。

这些特征点都建立在 2D 坐标系上,为拟合线扫相机的成像几何模型,需将这些特征点转换到 1D 坐标系中。本文以最左侧的特征点为原点,将 1D 坐标系建立在线扫对焦线上,其他特征点的坐标转换为与原点的距离。此时无畸变特征点记作  $X_{w1i}$  ( $i=1, 2, \dots, 8$ ),其他特征点记作  $X_{w2i}$  ( $i=1, 2, \dots, 64$ )。

### 3.4 线扫成像模型计算及畸变矫正

利用无畸变特征点  $X_{w1}$  及其在静态线扫图像中的像素点  $u_{\text{distorted}}$  (在无畸变区域,可认为  $u_{\text{distorted}} = u$ ) 拟合式(7),求取  $t_1, t_2, t_3$ ,得到理论成像模型:

$$u = \frac{t_1 X_w + t_2}{t_3 X_w + 1} \quad (19)$$

将所有的特征点  $X_w$  代入式(18),求取对应的理论像素坐标  $u$ ,通过式(12)计算畸变量  $\text{dis}(X_w)$ ,拟合式(13),求取  $q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6$ ,得到畸变模型。此时包含畸变的线扫相机成像模型可以记作

$$u_{\text{distorted}} = \frac{t_1 X_w + t_2}{t_3 X_w + 1} + q_1 + q_2 X_w + q_3 X_w^2 + q_4 X_w^3 + q_5 X_w^4 + q_6 X_w^5 \quad (20)$$

式(20)在  $X_w$  的取值范围内一定是单调的,故包含畸变的线扫相机成像模型存在逆函数  $X_w = g(u_{\text{distorted}})$ 。在进行畸变矫正时,将  $u_{\text{distorted}}$  代入逆函数中,即可求取出对应的实际物理坐标  $X_w$ 。

## 4 实验与分析

### 4.1 实验条件

为了探究所提 2D 空间线扫相机标定方法的表现效果,设计了如图 7 所示的实验装置。标定板安装在标定板安装棒上,安装棒由机器人夹持,机器人可以精准调整标定板的位置,同时通过机器人第六轴的旋转可以实现圆周线扫功能。实验配置明细如表 1 所示。

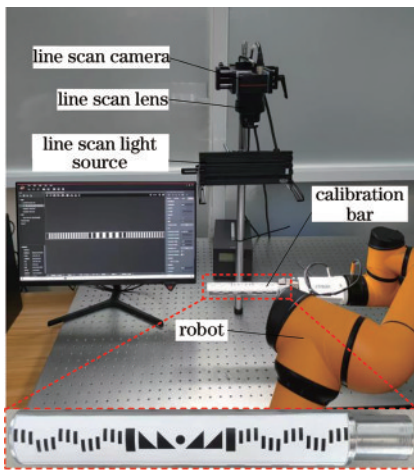


图 7 线扫标定实验装置

Fig. 7 Line scan camera calibration experimental device

表 1 实验配置

Table 1 Experimental configuration

Name	Configuration
Line scan camera	Hikvision MV-CL042-90GC, resolution of 4096×2
Line scan lens	Chiopt LS6016A, focal length of 60 mm
Line scan light	Hannover LSH-200W, length of luminescence of 200 mm, white
Mounting rod	Φ30×200 mm
Calibration plate	180×13 mm (Fig. 4)
Six degree of freedom robot	AUBO-i5
Programming software	Matlab2021b

### 4.2 实验设计

为定量评估所提 2D 空间线扫标定模型的标定精度,设计了如图 8 所示的待检测标定物。

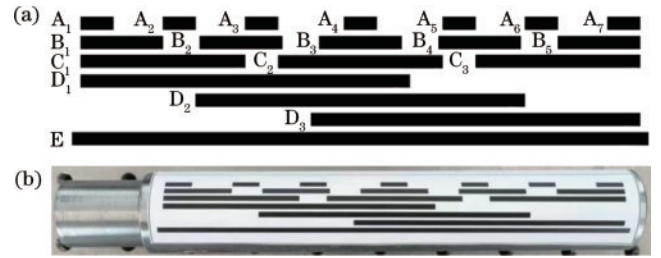


图 8 待检测标定物。(a)设计图;(b)实物图

Fig. 8 Object to be tested. (a) Design drawing;

(b) physical object

4 种标定物具有不同的长度, A 长 10 mm, B 长 25 mm, C 长 50 mm, D 长 100 mm, 分别放置在不同位置。E (长 175 mm) 为分辨率标定块,用以计算平均每个像素代表的实际物理尺寸。标定物通过激光打印机打印,被贴于 Φ30×200 mm 的安装棒上。如图 9 所示,通过调整安装棒的轴线与水平面之间的夹角  $\theta$ ,选取 0°、2°、4° 对 A、B、C、D 标定块进行尺寸测量,

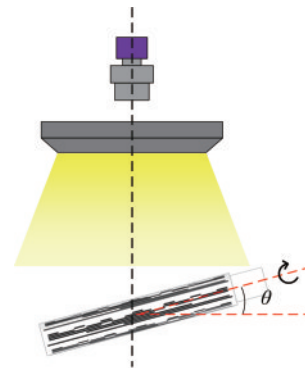


图 9 实验设计示意

Fig. 9 Schematic of the experiment design

以验证所提 2D 空间线扫标定模型的准确性。

### 4.3 测试与分析

#### 4.3.1 畸变拟合效果测试

首先探究所提畸变量拟合方法的表现效果,针对同一张静态标定图,在完成无畸变 2D 线扫成像模型拟合后,对畸变进行拟合。

分别采用式(10)畸变像素坐标拟合法与所提式(13)畸变量拟合方法,进行畸变拟合效果对比。图 10(a)和图 10(c)分别对应两种畸变拟合方法的拟合效果,图 10(b)和图 10(d)对应两种拟合方法的像素

误差。从图 10(c)可见,畸变量  $dis$  的取值范围为  $-7\sim 1$  pixel。如图 10(d)所示,以  $X_w$  为横坐标拟合后,拟合的误差很小,误差基本在  $\pm 1$  pixel 内。如图 10(b)所示,采用式(10)直接拟合畸变像素坐标  $u_{\text{distorted}}$  与无畸变像素坐标  $u$ ,最终的拟合误差范围为  $-4\sim 8$  pixel,此时畸变拟合的误差比实际的畸变量还要大,此畸变矫正方法不仅无法提高系统的标定精度,反而会增加标定的误差。以上实验结果表明,所提畸变量拟合方法在小畸变情况下依旧可以取得良好的畸变拟合效果。

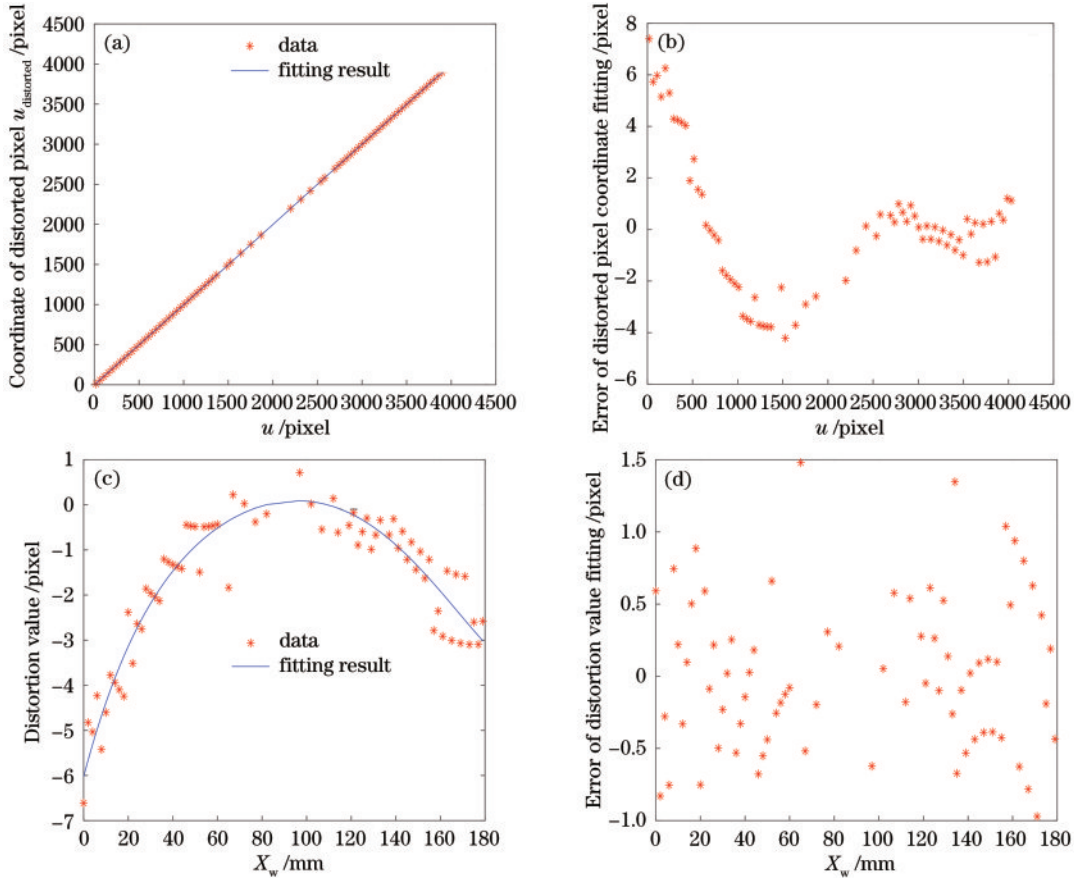


图 10 畸变矫正策略对比。(a)畸变像素坐标拟合法; (b)畸变像素坐标拟合法误差; (c)畸变量拟合法; (d)畸变量拟合法误差

Fig. 10 Comparison of distortion correction strategies. (a) Distorted pixel coordinate fitting method; (b) error of the distorted pixel coordinate fitting method; (c) distortion value fitting method; (d) error of the distortion value fitting method

#### 4.3.2 尺寸标定实验效果

对  $\theta=0^\circ, 2^\circ, 4^\circ$  三种情况下的线扫相机模型进行标定,并对图 8 所示的待测标定物进行尺寸测量,并对测量结果进行统计分析。利用平均绝对误差(MAE)与误差标准方差( $\sigma$ )两个指标验证线扫标定效果的精确性与稳定性。

误差的定义为

$$\mu_i = L'_i - L_i, \quad (21)$$

式中:  $L_i$  为目标长度;  $L'_i$  为检测长度。

平均绝对误差(MAE)的定义为

$$E_{\text{MA}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\mu_i|, \quad (22)$$

式中:  $N$  为待检测物数量。

误差标准方差( $\sigma$ )的定义为

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mu_i - \bar{\mu})^2}, \quad (23)$$

式中:  $\bar{\mu}$  为误差均值。

标定精度的实验数据如表 2 所示。在表 2 中,图片分辨率是由标定物 E 的标定尺寸及像素数计算出来的,约为  $0.0445 \text{ mm/pixel}$ 。由标定物  $A_1$  和  $A_7$  的像素值可见,随着偏移角度  $\theta$  的增加,  $A_1$  至  $A_7$  的像素值的差



表 2 所提方法的标定精度的测试结果  
Table 2 Results of calibration accuracy of the proposed method

Calibration	Position	0°			2°			4°		
		Pixel	Calibration value /mm	Error / mm	Pixel	Calibration value /mm	Error / mm	Pixel	Calibration value /mm	Error / mm
E (170 mm)	E <sub>1</sub>	3921	174.753	-0.247	3914	174.864	-0.136	3932	174.794	-0.206
Resolution (mm·pixel <sup>-1</sup> )			0.04457			0.04468			0.04445	
A (10 mm)	A <sub>1</sub>	227	9.995	-0.005	229	9.953	-0.047	233	9.971	-0.029
	A <sub>2</sub>	225	9.954	-0.046	226	9.919	-0.081	230	9.971	-0.029
	A <sub>3</sub>	225	9.992	-0.008	226	10.005	0.005	228	10.007	0.007
	A <sub>4</sub>	223	9.944	-0.056	223	9.970	-0.030	224	9.969	-0.031
	A <sub>5</sub>	224	10.029	0.029	222	10.021	0.021	223	10.056	0.056
	A <sub>6</sub>	222	9.969	-0.031	219	9.962	-0.038	219	9.982	-0.018
	A <sub>7</sub>	225	10.125	0.125	221	10.123	0.123	220	10.138	<b>0.138</b>
B (25 mm)	B <sub>1</sub>	566	24.960	-0.040	572	24.936	-0.064	580	24.918	-0.082
	B <sub>2</sub>	561	24.890	-0.110	564	24.916	-0.084	570	24.941	-0.059
	B <sub>3</sub>	559	24.927	-0.073	558	24.947	-0.053	560	24.923	-0.077
	B <sub>4</sub>	557	24.958	-0.042	552	24.967	-0.033	551	24.915	-0.085
	B <sub>5</sub>	556	25.008	0.008	548	25.053	0.053	545	25.032	0.032
C (50 mm)	C <sub>1</sub>	1130	49.941	-0.059	1140	49.931	-0.069	1154	49.896	-0.104
	C <sub>2</sub>	1118	49.854	<b>-0.146</b>	1115	49.848	<b>-0.152</b>	1121	49.887	-0.113
	C <sub>3</sub>	1112	49.955	-0.045	1098	50.016	0.016	1094	49.977	-0.023
D (100 mm)	D <sub>1</sub>	2251	99.861	-0.139	2262	99.931	-0.069	2282	99.865	-0.135
	D <sub>2</sub>	2241	99.925	-0.075	2236	99.957	-0.043	2247	99.967	-0.033
	D <sub>3</sub>	2230	99.877	-0.123	2209	99.849	-0.151	2210	99.867	-0.133
MAE				0.064	0.063				0.066	
$\sigma$				0.063	0.065				0.068	

越来越大,但标定后的标定值并没有显著的变化。同理 B<sub>1</sub> 至 B<sub>5</sub>、C<sub>1</sub> 至 C<sub>3</sub>、D<sub>1</sub> 至 D<sub>3</sub> 也可以看到此现象。从平均绝对误差来看,不同偏移角度下,误差稳定在 0.06 mm (约 1.5 像素),误差标准方差稳定在 0.068 以下。此实验结果证明了所提标定算法具有良好的标定精度,在不同实验条件下,标定结果依然具有很高的稳定性。

为验证所提方法的标定效果,以相同标定物对比了 Horaud 方法<sup>[15]</sup>的标定精度,实验结果如表 3 所示。对比表 2 和表 3 中的平均绝对误差, Horaud 方法仅在  $\theta=2^\circ$  时取得了比所提方法略优的效果,在其他角度下标定精度与所提方法相差较大。从表 2 和表 3 的最大误差来看(加粗),所提方法的最大误差要小于 Horaud 方法的最大误差,同时所提方法的误差标准方差( $\sigma$ )指标也要小于 Horaud 方法,故所提方法更为稳定。分析原因, Horaud 方法并未将畸变的影响考虑在内,导致其标定精度略低于所提方法。

综上所述,所提 2D 空间线扫成像标定模型对畸变的矫正具有良好的效果,标定的平均精度可以达 1.5 个像素以内。与常用的 Horaud 线扫标定方法相比,所提方法标定过程简单且标定精度较高,可满足各种中

低精度应用场景的线扫标定要求。

## 5 结 论

针对线扫相机标定问题,构建了一种 2D 空间线扫相机成像模型,并给出了完整的推导及求解过程。设计了一种新型的线扫相机标定板,基于交比不变性,快速定位对焦线位置。在畸变拟合方面,提出了一种基于畸变量拟合的畸变矫正方法,解决小畸变量情况下的拟合误差问题。实验结果表明,所提线扫标定方法可取得 0.06 mm 的平均绝对误差(约 1.5 像素),误差标准方差稳定在 0.068 以下,取得了良好的实验测试效果。需要指出的是,本文中的标定板仅为打印的 A4 纸,实验光照的均匀性、特征点提取算法的精度等因素还有待进一步提升。在面对高精度的标定问题时,还需要进一步优化标定法中的各个环节。本文标定过程并未计算出具体内外参数,仅从应用层面对像素坐标与物理坐标的对应关系进行求解。在后续的研究中,将继续优化标定过程的科学性,对内外参数具体值进行求解,同时分析标定过程的光照、标定物设计等影响标定精度的因素。

表 3 Horaud 方法的标定精度的测试结果  
Table 3 Results of calibration accuracy of Horaud method

Calibration	Position	0°			2°			4°			
		Pixel	Calibration value /mm	Error / mm	Pixel	Calibration value/mm	Error / mm	Pixel	Calibration value /mm	Error / mm	
E(170 mm)	E <sub>1</sub>	3921	174.753	-0.247	3914	174.864	-0.136	3932	174.794	-0.206	
Resolution (mm·pixel <sup>-1</sup> )			0.04457			0.04468			0.04445		
A (10 mm)	A <sub>1</sub>	226	9.841	-0.159	229	9.953	-0.047	233	10.041	0.041	
	A <sub>2</sub>	225	9.966	-0.034	226	9.932	-0.068	230	10.038	0.038	
	A <sub>3</sub>	225	10.006	0.006	226	10.008	0.008	228	10.011	0.011	
	A <sub>4</sub>	223	9.933	-0.067	223	9.963	-0.037	224	9.936	-0.064	
	A <sub>5</sub>	224	10.025	0.025	222	10.020	0.020	223	10.053	0.053	
	A <sub>6</sub>	222	9.983	-0.017	219	9.968	-0.032	219	10.008	0.008	
	A <sub>7</sub>	225	10.103	0.103	221	10.113	0.113	220	10.098	0.098	
B (25 mm)	B <sub>1</sub>	566	24.807	-0.193	572	24.954	-0.046	580	25.112	0.112	
	B <sub>2</sub>	561	24.934	-0.066	564	24.931	-0.069	570	24.992	-0.008	
	B <sub>3</sub>	559	24.901	-0.099	558	24.931	-0.069	560	24.844	-0.156	
	B <sub>4</sub>	557	24.961	-0.039	552	24.969	-0.031	551	24.930	-0.070	
	B <sub>5</sub>	556	24.995	-0.005	548	25.044	0.044	545	25.008	0.008	
C (50 mm)	C <sub>1</sub>	1130	49.831	-0.169	1140	49.976	-0.024	1154	50.211	0.211	
	C <sub>2</sub>	1118	49.817	-0.183	1115	49.825	<b>-0.175</b>	1121	49.761	<b>-0.239</b>	
	C <sub>3</sub>	1112	49.965	-0.035	1098	50.017	0.017	1094	50.002	0.002	
D (100 mm)	D <sub>1</sub>	2251	99.740	<b>-0.260</b>	2262	99.959	-0.041	2282	100.077	0.077	
	D <sub>2</sub>	2241	99.938	-0.062	2236	99.953	-0.047	2247	99.920	-0.080	
	D <sub>3</sub>	2230	99.841	-0.159	2209	99.828	-0.172	2210	99.779	-0.221	
MAE				0.093					0.059		
$\sigma$				0.090					0.066		

参 考 文 献

[1] 林军, 袁浩, 刘悦, 等. 基于轻量级卷积神经网络的地铁轨道线路状态检测系统[J]. 机车电传动, 2022(2): 97-104.  
Lin J, Yuan H, Liu Y, et al. Track line status detection system for subway based on lightweight convolutional network[J]. Electric Drive for Locomotives, 2022(2): 97-104.

[2] Feng J H, Yuan H, Hu Y Q, et al. Research on deep learning method for rail surface defect detection[J]. IET Electrical Systems in Transportation, 2020, 10(4): 436-442.

[3] Feng X L, Gao X W, Luo L. X-SDD: a new benchmark for hot rolled steel strip surface defects detection[J]. Symmetry, 2021, 13(4): 706.

[4] 孙泽强, 陈炳才, 崔晓博, 等. 融合频域注意力机制和解耦头的YOLOv5带钢表面缺陷检测[J]. 计算机应用, 2023, 43(1): 242-249.  
Sun Z Q, Chen B C, Cui X B, et al. Strip steel surface defect detection by YOLOv5 algorithm fusing frequency domain attention mechanism and decoupled head[J]. Journal of Computer Applications, 2023, 43(1): 242-249.

[5] 许玉格, 钟铭, 吴宗泽, 等. 基于深度学习的纹理布匹瑕疵检测方法[J]. 自动化学报, 2023, 49(4): 1001-1015.  
Xu Y G, Zhong M, Wu Z Z, et al. Detection of detecting textured fabric defects based on deep learning [J]. Acta Automatica Sinica, 2023, 49(4): 1001-1015.

[6] Jing J F, Wang Z, Ratsch M, et al. Mobile-Unet: an efficient convolutional neural network for fabric defect detection[J]. Textile Research Journal, 2022, 92(1/2): 30-42.

[7] Garg M, Dhiman G. Deep convolution neural network approach for defect inspection of textured surfaces[J]. Journal of the Institute of Electronics and Computer, 2020, 2(1): 28-38.

[8] 王丹. 燃料棒端塞外观检测系统设计[J]. 中国测试, 2020, 46(S2): 81-84.  
Wang D. Design of fuel rod end plug appearance inspection system[J]. China Measurement & Test, 2020, 46(S2): 81-84.

[9] 王建荣, 王任享, 胡莘. 基于LMCCD影像的相机参数在轨标定[J]. 光学精密工程, 2019, 27(4): 984-989.  
Wang J R, Wang R X, Hu X. On-orbit calibration of camera parameters based on line-matrix charge-coupled device imagery[J]. Optics and Precision Engineering, 2019, 27(4): 984-989.

[10] 姚园, 许永森, 丁亚林, 等. 大视场三线阵航空测绘相机光学系统设计[J]. 光学精密工程, 2018, 26(9): 2335-2344.  
Yao Y, Xu Y S, Ding Y L, et al. Optical-system design for large field-of-view three-line array airborne mapping

- camera[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2018, 26(9): 2335-2344.
- [11] Zhang K N, Hu J J, Yang W J. Deep compressed imaging via optimized-pattern scanning[J]. *Photonics Research*, 2021, 9(3): B57-B70.
- [12] 杨凌辉, 杨金成, 廖瑞颖, 等. 基于线阵图像傅里叶与灰度匹配算法的三维测量[J]. *激光与光电子学进展*, 2021, 58(20): 2012001.
- Yang L H, Yang J C, Liao R Y, et al. Three-dimensional measurement based on line-scan image Fourier and grayscale matching algorithm[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(20): 2012001.
- [13] 王国辉, 钱克矛. 线阵相机标定方法综述[J]. *光学学报*, 2020, 40(1): 0111011.
- Wang G H, Qian K M. Review on line-scan camera calibration methods[J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(1): 0111011.
- [14] 朱瑶, 王治乐, 贺磊, 等. 线扫描相机标定及畸变矫正方法[J]. *航天返回与遥感*, 2017, 38(6): 46-53.
- Zhu Y, Wang Z L, He L, et al. Calibration and distortion correction method of line scan camera[J]. *Spacecraft Recovery & Remote Sensing*, 2017, 38(6): 46-53.
- [15] Horaud R, Mohr R, Lorecki B. Linear camera calibration [C]//*Proceedings 1992 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, May 12-14, 1992, Nice, France. New York: IEEE Press, 2002: 1539-1544.
- [16] Luna C A, Mazo M, Lazaro J L, et al. Calibration of line-scan cameras[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2010, 59(8): 2185-2190.
- [17] Li D D, Wen G J, Bing W H, et al. Cross-ratio invariant based line scan camera geometric calibration with static linear data[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2014, 62: 119-125.
- [18] Li D D, Wen G J, Qiu S H. Cross-ratio-based line scan camera calibration using a planar pattern[J]. *Optical Engineering*, 2016, 55(1): 014104.
- [19] Faugeras O, Quan L, Sturm P. Self-calibration of a 1D projective camera and its application to the self-calibration of a 2D projective camera[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(10): 1179-1185.
- [20] Draréni J, Roy S, Sturm P. Plane-based calibration for linear cameras[J]. *International Journal of Computer Vision*, 2011, 91(2): 146-156.
- [21] Donné S, Luong H, Dhondt S, et al. Robust plane-based calibration for linear cameras[C]//*2017 IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, September 17-20, 2017, Beijing, China. New York: IEEE Press, 2018: 36-40.
- [22] Hui B W, Wen G J, Zhao Z X, et al. Line-scan camera calibration in close-range photogrammetry[J]. *Optical Engineering*, 2012, 51(5): 053602.
- [23] Pei X Y, Yu X B, Gao X, et al. End-to-end optimization of a diffractive optical element and aberration correction for integral imaging[J]. *Chinese Optics Letters*, 2022, 20(12): 121101.
- [24] Leng L M, Zeng Z B, Wu G H, et al. Phase calibration for integrated optical phased arrays using artificial neural network with resolved phase ambiguity[J]. *Photonics Research*, 2022, 10(2): 347-356.
- [25] Wang W H, Zhao X, Jiang Z X, et al. Deep learning-based scattering removal of light field imaging[J]. *Chinese Optics Letters*, 2022, 20(4): 041101.
- [26] 远国勤, 郑丽娜, 张洪文, 等. 线阵相机二维高精度内方位元素标定[J]. *光学精密工程*, 2019, 27(8): 1901-1907.
- Yuan G Q, Zheng L N, Zhang H W, et al. Multi-dimensional high-precision calibration method for line-scan camera[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2019, 27(8): 1901-1907.