第 60 卷 第 2 期/2023 年 1 月/激光与光电子学进展 研究论文

激光与光电子学进展 先进成像

基于L1/L2正则化电阻抗层析成像算法的碳纤维增强复合材料损伤检测

马敏*，余浪，范文茹

中国民航大学电子信息与自动化学院，天津 300300

摘要 电阻抗层析成像（EIT）为碳纤维增强复合材料（CFRP）结构健康检测提供了一种可视化检测的手段。针对EIT图像重建的欠定性和病态性，提出了一种基于L1/L2稀疏正则化的EIT图像重建算法。该算法通过构建L1/L2正则化项的目标泛函，在求解过程中加入正则化参数对解向量进行修正，并在迭代过程中加入约束区间使解向量更加贴近真实分布。仿真和实验结果表明，与共轭梯度（CGLS）算法、Tikhonov算法、L1正则化算法相比，所提L1/L2正则化算法重构的损伤位置和大小更接近真实损伤模型，损伤的辨识度更高，电极伪影得到明显改善，为EIT应用于CFRP层压板损伤检测提供了新方法。

关键词 测量；碳纤维增强复合材料；电阻抗层析成像；L1/L2；稀疏正则化；交替方向乘子法；损伤检测

中图分类号 TM932 **文献标志码** A **DOI:** 10.3788/LOP212643

Detection of Carbon-Fiber-Reinforced Polymer Damage Based on L1/L2 Regularization Electrical Impedance Tomography Algorithm

Ma Min*, Yu Lang, Fan Wenru

College of Electronic Information and Automation, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, *China*

Abstract Electrical impedance tomography (EIT) is a visualized method for detecting the structural health of carbon-fiber-reinforced polymers (CFRPs). An EIT image reconstruction algorithm based on L1/L2 sparse regularization is proposed for underdetermination and ill-condition in EIT image reconstruction. In this method, the objective functional of the L1/L2 regularization term is constructed, a regularization parameter is added to modify the solution vector during the solution process, and a constraint interval is added in the iterative process to make the solution vector closer to the actual distribution. The simulation and experimental results show that compared with the conjugate gradient (CGLS), Tikhonov, and L1 regularization algorithms, the damage location and size reconstructed using the L1/L2 regularization algorithm are closer to the actual damage model, the damage identification is higher, and the electrode artifact is significantly improved. The proposed algorithm is a new method for applying EIT to the damage detection of CFRP laminates.

Key words measurement; carbon-fiber-reinforced polymer; electrical impedance tomography; L1/L2; sparse regularization; alternating direction method of multipliers; damage detection

1 引 言

碳纤维增强复合材料（CFRP）由于质量小、模量高、比强度大、耐腐蚀等独特性能在航空航天、清洁能源、汽车工程等领域广泛应用[1-3]。但CRPP材料在使用中会受到不同程度的载荷冲击，而引发基体开裂、分层、纤维断裂[4-5]。因此，针对碳纤维增强复合材料结构健康检测的各种方法也应运而生。超声检测[6-7]、X射线检测[8-9]、红外成像[10]、光纤传感检测[11-12]、太赫兹光谱检测[13]等方法虽然能达到一定的检测目的，却也受检测设备、检测环境、检测时间等因素的制约。根据碳纤维自传感和电学敏感特性提出的电阻抗层析成像（EIT）检测方法，近年来在碳纤维复合材料损伤的识别与定位中得到了广泛研究。Almuhammadi等[14]在

收稿日期：2021-09-30；**修回日期**：2021-10-29；**录用日期**：2021-11-08；**网络首发日期**：2021-11-22

基金项目：国家自然科学基金（61871739）、天津市教委科研计划项目（2020KJ012）

通信作者：*mm5739@163.com

CFRP试件表面分别设计了4×4和5×4的阵列电极，在准静态压痕加载过程中实时测量电阻抗和相位角，检测到了纤维断裂、横向裂缝、分层等微小损伤。考虑到铆接是CFRP层合板在工业上常应用的工艺，铆钉可以作为电极测量结构内部电导率的变化[15]。Baltopoulos等[16]在CFRP层压板边缘设置20个嵌入式电极获取损伤前后阻抗信息，利用广义Tikhonov正则化的最小二乘算法进行损伤图像的重建。Nonn等[17]在CFRP层压板四周均匀嵌入16颗铝质铆钉作为电极用来测量边缘电压，利用有限元分析和Noser算法重构出损伤图像，并通过图像大致判断出损伤位置。范文茹等[18-19]利用布置在层合板四周的嵌入电极提取损伤前后阻抗特征，分别利用改进的L1正则化和MRNSD算法进行重构图像，最终得到损伤位置信息。

重构的损伤图像最直观反映材料的损伤情况，利用更精确的算法获取精度更高的重建图像对于获取损伤位置和大小方面的信息至关重要。上述算法中，Tikhonov是常见的基于L2范数正则化项的凸优化算法，特点是解向量过渡平滑，但无法产生稀疏的解，因而图像的梯度不明显，无法通过图像获取损伤大小方面的信息。基于L1范数的稀疏正则化算法能够产生更稀疏的解，并减少图像伪影，但也使得图像丢失部分损伤特征。

受最近Rahimi等[20-22]使用L1/L2正则化方法进行稀疏信号恢复研究的启发，本文将改进的L1/L2正则化算法用于基于EIT的CFRP损伤图像重建，以提高图像重建的质量。改进的L1/L2正则化算法利用交替方向乘子法（ADMM）对构建的无约束L1/L2正则化项泛函模型进行求解，并在求解的过程中加入了正则化参数进行修正。此外，L1/L2方法有一个内在的缺点，它倾向于产生错误的大系数，而抑制其他非零元素[20]。为了弥补这个缺点，在迭代过程中对解向量的范围加入约束项，使解向量贴近真实分布。仿真模拟冲击、分层、裂缝等3种损伤类型，验证L1/L2正则化算法还原损伤位置和大小的能力。最后，搭建EIT实验平台验证所提算法在实际CFRP层合板损伤检测中的可行性。

2　EIT正问题

EIT的正问题可以描述为：在给定边界条件和电导率分布的情况下来获取被测场域的电势分布。EIT正问题的确定性观测模型可以通过建立物理模型和有限元分析离散化得到：

$$\boldsymbol{V}=\boldsymbol{U}(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{I})=\boldsymbol{R}(\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{I},\tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{U}(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{I})$为电导率向量$\boldsymbol{\sigma}$和激励电流$\boldsymbol{I}$到测量电压$\boldsymbol{V}$映射的正演模型；$\boldsymbol{R}(\boldsymbol{\sigma})$为$\boldsymbol{\sigma}$到电阻的映射模型。$\boldsymbol{V}=\boldsymbol{R}(\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{I}$模型与电导率$\boldsymbol{\sigma}$呈非线性关系，与电流$\boldsymbol{I}$呈线性关系。在电导率变化较小的情况下，考虑线性化方程组[23]：

$$\delta\boldsymbol{U}=\boldsymbol{U}'(\boldsymbol{\sigma}_0)\delta\boldsymbol{\sigma}=\boldsymbol{J}\delta\boldsymbol{\sigma},\tag{2}$$

式中：电导率变化量$\delta\boldsymbol{\sigma}\in\mathrm{R}^{n\times1}$，$n$为重建图像的像素数；$\boldsymbol{\sigma}_0$为材料初始电导率；材料电导率改变导致的边界电压改变量$\delta\boldsymbol{U}\in\mathrm{R}^{m\times1}$，$m$为边界电压测量值的数量；灵敏度矩阵$\boldsymbol{J}\in\boldsymbol{R}^{m\times n}$。基于四端口网络的Geselowitz灵敏度定理[24]，灵敏度矩阵的计算方法为

$$\boldsymbol{J}=\frac{\partial\boldsymbol{V}_{de}}{\partial\boldsymbol{\sigma}_k}=-\int_{\Omega_k}\nabla\boldsymbol{u}(\boldsymbol{I}^d)\cdot\nabla\boldsymbol{u}(\boldsymbol{I}^e)\mathrm{d}\boldsymbol{V},\tag{3}$$

式中：$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{I}^d)$和$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{I}^e)$分别为$d$次和$e$次驱动模式的电势分布；$\Omega_k$为边界条件；$\boldsymbol{\sigma}_k$为对应边界条件$\Omega_k$的电导率变化。

3　改进L1/L2正则化算法

EIT图像重建时，通过注入边界电流，测量边界电压变化，并通过适当的算法重构场域内电导率的分布图像，即EIT的逆问题[25]。为了简化变量的描述，将式(2)逆问题求解的数学模型简化为$\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$，其中$\boldsymbol{b}$为边界电压测量差值$\delta\boldsymbol{U}$，$\boldsymbol{A}$为正问题计算的灵敏度矩阵$\boldsymbol{J}$，解向量$\boldsymbol{x}$为待恢复的电导率分布$\delta\boldsymbol{\sigma}$。由于获取的边界信息数量有限，EIT逆问题的求解具有严重的欠定性和病态性，为了提高逆问题求解的稳定性，正则化方法是常用的手段[26]。常用的正则化方法目标泛函可以表述为

$$\min_{x}\left\{\lambda\|\boldsymbol{x}\|_p+\frac{1}{2}\|\boldsymbol{Ax}-\boldsymbol{b}\|_2^2\right\},\tag{4}$$

式中：λ为正则化参数；当$p=2$时，即为Tikhonov正则化算法；当$p=1$时，即为L1稀疏正则化方法。那么L1/L2正则化目标泛函可表述为

$$\min_{x}\left\{\frac{\|\boldsymbol{x}\|_1}{\|\boldsymbol{x}\|_2}+(\boldsymbol{Ax}-\boldsymbol{b})\right\}。\tag{5}$$

ADMM是一种交替求解的方式，将规模较大的全局问题分解为多个较小、较容易求解的子问题，并通过协调子问题的解而得到大的全局问题的解[27]。根据ADMM求解思想，引入两个等价辅助变量，将式(5)中对$\boldsymbol{x}$的求解分解为对3个子问题的求解，并探究加入约束区间后，L1/L2正则化目标函数的求解方法。

3.1　无约束目标泛函的求解

引入辅助变量$\boldsymbol{y}$、$\boldsymbol{z}$后，式(5)的等价模型为

$$\min_{x,y,z}\left\{\frac{\|\boldsymbol{z}\|_1}{\|\boldsymbol{y}\|_2}+(\boldsymbol{Ax}-\boldsymbol{b})\right\}\ \mathrm{s.t.}\ \ \boldsymbol{x}=\boldsymbol{y},\ \boldsymbol{x}=\boldsymbol{z}。\tag{6}$$

式(6)的增广拉格朗日函数为

$$L_{\rho_1,\rho_2}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z};\ \boldsymbol{v},\boldsymbol{w})=\frac{\|\boldsymbol{z}\|_1}{\|\boldsymbol{y}\|_2}+(\boldsymbol{Ax}-\boldsymbol{b})+\langle\boldsymbol{v},\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}\rangle+\frac{\rho_1}{2}\|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}\|_2^2+\langle\boldsymbol{w},\boldsymbol{x}-\boldsymbol{z}\rangle+\frac{\rho_2}{2}\|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{z}\|_2^2。\tag{7}$$

ADMM包括下面5步：

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}^{(k+1)} = \arg\min\limits_{\boldsymbol{x}} L_{\rho_1,\rho_2}\left(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}^{(k)}, \boldsymbol{z}^{(k)};\ \boldsymbol{v}^{(k)}, \boldsymbol{w}^{(k)}\right) \\ \boldsymbol{y}^{(k+1)} = \arg\min\limits_{\boldsymbol{y}} L_{\rho_1,\rho_2}\left(\boldsymbol{x}^{(k+1)}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}^{(k)};\ \boldsymbol{v}^{(k)}, \boldsymbol{w}^{(k)}\right) \\ \boldsymbol{z}^{(k+1)} = \arg\min\limits_{\boldsymbol{z}} L_{\rho_1,\rho_2}\left(\boldsymbol{x}^{(k+1)}, \boldsymbol{y}^{(k+1)}, \boldsymbol{z};\ \boldsymbol{v}^{(k)}, \boldsymbol{w}^{(k)}\right)。 \\ \boldsymbol{v}^{(k+1)} = \boldsymbol{v}^{(k)} + \rho_1\left(\boldsymbol{x}^{(k+1)} - \boldsymbol{y}^{(k+1)}\right) \\ \boldsymbol{w}^{(k+1)} = \boldsymbol{w}^{(k)} + \rho_2\left(\boldsymbol{x}^{(k+1)} - \boldsymbol{z}^{(k+1)}\right) \end{cases} \tag{8}$$

对于$\boldsymbol{x}$的更新：

$$\boldsymbol{x}^{(k+1)} = \arg\min_{\boldsymbol{x}} L_{\rho_1,\rho_2}\left(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}^{(k)}, \boldsymbol{z}^{(k)};\ \boldsymbol{v}^{(k)}, \boldsymbol{w}^{(k)}\right) = \arg\min_{\boldsymbol{x}}\left\{\frac{\rho_1+\rho_2}{2}\left\|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{f}^{(k)}\right\|_2^2 \text{ s. t. } \boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}\right\} = \left[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{AA}^{\mathrm{T}}\right)^{-1}\boldsymbol{A}\right]\boldsymbol{f}^{(k)} + \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{AA}^{\mathrm{T}}\right)^{-1}\boldsymbol{b}, \tag{9}$$

式中：$\boldsymbol{f}^{(k)} = \dfrac{\rho_1}{\rho_1+\rho_2}\left(\boldsymbol{y}^{(k)} - \dfrac{1}{\rho_1}\boldsymbol{v}^{(k)}\right) + \dfrac{\rho_2}{\rho_1+\rho_2}\left(\boldsymbol{z}^{(k)} - \dfrac{1}{\rho_2}\boldsymbol{w}^{(k)}\right)$。为了平衡正则化项与拟合项，在计算$\boldsymbol{x}$时加入正则化参数$\beta$加以修正，修正后$\boldsymbol{x}$更新公式为

$$\boldsymbol{x}^{(k+1)} = \left[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{AA}^{\mathrm{T}}+\beta\boldsymbol{I}\right)^{-1}\boldsymbol{A}\right]\boldsymbol{f}^{(k)} + \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{AA}^{\mathrm{T}}+\beta\boldsymbol{I}\right)^{-1}\boldsymbol{b}。 \tag{10}$$

辅助变量$\boldsymbol{y}$的更新。令$c^{(k)} = \left\|\boldsymbol{z}(k)\right\|_1$，$\boldsymbol{d}^{(k)} = \boldsymbol{x}^{(k+1)} + \dfrac{\boldsymbol{v}^{(k)}}{\rho_1}$，子问题$\boldsymbol{y}$的求解等价为

$$\boldsymbol{y}^{(k+1)} = \arg\min_{\boldsymbol{y}}\left(\frac{c^{(k)}}{\left\|\boldsymbol{y}\right\|_2} + \frac{\rho_1}{2}\left\|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{d}^{(k)}\right\|_2^2\right)。 \tag{11}$$

求解EIT逆问题只需考虑$\boldsymbol{d}(k)\neq 0$、$c^{(k)}\neq 0$的情况，对式(11)求导，有

$$\left(-\frac{c^{(k)}}{\left\|\boldsymbol{y}\right\|_2^3} + \rho_1\right)\boldsymbol{y} = \rho_1\boldsymbol{d}^{(k)}, \tag{12}$$

$$\boldsymbol{y}^{(k+1)} = \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\left(C^{(k)} + \frac{1}{C^{(k)}}\right)\right]\boldsymbol{d}^{(k)}, \tag{13}$$

式中：$C(k) = \sqrt[3]{\dfrac{27D^{(k)}+2+\sqrt{\left(27D^{(k)}+2\right)^2-4}}{2}}$；$D^{(k)} = \dfrac{c^{(k)}}{\rho_1\left\|\boldsymbol{d}^{(k)}\right\|_2^3}$。

辅助变量$\boldsymbol{z}$的更新方式为

$$\boldsymbol{z}^{(k+1)} = \operatorname{shrink}\left(\boldsymbol{g}^{(k)}, \mu\right), \tag{14}$$

式中：$\boldsymbol{g}^{(k)} = \boldsymbol{x}^{(k+1)} + \dfrac{\boldsymbol{w}^{(k)}}{\rho_2}$；$\mu = \dfrac{1}{\rho_2\left\|\boldsymbol{y}^{(k+1)}\right\|_2}$；shrink 函数为软收缩算子，$\operatorname{shrink}\left(\boldsymbol{g}, \mu\right)_i = \operatorname{sign}\left(\boldsymbol{g}_i\right)\max\left(\left|\boldsymbol{g}_i\right| - \mu, 0\right)$，$i = 1, 2, \cdots, n$。无约束L1/L2正则化算法如表1所示。

表1 无约束L1/L2正则化算法

Table 1 Unconstrained L1/L2 regularization algorithm

Algorithm: L1/L2
1）input: $\boldsymbol{A}\in\mathbf{R}^{m\times n}$, $\boldsymbol{b}\in\mathbf{R}^{n\times 1}$, $\boldsymbol{x}=\mathbf{0}$, $\boldsymbol{y}=\mathbf{0}$, $\boldsymbol{z}=\mathbf{0}$, $\boldsymbol{v}=\mathbf{0}$, $\boldsymbol{w}=\mathbf{0}$, $k_{\max}$, ε, ρ_1, ρ_2, β.
2）while: $k\leqslant k_{\max}$ or $\left\|\boldsymbol{x}^{(k)}-\boldsymbol{x}^{(k-1)}\right\|_2 / \left\|x^{(k)}\right\| > \varepsilon$ do
$\boldsymbol{x}^{(k+1)} = \left[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{AA}^{\mathrm{T}}+\beta\boldsymbol{I}\right)^{-1}\boldsymbol{A}\right]\boldsymbol{f}^{(k)} + \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{AA}^{\mathrm{T}}+\beta\boldsymbol{I}\right)^{-1}\boldsymbol{b}$;
$\boldsymbol{y}^{(k+1)} = \left[\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\left(C^{(k)}+\frac{1}{C^{(k)}}\right)\right]\boldsymbol{d}^{(k)}$;
$\boldsymbol{z}^{(k+1)} = \operatorname{shrink}\left(\boldsymbol{g}^{(k)}, \mu\right)$;
$\boldsymbol{v}^{(k+1)} = \boldsymbol{v}^{(k)} + \rho_1\left(\boldsymbol{x}^{(k+1)}-\boldsymbol{y}^{(k+1)}\right)$;
$\boldsymbol{w}^{(k+1)} = \boldsymbol{w}^{(k)} + \rho_2\left(\boldsymbol{x}^{(k+1)}-\boldsymbol{z}^{(k+1)}\right)$;
$k = k+1$;
3）while: $k > k_{\max}$ or $\left\|\boldsymbol{x}^{(k)}-\boldsymbol{x}^{(k-1)}\right\|_2 / \left\|x^{(k)}\right\| \leqslant \varepsilon$ stop
output: $\boldsymbol{x}^{(k)}$.

3.2 加入约束区间的目标泛函求解

L1/L2正则化算法在求解过程中会产生错误的大系数而抑制其他非零元素，为了改善这一状况，在迭代求解的过程中加入约束项。加入约束区间后的目标泛函可以描述为

$$\min_{\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z}}\left\{\frac{\left\|\boldsymbol{x}\right\|_1}{\left\|\boldsymbol{x}\right\|_2} + \left(\boldsymbol{Ax}-\boldsymbol{b}\right)\middle|\, \boldsymbol{x}\in\left[c, d\right]\right\}。 \tag{15}$$

同样引入两个辅助变量$\boldsymbol{y}$、$\boldsymbol{z}$，其等价模型为

$$\min_{\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z}}\left\{\frac{\left\|\boldsymbol{z}\right\|_1}{\left\|\boldsymbol{y}\right\|_2} + \left(\boldsymbol{Ax}-\boldsymbol{b}\right)\right\} \text{ s. t. } \boldsymbol{x}=\boldsymbol{y},\ \boldsymbol{x}=\boldsymbol{z}, \boldsymbol{z}\in\left[c, d\right]。 \tag{16}$$

对于$\boldsymbol{x}$和$\boldsymbol{y}$的更新过程和不含约束的求解过程相同，仅需要对$\boldsymbol{z}$的更新做出改变。带有约束区间的子问题$\boldsymbol{z}$的求解方法为

$$\min_{\boldsymbol{z}}\frac{\left\|\boldsymbol{z}\right\|_1}{\left\|\boldsymbol{y}^{(k+1)}\right\|_2} + \frac{\rho_2}{2}\left\|\boldsymbol{x}^{(k+1)} - \boldsymbol{z} + \frac{\boldsymbol{w}^{(k)}}{\rho_2}\right\|_2^2 \text{ s. t. } \boldsymbol{z}\in\left[c, d\right]。 \tag{17}$$

对于包含L1范数的凸问题，它都有一个软收缩给出的封闭解，然后投影到约束区间$[c, d]$，子问题$\boldsymbol{z}$的更新公式为

$$\boldsymbol{z}_i^{(k+1)} = \min\left\{\max\left(\hat{z}_i, c\right), d\right\},\quad i = 1, 2, \cdots, n, \tag{18}$$

式中：$\hat{z} = \operatorname{shrink}\left(\boldsymbol{x}^{(k+1)} + \dfrac{\boldsymbol{w}^{(k)}}{\rho_2}, \dfrac{1}{\rho_2\left\|\boldsymbol{y}^{(k+1)}\right\|_2}\right)$。加入约束区间后L1/L2正则化算法如表2所示。

表 2　L1/L2-constraint 正则化算法

Table 2　L1/L2-constraint regularization algorithm

Algorithm: L1/L2-constraint

1) Input: $\boldsymbol{A}\in\mathbf{R}^{m\times n}$, $\boldsymbol{b}\in\mathbf{R}^{n\times 1}$, $\boldsymbol{x}=0, \boldsymbol{y}=0, \boldsymbol{z}=0, \boldsymbol{v}=0, \boldsymbol{w}=0, k_{\max}, \varepsilon, \rho_1, \rho_2, \beta, c, d$.

2) while: $k\leqslant k_{\max}$ or $\left\|\boldsymbol{x}^{(k)}-\boldsymbol{x}^{(k-1)}\right\|_2/\left\|\boldsymbol{x}^{(k)}\right\|>\varepsilon$ do

$$\boldsymbol{x}^{(k+1)}=\left[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}+\beta\boldsymbol{I}\right)^{-1}\boldsymbol{A}\right]\boldsymbol{f}^{(k)}+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}+\beta\boldsymbol{I}\right)^{-1}\boldsymbol{b};$$

$$\boldsymbol{y}^{(k+1)}=\left[\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\left(C^{(k)}+\frac{1}{C^{(k)}}\right)\right]\boldsymbol{d}^{(k)};$$

$$\hat{\boldsymbol{z}}^{(k+1)}=\mathrm{shrink}\left(\boldsymbol{g}^{(k)},\mu\right);$$

$$z_i^{(k+1)}=\min\left\{\max\left(\hat{z}_i,c\right),d\right\};$$

$$\boldsymbol{v}^{(k+1)}=\boldsymbol{v}^{(k)}+\rho_1\left(\boldsymbol{x}^{(k+1)}-\boldsymbol{y}^{(k+1)}\right);$$

$$\boldsymbol{w}^{(k+1)}=\boldsymbol{w}^{(k)}+\rho_2\left(\boldsymbol{x}^{(k+1)}-\boldsymbol{z}^{(k+1)}\right);$$

$$k=k+1;$$

3) while: $k>k_{\max}$ or $\left\|\boldsymbol{x}^{(k)}-\boldsymbol{x}^{(k-1)}\right\|_2/\left\|\boldsymbol{x}^{(k)}\right\|\leqslant\varepsilon$ stop

output: $\boldsymbol{x}^{(k)}$.

4　仿真验证

CFRP是由碳纤维作为增强体、树脂聚合物作为基体组成的复合材料，一般是将不同角度纤维通过层铺压制而成的。碳纤维本身具有良好导电性，故沿着碳纤维方向的电导率高。在纵向排列和沿厚度方向层压时，纤维通过接触导电，在这两个方向上电导率远小于纤维方向，因而碳纤维复合材料的电导率表现出强的各向异性的特点[28]。将单层的CFRP简化为均质连续各向异性材料，3个主方向上的电导率张量[17,19]可以表示为

$$\boldsymbol{\Sigma}=\begin{pmatrix}\sigma_{11}&0&0\\0&\sigma_{22}&0\\0&0&\sigma_{33}\end{pmatrix},\tag{19}$$

其中：σ_{11}为沿纤维方向的电导率；σ_{22}为纤维纵向排列方向的电导率；σ_{33}为层合板厚度方向的电导率。在有限元分析软件中，以4层0°碳纤维层和4层90°碳纤维层交替层铺的方式构建8层结构的正交型CFRP层合板模型。单层碳纤维材料的长度、宽度、厚度分别设置为100、100、0.4 mm，0°纤维电导率设置为$\begin{pmatrix}40000&0&0\\0&200&0\\0&0&200\end{pmatrix}$ S/m，90°纤维电导率设置为$\begin{pmatrix}200&0&0\\0&40000&0\\0&0&200\end{pmatrix}$ S/m。正交型CFRP层压板模型如图1所示。

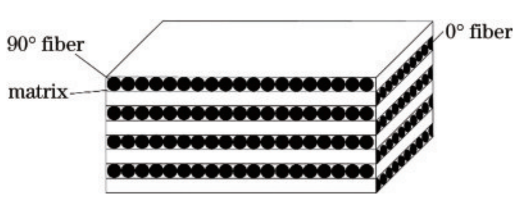

图 1　正交型 CFRP 层合板结构示例

Fig. 1　Example of orthogonal CFRP laminate structure

4.1　仿真结果对比

根据常见的损伤类型，利用有限元分析软件构建了5种CFRP损伤模型，提取仿真数据并进行图像重建。在层合板中心设置一个高度为3.2 mm、半径为5 mm的圆柱体作为损伤模型1(Model 1)；为验证算法对单冲击一般位置的有效性，在层合板右上角位置设置一个高度为3.2 mm、半径为5 mm的圆柱体作为损伤模型2(Model 2)；为验证算法对复杂冲击损伤的有效性，在对角位置设置两个高度为3.2 mm、半径为5 mm的圆柱体作为损伤模型3(Model 3)；在层合板的第6层中心位置设置一个高度为0.4 mm、半径为5 mm的圆柱体作为分层损伤模型(Model 4)；在层合板对角线方向上设置一个长为40 mm、宽度为1 mm、深度为3.2 mm的长方体作为裂缝损伤模型(Model 5)。仿真中将损伤模型处当作空气处理，电导率设置为1×10^{-9} S/m。为了说明L1/L2正则化方法的成像效果，用共轭梯度(CGLS)、Tikhonov算法、L1正则化算法[15]重建的损伤图像作为对比。算法初值均设置为0，CGLS迭代次数设置为20次，Tikhonov和L1算法的正则化参数根据不同损伤分别选取为0.09～0.4和0.07～0.11，L1/L2、L1/L2-constraint正则化参数根据不同损伤设置为4.8×10^{-4}～5.5×10^{-4}，迭代次数分别设置为500和100左右。不同算法图像重建的结果如图2所示。

引入图像相关系数(CORR)和相对误差(RE)作为定量的评价指标对重建图像进行评估。相关系数的表达式为

$$C_{\mathrm{CORR}}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\boldsymbol{x}_i'-\overline{\boldsymbol{x}'}\right)\left(\boldsymbol{x}_i^*-\overline{\boldsymbol{x}^*}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\boldsymbol{x}_i'-\overline{\boldsymbol{x}'}\right)^2\sum_{i=1}^{n}\left(\boldsymbol{x}_i^*-\overline{\boldsymbol{x}^*}\right)^2}},\tag{20}$$

式中：$\boldsymbol{x}^*$为电导率的真实分布向量；$\overline{\boldsymbol{x}^*}$为$\boldsymbol{x}^*$的平均值；$\boldsymbol{x}'$为电导率的计算值向量；$\overline{\boldsymbol{x}'}$为$\boldsymbol{x}'$的平均值。相关系数数值越接近于1，说明重建电导率与仿真中损伤模型的电导率分布相关度越高。不同算法重建的损伤图像的相关系数如表3、图3所示。

相对误差的表达式为

$$E_{\mathrm{RE}}=\frac{\left\|\boldsymbol{x}'-\boldsymbol{x}^*\right\|}{\left\|\boldsymbol{x}^*\right\|}。\tag{21}$$

相对误差数值越接近于0，说明重建图像反映的损伤位置和大小误差越小，成像越精确。不同算法重建的损伤图像的相关系数如表4、图4所示。

4.2　仿真结果分析

对比各算法重建的损伤图像、重建图像的相关系数和相对误差可知，L1/L2、L1/L2-constraint明显优于其他3种算法：1)CGLS和Tikhonov两种算法重建的图像梯度不明显，仅能显示出损伤的大致位置，反映不出损伤大小信息，且重建图像受电极影响严重，存在较

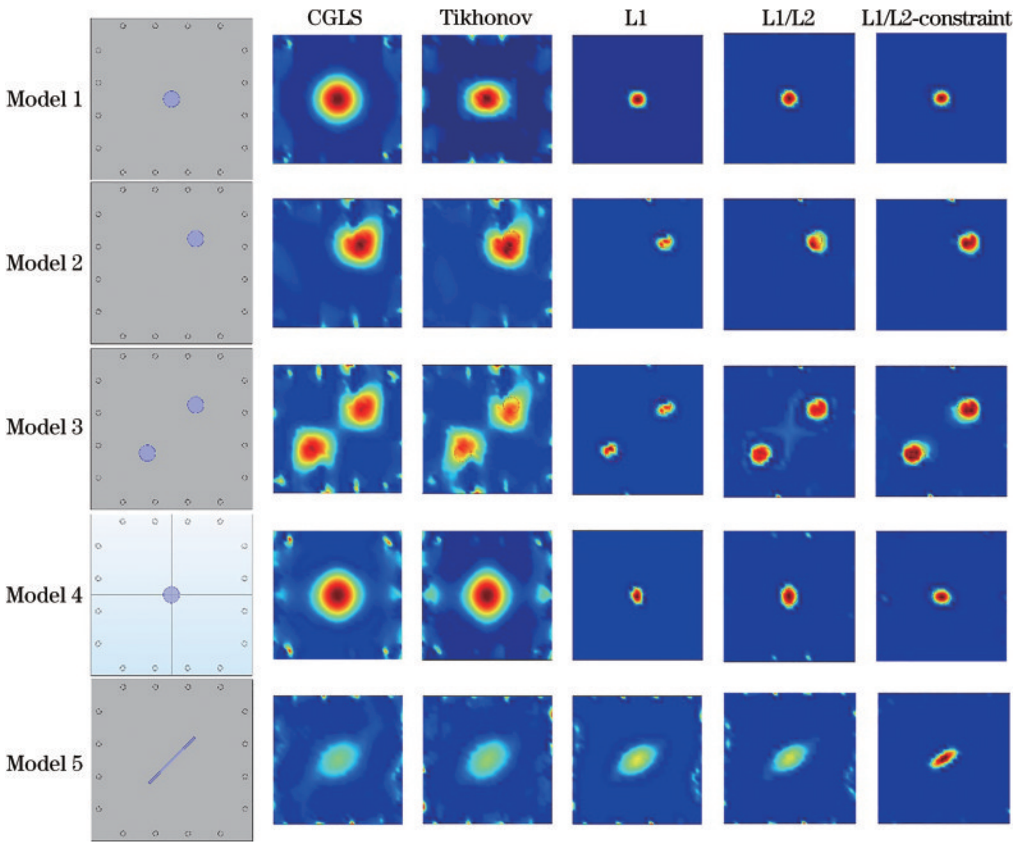

图2 CFRP层合板不同损伤仿真图像重建结果

Fig. 2 Simulation image reconstruction results of different damage of CFRP laminates

表3 不同算法损伤重建图像的相关系数

Table 3 Correlation coefficients of damaged reconstructed images with different algorithms

Model	CORR				
	CGLS	Tikhonov	L_1	L_1/L_2	L_1/L_2-constraint
Model 1	0.4764	0.5276	0.9488	0.9710	0.9688
Model 2	0.4502	0.4248	0.5641	0.7128	0.7422
Model 3	0.4630	0.4389	0.5705	0.6851	0.7108
Model 4	0.4347	0.4389	0.8894	0.8902	0.9400
Model 5	0.2281	0.2289	0.2683	0.2718	0.3953

多的伪影；2）L1算法因其稀疏性的特点，可以消除图像伪影，能够根据图像判断出损伤位置，但是也会过滤掉一部分有效信息，重建图像对于损伤的形状还原得不够饱满，在Model 2、Model 3、Model 4等3种模型的损伤图像中表现得尤为明显；3）L1/L2算法在减少伪影的同时，还原的损伤位置和大小信息更接近损伤真实情况，图像相关系数总体提升明显，有效降低了图像相对误差值。L1/L2-constraint算法在对求解范围加上合理的约束后，消除了L1/L2中仍存在的轻微伪影。对比L1/L2、L1/L2-constraint重建图像可以看出，由于抑制解向量数值较大的值，损伤区域表现明显。

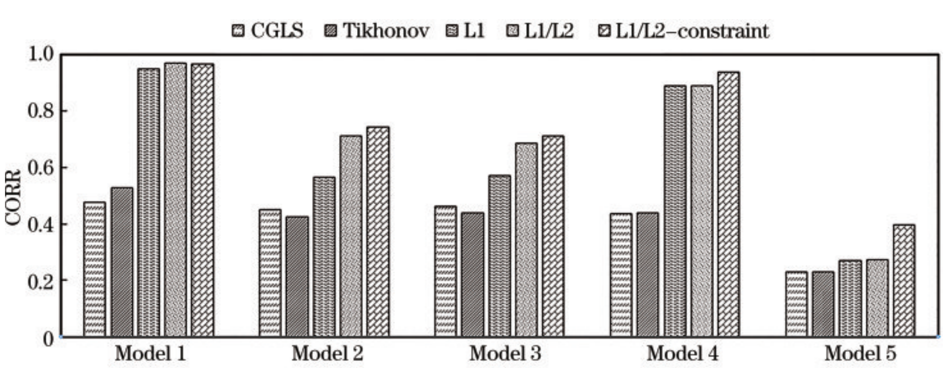

图3 损伤重建图像的相关系数柱状图

Fig. 3 Correlation coefficient histogram of damage reconstruction image

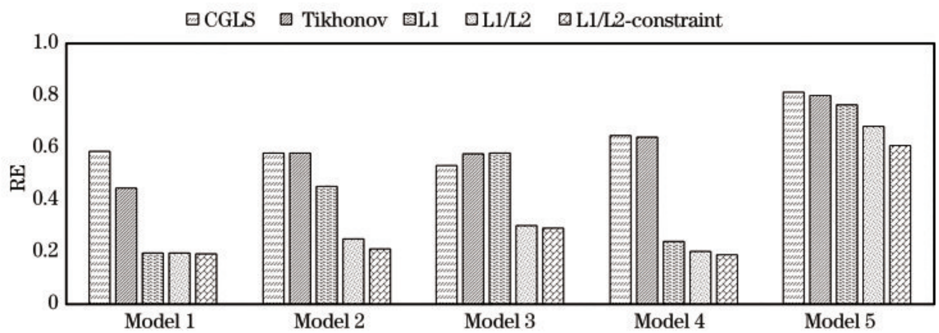

图 4　损伤重建图像相对误差柱状图

Fig. 4　Relative error histogram of damage reconstruction image

表 4　不同算法损伤重建图像的相对误差

Table 4　Relative error of damaged reconstructed images with different algorithms

Model	RE				
	CGLS	Tikhonov	L_1	L_1/L_2	L_1/L_2-constraint
Model 1	0.5853	0.4450	0.1946	0.1953	0.1936
Model 2	0.5806	0.5780	0.4530	0.2508	0.2106
Model 3	0.5315	0.5756	0.5797	0.3007	0.2934
Model 4	0.6467	0.6397	0.2424	0.2017	0.1907
Model 5	0.8137	0.8856	0.7639	0.6823	0.6096

5　CFRP损伤检测实验

为了验证所提算法在实际中检测CFRP层合板结构损伤的有效性，搭建了一个16电极的基于数字万用表的EIT数据采集平台，实验所用设备如图5所示。

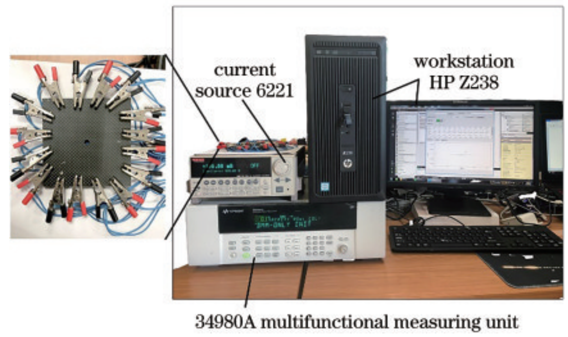

图 5　基于数字万用表的数据采集平台

Fig. 5　Data acquisition platform based on digital multimeter

选用的预测CFRP试件为正交型层合板，试件长度为100 mm、宽度为100 mm，厚度为3 mm。试件的损伤类型有冲击和裂缝，试件1在层合板左下角位置设置一个半径为3 mm圆形穿透的冲击损伤；试件2在层合板对角线位置上设置两个半径为3 mm的圆形穿孔；试件3在层合板中上位置设置两个半径为3 mm的圆形穿孔；试件4在层合板表面对角线靠上位置设置长40 mm、宽1 mm、深度为1 mm的裂缝损伤；试件5在层合板表面设置两条长40 mm、宽1 mm、深1 mm的裂缝。电极结构为嵌入式电极，将16枚铜钉均匀嵌入在层合板四周，每边放置4枚，如图6所示。

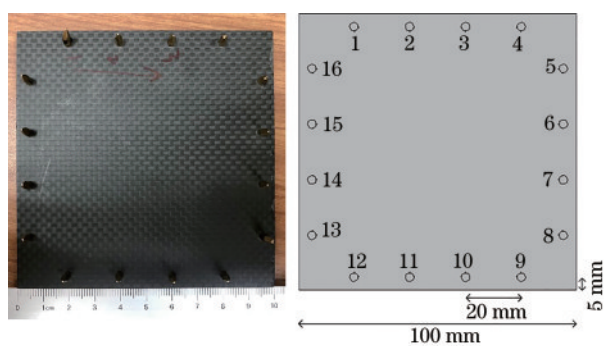

图 6　嵌入式电极及位置示意

Fig. 6　Embedded electrode and position indication

通过添加导电银胶，用以填充铜钉与层合板之间的缝隙，保证电极与试件之间具有良好的导电性。使用夹具将铜钉电极连接到电枢矩阵开关（KEYSIGHT 34932T）和激励电流源（KEITHLEY 6221）。实验采取相邻电极激励相邻电极测量的测量方式，即电极1激励，电极2接地，分别测量电极对3～4、4～5、5～6、6～7、7～8、8～9、9～10、10～11、11～12、12～13、13～14、14～15、15～16的电压值。依照此种方式，对16个相邻电极对进行循环激励，完成一次测量共得到208个边界电压值。对损伤发生前后的CFRP材料进行两次独立测量，即能得到包含电导率变化信息的边界电压测量差值。电流源装置产生100 mA的直流电流作为激励，多功能开关测量单元（KEYSIGHT 34980A）完成对电压信号的循环测量，计算机通过基于QT开发的上位机程序实现对激励与测量通道的选通和测量值的采集、上传。最后，利用算法进行逆问题求解，并进行图像重建。在实测实验中，算法初值均设置为0，CGLS迭代次数设置为20，Tikhonov和L1算法的正则化参数根据不同损伤分别设置为0.03～0.05和0.07～0.25，L1/L2、L1/L2-constraint正则化参数根据不同损伤设置为0.16～0.25，迭代次数取100左右。不同算法实验结果如图7所示。

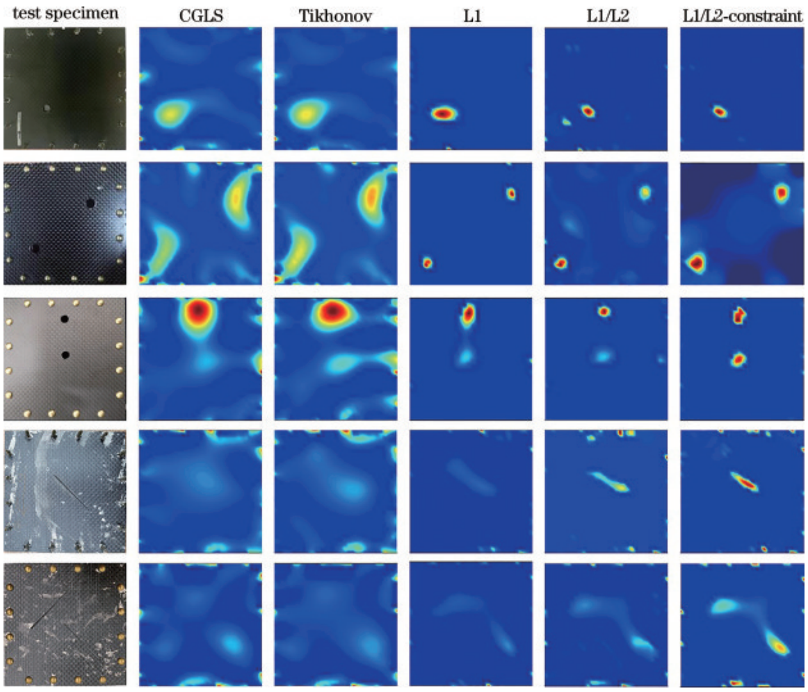

图7 损伤试件在不同算法下的图像重建结果

Fig. 7 Image reconstruction results of damaged specimens under different algorithms

实验结果表明，相较于CGLS、Tikhonov、L1算法，L1/L2正则化算法在减少伪影的同时，反映的冲击损伤位置和大小与实际损伤更为接近。并且对于单裂缝、双裂缝不显的损伤，在传统算法已经失效的情况下，L1/L2正则化算法仍能重建出质量较高的损伤图像。L1/L2-constraint算法通过约束解向量范围，使得分辨不明显的损伤显现更加清晰。实验得到的结论与仿真验证得到的结论相契合，进一步验证了L1/L2正则化算法的有效性。

6 结　　论

提出了一种基于L1/L2稀疏正则化的EIT图像重建算法，仿真和实验结果表明：1）L1/L2正则化算法能够改善单独使用L1或L2作为正则化项的缺点，产生稀疏解的同时，保留电导率变化前后的特征，改善EIT图像重建过程的病态性和欠定性；2）L1/L2-constraint算法能够有效抑制L1/L2正则化算法在求解过程中大系数的产生，提高对复杂损伤的辨识能力；3）L1/L2正则化算法能够对CFRP层合板进行可视化检测。然而在实验中预设的损伤模型仍然比较理想化，在实际工业场景中，由机械冲击造成的损伤是变化多样的，需要更多样的实际损伤进一步验证算法性能。

参 考 文 献

[1] 范玉青，张丽华. 超大型复合材料机体部件应用技术的新进展：飞机制造技术的新跨越[J]. 航空学报，2009，30(3)：534-543.
Fan Y Q，Zhang L H. New development of extra large composite aircraft components application technology: advance of aircraft manufacture technology[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica，2009，30(3)：534-543.

[2] 邢丽英，冯志海，包建文，等. 碳纤维及树脂基复合材料产业发展面临的机遇与挑战[J]. 复合材料学报，2020，37(11)：2700-2706.
Xing L Y，Feng Z H，Bao J W，et al. Facing opportunity and challenge of carbon fiber and polymer matrix composites industry development[J]. Acta Materiae Compositae Sinica，2020，37(11)：2700-2706.

[3] 孔琼英，叶波，邓为权，等. 基于ToF损伤因子的碳纤维复合材料疲劳损伤概率成像方法[J]. 激光与光电子学进展，2021，58(16)：1610002.
Kong Q Y，Ye B，Deng W Q，et al. Probability-based diagnostic imaging method of fatigue damage for carbon fiber reinforced plastic based on ToF damage factor[J]. Laser & Optoelectronics Progress，2021，58(16)：1610002.

[4] Salvetti M，Gilioli A，Sbarufatti C，et al. Analytical model of the dynamic behaviour of CFRP plates subjected to low-velocity impacts[J]. Composites Part B: Engineering，2018，142：47-55.

[5] Tuo H L，Lu Z X，Ma X P，et al. An experimental and numerical investigation on low-velocity impact damage and compression-after-impact behavior of composite laminates[J]. Composites Part B: Engineering，2019，167：329-341.

[6] 詹湘琳，赵婉婷. 基于一维CNN的碳纤维复合材料缺陷类型判别[J]. 激光与光电子学进展，2020，57(10)：101013.
Zhan X L，Zhao W T. Classification of carbon fiber reinforced polymer defects based on one-dimensional CNN[J]. Laser & Optoelectronics Progress，2020，57(10)：101013.

[7] 曹弘毅，马蒙源，丁国强，等. 复合材料层压板分层缺陷超声相控阵检测与评估[J]. 材料工程，2021，49(2): 149-157.
Cao H Y，Ma M Y，Ding G Q，et al. Delamination defects testing and evaluation of composite laminates using phased array ultrasonic technique[J]. Journal of Materials Engineering，2021，49(2): 149-157.
[8] Dilonardo E，Nacucchi M，de Pascalis F，et al. High resolution X-ray computed tomography: a versatile non-destructive tool to characterize CFRP-based aircraft composite elements[J]. Composites Science and Technology，2020，192: 108093.
[9] Li K，Gao Y T，Zhang H P，et al. Efficient three-dimensional characterization of C/C composite reinforced with densely distributed fibers via X-ray phase-contrast microtomography[J]. Chinese Optics Letters，2021，19(7): 073401.
[10] 杨正伟，赵志彬，李胤，等. 压-压疲劳载荷下CFRP层合板表面红外辐射特征[J]. 航空学报，2021，42(5): 524239.
Yang Z W，Zhao Z B，Li Y，et al. Infrared radiation characteristics of CFRP laminate surface under compressive fatigue load[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica，2021，42(5): 524239.
[11] Goossens S，Berghmans F，Khodaei Z F，et al. Practicalities of BVID detection on aerospace-grade CFRP materials with optical fibre sensors[J]. Composite Structures，2021，259: 113243.
[12] 喻俊松，梁大开. 基于偏斜度、陡峭度特征的光纤布拉格光栅冲击载荷定位[J]. 光学学报，2018，38(3): 0328019.
Yu J S，Liang D K. Impact load localization by using fiber Bragg gratings based on characteristics of skewness and kurtosis[J]. Acta Optica Sinica，2018，38(3): 0328019.
[13] 王奇书，牟达，周桐宇，等. 玻纤复合材料分层缺陷太赫兹无损检测技术[J]. 光学学报，2021，41(17): 1712003.
Wang Q S，Mu D，Zhou T Y，et al. Terahertz nondestructive test of delamination defects in glass-fiber-reinforced composite materials[J]. Acta Optica Sinica，2021，41(17): 1712003.
[14] Almuhammadi K，Yudhanto A，Lubineau G. Real-time electrical impedance monitoring of carbon fiber-reinforced polymer laminates undergoing quasi-static indentation[J]. Composite Structures，2019，207: 255-263.
[15] Schueler R，Joshi S P，Schulte K. Damage detection in CFRP by electrical conductivity mapping[J]. Composites Science and Technology，2001，61(6): 921-930.
[16] Baltopoulos A，Polydorides N，Pambaguian L，et al. Damage identification in carbon fiber reinforced polymer plates using electrical resistance tomography mapping[J]. Journal of Composite Materials，2013，47(26): 3285-3301.
[17] Nonn S，Schagerl M，Zhao Y J，et al. Application of electrical impedance tomography to an anisotropic carbon fiber-reinforced polymer composite laminate for damage localization[J]. Composites Science and Technology，2018，160: 231-236.
[18] 范文茹，王勃，李靓瑶，等. 基于电阻抗层析成像的CFRP结构损伤检测[J]. 北京航空航天大学学报，2019，45(11): 2177-2183.
Fan W R，Wang B，Li J Y，et al. Damage detection of CFRP structure based on electrical impedance tomography[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2019，45(11): 2177-2183.
[19] 范文茹，李靓瑶，王勃. 基于改进MRNSD算法的电阻抗层析成像[J]. 北京航空航天大学学报，2020，46(8): 1564-1573.
Fan W R，Li J Y，Wang B. Electrical impedance tomography based on improved MRNSD algorithm[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2020，46(8): 1564-1573.
[20] Rahimi Y，Wang C，Dong H B，et al. A scale-invariant approach for sparse signal recovery[J]. SIAM Journal on Scientific Computing，2019，41(6): A3649-A3672.
[21] Wang C，Yan M，Rahimi Y，et al. Accelerated schemes for the L_1/L_2 minimization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing，2020，68: 2660-2669.
[22] Wang C，Tao M，Nagy J G，et al. Limited-angle CT reconstruction via the L_1/L_2 minimization[J]. SIAM Journal on Imaging Sciences，2021，14(2): 749-777.
[23] Fan W R，Wang H X，Xue Q，et al. Modified sparse regularization for electrical impedance tomography[J]. The Review of Scientific Instruments，2016，87(3): 034702.
[24] Geselowitz D B. An application of electrocardiographic lead theory to impedance plethysmography[J]. IEEE Transactions on Bio-Medical Engineering，1971，18(1): 38-41.
[25] 王化祥，范文茹，胡理. 基于GMRES和Tikhonov正则化的生物电阻抗图像重建算法[J]. 生物医学工程学杂志，2009，26(4): 701-705.
Wang H X，Fan W R，Hu L. A hybrid reconstruction method in electrical impedance tomography based on GMRES and Tikhonov regularization[J]. Journal of Biomedical Engineering，2009，26(4): 701-705.
[26] 李星，杨帆，余晓，等. 基于自诊断正则化的电阻抗成像逆问题研究[J]. 生物医学工程学杂志，2018，35(3): 460-467.
Li X，Yang F，Yu X，et al. Study on the inverse problem of electrical impedance tomography based on self-diagnosis regularization[J]. Journal of Biomedical Engineering，2018，35(3): 460-467.
[27] Boyd S，Parikh N，Chu E，et al. Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers[J]. Foundations and Trends® in Machine Learning，2010，3(1): 1-122.
[28] Megali G，Pellicano D，Cacciola M，et al. Ec modelling and enhancement signals in CFRP inspection[J]. Progress in Electromagnetics Research M，2010，14: 45-60.