

# 使用冯·米塞斯分布提取特征的点云精简方法

刘源, 左小清\*, 李勇发, 杨栩, 周定义, 黄琨

昆明理工大学国土资源工程学院, 云南 昆明 650093

**摘要** 针对点云精简算法提取特征时较为依赖传统参数、特征提取不全面和特征边界易丢失等问题, 提出一种使用冯·米塞斯(vMF)分布提取特征的点云精简方法。该方法首先利用邻域重心点构建向量, 通过与法向之间的夹角关系设置阈值划分曲面, 降低噪声对细节特征的影响; 然后利用冯·米塞斯分布提取曲面点的优先度, 实现全局特征提取; 最后基于特征进行八叉树分级精简。实验结果表明: 所提方法可有效提取细节特征, 相比于基于曲率、Hausdorff距离的方法所提取到的特征, 有着更好的特征提取效果; 利用基于曲率、栅格、随机的精简算法与所提方法进行关于重建结果、3D偏差、定量分析的对比, 证明所提精简方法效果更优。所提方法为点云特征提取和精简提供一种新的思路。

**关键词** 点云精简; 特征提取; 冯·米塞斯分布; 八叉树

中图分类号 TP391

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP212641

## Point Cloud Simplification Method Using von Mises-Fisher Distribution to Extract Features

Liu Yuan, Zuo Xiaoqing\*, Li Yongfa, Yang Xu, Zhou Dingyi, Huang Kun

Faculty of Land Resources Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, Yunnan, China

**Abstract** Addressing the issues of point cloud simplification algorithms that rely on traditional parameters when extracting features, which is not comprehensive and easy to lose feature boundaries, this study provides a point cloud simplification approach using von Mises-Fisher (vMF) distribution to extract features. This method first uses a neighborhood center point to create a vector, divides the surface through the threshold of the relationship with the normal direction, reduces the impact of noise on the finer features. Then, the priority of surface points is extracted by using vMF distribution to realize global feature extraction. Finally, octree hierarchical simplification is operated based on features. Experiments described that the method in this study can successfully extract detailed features. Compared with methods based on curvature and Hausdorff distance, it has a better feature extraction effect. The simplification algorithms based on curvature, grid, and random, and the proposed method are used to analyze the reconstruction results, 3D bias, and quantitative analysis, results prove that the proposed simplification method is more effective. The proposed simplification method provides a fresh approach for point cloud feature extraction and simplification.

**Key words** point cloud simplification; feature extraction; von Mises-Fisher distribution; octree

## 1 引言

在现代智慧城市建设和三维重建中, 激光雷达有着广泛应用。激光雷达获取的点云数据具有数量大等特点, 这些数据量可以提供详细的物体信息, 然而, 大量数据也带来了信息冗余、储存消耗较大、处理时间长等问题。为了不影响点云数据在工程项目中的应用, 在保留物体特征信息的情况下减少点云数量便成了目

前点云精简的主要任务。

最初的点云精简算法大多不考虑特征信息。Weir等<sup>[1]</sup>采用的包围盒法将点云空间均匀划分, 然后用划分后空间内某一点取代其余点云, 该算法可以大幅度精简点云, 且精简后的点云分布均匀, 然而, 该算法不考虑点云特征信息, 导致精简后的点云信息丢失严重。近年流行的研究算法精简点云时大多顾及特征信息<sup>[2-5]</sup>, 多采用曲率、曲面变化量等, 弥补了传统精简算

收稿日期: 2021-09-30; 修回日期: 2021-11-04; 录用日期: 2021-11-15; 网络首发日期: 2021-11-28

通信作者: \*zuoxqing@163.com

法丢失特征的缺点。周煜等<sup>[6]</sup>利用最小二乘法求取拟合曲面的曲率,利用八叉树建立拓扑关系,对树内的点云设置阈值并进行精简。但利用单一参数很难全面提取点云特征,于是,更多人使用多特征描述算子提取特征。陈辉等<sup>[7]</sup>通过建立动态网格索引加快搜索效率,提高计算效率,融合曲率、法向夹角均值、点与邻域点之间的平均距离判断点云特征点。傅思勇等<sup>[8]</sup>根据初次建立的栅格内点云平整度建立大小栅格,实现动态栅格划分,通过曲面变化量、法向夹角实现点云特征点识别,以更好提取特征,较传统算法,提出的算法具有一定的抗噪能力。杨秋翔等<sup>[9]</sup>在曲率的基础上,计算近邻点曲率之间的 Hausdorff 距离,保留曲率相差最大的点,但造成了空洞精简。基于聚类的点云精简算法<sup>[10-11]</sup>一方面可以一定程度上保留特征点,另一方面可以进行大幅度点云精简。李健等<sup>[12]</sup>结合 Hausdorff 距离与  $k$ -means 聚类,使得精简后的点云更加均匀,避免了点云空洞问题。陈璋雯等<sup>[13]</sup>按顺序排列点云,首先进行边界提取,然后进行点云分组,统计每组点云个数与平均曲率,最后建立 Cauchy 型模糊集,由此实现点云精简。Mahdaoui 等<sup>[14]</sup>将模糊  $C$  均值聚类与  $k$ -means 两种聚类方法进行对比,采用聚类的方法,聚类过程需要迭代矩阵,比较耗时,且聚类方法对特征保留效果不佳。不同于以往选择的特征参数,张少彬等<sup>[15]</sup>通过高斯拟合,构建点的重要度参数,根据重要度对点云进行迭代保留,可以很大程度上降低噪声对算法结果的影响,需要多

次实验便可找到合适的平滑窗口。

以往的特征判别多依赖传统参数,选取的阈值对特征提取结果影响较大,且求取传统参数时容易受噪声影响,导致参数求取不准确。传统单一参数往往难以全面判别特征,需要多参数辅助特征识别,但不同模型中每种参数权重不一,需要设置不同的参数系数,系数调整过程繁琐,需要反复尝试。针对以上问题,本文提出了一种使用冯·米塞斯分布提取特征的特征提取方法。该方法采用一种新的特征提取方式,可以更好提取特征,且参数调节较为简单,为点云特征提取及后续精简提供一种新的思路。最后,通过与基于曲率、Hausdorff 距离特征参数的算法的特征提取结果及基于均匀、随机的精简算法结果进行对比,证明所提方法可以取得更好的精简效果。

## 2 点云特征提取及其精简算法

对于获取的初始点云,首先,利用邻域重心点构建向量,通过与法向之间关系划分曲面,曲面划分阈值较为宽泛,可以有效避免噪声对特征的影响,实现对细节特征的有效分割;使用点与邻域点之间的平均距离除去曲面中的离散点,若是数据质量较好则可忽略该步骤;然后,按照冯·米塞斯(von Mises-Fisher, vMF)修正的估计参数对单曲面对提取点的优先度进行特征提取,得到全局点云特征;最后,对提取的点云特征进行八叉树分级精简。图 1 为所提精简算法的流程。

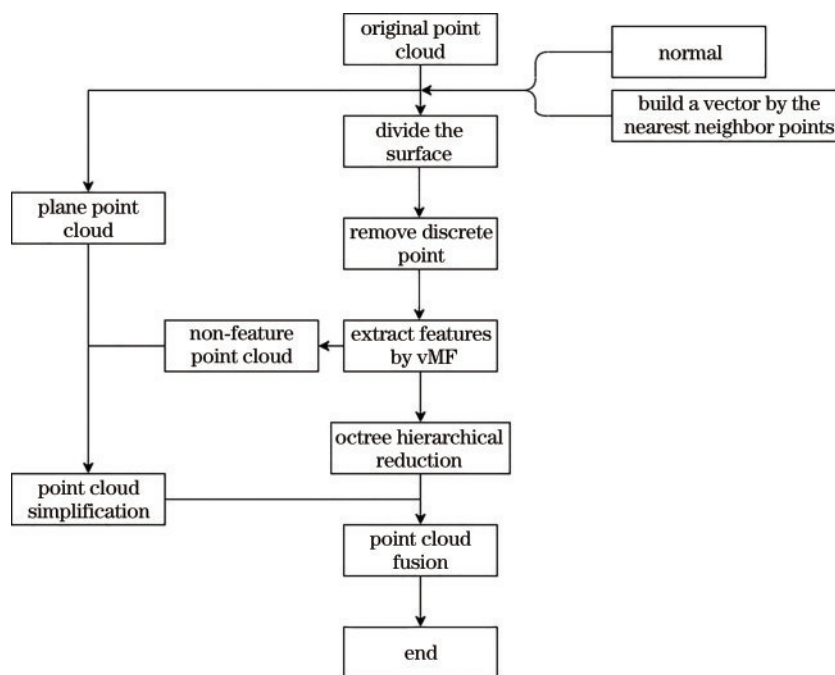


图 1 所提算法的流程

Fig. 1 Flowchart of proposed algorithm

### 2.1 利用冯·米塞斯分布提取点云特征

#### 2.1.1 法向量

用于判断曲面的两个向量分别指法向量与核平滑

所构建的向量。法向量求取方法为 Hoppe 等<sup>[16]</sup>提出的主成分分析法(PCA),该方法根据点  $p$  的近邻点  $q_i$  建立协方差矩阵,使用矩阵奇异值分解(SVD)求出协方

差矩阵的特征值与特征向量,这时最小特征值对应的特征向量就是所求点  $p$  的法向量。求取法向量与曲面变化量的步骤如下。

1) 计算近邻点均值  $\bar{q}$ :

$$\bar{q} = \frac{1}{k_i} \sum q_i, \quad (1)$$

式中:  $k_i$  为近邻点个数,为统一值,其大小由实验得出;近邻点均值  $\bar{q}$  也被称为邻域重心。

2) 构建协方差矩阵  $A$ :

$$A = (p - \bar{q})(p - \bar{q})^T. \quad (2)$$

3) 对  $A$  进行矩阵 SVD, 求得  $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$ , 其中  $\lambda_0 \leq \lambda_1 \leq \lambda_2, \lambda_0$  所对应的特征向量就是所求的法向量  $n$ 。

4) 求取曲面变化量  $ds$ :

$$ds = \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2}. \quad (3)$$

5) 构建邻域重心向量  $a$ :

$$a = \bar{p} - p. \quad (4)$$

### 2.1.2 利用两向量之间关系判断曲面

法向量  $n$  与构建的邻域重心向量  $a$  之间的夹角余弦值为

$$\cos \alpha = \frac{n \cdot a}{|n| \cdot |a|}. \quad (5)$$

Besl 等<sup>[17]</sup>于 1988 年根据高斯曲率与平均曲率将曲面类型分类为平面、脊、谷、鞍形脊、鞍形谷、峰、阱、极小点。不同类型曲面之间局部特征不同,但都有个共同特点,都是由凹凸类型曲面构成的(除平面外),本文为了保留更加细节的特征以及算法简便,便把所有曲面类型划分为凹、凸两种类型。

如图 2 所示,  $P, P_1$  为两处不同曲面点,  $P', P_1'$  为邻域重心点,  $n$  为原点对应的平面法线,  $a$  为邻域重心点所构建的向量。定义图上方为外侧,下方为内侧,邻域重心点  $P', P_1'$  会因曲面类型不同而出现在点云内侧与外侧,通过法向量与构建的邻域重心向量之间的关系就可以判断出某点的曲面类型。采用两向量之间是否同向作为曲面判定阈值,在某点处,若是法向量  $n$  与向量  $a$  之间夹角为钝角,则判定两向量异向,曲面类型为点  $P$  所对应曲面类型,此时余弦值为负;若法向量  $n$  与向量  $a$  之间夹角为锐角,则判定两向量同向,曲面类型

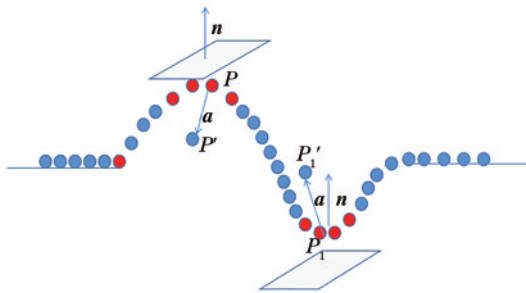


图 2 利用两向量之间关系判定曲面的示意图

Fig. 2 Schematic of judging surface by the relationship between two vectors

为点  $P_1$  所对应曲面类型,此时余弦值为正。

### 2.1.3 vMF 提取曲面特征

vMF 分布<sup>[18]</sup>是高维方向统计中最基本的概率分布之一,被定义在单位球面上,若点云  $p_i$  与近邻点  $p_j$  之间满足 vMF 分布,则可以表达为 vMF 密度的形式:

$$P(x; \mu; k) = C_p(k) e^{k\mu^T x}, \quad (6)$$

式中:  $C_p(k)$  为密度方程的归一化常数;  $p$  为维度。

$$C_p(k) = \frac{k^{p/2-1}}{2\pi^{p/2} I_{p/2-1}(k)}, \quad (7)$$

其中  $I_p(k)$  为第一类修正贝塞尔函数:

$$I_p(k) = \sum_{k \geq 0} \frac{1}{\Gamma(p+k+1)k!} \left(\frac{k}{2}\right)^{2k+p}, \quad (8)$$

$$\mu = \frac{\sum_i x_i}{\|\sum_i x_i\|}, k = A_p^{-1}(\bar{R}), \quad (9)$$

$$A_p(k) = \frac{-c'_p(k)}{c_p(k)} = \frac{I_{p/2}(k)}{I_{p/2-1}(k)} = \frac{\|\sum_i x_i\|}{n} = \bar{R}, \quad (10)$$

式中:  $\mu$  代表位置度量;  $k$  代表围绕方向  $\mu$  的浓度参数,  $k=0$  表示方向分布较为分散,  $k$  趋于无穷大时,方向分布较为集中<sup>[19]</sup>,因此可以使用维度为 3 的 vMF 分布来表示点云的空间分布情况。构造点云 vMF 分布,需要向量单位化,即  $|x_i| = 1$ , 其中  $x_i$  为点  $p$  与近邻点  $q_i$  所构建的向量。

考虑到点云精简算法运行的时间和简单性,选取 Banerjee 等<sup>[20]</sup>提出的最大似然估计:

$$\hat{k} = \frac{\bar{R}(p - \bar{R}^2)}{1 - \bar{R}^2}. \quad (11)$$

由 vMF 分布可知,  $k$  值越大,点云分布越集中。如图 3 所示,在单一曲面中 1 处方向点最为集中,近邻点主要分布在一侧; 2 处方向点分布较弱,分布程度与曲面变化程度有关;平坦区域方向点浓度最小,邻近点分布在周围。1 处为曲面边缘点,多数表现为代表特征轮廓的线特征; 2 处为曲面变化区域,更多表现为点云的面特征。由 vMF 分布  $k$  值与单一曲面之间的关系,建立 vMF 分布对单一曲面点的优先度。根据  $k$  值,通过两个阈值便可将特征划分为线特征、面特征、平缓曲面,从而实现点云特征提取。

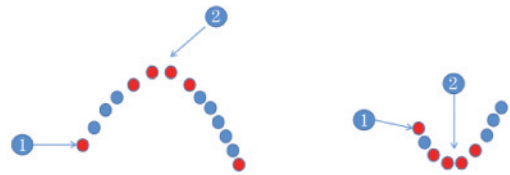


图 3 vMF 分布提取点的优先度

Fig. 3 Priority of points extracted by vMF distribution

## 2.2 八叉树精简

对点云创建八叉树的过程将点云三维空间划分为 8 等分的立方体,且对存在点的立方体继续划分,直到满足递归条件为止。八叉树精简方法<sup>[21]</sup>计算每一最小立方体内所有点的中心点坐标,其中与中心点距离最

近的点作为关键点进行保留,从而达到点云精简目的。该方法得到的点云较为均匀,不易产生空洞。

### 3 结果与分析

实验所用计算机配置为 Inter Core 2.5 GHz CPU, 内存为 4 GB。所用模型分别为斯坦福兔子 bunny 点云

与武汉大学点云数据 building 中某处古建筑房檐,如图 4 所示。其中兔子点云特征更多表现为曲面特征,腿部有较多凹凸轮廓细节;古建筑房檐由平面与龙型图案组成,图案细节特征较多不明显,特征复杂,更多由相邻不同类型曲面的交界线组成。其坐标数值含义为模型所在三维空间的坐标位置。

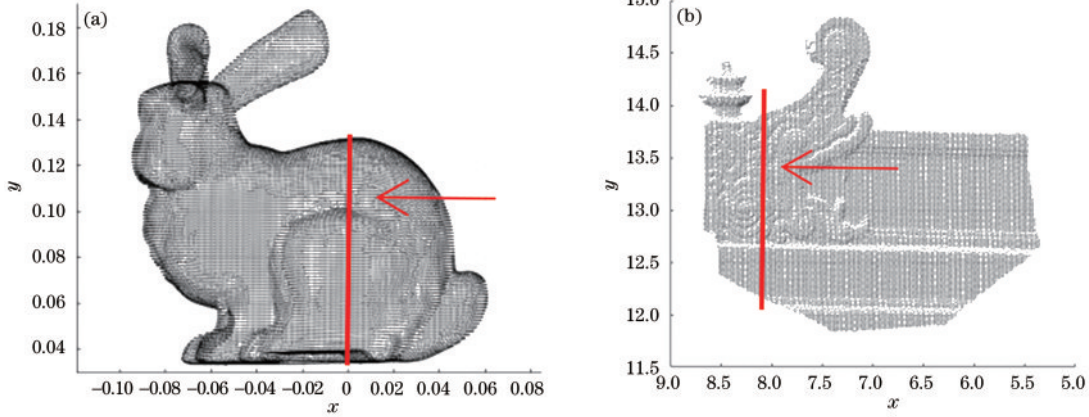


图 4 初始点云。(a) bunny 点云;(b)屋檐点云

Fig. 4 Original point cloud. (a) bunny point cloud; (b) eaves point cloud

#### 3.1 特征提取结果对比分析

所提特征提取算法首先通过 PCA 计算初始点云的法向量  $n$  与曲面变化量  $ds$ , 并规定指向模型外侧的方向为法向量方向, 曲面变化量仅用于去除平面区域。然后, 对原始点云构建邻域重心向量  $a$ , 并定义原始点指向平滑后点的方向为向量方向, 利用法向量  $n$  与向

量  $a$  之间的方向关系判定曲面类型, 如图 5 所示。图 5 中, 各模型曲面类型得到有效划分, 为后续 vMF 算法提取特征提供了条件。

对于分割后的曲面, 利用 vMF 算法提取曲面点的优先度, 分开提取表达曲面轮廓的线特征与表达曲面变化较大的面特征, 结果如图 6 和图 7 所示。图 6(a)

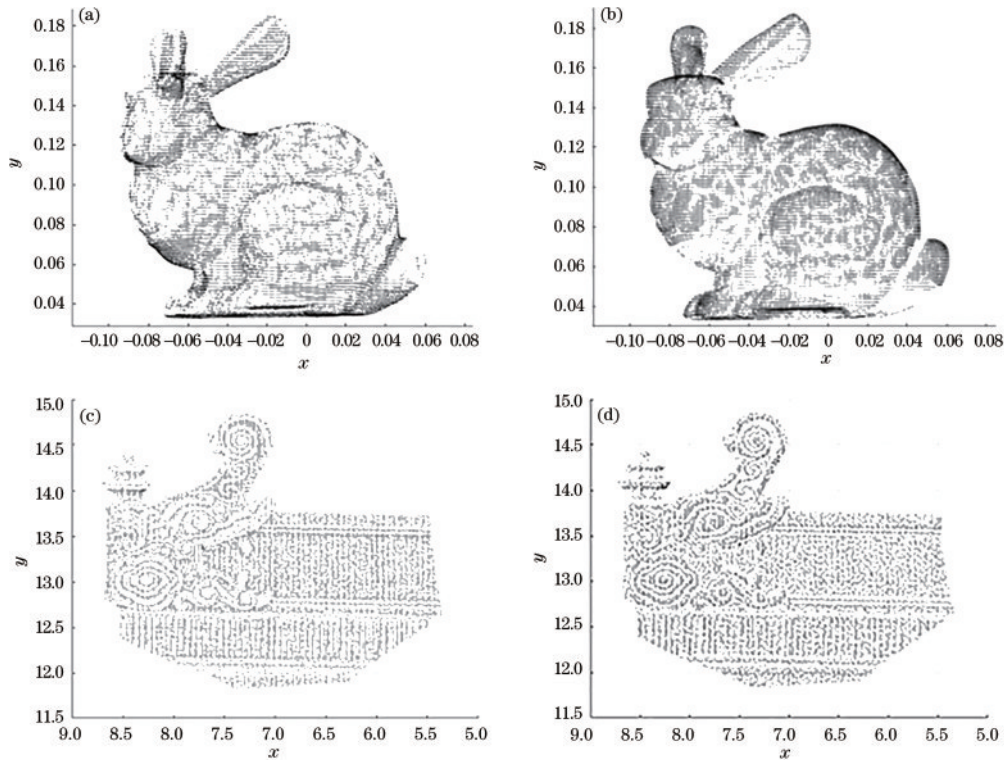


图 5 曲面划分结果。(a) bunny 曲面类型 1;(b) bunny 曲面类型 2;(c)屋檐曲面类型 1;(d)屋檐曲面类型 2

Fig. 5 Surface division result. (a) bunny surface type 1; (b) bunny surface type 2; (c) eaves surface type 1; (d) eaves surface type 2

和图 6(b)为从 bunny 点云中提取到的面特征,图 6(c)为融合后特征,图 6(d)与图 6(e)为提取到的 bunny 点云的线特征,图 6(f)为融合后的线特征。线特征的主要作用是防止在特征边界处丢失过多信息,起到强化

特征边界与整体边界的作用。图 7 为提取的屋檐点云特征,图 7(a)和图 7(b)为曲面特征,图 7(c)为融合后的特征,图 7(d)和图 7(e)为屋檐点云曲面线特征,图 7(f)为平面线特征,图 7(g)为融合的线特征。

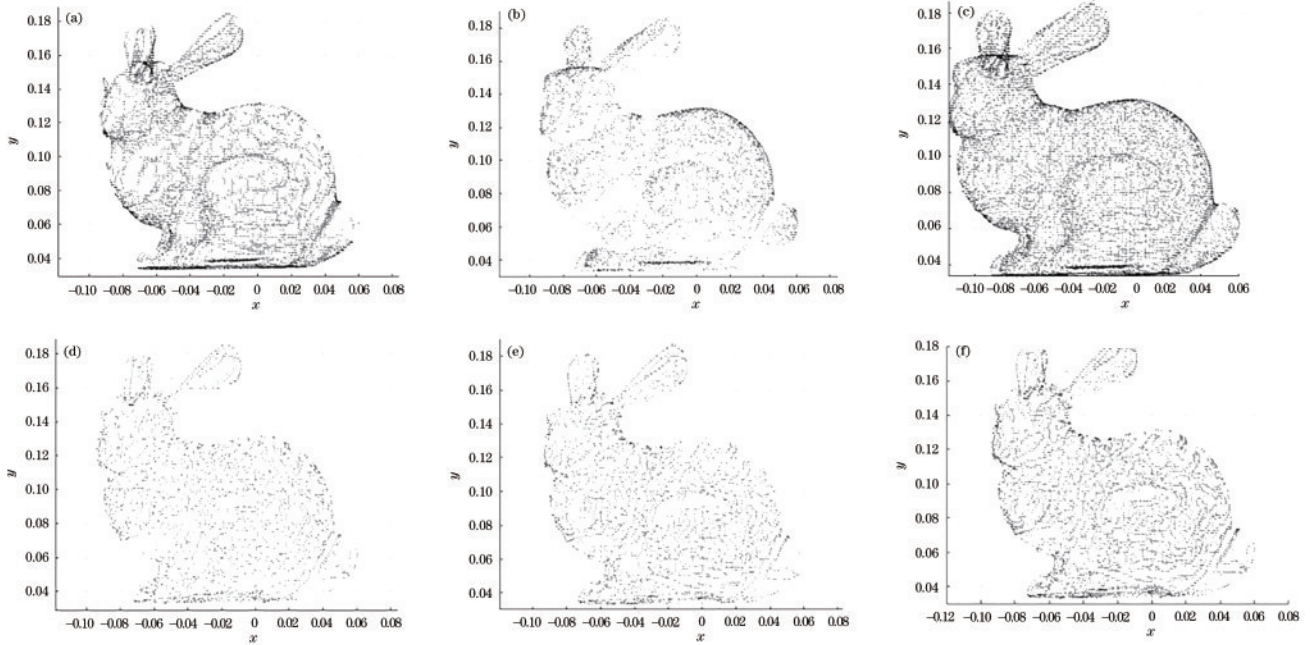


图 6 提取的 bunny 点云特征。(a)曲面 1 中面特征;(b)曲面 2 中面特征;(c)面特征融合;(d)曲面 1 中线特征;(e)曲面 2 中线特征;(f)线特征融合

Fig. 6 Extracted point cloud features of bunny. (a) Surface features in surface type 1; (b) surface features in surface type 2; (c) fused face feature; (d) line features in surface type 1; (e) line features in surface type 2; (f) fused line feature

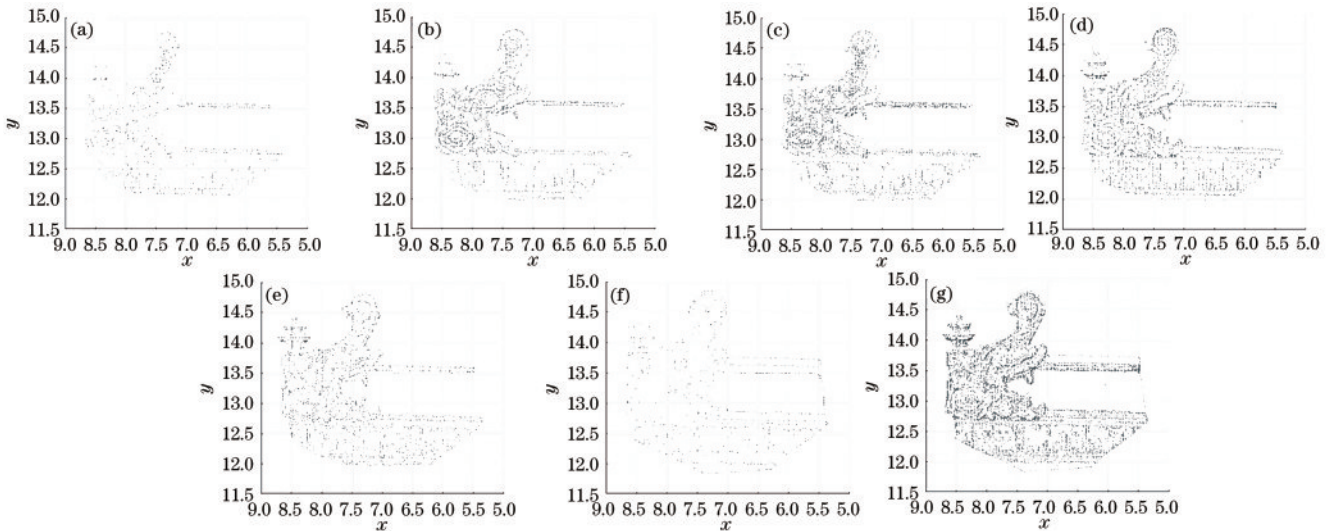


图 7 提取的屋檐点云特征。(a)曲面 1 中面特征;(b)曲面 2 中面特征;(c)面特征融合;(d)曲面 1 中线特征;(e)曲面 2 中线特征;(f)平面线特征;(g)线特征融合

Fig. 7 Extracted point cloud features of eaves. (a) Surface features in surface type 1; (b) surface features in surface type 2; (c) fused face feature; (d) line features in surface type 1; (e) line features in surface type 2; (f) plane line features; (g) fused line feature

为了更加直观地观察所提方法的特征提取效果,与基于曲率、Hausdorff 距离的特征提取方法进行对比,进行剖面对比实验。图 8、图 9 分别为不同特征提取算法对 bunny、屋檐点云处理的剖面图,其中剖面位置为如

图 4 所示垂直线段标注位置,箭头为目视方向。图 8(a)~(d)分别为原始点剖面、基于曲率的方法提取的特征剖面、基于 Hausdorff 距离的方法提取的特征剖面、所提方法提取的特征剖面。图 9(a)~(d)分别为原始点剖面、

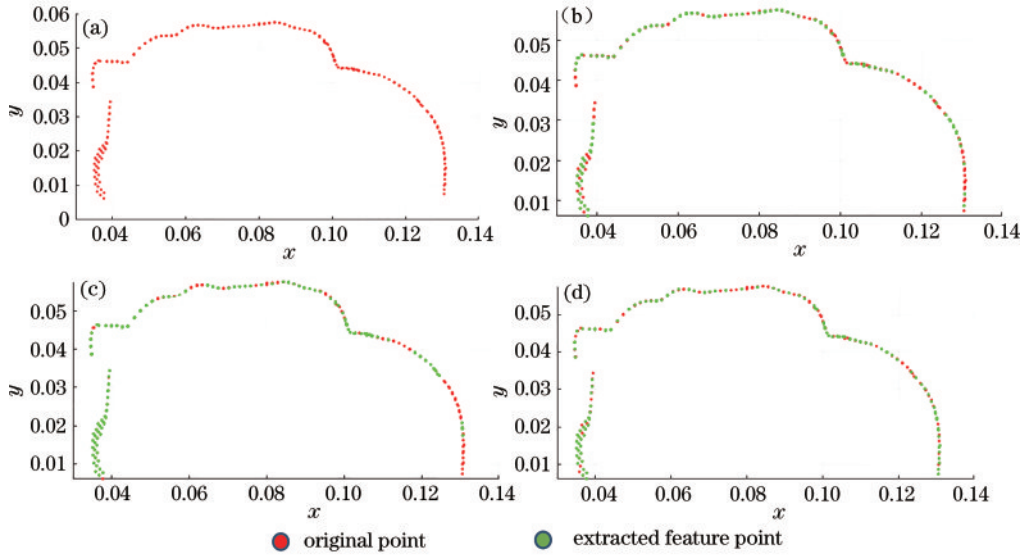


图 8 bunny 剖面对比。(a)原始点云;(b)基于曲率特征的方法;(c)基于 Hausdorff 距离特征的方法;(d)所提方法  
Fig. 8 Section view comparison of bunny. (a) Original point cloud; (b) curvature feature method; (c) Hausdorff distance feature method; (d) proposed method

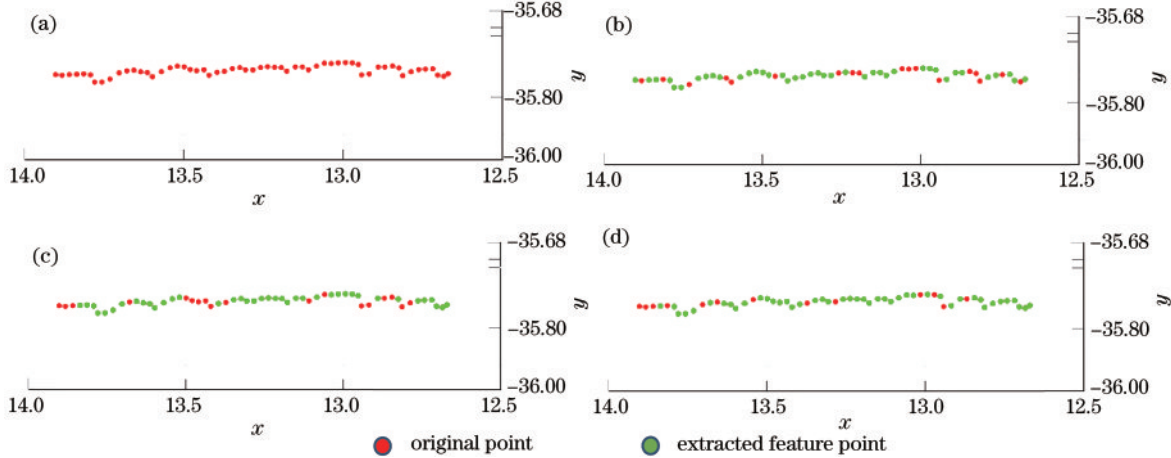


图 9 屋檐剖面。(a)原始点云;(b)基于曲率特征的方法;(c)基于 Hausdorff 距离特征的方法;(d)所提方法  
Fig. 9 Section view comparison of eaves. (a) Original point cloud; (b) curvature feature method; (c) Hausdorff distance feature method; (d) proposed method

基于曲率的方法提取的特征剖面、基于 Hausdorff 距离的方法提取的特征剖面、所提方法提取的特征剖面。图 8 和图 9 中,绿色均为提取到的特征点,直观对比可知,所提特征提取方法对特征点保留较好,基于曲率、Hausdorff 距离的特征提取方法均出现特征丢失现象。

### 3.2 精简结果

本文精简策略为:对不同特征点云以及非特征点云分别建立八叉树索引,构建八叉树空间,通过对不同

特征分别设置不同递归条件,实现对不同点云的不同程度精简。较多保留面特征与线特征,也可对线特征进行较大程度精简,但对于特征较密集、特征复杂的点云应较多保留,防止丢失特征而使建模失真,对曲面变化较小的点云和平面点云设置最大程度的点云精简,最终所有点云融合,实现点云精简。

为了更好地保留整体特征,观察精简效果,对 bunny 点云与屋檐点云分别采取 52% 与 50% 精简率,表 1 为不

表 1 不同算法的精简结果  
Table 1 Simplification data of different algorithms

Point cloud	Number of points				
	Original point cloud	Curvature reduction algorithm	Raster reduction algorithm	Random reduction algorithm	Proposed algorithm
bunny	35947	18692	18730	18692	18650
eaves	15292	7646	7620	7646	7511

同算法的精简数据,图 10 为不同算法得到的精简点云。

从图 10 可以看出两个模型在各种算法精简后的点云保留情况。bunny 模型中,可明显看出栅格精简无侧重保留区域;屋檐模型中,曲率精简与所提方法结果侧重于保留特征区域点云,而栅格精简与随机精简结果则无侧重保留区域,较为清晰看出两种思路方法

的精简特点。

### 3.3 对比分析

采用基于曲率、栅格、随机的三种传统精简算法进行对比实验,与所提算法进行关于建模结果、3D 偏差图、定量分析的对比。图 11(a)为原始点云建模后原有的空洞,图 11(b)为曲率精简后点云建模结果,图 11(c)为图 11(a)与图 11(b)之间的偏差分析图,可

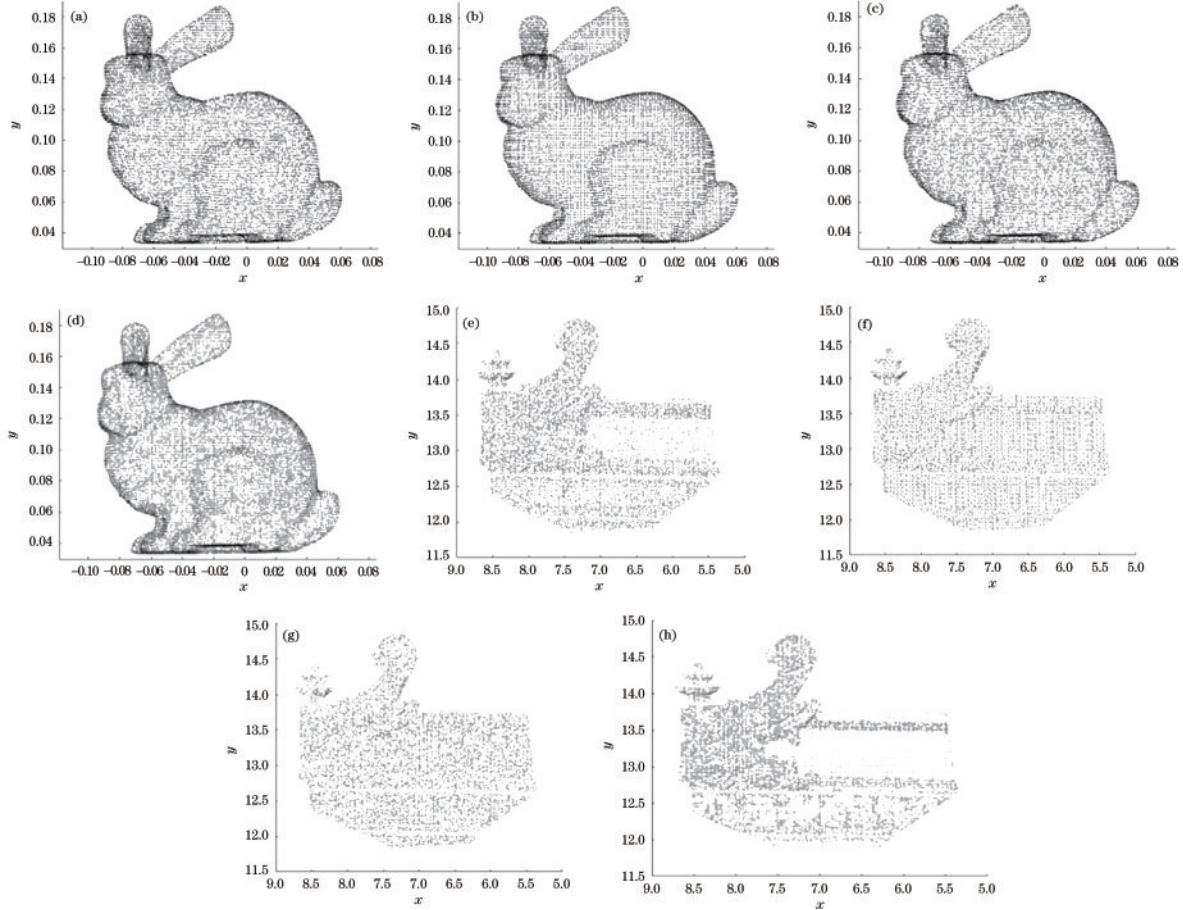


图 10 不同算法的精简结果。(a) (e)曲率精简结果;(b) (f)栅格精简结果;(c) (g)随机精简结果;(d) (h)所提算法结果

Fig.10 Simplification results of different algorithms. (a) (e) Curvature reduction results; (b) (f) raster reduction results; (c) (g) random reduction results; (d) (h) results of proposed algorithm

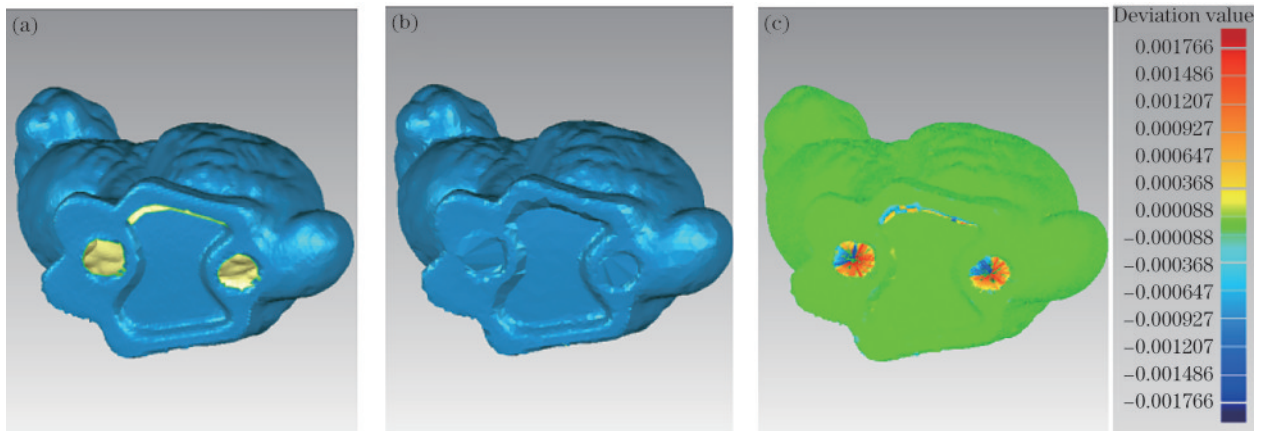


图 11 原始点云底部对偏差结果的影响。(a)原始点云底部;(b)曲率精简算法得到的模型底部;(c)偏差结果

Fig. 11 Influence of original point cloud bottom on deviation result. (a) Bottom of original point cloud; (b) bottom of the model obtained by the curvature reduction algorithm; (c) deviation result

见空洞区域影响了偏差结果。为了避免底部空洞对偏差分析的影响,在实验时,对精简模型统一去除了底部区域。图 12 和图 13 为两个模型的三维重建图,图 14

为重建模型 3D 偏差图,表 2 为 bunny 点云定量分析表,表 3 为屋檐点云定量分析表。

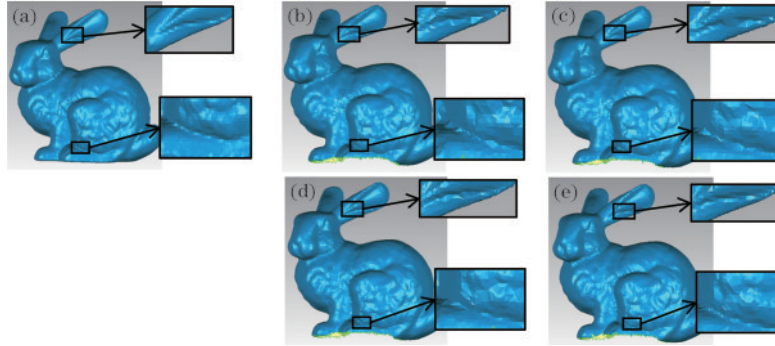


图 12 bunny 三维重建。(a)原始点云;(b)曲率精简结果;(c)栅格精简结果;(d)随机精简结果;(e)所提算法结果

Fig. 12 Three-dimensional reconstruction of bunny. (a) Original point cloud; (b) curvature reduction result; (c) raster reduction result; (d) random reduction result; (e) result of proposed algorithm

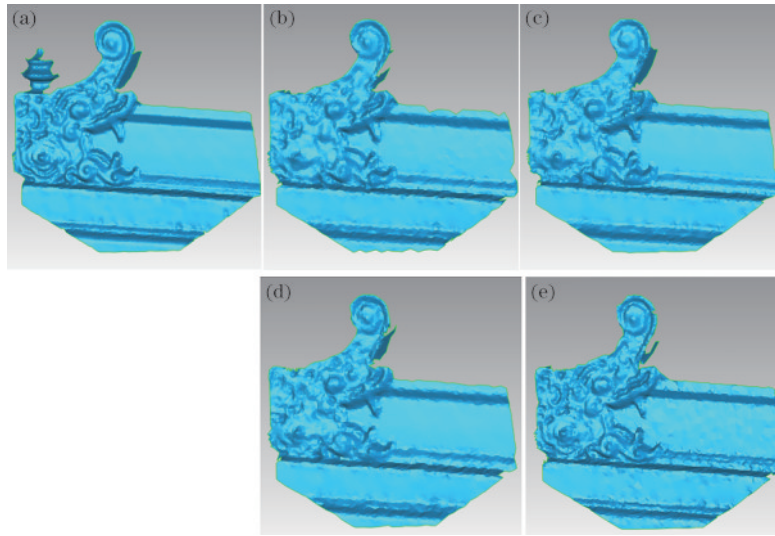


图 13 屋檐三维重建。(a)原始点云;(b)曲率精简结果;(c)栅格精简结果;(d)随机精简结果;(e)所提算法结果

Fig. 13 Three-dimensional reconstruction of eaves. (a) Original point cloud; (b) curvature reduction result; (c) raster reduction result; (d) random reduction result; (e) result of proposed algorithm

从图 12(a)~(e)三维重建模型可看出,所提算法在腿部、耳朵边缘处的综合效果更优。从图 13 屋檐建模结果可看出,三种精简算法对细节特征保留效果较差,龙嘴、鼻、祥云图案均未表现出特征效果,重建后三维模型失真严重,丢失细节特征较多。对于两个三维重建模型,在直观目视效果上,所提精简算法的三维重建效果优于三种精简算法。

从 3D 偏差图可以更加直观地观察 4 种算法的精简效果,图 14 为精简后点云模型与原模型的 3D 偏差图,其中红色为正偏差,蓝色为负偏差,绿色为 0 偏差,红色与蓝色的颜色越深,代表精简后模型与原模型偏差越大。

由图 14(a)~(d)bunny 3D 偏差可知:基于曲率、栅格、随机的三种算法在腿部细节处偏差较多,并且多出现在曲面边界处;基于曲率的算法虽能保留较多的

特征,但是对于细节特征却无法取得较好效果,对于特征边缘,则会在一些明显特征边界处仍出现较大偏差,基于曲率的算法对于特征保留不全面;在图 14(b)和图 14(c)中,基于栅格与随机的精简算法为不考虑特征的精简算法,必然会在特征处出现黄色及更深颜色偏差,在图 14(b)中,在耳朵特征处出现一处明显负偏差,基于栅格的精简算法较易丢失重要边界信息;在图 14(d)中,相较于 3 种精简算法的偏差结果,所提算法虽然也会在兔子脖子、腿部、尾巴出现黄色偏差,但可明显看出,偏差范围明显较小,并且偏差颜色较浅。所提算法对两个相邻不同类型曲面之间采取线特征保留,该步骤可以实现对特征面的加强,这也是所提算法黄色偏差面积较小的原因。所提算法处理的结果中出现更多的为浅蓝色偏差,这是由于进行点云精简策略时对曲面变化较小区域进行稍大比例精简,并且采用



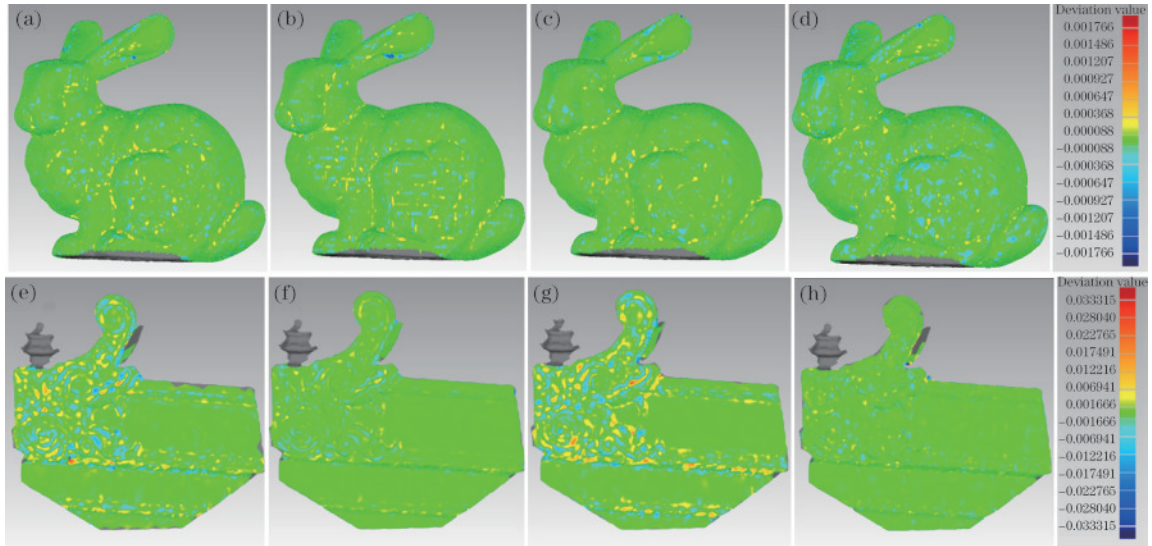


图 14 3D 偏差图。(a)(e)曲率精简偏差结果;(b)(f)栅格精简偏差结果;(c)(g)随机精简偏差结果;(d)(h)所提算法精简偏差结果  
Fig. 14 3D deviation maps. (a) (e) Deviation result of curvature reduction algorithm; (b) (f) deviation result of raster reduction algorithm;  
(c) (g) deviation result of random reduction algorithm; (d) (h) deviation result of proposed algorithm

的是八叉树中心点代替的精简方式,该方式可能导致对于曲面变化较小区域丢失相应点。由图 14(e)~(h)屋檐 3D 偏差可知:基于曲率、随机的算法的 3D 偏差效果最差,在龙型图案和直线处出现较大偏差,两种算法无法实现对特征的有效保留;基于栅格的算法的精简效果稍微优于基于曲率与随机的精简算法,但仍差于所提算法,尤其是在特征区域;所提算法的 3D 偏差范围最小,颜色最浅。

对比两个点云模型 3D 偏差,bunny 点云与屋檐点云特征类型不同,屋檐点云更加复杂。在 bunny 点云模型 3D 偏差中,3 种精简算法的 3D 偏差结果类似;但在屋檐点云模型 3D 偏差中,基于曲率的算法的精简效果明显变差,偏差较大,说明基于曲率的算法更适用于特征变化缓慢且曲面特征居多的 bunny 点云。而所提

算法对两个点云模型均可以取得较好的 3D 偏差效果,适用性更广。

### 3.4 误差分析

采用文献[22]的评估方法,最大误差  $\Delta_{\max}(s, s^*)$ 、平均误差  $\Delta_{\text{avg}}(s, s^*)$  及误差的标准差,作为量化指标进行定量分析。

最大误差的表达式为

$$\Delta_{\max}(s, s^*) = \max d(p, s^*), p \in s. \quad (12)$$

平均误差的表达式为

$$\Delta_{\text{avg}}(s, s^*) = \frac{1}{\|s\|} \sum_{p \in s} d(p, s^*), \quad (13)$$

式中:  $d(p, s^*)$  为原始点云曲面  $s$  上的点到精简后曲面  $s^*$  上的投影点  $p^*$  的欧氏距离。量化指标的计算结果如表 2 和表 3 所示。

表 2 bunny 量化分析表

Table 2 Bunny error analysis table

unit: mm

Parameter	Curvature reduction algorithm	Raster reduction algorithm	Random reduction algorithm	Proposed method
Maximum error	0.962/-1.286	1.0181/-1.270	0.934/-1.766	1.119/-0.802
Average error	0.023/-0.038	0.022/-0.032	0.028/-0.042	0.018/-0.040
Standard deviation	0.055	0.049	0.066	0.051

表 3 屋檐量化分析表

Table 3 Eaves error analysis table

unit: mm

Parameter	Curvature reduction algorithm	Raster reduction algorithm	Random reduction algorithm	Proposed method
Maximum error	33.110/-33.31	27.901/-76.73	27.917/-34.217	47.121/-60.32
Average error	1.425/-1.47	1.47/-1.469	1.717/-1.443	1.213/-1.22
Standard deviation	2.35	2.385	2.67	1.918

表 2 和表 3 中,所提方法在屋檐模型中出现最大偏差,最大偏差出现在整体边缘处,这是由于该屋檐点云

为截取点云,边界点云不完整,误差处曲面较为接近平面,精简率较高,建模后形成了误差,该误差类型主要

出现在点云边界质量不好的地方,此缺点可通过边界点云不参与精简或提高点云质量改进。表 2 中:所提方法的平均正偏差最小,平均负偏差高于基于曲率、栅格的精简算法,标准差仅差于基于栅格的算法;标准差反映整体误差相对于平均误差的分布情况,可以看出所提方法正偏差效果最好,负偏差尚有改进空间。表 3 中,所提方法的平均正负偏差与标准差均为最小,表明所提方法正负偏差更好,且正负偏差离散程度较低,效果最好。定量分析可知,两个模型中,所提方法的正偏差均取得最好效果,负偏差在屋檐点云中取得最优效果,而其他 3 种算法无法满足对两个模型适用性的要求。

## 4 结 论

针对以往点云精简保留特征不全面,且较为依赖传统参数等问题,提出了一种使用冯·米塞斯分布提取特征的特征点云精简方法。所提方法为点云特征提取及精简提供了一种新的思路,通过对不同曲面进行简单分割,然后利用冯·米塞斯分布提取曲面特征,通过剖面图特征对比,验证所提方法更能有效保留关键点。所提精简方法与基于曲率、栅格、随机的精简算法进行关于重建模型结果、偏差范围、量化误差分析的对比,证明所提方法在细节与整体上均优于其他 3 种算法。通过对两个不同点云模型的对比,bunny 模型中,所提方法的标准差为 0.051 mm,与基于栅格的算法的标准差较为接近,整体稳定性明显优于其他两种算法;屋檐模型中,所提方法的标准差仅为 1.918 mm,明显低于其他三种算法,稳定性最优。可见,所提方法较其他 3 种算法而言更具有适用性。

所提算法的不足之处:曲面划分方法以及精简策略有待改进,优化选择八叉树空间内特征点,用于降低部分模型负偏差,缓解平面区域精简过多而出现平面区域建模质量下降的问题;由于对特征区域与非特征区域交界区域精简时非特征区域精简点数较多,点密度较小,应建立合适的三维重建方法减少点密度不同导致的空洞。

## 参 考 文 献

- [1] Weir D J, Milroy M J, Bradley C, et al. Reverse engineering physical models employing wrap-around B-spline surfaces and quadrics[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 1996, 210(2): 147-157.
- [2] Han H Y, Han X, Sun F S, et al. Point cloud simplification with preserved edge based on normal vector[J]. Optik, 2015, 126(19): 2157-2162.
- [3] 贺美芳, 周末水, 神会存. 散乱点云数据的曲率估算及应用[J]. 南京航空航天大学学报, 2005, 37(4): 515-519. He M F, Zhou L S, Shen H C. Curvature estimation of scattered-point cloud data and its application[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2005, 37(4): 515-519.
- [4] Wang L H, Chen J, Yuan B Z. Simplified representation for 3D point cloud data[C]//IEEE 10th International Conference on Signal Processing, October 24-28, 2010, Beijing, China. New York: IEEE Press, 2010: 1271-1274.
- [5] 李绕波, 袁希平, 甘淑, 等. 综合多种算法的点云精简优化策略与实验研究[J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(23): 231402. Li R B, Yuan X P, Gan S, et al. Point cloud simplification optimization strategy and experimental research based on multiple algorithms[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(23): 231402.
- [6] 周煜, 张万兵, 杜发荣, 等. 散乱点云数据的曲率精简算法[J]. 北京理工大学学报, 2010, 30(7): 785-789. Zhou Y, Zhang W B, Du F R, et al. Algorithm for reduction of scattered point cloud data based on curvature[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2010, 30(7): 785-789.
- [7] 陈辉, 黄晓铭, 刘万泉. 基于动态网格 k 邻域搜索的激光点云精简算法[J]. 控制与决策, 2020, 35(12): 2986-2992. Chen H, Huang X M, Liu W Q. Laser point cloud simplification algorithm based on dynamic grid k-nearest neighbors searching[J]. Control and Decision, 2020, 35(12): 2986-2992.
- [8] 傅思勇, 吴禄慎, 陈华伟. 空间栅格动态划分的点云精简方法[J]. 光学学报, 2017, 37(11): 1115007. Fu S Y, Wu L S, Chen H W. Point cloud simplification method based on space grid dynamic partitioning[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(11): 1115007.
- [9] 杨秋翔, 杨小青, 杜健. 基于 Hausdorff 距离的点云分片精简算法[J]. 计算机工程与设计, 2016, 37(8): 2105-2109. Yang Q X, Yang X Q, Du J. Point cloud simplification algorithm based on Hausdorff distance and segmentation[J]. Computer Engineering and Design, 2016, 37(8): 2105-2109.
- [10] 王建强, 樊彦国, 李国胜, 等. 基于多参数 k-means 聚类的自适应点云精简[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(6): 0610008. Wang J Q, Fan Y G, Li G S, et al. Adaptive point cloud reduction based on multi parameter k-means clustering[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(6): 0610008.
- [11] 郑茹丹, 李金龙, 张渝, 等. 基于自适应邻域和局部贡献值的散乱点云精简算法[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(16): 1610019. Zheng R D, Li J L, Zhang Y, et al. Scattered point cloud simplification algorithm based on adaptive neighborhood and local contribution value[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(16): 1610019.
- [12] 李健, 曹焱, 王宗敏, 等. 融合 k-means 聚类 and Hausdorff 距离的散乱点云精简算法[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2020, 45(2): 250-257. Li J, Cao Y, Wang Z M, et al. Scattered point cloud simplification algorithm integrating k-means clustering

- and Hausdorff distance[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2020, 45(2): 250-257.
- [13] 陈璋雯, 达飞鹏. 基于模糊熵迭代的三维点云精简算法[J]. *光学学报*, 2013, 33(8): 0815001.  
Chen Z W, Da F P. 3D point cloud simplification algorithm based on fuzzy entropy iteration[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(8): 0815001.
- [14] Mahdaoui A, Bouazi A, Hsaini A M, et al. Comparison of K-means and fuzzy C-means algorithms on simplification of 3D point cloud based on entropy estimation[J]. *Advances in Science, Technology and Engineering Systems Journal*, 2017, 2(5): 38-44.
- [15] 张少彬, 杨必胜, 梁福逊. 顾及几何形态与密度分布的点云压缩方法[J]. *测绘科学技术*, 2018(3): 212-222.  
Zhang S B, Yang B S, Liang F X. Point cloud simplification considering geometric morphology and density distribution[J]. *Geomatics Science and Technology*, 2018(3): 212-222.
- [16] Hoppe H, DeRose T, Duchamp T, et al. Surface reconstruction from unorganized points[C]//*Proceedings of the 19th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, July 27-31, 1992, Chicago, IL, USA. New York: ACM Press, 1992: 71-78.
- [17] Besl P J, Jain R C. Segmentation through variable-order surface fitting[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1988, 10(2): 167-192.
- [18] Sra S. A short note on parameter approximation for von Mises-Fisher distributions: and a fast implementation of  $I_c(x)$  [J]. *Computational Statistics*, 2012, 27(1): 177-190.
- [19] 张文明, 吴旭, 高雅昆, 等. 一种基于特征提取的点云精简算法[J]. *光学技术*, 2018, 44(6): 733-738.  
Zhang W M, Wu X, Gao Y K, et al. A simplification algorithm for point cloud based on feature extraction[J]. *Optical Technique*, 2018, 44(6): 733-738.
- [20] Banerjee A, Dhillon I S, Ghosh J, et al. Clustering on the unit hypersphere using von Mises-Fisher distributions [J]. *Journal of Machine Learning Research*, 2005, 6(9): 1345-1382.
- [21] 安帅. 基于 Octree 的点云区域重心精简方法研究[D]. 太原: 太原理工大学, 2018.  
An S. Research on the simplification of center of gravity in point cloud region based on Octree[D]. Taiyuan: Taiyuan University of Technology, 2018.
- [22] Shi B Q, Liang J, Liu Q. Adaptive simplification of point cloud using k-means clustering[J]. *Computer-Aided Design*, 2011, 43(8): 910-922.