激光写光电子学进展

基于像清晰化的光学多孔径活塞误差校正方法

陈波,揭烝耀*

华北理工大学电气工程学院,河北 唐山 063210

摘要 光学多孔径共相综合是获得高分辨率成像的有效方法。针对子孔径间的活塞误差,提出一种基于干涉图像清晰化的校正方法。在理论分析的基础上,建立数值仿真模型,分析所提方法的校正范围和误差。结果表明,在复色光情况下,对于小于相干长度的活塞误差,以远场干涉图像的清晰度为目标函数、0.5个中心波长的整数倍为扰动步长,采用双边扰动梯度下降算法进行迭代优化,能够实现活塞误差的高精度闭环校正。

关键词 自适应光学;活塞误差;校正;像清晰化;合成孔径 中图分类号 O436.1 文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP222925

Piston Error Correction Method of Optical Multi-Aperture Based on Image Sharpness

Chen Bo, Jie Zhengyao*

College of Electrical Engineering, North China University of Science and Technology, Tangshan 063210, Hebei, China

Abstract Co-phasing alignment of the optical multi-aperture is effective method in achieving high-resolution imaging. A correction method based on interference image sharpness is proposed to resolve the piston error between sub-apertures. A numerical simulation model is established and the correction range and piston error of the proposed correction method are analyzed according theoretically. According to the results, under polychromatic light, this iterative optimization method achieves a high-precision, closed-loop correction of piston errors smaller than the coherence length. In this method, the sharpness function of the far-field interference image is considered to be the objective function, and the integer multiple of the half-center wavelength is used as the step size for the bilateral perturbation gradient descent algorithm. **Key words** adaptive optics; piston error; correction; image sharpness; synthetic aperture

1引言

光学成像是获取空间信息、发现和识别目标的重 要手段,角分辨率是成像系统的重要技术指标。理想 情况下,系统的角分辨率与系统的有效口径成正比。 针对特定工作波长,增大有效口径能够有效提高系统 角分辨率。考虑到大口径系统的制造受到材料、工艺、 质量、成本等因素的限制^[1],光学多孔径综合成像成为 高分辨率成像的有效方法。在实际应用中,由于装调 误差、加工误差、外界扰动等原因,各子孔径会存在一 定的活塞误差,使得像面的点扩散函数发生旁瓣泄漏, 成像分辨率下降。因此,活塞误差探测与校正对于多 孔径综合成像具有重要意义。 目前常用的活塞误差探测方法可概括为3种:焦 面检测、瞳面检测和远场图像检测。焦面检测方法一 般采集若干焦面或离焦面图像,然后通过已知离焦量、 系统点扩展函数与平移误差之间的非线性关系迭代计 算得到待测平移误差^[2]。瞳面检测法主要包括:哈特 曼检测法^[3]、四棱锥传感器检测法^[4-5]、马赫-曾德尔干 涉检测法^[6]、泽尼克相衬法^[7]、色散条纹传感器检测 法^[8-11]等。远场图像检测法通过对远场干涉图像进行 分析来检测和校正活塞误差^[12-17]:文献[12]分析了系 统远场与活塞误差的关系,提出基于远场相似度的共 相检测方法;文献[13]仿真分析了单色光和白光照明 两种情况下分块镜共相位误差与评价函数的变化关 系,提出基于双边扰动的梯度下降(SPGD)算法和遗

先进成像

收稿日期: 2022-10-31;修回日期: 2022-11-21;录用日期: 2022-12-07;网络首发日期: 2023-01-04

基金项目:河北省自然科学基金(F2019209443)

研究论文

传算法的混合优化校正算法;文献[14]采用 SPGD 算 法校正失调误差,对比了几种评价函数的性能;文献 [15]分析了基于模拟退火算法的活塞误差校正算法; 文献[16-17]研究了不同情况下基于 SPGD 算法及其 改进算法的校正效果。与基于焦面和瞳面探测的检测 技术相比,远场图像法实现起来更加方便。

基于国内外研究进展,本文在理论分析的基础上, 通过数值仿真对基于远场图像指标优化校正方法的主 要参数、检测范围和误差进行了研究。

2 所提方法

光学合成孔径系统由若干个特定空间排布的子孔 径组成。通常选择某一个子孔径为相位参考零位,直 接或间接测量和校正其他子孔径的相对相位误差。因 此多孔径共相综合需要解决的仍然是两个子孔径的误 差检测和校正问题。

以两个子孔径为例,基于远场干涉图像清晰化的 活塞误差检测和校正模型如图1所示。以子镜1为参 考,子镜2的活塞误差为∂。控制器利用相机等光电探 测器记录的远场干涉图像分析活塞误差,并产生控制 信号驱动子镜2位移,完成误差校正。宽带光条件下, 当只考虑子镜平移误差时,远场干涉强度^[18]可简化为

$$I = \int_{k_0 - \Delta k/2}^{k_0 + \Delta k/2} 2 I_0 (1 + \cos k\delta) dk = 2I_0 \Delta k \cdot \begin{bmatrix} 1 + \frac{\sin\left(\frac{\Delta k}{2}\delta\right)}{\frac{\Delta k}{2}\delta} \cos(k_0\delta) \end{bmatrix} = 2I_0 \Delta k \begin{bmatrix} 1 + \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta k}{2}\delta\right) \cos(k_0\delta) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中: k_0 为中心波长 λ_0 对应的波数; Δk 为波数宽度; I_0 表示光强的谱密度(假设为常数);k为波数; δ 为活塞 误差。式(1)中的第1项表示干涉场的平均强度,第 2项随着活塞误差 δ 的增大而振荡减小,整体包络为 sinc函数,振荡周期为 λ_0 。由于带宽 $\Delta\lambda$ 范围内每个波





第 60 卷第 20 期/2023 年 10 月/激光与光电子学进展

长的光都会在透镜焦平面上产生各自的一组干涉条 纹,除零级条纹外,条纹之间均有位移,其相对位移量 随着干涉光束间光程差δ的增大而增大。因此,其干 涉场总光强的条纹可见度会随着δ的增大而降低。

根据 sinc 函数的性质,由式(1)可知,对于一定的 Δk ,当 δ 等于0时,干涉场条纹可见度最大,随着 δ 增大 干涉场条纹可见度减小,当 $\delta = 2\pi/\Delta k = \lambda_0^2/\Delta \lambda$ 时条纹 可见度最小。因此,可采用基于远场像清晰化的活塞 误差探测和校正方法。对于一个 $M \times N$ 的干涉强度 图像I(m,n),像清晰度函数 $f^{[13]}$ 可以表示为

$$J = \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} I^{2}(m, n)_{\circ}$$
(2)

清晰度函数*J*与干涉场光强*I*一致,随着δ增大振 荡减小,当 $\delta = \lambda_0^2 / \Delta \lambda$ 时最小。采用清晰度函数*J*作为 优化目标函数,以子镜2的位移量*d*为迭代变量,采用 SPGD算法进行迭代优化¹⁹,使得*J*趋于最大值,即可 实现活塞误差的闭环校正。位移量*d*的迭代方式 如下:

$$d(n+1) = d(n) + \gamma (J_{+} - J_{-}) \Delta d, \ n = 0, 1, 2, \cdots,$$
(3)

式中:d(n+1)和d(n)表示第n+1和n次迭代得到 的位移量; γ 为常数,可控制迭代精度; Δd 为扰动步长; J_{+} 和 J_{-} 分别为施加正向和负向扰动时的清晰度函数 值。定义校正误差 $e(n) = d(n) + \delta$ 。

3 仿真

3.1 像清晰度函数随活塞误差的变化趋势

仿真参数如下:中心波长 λ_0 为600 nm,2个圆形子 镜的半径为2 mm(即光束半径),中心间距为6 mm,会 聚透镜的焦距为20 cm。数值仿真 $\Delta\lambda$ 分别等于0 nm、 3.2 nm、16 nm、32 nm、320 nm时的光强干涉图像,计 算得到像清晰度J随活塞误差的变化曲线,如图 2~4



- 图 2 带宽分别等于 0 nm、3.2 nm、16 nm、32 nm、320 nm 时 J随 平移误差变化的曲线
- Fig. 2 Curves of *J* varying with piston errors under different bandwidths of 0 nm, 3.2 nm, 16 nm, 32 nm, and 320 nm



图 3 带宽分别等于 3.2 nm 和 16 nm 时 J随平移误差变化的曲线 Fig. 3 Curves of J varying with piston errors under bandwidths of 3.2 nm and 16 nm



图 4 带宽分别等于 0 nm 和 3. 2 nm 时 J 随平移误差变化的曲线 Fig. 4 Curves of J varying with piston errors under bandwidths of 0 nm and 3. 2 nm

所示,为了便于比较进行了最大值归一化处理。

可以看出:1)当 $\Delta\lambda$ 等于0时,*J*随活塞误差的变化 为余弦曲线,周期为中心波长;2) $\Delta\lambda$ 不等于0时,*J*总 体变化趋势为sinc($\Delta k \delta/2$), $\delta \pm 0 \sim \lambda_0^2 / \Delta \lambda$ 范围内时,*J* 与 δ 时之间的线性度较好,*J*随着 δ 的增大显著减小, 如图3所示;3)当 $\Delta \lambda$ 不等于0时,随着活塞误差的增 大,*J*振荡减小,振荡周期与式(1)中的*I*一致,为中心 波长 λ_{00}

由上述分析可知,理想的单色光情况下,J随活塞 误差的变化等幅振荡,因此不能采用迭代优化方法。 复色光情况下,当活塞误差 δ 位于 $0\sim\lambda_0^2/\Delta\lambda$ 范围时,J 振荡减小,因此采用梯度下降算法对子镜位置进行迭 代使得J趋于最大,即可实现活塞误差的闭环校正。 考虑到J以中心波长 λ_0 为振荡周期,为了防止算法陷 入局部极值,式(3)中的扰动步长 Δd 应为 $\lambda_0/2$ 的整数 倍,即 $\Delta d = 0.5m\lambda_0,m$ 为整数。具体原因有以下两 点:1)如图4所示,不论当前位移量 d_n 的大小,正向扰 动 $d_n + 0.5m\lambda_0$ 和负向扰动 $d_n - 0.5m\lambda_0$ 正好相差 $m\lambda_0$,对应的($J_+ - J_-$)总可以得出正确的迭代方向,如 当 d_n 为负数时 J_+ 一定大于 J_- ,反之 J_- 一定大于 J_+ ; 2)由于J的总体趋势为sinc($\Delta k\delta/2$),因此选择 $\lambda_0/2$ 的 整数倍作为扰动步长,梯度($J_+ - J_-$)的取值范围由

第 60 卷第 20 期/2023 年 10 月/激光与光电子学进展

 $sinc(\Delta k \delta/2)$ 确定,便于确定式(3)中的 γ_{\circ}

需要说明的是,式(1)和图 2~4均假设光强谱密 度为常数,实际中光源并非等强度均匀分布,但根据文 献[18]可知,光强谱密度分布对远场干涉图的条纹可 见度影响不大,所以仍可以通过该方法估计对活塞误 差的校正范围。 $\Delta\lambda$ 等于16 nm时,令光强谱密度函数 分别为高斯分布、均匀分布、随机分布(3组),分别计 算像清晰度函数值,结果如图 5 所示。可以看出,5组 数据基本一致, $\delta \in 0 \sim \lambda_0^2 / \Delta \lambda$ 范围内时,*J*随 δ 的单调 特性较好。



图 5 不同光强谱密度分布时J随活塞误差的变化趋势 Fig. 5 Variation trend of J with piston error under different spectral density distributions

3.2 闭环校正

光强谱密度随机分布,中心波长λ₀取600 nm,Δλ 为 3.2 nm,则 $\lambda_0^2/\Delta\lambda$ 为112.5 µm。令子镜 2 的活塞误 差 δ 分 别 为 - 108 µm、87.607 µm、22.05 µm、 -1.27 µm、0.60 µm、-0.11 µm,扰动步长 Δd 取 2 倍 中心波长,对子镜 2 的活塞误差进行迭代校正,J 的迭 代结果如图 6(a)、(b)所示,校正误差 e 的迭代结果如 图 6(c)、(d)所示,e 均小于 4 × 10⁻⁹ nm。可以看出: 1)扰动步长 Δd 取 2 倍中心波长时,迭代算法可以高精 度 校 正 $\lambda_0^2/\Delta\lambda$ 以内的活 塞 误差;2)活 塞 误差 δ 为 0.6 µm 时,J 正好位于局部极大值,而且与其最优值(δ 为 0 时)非常接近(图 3),算法仍然可以有效跳出局部 极值,实现高精度校正,如图 6(b)所示。Δd 对活塞误 差的影响如图 7 所示。

活塞误差为87.607 μm、Δd等于2λ。时,校正前后 的远场干涉图和中心截面分别如图8(a)、(b)所示。 可以看出,受到活塞误差的影响,校正前干涉图像的零 级条纹可见度较小,校正后干涉条纹可见度显著提高, 进一步说明所提算法的可行性。

3.3 与单边扰动方式的对比

SPGD算法也可以采用单边扰动的方式测量梯度 信息并进行迭代,如式(4)所示。

 $d(n+1) = d(n) + \gamma (J_+ - J) \Delta d, n = 0, 1, 2, \dots$ 。(4) 以单边扰动方式测量时,同样为了确保J能够跳







图 7 Δd 的影响。(a) Δd 为 0. 5 λ_0 的整数倍; (b) Δd 为 0. 5 λ_0 的非整数倍 Fig. 7 Influence of Δd . (a) Δd is an integer multiple of half center wavelength; (b) Δd is a non-integer multiple of half-center wavelength



图 8 校正前后的远场干涉图。(a)校正前;(b)校正后 Fig. 8 Far-field interferograms before and after correction. (a) Before correction; (b) after correction

出局部极值向最优值收敛, $(J_+ - J)$ 要与J总体趋势一致,因此扰动步长 Δd 应为 λ_0 的整数倍,即 $\Delta d = m\lambda_0, m$ 为整数。原因在于:如图4所示,不论当前位移量 d_n 的

大小,正向扰动点 $d_n + m\lambda_0$ 和当前 d_n 点正好相差 $m\lambda_0$, 对应的 $(J_+ - J)$ 与 sinc $(\Delta k \delta/2)$ 的整体趋势一致,确保 了迭代方向是正确的。

从速度和校正误差两个方面对比单边扰动方式和 双边扰动方式。速度方面,当单边法的扰动幅度 Δd 是 双边法的2倍时,单边扰动幅度 $\Delta d = \lambda_0$ 、双边扰动 $\Delta d = 0.5\lambda_0, (J_+ - J) 与 (J_+ - J_-)接近, \gamma相等时单边扰动法$ 中<math>d(n)的更新量为 $\gamma(J_+ - J)\lambda_0$,是双边扰动法 $\gamma(J_+ - J_-)0.5\lambda_0$ 的2倍左右,因此速度更快。单边扰动幅度和 双边扰动幅度分别是 λ_0 和0.5 λ_0 时的仿真结果如图9所 示,证实了这一点。

校正误差方面,结合图 10进行说明。当单边扰动 幅度 $\Delta d = \lambda_0$ 时,假设当前 $d(n) = -0.5\lambda_0$,对应的 J 位 于 A 点,施加扰动 $\Delta d = \lambda_0$ 后, J_+ 位于 B 点 $[d(n) + \Delta d = 0.5\lambda_0]$,由于 $J_+ = J$,所以算法陷入局部极值,校正 误差为 0.5 λ_0 。同理,当单边扰动幅度 $\Delta d = 2\lambda_0$ 时,假设 当前 $d(n) = -\lambda_0$ (次峰值),则施加扰动 $\Delta d = 2\lambda_0$ 后,同 样由于 $J_+ = J$,算法陷入局部极值,校正误差为 λ_0 。依次 类推,当光波带宽 $\Delta\lambda$ 较小时,由于 J 的周期振荡特性,单





边扰动法的校正误差为扰动幅度的一半,即0.5△d。

对于双边扰动幅度,假设当前同样位于A点, Δd = 0.5 λ_0 ,施加正向扰动后 J_+ 位于D点,施加负向扰动后 J_- 位于C点,由于($J_+ - J_-$)的方向与J的总体趋势一致,因此d(n)的迭代方向正确。事实上,由图 10可知,不论当前d(n)的大小,只要扰动步长 Δd 是 $\lambda_0/2$ 的整数



图 10 带宽等于 32 nm 时 J 随平移误差变化的曲线 Fig. 10 Curve of J varying with piston errors under a bandwidth of 32 nm

倍,d(n)的迭代方向始终正确,理论上校正误差为0。

取活塞误差为 87.607 μm,当光波带宽 Δλ= 3.2 nm、Δd分别是 λ_0 、2 λ_0 、3 λ_0 、4 λ_0 时,对两种方法校正 后的误差e进行了对比。图 11(a)为单边扰动的迭代情况,图 11(b)为双边扰动的迭代情况,图 11(c)两种方法 校正后的绝对误差|e|的对比,结果证实了以上分析。



图 11 两种方法的对比。(a)单边扰动校正结果;(b)双边扰动校正结果;(c)绝对误差的对比

Fig. 11 Comparison of the two methods. (a) Results of the unilateral disturbance method; (b) result of the bilateral disturbance method; (c) comparison of absolute error

3.4 图像噪声对测量的影响

仿真分析了图像噪声对双边扰动校正方法的影响。仿真中相机像素深度为10,最大灰度值为1024, 仿真中控制图像的最大灰度值约为900,在干涉图像 中加入高斯白噪声,均值和方差分别为40和16(实际 的相机参数一般优于该参数)。光波带宽 $\Delta\lambda$ = 3.2nm,活塞误差为87.607 μ m,扰动步长 Δd 等于 2.5个中心波长。10次校正中绝对误差|e(n)|的平均 情况如图12(a)中的实线所示。利用收敛后的|e(n)|的均值作为校正误差,结果为3.22 λ_0 。利用阈值法来



图 12 噪声的影响。(a)阈值法降噪前后绝对误差的迭代曲线;(b)阈值法降噪前后的校正误差对比 Fig. 12 The impact of noise. (a) Iterative curve of absolute error before and after noise reduction by the threshold method; (b) comparison of absolute error before and after noise reduction by the threshold method

研究论文

减小噪声影响,令阈值为30,绝对误差 | e(n) | 的迭代曲 线如图 12(a) 中的虚线所示,校正误差为1.356λ₀。可 以看出,噪声对算法的收敛速度和校正精度有显著 影响。

按照上述仿真方法,进一步分析了带宽分别为 3.2 nm、16 nm、32 nm、64 nm时利用阈值法降噪前后 的校正误差,结果如图 12(b)所示。可以看出,随着带 宽的增大,校正误差减小,原因在于随着带宽的增大评 价函数值的变化幅度增大,噪声对评价函数的测量影 响减小。采用阈值方法抑制噪声后校正误差显著减

第 60 卷第 20 期/2023 年 10 月/激光与光电子学进展

小,带宽大于16 nm时校正后的绝对误差小于0.1λ₀。 3.5 多个子镜同时校正

前面分析了2个子镜的校正问题,即选择1个为相 位参考零位,校正另一个的相对活塞误差。下面通过 仿真分析了同时校正7个子镜的活塞误差的可行性。 子镜的排布如图13(a)所示,子镜的半径为2mm,中 心间距为6mm。取中心1个子镜作为参考,其余7个 子镜的活塞误差在±60 μ m以内随机取值,采用双边 扰动的方法进行校正,未考虑噪声影响。光波带宽 $\Delta \lambda = 3.2 \, \text{nm}, 扰动步长 \Delta d 为 2.5 \lambda_0$ 。





Fig. 13 Sub mirror arrangement and interferograms. (a) Sub mirror arrangement; (b) far-field interferogram before correction; (c) far-field interferogram after correction; (d) ideal far-field interferogram

图 13(b)为校正前远场干涉图,图 13(c)为校正后 远场干涉图,图 13(d)为理想的远场干涉图。可以看 出,校正后远场干涉能量更为集中,但是与理想结果相



比存在一定的误差。图 14(a)为7个子镜的校正误差 迭代曲线,图 14(b)为校正后7个子镜的绝对误差,校 正误差小于0.4λ₀。





与前面只校正1个子镜的结果相比,同时校正7个 子镜的收敛速度和校正精度显著降低。主要原因是受 到子镜之间的相互影响,梯度估计准确性下降,这与 SPGD算法的特性一致。因此在实际中,可采用2个 子镜为一组的并行校正方法。需要说明的是,多子镜 并行校正时扰动步长 Δ*d*仍然需要取半中心波长的整 数倍,否则难以收敛。

4 结 论

活塞误差探测与校正对于光学多孔径综合成像具 有重要意义。复色光情况下,针对子孔径间的活塞误 差,可采用基于干涉图像清晰化的校正方法。当活塞 误差 δ 位于 $0\sim\lambda_0^2/\Delta\lambda$ 范围时,随着 δ 增大清晰度函数J 振荡减小,总体趋势为sinc($\Delta k\delta/2$),振荡周期为中心波 长 λ_{00} 因此选择像清晰度函数J作为优化目标函数,以 待校正子镜2的位移量d为迭代变量,采用双边扰动的 梯度下降算法进行迭代,以 $0.5\lambda_0$ 的整数倍为扰动步 长,使得J趋于最大值,即可实现活塞误差的闭环校正。

由于清晰度函数*J*在活塞误差为0时达到最大值。因此从原理上来说,如果采用子镜位移量扫描的方式 使得*J*达到最大值,基于干涉图像清晰化算法的检测 和校正范围不限于 $0\sim\lambda_0^2/\Delta\lambda$ 。但是在实际中,需要根 据具体情况确定一个扫描范围。

第 60 卷第 20 期/2023 年 10 月/激光与光电子学进展

参考文献

- 张龙,王孝坤,程强,等.拼接式望远镜光学共相探测 技术[J].激光与光电子学进展,2020,57(23):230102.
 Zhang L, Wang X K, Cheng Q, et al. Optical Cophasing detection technology for segmented telescopes
 [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(23): 230102.
- [2] 罗群.相位差波前探测技术及其在拼接镜共相检测中的应用研究[D].长沙:国防科学技术大学,2012:11-12.
 Luo Q. Studies on the phase diversity wavefront sensor and co-phasing measurements for segmented mirrors[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2012:11-12.
- Chanan G, Ohara C, Troy M. Phasing the mirror segments of the Keck telescopes II: the narrow-band phasing algorithm
 [J]. Applied Optics, 2000, 39(25): 4706-4714.
- [4] 颜召军,杨朋千,陈欣扬.无调制四棱锥波前传感器的 光瞳像标定方法[J].光学学报,2016,36(6):0601002.
 Yan Z J, Yang P Q, Chen X Y. Pupil calibration method of non-modulation pyramid wavefront sensor[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(6):0601002.
- [5] 朱能鸿,陈欣扬,周丹,等.利用四棱锥传感器检测光 学拼接镜的法向光程差[J].传感技术学报,2009,22(3): 433-437.
 Zhu N H, Chen X Y, Zhou D, et al. Study on measuring piston error of a segmented mirror using a pyramid sensor
 [J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2009, 22 (3): 433-437.
- [6] Yaitskova N, Montoya-Martinez L, Dohlen K, et al. A Mach-Zehnder phasing sensor for extremely large segmented telescopes: laboratory results and close-loop algorithm[J]. Proceedings of SPIE, 2004, 5489: 1139-1151.
- [7] Gonté F, Araujo C, Bourtembourg R, et al. On-sky testing of the active phasing experiment[J]. Messenger, 2009, 136: 25-31.
- [8] 张春悦, 徐抒岩, 许博谦, 等. 标定误差对色散条纹共相误差检测影响的修正[J]. 光学学报, 2018, 38(7): 0711003.
 Zhang C Y, Xu S Y, Xu B Q, et al. Correction for the effect of calibration error on the accuracy of Co-phasing
- error detection of dispersed fringe[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(7): 0711003.
 [9] Shi F, Redding D C, Bowers C W, et al. DCATT dispersed fringe sensor: modeling and experimenting with
- the transmissive phase plates[J]. Proceedings of SPIE, 2000, 4013: 757-762. [10] 张勇,张靓,刘根荣,等.基于色散条纹传感器的拼接镜
- [10] 私勇,私說, 知祝朱, 寺. 至了已散录头得忽福的济接镜 面共相的实验研究[J]. 光学学报, 2011, 31(2): 0212004. Zhang Y, Zhang L, Liu G R, et al. An experimental

study of segmented mirrors co-phase using a dispersed fringe sensor[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(2): 0212004.

- [11] Zhao W R, Cao G R. Active cophasing and aligning testbed with segmented mirrors[J]. Optics Express, 2011, 19(9): 8670-8683.
- [12] 刘政,王胜千,饶长辉.一种基于远场图像的稀疏光学 合成孔径系统共相探测新方法的仿真研究[J].物理学 报,2012,61(3):039501.
 Liu Z, Wang S Q, and Rao C H. Analysis of an co-

phasing detecting method based on far-field images of sparse-optical-synthetic-aperture system[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(3): 039501.

- [13] 孙雪,董冰.基于混合优化算法的分块镜共相位误差校 正[J].光学学报, 2015, 35(11): 1111003.
 Sun X, Dong B. Co-phasing error correction for a segmented primary mirror based on a hybrid optimization algorithm[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(11): 1111003.
- [14] 赵璐佳,朱里程,文良华,等.基于随机并行梯度下降 算法的大口径薄膜拼接镜失调误差校正[J].激光与光电 子学进展,2020,57(19):193101.
 Zhao L J, Zhu L C, When L H, et al. Correction of misaligned error of large - aperture thin - film splicing mirrors based on stochastic parallel gradient descent algorithm[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(19):193101.
- [15] 孟咪莎,于洵,聂亮.基于模拟退火算法的合成孔径相 位误差校正[J].电子测量技术,2022,45(7):93-98.
 Meng M S, Yu X, and Nie L. Synthetic aperture phase error correction based on a simulated annealing algorithm
 [J]. Electronic Measurement Technology, 2022, 45(7): 93-98.
- [16] Yang K Y, Xie Z L, Ma H T, et al. Piston error correction of sparse aperture systems using the metaheuristic stochastic parallel gradient descent algorithm[J]. Applied Optics, 2020, 59(22): 6505-6516.
- [17] Xie Z L, Ma H T, He X J, et al. Adaptive piston correction of sparse aperture systems with stochastic parallel gradient descent algorithm[J]. Optics Express, 2018, 26(8): 9541-9551.
- [18] 石顺祥,王学恩,马琳.物理光学与应用光学[M].3版. 西安:西安电子科技大学出版社,2014.
 Shi S X, Wang X E, Ma L. Physical optics and applied optics[M]. 3rd ed. Xi'an: Xidian University Press, 2014.
- [19] 马士青,杨平,赖柏衡,等.基于高效随机并行梯度下 降算法的板条激光光束净化[J].中国激光,2020,47(8): 0805001.

Ma S Q, Yang P, Lai B H, et al. Slab laser beam cleanup based on an efficient stochastic parallel gradient descent algorithm[J]. Chinese Journal of Lasers, 2020, 47 (8): 0805001.