

## 频域自适应降采样的傅里叶单像素成像

开静<sup>1</sup>, 翟爱平<sup>1</sup>, 赵文静<sup>1</sup>, 王东<sup>1,2\*</sup><sup>1</sup>太原理工大学物理与光电工程学院, 山西 太原 030024;<sup>2</sup>太原理工大学新型传感器与智能控制教育部重点实验室, 山西 太原 030024

**摘要** 单像素成像技术突破了传统成像中探测器与目标物体之间存在遮挡物无法成像的限制, 具有系统简单、成本低廉、宽谱成像等优点, 在成像领域迅速获得关注并得到逐步发展。然而, 由于其使用无空间分辨率的单点探测器, 完美成像需对场景进行与图像像素数量级相当的测量。因此, 如何在保证一定成像质量的前提下, 大幅度提升其成像速度, 成为单像素成像技术走向应用的关键问题之一。为此提出了一种基于变换域自适应降采样的傅里叶单像素成像方法。该方法利用傅里叶变换频谱能量集中的特点, 在频域合理规划采样路径; 然后, 沿规划路径测量谱系数, 计算每段采样路径的谱系数方差, 并在线进行曲线拟合, 当曲线斜率达到人为设定的误差带(或趋近于 0)时, 采样测量自动停止; 最后, 对采样测量获得的谱系数矩阵实施傅里叶逆变换重建目标图像。提出方法大幅提高了成像效率。

**关键词** 成像系统; 单像素成像; 自适应采样; 降采样; 傅里叶变换

中图分类号 TP399 文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP212877

## Fourier Single-Pixel Imaging Based on Adaptive Down-Sampling in Frequency Domain

Kai Jing<sup>1</sup>, Zhai Aiping<sup>1</sup>, Zhao Wenjing<sup>1</sup>, Wang Dong<sup>1,2\*</sup><sup>1</sup>College of Physics and Optoelectronics, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, Shanxi, China;<sup>2</sup>Key Laboratory of Advanced Transducers and Intelligent Control Systems, Ministry of Education, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, Shanxi, China

**Abstract** Traditional imaging technology requires that there must be no obstacles between the detector and object. Single-pixel imaging technology does not have this requirement. Due to the various advantages of single-pixel imaging, such as easy construction of the physical system, low cost, and wide spectrum imaging, it has quickly gained significant attention and development in the imaging field. However, single-pixel imaging uses a single-point detector, which requires measurements equal to the pixel number of the target object to obtain a relatively perfect imaging quality. As a result, how to balance the imaging quality and the imaging speed has become not only a technical challenge but also a meaningful task. An adaptive sampling method based on Fourier transform single-pixel imaging is proposed to solve this problem. This method takes advantage of the characteristics of Fourier transform spectrum energy concentration to reasonably plan the sampling path in the frequency domain. Then it measures the spectral coefficient along the planned path, calculates the variance of the spectral coefficient of each sampling path, and performs curve fitting online. When the slope of the curve reaches a range small enough (or close to 0), it will automatically stop sampling and perform an inverse Fourier transform to realize image reconstruction. Thus, the proposed method greatly improves imaging efficiency.

**Key words** imaging systems; single-pixel imaging; adaptive sampling; down-sampling; Fourier transform

## 1 引言

单像素成像<sup>[1]</sup>的研究最早可追溯到 1884 年 Nakano<sup>[2]</sup>提出的一项转盘扫描成像技术, 光源穿过转

盘上的小孔对目标物体进行空间扫描, 单像素探测器采集光强值重建物体图像。1995 年, Pittman 等<sup>[3]</sup>提出了基于量子纠缠效应的成像方法, 利用纠缠态光子空间信息相关性进行成像, 即鬼成像, 突破了传统成像无

收稿日期: 2021-10-04; 修回日期: 2021-11-13; 录用日期: 2021-12-08; 网络首发日期: 2021-12-19

基金项目: 国家自然科学基金(61805167)、山西省回国留学人员科研资助项目(SSCC2021)

通信作者: \*wangdong@tyut.edu.cn

法用非相干光实现关联成像的限制,并且能在一定程度上克服大气湍流和其他光散射的影响。2005年,Valencia等<sup>[4]</sup>将一束连续激光发射到转动的毛玻璃上,将生成的空间非相干的随机光场模拟光量子随机特性,该产生的随机光场通过分光镜分离两路光信号,其中一路放置面阵探测器,用来采集随机光场的信息;另一路放置目标物体和单点探测器,随机光场对目标物体进行编码,其透射光强由单点探测器采集;对面阵探测器和单点探测器采集的信号数据处理后,实现了对物体图像的重建。

随后,2008年,Shapiro等<sup>[5]</sup>提出了“计算鬼成像”的概念,利用计算机控制空间光调制器(SLM)产生随机散斑图像,以模拟光子的随机性,由于使用SLM产生了已知的散斑场,因此无需再使用面阵探测器来探测散斑图案。在他们的实验中,由计算机产生一系列的随机相位并载入SLM,激光器发出的连续光经过载有随机相位的SLM,产生随机光场,照射在目标物体上,经物体的透射光强由单像素探测器接收,将计算机模拟的随机相位图和单像素探测器所获取的信号进行相关运算成功地重建了物体。以上过程中,仅使用了单像素探测器作为唯一的探测器,因此计算鬼成像是真正意义上的单像素成像技术。

作为一种新型的成像技术,单像素成像技术在实际应用中仍然面临着一些亟待解决的问题:一方面是成像质量的问题。从鬼成像技术发展而来的单像素成像技术,由于运用了随机、统计数学的图像重建机理,重建的图像会呈现出较明显的噪声。2010年,Ferri等<sup>[6]</sup>提出了差分鬼成像,有效地消除了探测信号中的直流分量,将重建物体图像的信噪比提高了几个数量级。2012年,Sun等<sup>[7]</sup>提出了归一化鬼成像,该方法主要通过消除激光波动引起的噪声来提高成像质量;另一方面是成像速度的问题。测量次数庞大使得单像素成像需要耗费大量的信息采集时间。2008年,Duarte等<sup>[8]</sup>提出了一种基于压缩传感的单像素成像技术,通过将一系列不相关的随机基底图案投影照射至目标物体上,利用单点探测器采集所得的光强值来获得物体信息在空间域的欠采样数据,减少测量次数。不同的照明图案重建的图像质量和时间也不相同。2013年,Sun等<sup>[9]</sup>提出的单像素三维计算成像通过投影一系列黑白像素数目相等的随机分布的二元散斑图案到目标物体上以重建目标,成功地将随机非正交照明图案用在单像素成像技术中。然而,投影这种随机非正交的照明图案仍然需要一定的测量和重建时间,并且成像质量也不佳。

为了克服上述缺点,基于正交变换的单像素成像方案被提出,该方案利用确定的正交变换产生正交照明光场,傅里叶基照明光场<sup>[10-16]</sup>就是其中一种典型的正交照明方案。为了完美地重建目标图像,通常需要进行与图像像素数量级相当的测量,即全采样。随着成像分辨率的提高,所需的测量次数大大增加,从而限

制了成像速度。目前,单像素成像速度的提升方案<sup>[17]</sup>主要有:硬件设备响应提速和软件算法优化。硬件提速,例如采用高性能的SLM,会大幅提高系统的经济成本。软件算法优化提速相对更经济,是一种潜在的有效方案。

为此,本文提出了一种变换域自适应降采样的单像素成像方法,优先采集包含图片轮廓信息的低频分量,舍弃部分携带图片细节和噪声的高频分量。以傅里叶变换单像素成像为例,该方法利用傅里叶变换频谱能量集中的特点,在频域合理规划采样路径;然后,沿规划路径测量谱系数,计算每段采样路径的谱系数方差,并在线进行曲线拟合,当曲线斜率达到人为设定的误差带(或趋近于0)时,采样测量自动停止;最后,对采样测量获得的谱系数矩阵实施傅里叶逆变换重建目标图像。通过牺牲有限的图像质量,大幅度地提高了成像效率。

## 2 基本原理

### 2.1 傅里叶变换单像素成像

傅里叶单像素成像是基于傅里叶变换的单像素成像技术<sup>[18-23]</sup>:利用傅里叶变换产生一系列随时间变化的傅里叶基底图案,将傅里叶基底图案以空间结构光的形式投影至待测目标物体上进行编码,单点探测器采集到的光强值在数学上等于傅里叶基底图案与目标物体之间的内积,每个傅里叶基底图案对应一个特定的傅里叶系数,采集的一系列傅里叶系数组成傅里叶谱,将得到的傅里叶谱执行傅里叶逆变换重建获取物体图像。

首先选定傅里叶结构照明基模式 $P$ 作为投影基,配置成像系统的初始成像分辨率,生成照明基模式利用了傅里叶变换,其公式为

$$F(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(ux+vy)/N}, \quad (1)$$

$$f(x, y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{j2\pi(ux+vy)/N}, \quad (2)$$

式中 $u=0, 1, 2, \dots, M-1; v=0, 1, 2, \dots, N-1; F(u, v)$ 为数字图像 $f(x, y)$ 在傅里叶变换域的系数。定义 $M \times N$ 个仅含0和1元素不同的 $\Theta$ 矩阵,公式<sup>[17]</sup>为

$$\Theta(u, v, \beta) = \begin{cases} e^{j\beta} & u = u_0, v = v_0 \\ 0 & \text{else} \end{cases}. \quad (3)$$

本文采用四步相移傅里叶单像素成像,则 $\beta=0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ 。将式(3)代入式(2),对每一个矩阵 $\Theta$ 进行傅里叶逆变换并取其实部,表示为 $\Phi_\beta$ ,这 $M \times N$ 个矩阵 $\Phi_\beta$ 组成傅里叶正交基矩阵,为了适应投影系统的输出,对正交基矩阵进行如下变换<sup>[17]</sup>:

$$P_{i,\beta} = \frac{1}{2}(MN\Phi_{i,\beta} + 1), \quad (4)$$

由式(4)可得实际用于投影的照明基,对目标场景按元素下标指定的顺序投影相应的照明基,单像素探测器同步采集单个照明基携带的物体信息的编码信号 $d_\beta$ 。



对于四步傅里叶成像有  $d_i = d_\pi - d_0 + i(d_{3\pi/2} - d_{\pi/2})$ 。

### 2.2 采样路径规划

自适应成像是在具有能量集中和稀疏性的变换域, 实时检测成像时的变化趋势, 根据变化趋势确定是否停止采样, 以达到兼顾成像时间和成像质量的要求, 并且

适用于不同的确定性正交成像方式和不同的目标场景。对分辨率为  $128 \text{ pixel} \times 128 \text{ pixel}$  的“Cameraman”图的频谱和能量分布进行分析可知, 傅里叶变换域的大部分能量集中在中心区域, 如图 1 所示 [图 1(b) 中纵坐标为光强度归一化的色度条, 以下同]。

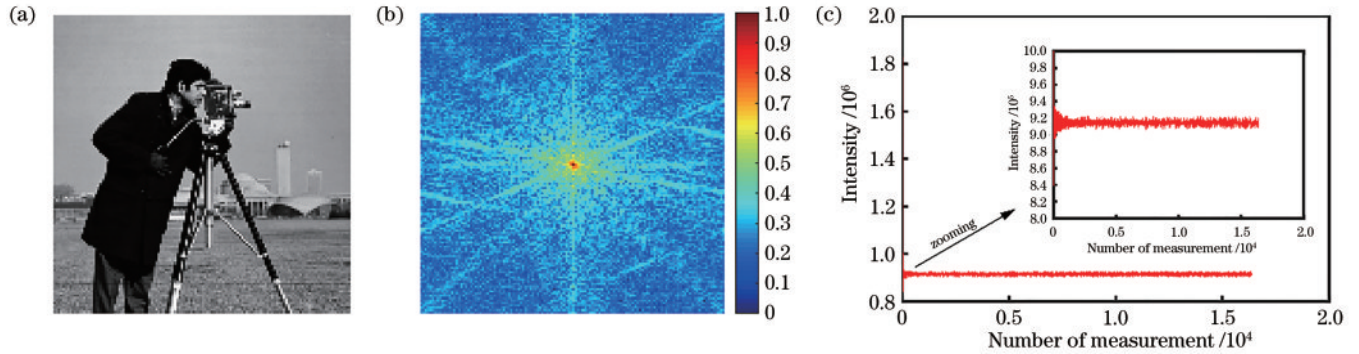


图 1  $128 \text{ pixel} \times 128 \text{ pixel}$  的“Cameraman”图的傅里叶频谱和能量分布图。(a) 目标图像; (b) 傅里叶频谱图; (c) 单像素测量值的强度分布

Fig. 1 Fourier spectrum and energy distribution of “Cameraman” with resolution of  $128 \text{ pixel} \times 128 \text{ pixel}$ . (a) Target image; (b) Fourier spectrum; (c) intensity distribution of single-pixel measurement

本文采用由中心(频谱原点)向外扩展的方采样和圆采样两种方式取代常规的顺序采样进行自适应采

样, 从变换域能量最高点开始投影照明基和采集信号, 下标顺序即为采样顺序, 如图 2 所示。

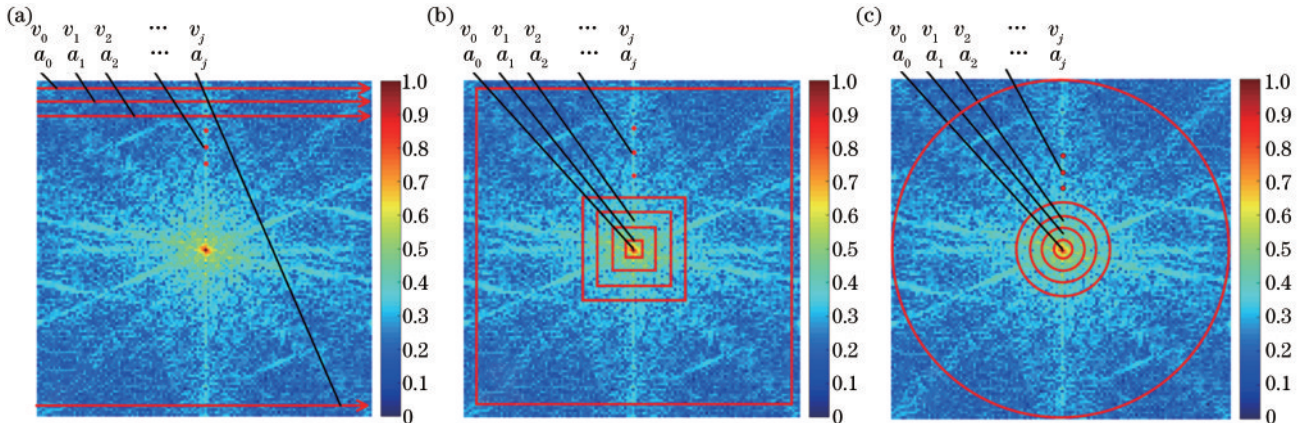


图 2 采样顺序示意图。(a) 常规顺序采样示意图; (b) 方采样示意图; (c) 圆采样示意图

Fig. 2 Schematic diagram of sampling orders. (a) Conventional sequential sampling; (b) square sampling; (c) circular sampling

### 2.3 自适应降采样策略

对单像素探测器采集到的强度信号  $d_i$  所组成的系数谱按采样路径进行分段, 计算每一段的平均响应信号强度  $a_j$ , 以及每一段内所有响应信号偏离  $a_j$  的离散程度  $v_j$ 。判断采集的响应信号所组成的段数是否大于  $j_0$ , 若大于  $j_0$ , 则对已采集响应信号的离散程度  $v_j$  进行对数变换并且拟合曲线求出最新一段的斜率  $k$ 。最后判断斜率是否满足一个斜率误差带  $\Delta k$ 。满足条件即停止采样, 采用傅里叶逆变换即获得重建图像。

下面分析响应系数的分布情况, 对分辨率为  $128 \text{ pixel} \times 128 \text{ pixel}$  的“Cameraman”图进行四步傅里叶单像素成像仿真。  $a_j$  为同一段(即相同采样方向的系数)的响应均值, 表示为

$$a_j = \frac{1}{k} \sum_{i=c}^{c+k-1} d_i \quad (5)$$

图 3 为段数与响应均值的关系曲线, 直观可得高频段均值几乎保持不变。

而在低频段处的同一段内多个能量值之间偏差较大, 随着  $j$  的不断增大, 这种偏差显著减小。为了定量观察这  $M + N - 1$  个段的响应值的偏差关系, 利用每一组系数偏离组均值的离散程度, 也就是对这些系数求取相应的方差  $v_j$ , 即

$$v_j = \frac{1}{k} \sum_{i=c}^{c+k-1} (d_i - a_j)^2, j = 1, 2, \dots, M + N - 1. \quad (6)$$

如图 4 所示, 相邻两段曲线的方差分布呈现出规律分布的趋势, 前几段的均值的离散程度很高, 随着段

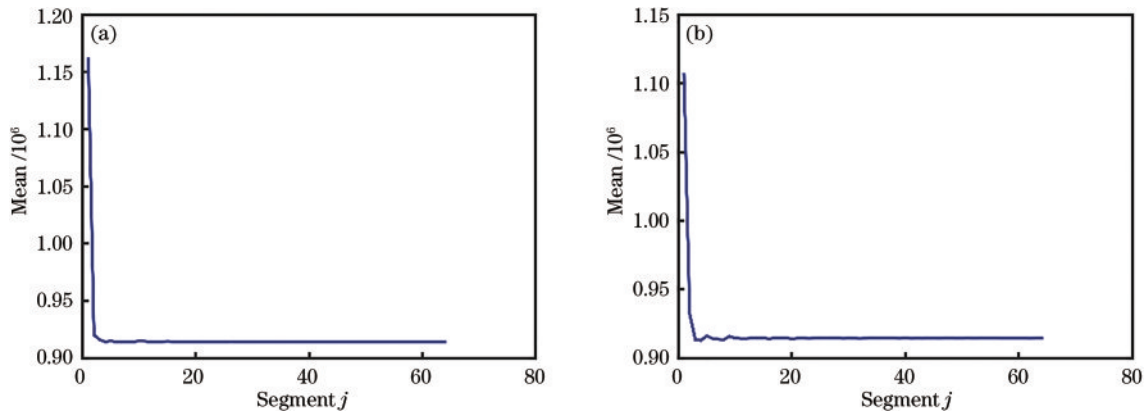


图 3 每个段的测量系数的均值曲线图。(a) 使用方采样路径;(b) 使用圆采样路径

Fig. 3 Mean value curve of measurement coefficient of each segment. (a) Using square sampling path; (b) using circular sampling path

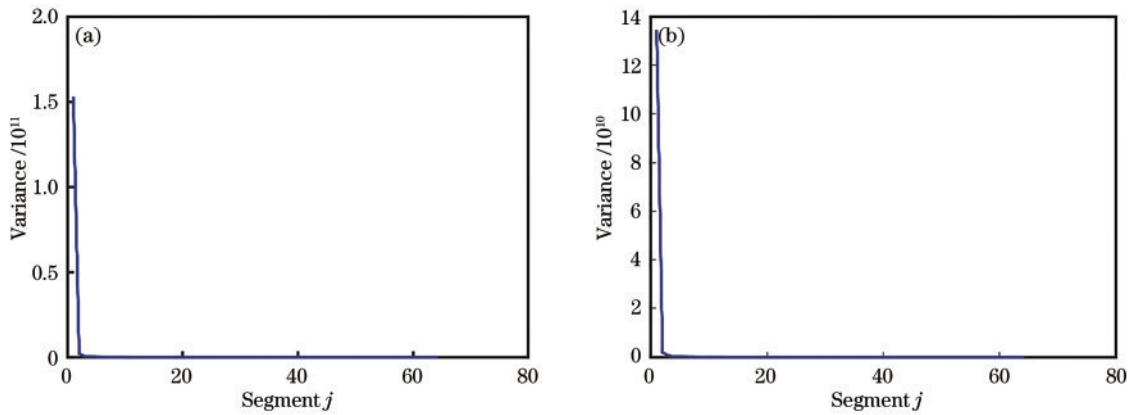


图 4 每个段的测量系数的方差曲线。(a) 使用方采样路径;(b) 使用圆采样路径

Fig. 4 Variance curve of measurement coefficient of each segment. (a) Using square sampling path; (b) using circular sampling path

数的增加,系数离散程度下降。仿真证明占据数据量大部分的离散程度接近于零的这些系数代表的是图片中的高频和噪声信息成分,将其适当地舍弃,可以大大减少测量次数从而提高图像重建的效率,并且不会明

显降低图像的质量。

为了进一步判断离散程度的变化趋势,以及找出变化最为缓慢的段,对两种采样方式的每个段的方差进行了对数变换,结果如图 5 所示。

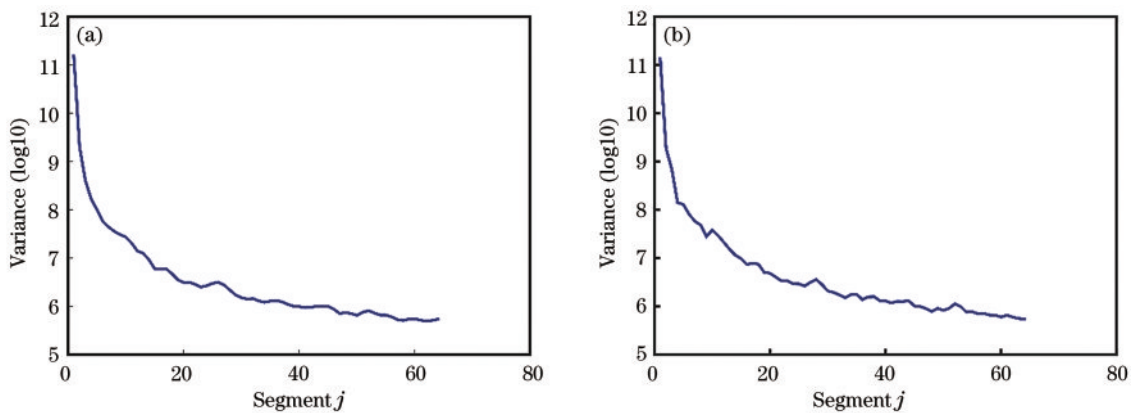


图 5 每个段的测量系数的对数方差曲线。(a) 使用方采样路径;(b) 使用圆采样路径

Fig. 5 Logarithmic variance curve of measurement coefficients of each segment. (a) Using square sampling path; (b) using circular sampling path

利用  $n$  阶多项式  $f(x) = c_1x^n + c_2x^{n-1} + \dots + c_nx + c_{n+1}$  拟合图 5 所示的对数方差曲线,找出斜率为

零或者斜率误差带范围内波动的段,停止采样并重建图像。图 6 为拟合后的曲线的斜率情况。



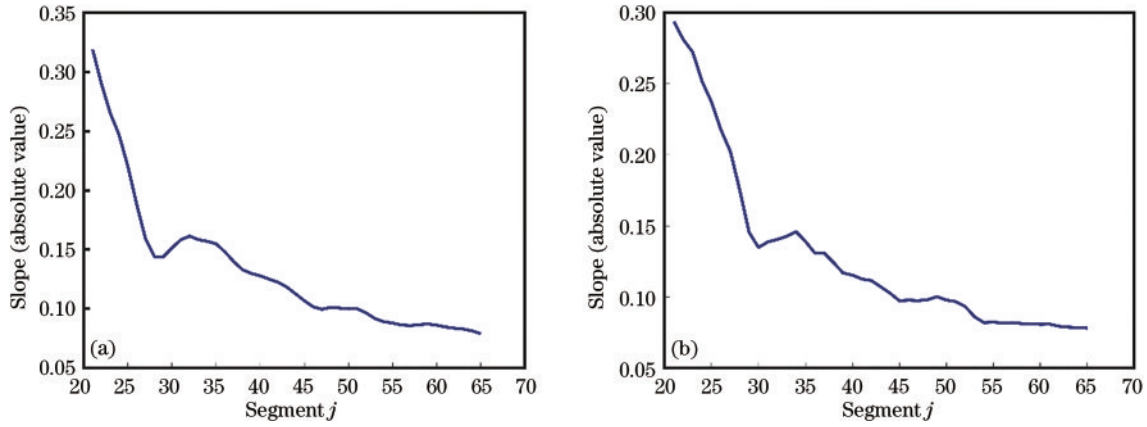


图 6 拟合曲线斜率的绝对值。(a) 使用方采样路径；(b) 使用圆采样路径

Fig. 6 Absolute value of slope of fitting curve. (a) Using square sampling path; (b) using circular sampling path

### 3 仿真验证

对分辨率为 256 pixel×256 pixel 的“Orangutan”、“Cameraman”、“Match”图像进行仿真成像。为了量

化自适应采样相对于顺序采样的优势,选取方采样、圆采样中较低的采样率,以该采样率做出顺序采样的目标重建,如图 7 所示。

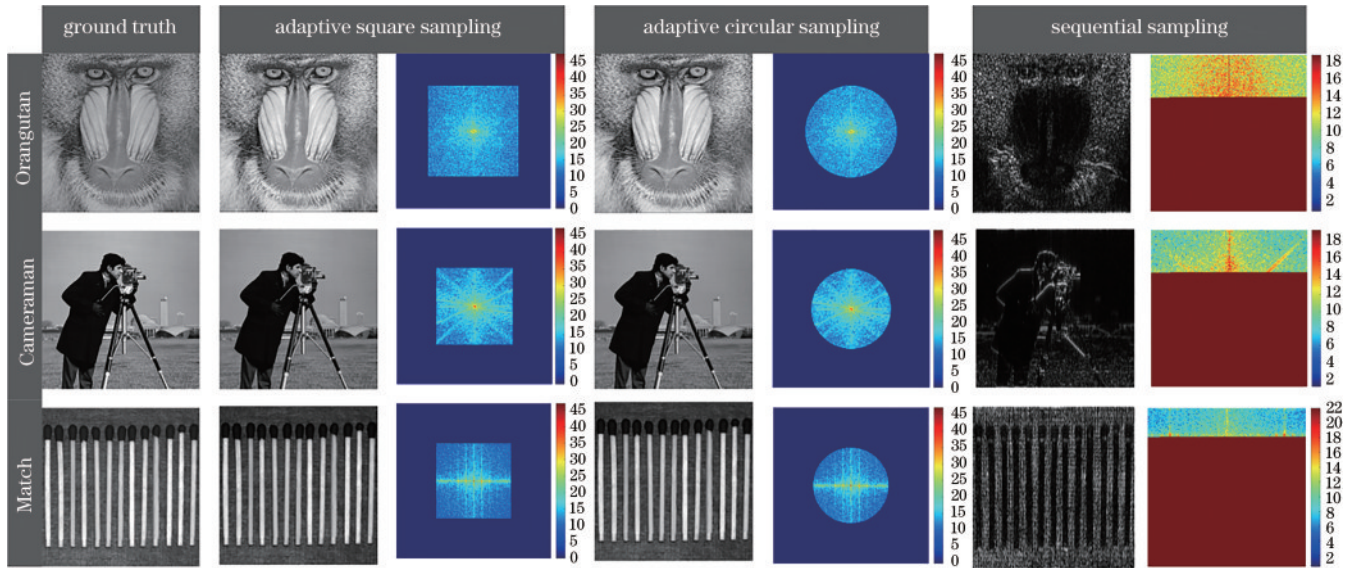


图 7 “Orangutan”、“Cameraman”和“Match”图在自适应方采样、自适应圆采样、顺序采样下的成像结果和频谱图

Fig. 7 Imaging results and spectra of images “Orangutan”, “Cameraman”, and “Match” under adaptive square sampling, adaptive circular sampling, and sequential sampling

峰值信噪比定义为

$$R_{\text{PSNR}} = 10 \cdot \lg\left(\frac{1}{E_{\text{MSE}}}\right), \quad (7)$$

式中,  $E_{\text{MSE}} = \frac{1}{MN} \|O - \hat{O}\|_{\ell_2}^2$  为均方根误差,  $O$  为  $M \times N$  像素的原始图像,  $\hat{O}$  为重建的图像。此外, 结构相似性<sup>[24]</sup> 用来评价仿真重构图像的性能。以图片内容较为复杂的“Orangutan”图为例, 利用方采样恢复图像的峰值信噪比为 23.90 dB, 结构相似性为 0.784; 利用圆采样恢复的图像峰值信噪比为 23.37 dB, 结构相似性为 0.746。在采样率方面, 方采样的采样率为 34.33%; 圆采样的为 27.88%。利用方采样进行自适应成像时,

“Orangutan”、“Cameraman”、“Match”自适应采样率分别为 34.33%、24.22%、23.46%, 重构得到的结构相似性分别为 0.784、0.820、0.829, 随采样率的增加而减小; 利用圆采样进行自适应成像时, “Orangutan”、“Cameraman”、“Match”的采样率分别为 27.88%、20.24%、18.46%, 重构得到的结构相似性分别为 0.746、0.806、0.816, 同样符合规律。这说明目标光谱越稀疏, 重构精度越高, 采样率越低, 成像速度越快。两种方法获得的重建图像在整体结构上和原图无明显差别, 部分出现轻微模糊是由于舍弃的高频部分包含目标的细节信息。综合来说, 方采样比方采样会有更好的成像质量, 圆采样比方采样有更早的采样停止时间, 两种

采样路径所导致的成像效果与文献[19]所得结论一致, 本文在其提出的采样路径的基础上实现了自适应采样。

3张图片在3种采样方式下的峰值信噪比(PSNR)、结构相似性(SSIM)与采样率(SR)的数值如表1所示。

表1 “Orangutan”、“Cameraman”、“Match”图在自适应方采样、自适应圆采样、顺序采样下的仿真结果

Table 1 Simulation results of adaptive square sampling, adaptive circular sampling, and sequential sampling for images “Orangutan”, “Cameraman”, and “Match”

Target object	Adaptive square sampling			Adaptive circular sampling			Sequential sampling		
	PSNR /dB	SSIM	SR /%	PSNR /dB	SSIM	SR /%	PSNR /dB	SSIM	SR /%
Orangutan	23.90	0.784	34.33	23.37	0.746	27.88	6.08	0.046	27.00
Cameraman	23.42	0.820	24.22	22.70	0.806	20.24	6.56	0.153	20.24
Match	27.39	0.829	23.46	27.47	0.816	18.46	7.99	0.036	18.46

### 4 实验系统及测量结果

实验装置如图8所示, 傅里叶正交基矩阵由计算机运算产生, 白光光源(高压汞灯)经过数字投影仪(acer V36X)调制产生照明基模式, 携带目标信息的反射光由无空间分辨率的单像素探测器(PD KG-PR-200K-A-FS)采集并将光信号转换为电信号, 再经过NI数据采集卡(NI USB-6216)转换为数字信号传输到计算机, 利用傅里叶逆变换即可恢复目标图像。

对“USAF1951”、“乌龟”模具、“三条杠”、“一条杠”的图片进行全采样重建, 图片分辨率为128 pixel×128 pixel, 分别采用自适应方采样和圆采样进行实验, 成像结果如图9所示。成像质量的具体相关数值如表2所示。

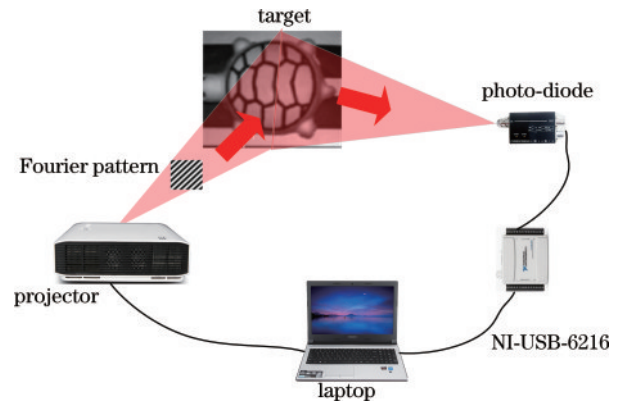


图8 实验装置图

Fig. 8 Schematic diagram of experimental setup

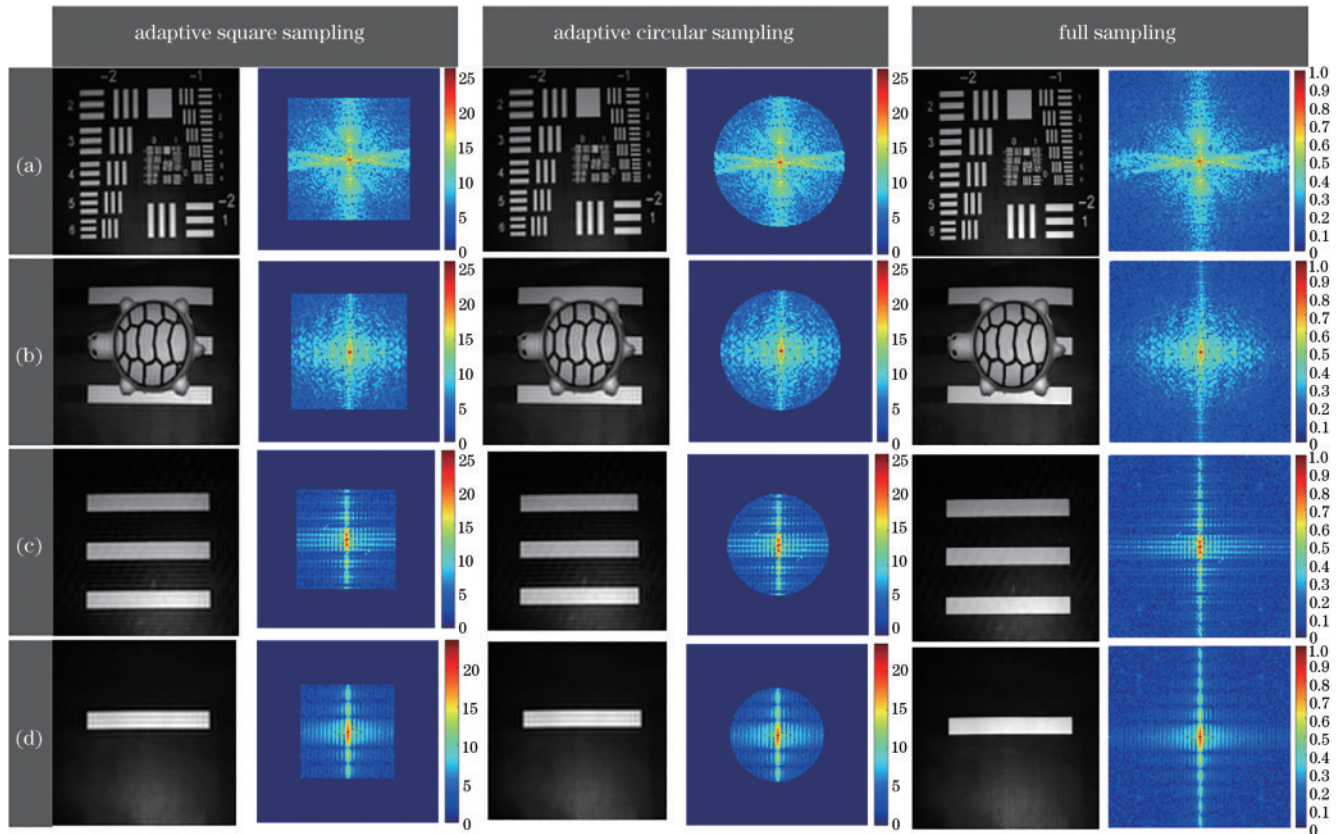


图9 不同目标物体的自适应采样重建结果与频谱。(a) “USAF1951”图片;(b) “乌龟”模具图片;(c) “三条杠”图片;(d) “一条杠”图片  
Fig. 9 Adaptive sampling reconstruction results and spectra of different objects. (a) “USAF 1951” image; (b) “Turtle” model image; (c) “Three bars” image; (d) “One bar” image



表 2 “USAF1951”、“乌龟”模具、“三条杠”图片、“一条杠”图片在自适应方采样和自适应圆采样下的实验结果

Table 2 Experimental results of adaptive square sampling and adaptive circular sampling for images of “USAF 1951”, “Turtle” model, “Three bars”, and “One bar”

Object	Adaptive square sampling			Adaptive circular sampling		
	PSNR /dB	SSIM	SR /%	PSNR /dB	SSIM	SR /%
USAF1951	26.67	0.832	49.44	26.41	0.823	38.92
Turtle model	30.48	0.843	41.04	30.56	0.837	33.84
Three bars	31.05	0.905	31.64	31.05	0.902	26.59
One bar	31.15	0.915	24.79	31.12	0.913	20.98

图 9 和表 2 显示, 4 个目标物体的成像所需采样率均在 50% 以下, 但 SSIM 可达 80% 以上, 验证了傅里叶自适应降采样方法可以通过牺牲少量成像细节实现大幅提高成像速度的目的。

以上实验是在白天的实验室自然环境下进行的, 实验系统照明光源为高压汞灯, 环境光主要包含阳光和日光灯 (有 100 Hz 的闪烁), 实验中每个照明基模式对应的采集时间为 0.3 s, 采样速率为 150 KS/s, 采样数为 45 k 个电压点, 并且每个傅里叶系数的值是由 45 k 个电压值平均得到, 因此能有效抑制日光灯闪

烁 (周期为 0.01 s) 的影响。为了研究环境光对自适应成像系统的影响, 挑选“三条杠”图片前面粘贴一个立体的“瓢虫”模具作为重建物体在黑暗中进行成像。结果表明, 环境光源对自适应降采样方法的重建结果无较大影响, 黑暗环境下的成像质量略优于白天的成像质量。由文献 [19] 可知四步傅里叶相移法本质上是一种差分的测量方法, 能够提供一定的抗干扰能力, 可以减少环境噪声对重建结果的影响。具体的重建图像及频谱如图 10 所示, 定量的分析指标如表 3 所示。

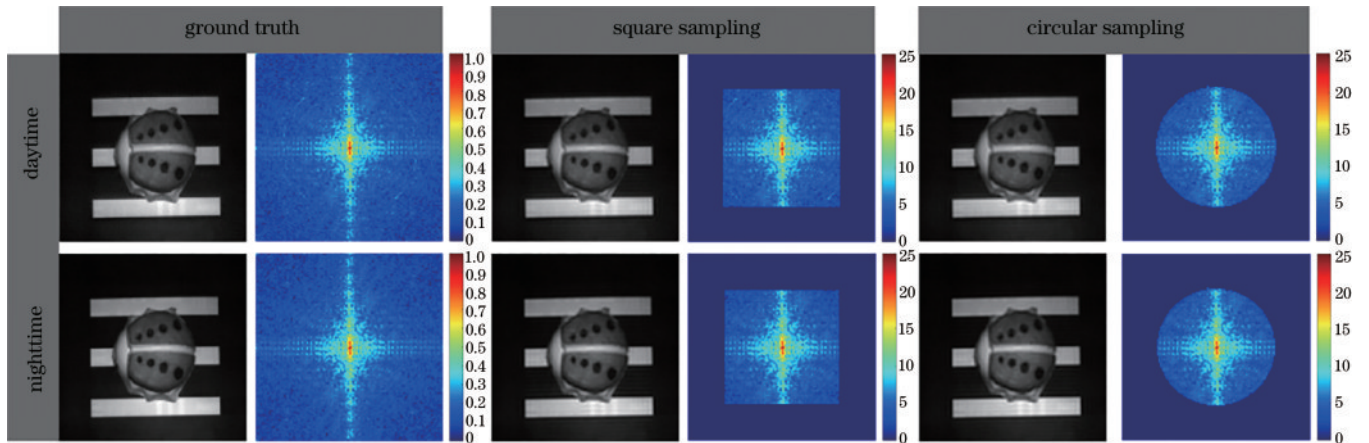


图 10 “瓢虫”模具在白天和夜晚时的自适应采样重建结果与频谱

Fig. 10 Adaptive sampling reconstruction results and spectra of ‘Beetle’ model at daytime and nighttime

表 3 “瓢虫”模具在白天和夜晚时的自适应方采样和自适应圆采样下的实验结果

Table 3 Experimental results of adaptive square sampling and adaptive circular sampling for ‘Beetle’ model at daytime and nighttime

Imaging time	Adaptive square sampling			Adaptive circular sampling		
	PSNR /dB	SSIM	SR /%	PSNR /dB	SSIM	SR /%
Daytime	28.78	0.821	39.06	28.49	0.810	32.26
Nighttime	29.32	0.844	37.13	29.06	0.843	30.67

## 5 讨 论

对于一个  $M \times N$  像素的图片, 使用四步傅里叶相移法进行单像素成像, 由于傅里叶频谱具有对称性, 需要的自适应采样的测量数为  $\frac{4 \times M \times N \times S_{SR}}{2}$ 。SLM 的单个正交基的延时, 即采集时间为  $\Delta t$ , 则成像时间为

$$\frac{4 \times M \times N \times S_{SR} \times \Delta t}{2}$$

。如果采用先进的数字显微镜器

件 (DMD), 帧率可达 22 kHz, 则  $\Delta t = 0.045$  ms。以  $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$  的“一条杠”图片为成像目标的实验为例, 全采样的成像时间为 1.47 s, 自适应圆采样的测量数为 6875 (采样率 20.98%), 则自适应成像时间为 0.31 s, 成像时间减少了 78.91%。

由于高性能 DMD 价格过于昂贵, 本文为验证提

出的自适应采样方法采用了简单的光调制设备——商用投影仪,  $\Delta t=0.3$  s, 跟全采样相比, 成像时间同样减少了 78.91%, 大幅度实现了成像速度的提升。

随着重建图像尺寸的增大, 自适应采样方法测量时间相比于全采样时间显著减小。对于不同尺寸的另一图像, 稀疏程度是相同的, 因而使用同种自适应方法的测量数也是相同的。

对  $512 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$  的“一条杠”图片的实验, 采用 DMD 全采样所需的处理时间共 23.59 s, 自适应圆采样的测量数为 6875 (采样率 1.31%), 所需的处理时间共 0.31 s, 成像时间减少了 98.70%。

对  $1024 \text{ pixel} \times 1024 \text{ pixel}$  的“一条杠”图片的实验, 采用 DMD 全采样所需的处理时间共 94.36 s, 自适应圆采样的测量数为 6875 (采样率 0.33%), 所需的处理时间共 0.31 s, 成像时间减少了 99.70%。

若采用三步傅里叶单像素成像代替四步傅里叶单像素成像方法, 由于对于同一频率的照明基模式进行的相移减少了一次, 因此所需投影的照明基模式减少了 1/4, 相应的成像时间也减少了 1/4, 可以进一步提高该成像系统的成像速度。

在不加入高斯白噪声的仿真中, 采样率越高, 系统相应重建质量越好; 然而在实际成像中, 系统会受到光电探测器固有噪声和低频环境噪声的影响。当高频分量中包含的有用信号没有被噪声淹没时, 由于信号具有稀疏性, 利用自适应降采样方法进行单像素成像, 部分边缘细节信息仍会被捕捉。如果在医学成像等对图像细节要求较高的领域, 可以根据自适应降采样得到的低频系数, 利用迭代方法来估计出高频分量<sup>[25]</sup>。当高频分量中包含的有用信号被噪声淹没时, 随着采样率的提高, 重建物体的质量反而开始劣化。通过自适应降采样方法减少高频信息的采集, 在保证成像质量的同时提升了成像速度。在校准单像素成像装置时, 噪声可以被测量, 基于这一事实, 可以根据测量噪声的方差和用户对成像质量或速度的需求设置误差带  $\Delta k$ , 自适应地降低采样率。相比人为设定采样率, 本文提出的方法自适应地降低了采样率, 更加智能。

此外, 自适应采样的单像素成像也可以实时检测和分析其他正交变换域的频谱系数, 如哈达玛单像素成像<sup>[26-28]</sup>、离散余弦单像素成像<sup>[29-31]</sup>等。因此自适应采样单像素成像可自动运行, 只需按预期设置停止采样的误差带。除了对变换域内目标图像的稀疏性有要求外, 采样路径的选择也会影响成像速度, 文献<sup>[19]</sup>中提供了傅里叶单像素成像的螺旋路径、钻石路径和圆采样路径, 更多更优的采样路径等待研究者们进一步挖掘。

在自适应采样策略中, 分段数取决于成像的分辨率, 分辨率越高, 分段数越多, 曲线的变化趋势越明显, 数据冗余信息就越多, 自适应地降采样率会越低。对

每个段的系数个数取平均值, 因此段的系数个数的选取未对最终的采样率和重建效果产生巨大影响。斜率误差带的选择是由用户对成像质量或速度的特定需求决定的(例如: 某些用户或者场景期望优先获得目标的整体信息, 对细节没有较高要求, 此时设置较大的误差带, 优先重建目标整体信息), 用户可以根据预先测量系统噪声得到的区间选择出误差带的值, 在此区间内选择的值越小时, 测量数会增加同时成像质量也会提高。

在自适应采样策略中, 采用对数方差曲线的多项式拟合方法实时估计和预测频谱分布, 可以在不显著影响成像质量的前提下简单快速地去大部分冗余系数。与其他自适应成像方案(如自适应阈值迭代法<sup>[32]</sup>、目标区域自适应聚焦<sup>[33-34]</sup>和基于小波变换的自适应下采样<sup>[35]</sup>)相比, 本文提出的自适应方法不局限于特定的正交变换, 更具有通用性和灵活性。

## 6 结 论

针对傅里叶单像素成像中全采样需要大量时间的问题, 提出了一种自适应采样方法, 选择合适的采样路径从中心处向外扩展采样, 在斜率较为平缓时自动停止采样, 能够做到在较低的采样率下获得较好的成像质量。通过多目标仿真与实验可知, 成像目标越简单, 即在傅里叶变换中越稀疏, 所需采样率越低, 成像时间越短, 越能体现自适应采样方法的优越性。值得一提的是, 这种自适应采样方法的思路同样适用于其他基于正交基的单像素成像方法, 如哈达玛变换、离散余弦变换等, 在牺牲少量可忽略的成像细节以及保真度的情况下大幅提高成像的速度, 可进一步将单像素成像方法向实际应用推进。

## 参 考 文 献

- [1] 赵海潇, 郭岩, 李珮明, 等. 单像素成像信噪比分析及其在特殊波段的发展[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(10): 1011010.  
Zhao H X, Guo Y, Li P M, et al. Investigation of single-pixel imaging in signal-to-noise ratio and its development at special wavelength[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(10): 1011010.
- [2] Nakano A. Spinning-disk confocal microscopy: a cutting-edge tool for imaging of membrane traffic[J]. Cell Structure and Function, 2002, 27(5): 349-355.
- [3] Pittman T B, Shih Y H, Strekalov D V, et al. Optical imaging by means of two-photon quantum entanglement[J]. Physical Review A, 1995, 52(5): R3429-R3432.
- [4] Valencia A, Scarcelli G, D'Angelo M, et al. Two-photon imaging with thermal light[J]. Physical Review Letters, 2005, 94(6): 063601.
- [5] Shapiro J H. Computational ghost imaging[J]. Physical Review A, 2008, 78(6): 061802.
- [6] Ferri F, Magatti D, Lugiato L A, et al. Differential ghost imaging[J]. Physical Review Letters, 2010, 104(25): 253603.



- [7] Sun B Q, Welsh S S, Edgar M P, et al. Normalized ghost imaging[J]. *Optics Express*, 2012, 20(15): 16892-16901.
- [8] Duarte M F, Davenport M A, Takhar D, et al. Single-pixel imaging via compressive sampling[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(2): 83-91.
- [9] Sun B, Edgar M P, Bowman R, et al. 3D computational imaging with single-pixel detectors[J]. *Science*, 2013, 340(6134): 844-847.
- [10] Sun M J, Huang J Y, Penuelas J. Suppressing the noise in binarized Fourier single-pixel imaging utilizing defocus blur[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2018, 108: 15-18.
- [11] Zhang Z B, Wang X Y, Zheng G A, et al. Fast Fourier single-pixel imaging via binary illumination[J]. *Scientific Reports*, 2017, 7: 12029.
- [12] Bian L H, Suo J L, Hu X M, et al. Efficient single pixel imaging in Fourier space[J]. *Journal of Optics*, 2016, 18(8): 085704.
- [13] Jiang H Z, Zhu S G, Zhao H J, et al. Adaptive regional single-pixel imaging based on the Fourier slice theorem [J]. *Optics Express*, 2017, 25(13): 15118-15130.
- [14] Huang J, Shi D F, Yuan K E, et al. Computational-weighted Fourier single-pixel imaging via binary illumination[J]. *Optics Express*, 2018, 26(13): 16547-16559.
- [15] Zhang Z B, Liu S J, Peng J Z, et al. Simultaneous spatial, spectral, and 3D compressive imaging via efficient Fourier single-pixel measurements[J]. *Optica*, 2018, 5(3): 315-319.
- [16] Xu B J, Jiang H Z, Zhao H J, et al. Projector-defocusing rectification for Fourier single-pixel imaging[J]. *Optics Express*, 2018, 26(4): 5005-5017.
- [17] 俞文凯, 唐菲遥, 王硕飞, 等. 动态单像素成像[J]. *激光与光电子学进展*, 2021, 58(10): 1011013.  
Yu W K, Tang F Y, Wang S F, et al. Dynamic single-pixel imaging[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(10): 1011013.
- [18] Zhang Z B, Ma X, Zhong J G. Single-pixel imaging by means of Fourier spectrum acquisition[J]. *Nature Communications*, 2015, 6: 6225.
- [19] Zhang Z B, Wang X Y, Zheng G A, et al. Hadamard single-pixel imaging versus Fourier single-pixel imaging [J]. *Optics Express*, 2017, 25(16): 19619-19639.
- [20] 钟金钢, 姚曼虹, 彭军政. 计算傅里叶显微成像研究进展[J]. *激光与光电子学进展*, 2021, 58(18): 1811009.  
Zhong J G, Yao M H, Peng J Z. Progress in computational Fourier microscopy[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(18): 1811009.
- [21] Meng W W, Shi D F, Huang J, et al. Sparse Fourier single-pixel imaging[J]. *Optics Express*, 2019, 27(22): 31490-31503.
- [22] 翁嘉文, 欧阳浩艺, 杨初平. 基于振幅空间调制条纹投影的单像素成像[J]. *光学学报*, 2021, 41(15): 1511003.  
Weng J W, Ouyang H Y, Yang C P. Single pixel imaging based on fringe projection with amplitude spatial modulation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(15): 1511003.
- [23] Wang Z R, Zhao W J, Zhai A P, et al. DQN based single-pixel imaging[J]. *Optics Express*, 2021, 29(10): 15463-15477.
- [24] Wang Z, Bovik A C, Sheikh H R, et al. Image quality assessment: from error visibility to structural similarity[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2004, 13(4): 600-612.
- [25] Zhang K Y, Cao J, Zhang F H, et al. Fourier single-pixel imaging based on lateral inhibition for low-contrast scenes[J]. *IEEE Photonics Journal*, 2019, 11(5): 6901711.
- [26] Zhang Z B, Su Z J, Deng Q W, et al. Lensless single-pixel imaging by using LCD: application to small-size and multi-functional scanner[J]. *Optics Express*, 2019, 27(3): 3731-3745.
- [27] Qi Y, Heng L Z, Li L, et al. Hadamard transform-based hyperspectral imaging using a single-pixel detector[J]. *Optics Express*, 2020, 28(11): 16126-16139.
- [28] 李明飞, 阎璐, 杨然, 等. 基于Hadamard矩阵优化排序的快速单像素成像[J]. *物理学报*, 2019, 68(6): 064202.  
Li M F, Yan L, Yang R, et al. Fast single-pixel imaging based on optimized reordering Hadamard basis[J]. *Acta Physica Sinica*, 2019, 68(6): 064202.
- [29] Liu B L, Yang Z H, Liu X, et al. Coloured computational imaging with single-pixel detectors based on a 2D discrete cosine transform[J]. *Journal of Modern Optics*, 2017, 64(3): 259-264.
- [30] Guo Q, Chen H W, Wang Y X, et al. High-speed real-time image compression based on all-optical discrete cosine transformation[J]. *Proceedings of SPIE*, 2017, 10076: 100760E.
- [31] Chen Y, Liu S, Yao X R, et al. Discrete cosine single-pixel microscopic compressive imaging via fast binary modulation[J]. *Optics Communications*, 2020, 454: 124512.
- [32] 周阳, 张红伟, 钟菲, 等. 基于自适应阈值方法实现迭代降噪鬼成像[J]. *物理学报*, 2018, 67(24): 244201.  
Zhou Y, Zhang H W, Zhong F, et al. Iterative denoising of ghost imaging based on adaptive threshold method[J]. *Acta Physica Sinica*, 2018, 67(24): 244201.
- [33] Jiang H Z, Zhu S G, Zhao H J, et al. Adaptive regional single-pixel imaging based on the Fourier slice theorem [J]. *Optics Express*, 2017, 25(13): 15118-15130.
- [34] Phillips D B, Sun M J, Taylor J M, et al. Adaptive foveated single-pixel imaging with dynamic supersampling [J]. *Science Advances*, 2017, 3(4): e1601782.
- [35] Rousset F, Ducros N, Farina A, et al. Adaptive basis scan by wavelet prediction for single-pixel imaging[J]. *IEEE Transactions on Computational Imaging*, 2017, 3(1): 36-46.