

## 激光与光电子学进展

## 空间振幅调制偏振光谱仪调制模块角度参数优化

冀海月<sup>1,2,3</sup>, 李双<sup>1,3\*</sup>, 向光峰<sup>1,2,3</sup>, 韩琳<sup>1,3</sup>, 许智龙<sup>1,3</sup>, 洪津<sup>1,3</sup><sup>1</sup>中国科学院合肥物质科学研究院安徽光学精密机械研究所, 安徽 合肥 230031;<sup>2</sup>中国科学技术大学, 安徽 合肥 230026;<sup>3</sup>中国科学院通用光学定标与表征技术重点实验室, 安徽 合肥 230031

**摘要** 为使空间振幅调制偏振光谱仪对系统误差具有最小的灵敏度,以测量矩阵条件数作为目标函数,采用遗传算法对仪器调制模块中双复合光楔晶轴方位角和偏振片方位角的优化组合进行仿真分析,并给出了相应的最优角度组合。以偏振度测量精度为评价函数,在给定的器件误差范围内,对多种不同角度组合设置进行仿真实验。仿真结果表明,当仪器角度参数组合的测量矩阵条件数为 1.733 时,偏振度测量精度优于 0.01 的概率为 98%,比测量矩阵条件数为 1.966 和 3.257 的角度参数组合的概率分别提高了 23% 和 64%。该研究为空间振幅调制偏振光谱仪元件参数设计与选取提供了理论依据。

**关键词** 测量; 偏振; 空间调制; 复合光楔; 条件数

中图分类号 TH744

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP221505

## Optimization of Angle Parameters of Modulation Module for Spatial Amplitude Modulation Polarization Spectrometer

Ji Haiyue<sup>1,2,3</sup>, Li Shuang<sup>1,3\*</sup>, Xiang Guangfeng<sup>1,2,3</sup>, Han Lin<sup>1,3</sup>, Xu Zhilong<sup>1,3</sup>, Hong Jin<sup>1,3</sup><sup>1</sup>Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Hefei Institutes of Physical Science, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, Anhui, China;<sup>2</sup>University of Science and Technology of China, Hefei 230026, Anhui, China;<sup>3</sup>Key Laboratory of Optical Calibration and Characterization, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, Anhui, China

**Abstract** In order to make the spatial amplitude modulation polarization spectrometer have the minimum sensitivity to the system error, we take the condition number of the measurement matrix as the objective function, and use the genetic algorithm to simulate and analyze the optimal combination of the double composite optical wedge crystal axis azimuth and the polarizer azimuth in the modulation module of the instrument, and give the corresponding optimal angle combination. With the measurement accuracy of the degree of polarization as the evaluation function, the simulation experiment is carried out for a variety of different angle combinations within the given device error range. Simulation results show that According to the simulation results, when the measurement matrix condition number of the instrument angle parameter combination is 1.733, there is a 98% chance that the polarization degree measurement accuracy will be better than 0.01, this probability is 23% and 64% higher than the probability for the angle parameter combination with the measurement matrix condition number of 1.966 and 3.257, respectively. This study provides a theoretical basis for the design and selection of the parameters of the spatial amplitude modulation polarization spectrometer components.

**Key words** measurement; polarization; spatial modulation; combo wedge; condition number

## 1 引言

近年来偏振探测技术在多个领域都得到了广泛应

用<sup>[1-3]</sup>,其测量方法按照调制原理可分为时间调制型、空间调制型和光谱调制型等<sup>[4-6]</sup>。不论何种调制形式,偏振测量精度都是偏振测量仪器最重要的性能指标。

收稿日期: 2022-05-05; 修回日期: 2022-06-08; 录用日期: 2022-06-28; 网络首发日期: 2022-07-08

基金项目: 国家自然科学基金委员会—中国科学院天文联合基金项目(U1331111)、王宽诚率先人才计划“卢嘉锡国际合作团队项目”(GJTD-2018-15)

通信作者: \*shli@aiofm.ac.cn

然而,在偏振测量仪器研制过程中各类光学元件误差的存在会降低仪器测量精度,因此如何设置优化仪器的参数使得测量系统对误差灵敏度最小化一直是偏振测量仪器研制重点考虑因素之一。Ambirajan 等<sup>[7-8]</sup>分别以系统测量矩阵的行列式最大和条件数最小作为目标函数,对四分之一波片-旋转偏振片型偏振仪的四个偏振片旋转角进行优化。Sabatke 等<sup>[9]</sup>分别以系统测量矩阵的行列式最大和等权方差最小作为目标函数,对可旋转延迟器-固定偏振片型偏振仪进行参数优化,得到了最优延迟量和四个延迟器旋转角度。Aas 等<sup>[10]</sup>以系统测量矩阵条件数最小作为目标函数,对基于液晶可变延迟器的近红外多通道偏振仪的参数进行优化,给出液晶可变延迟器的最优方位角和最优电压值。Hu 等<sup>[11]</sup>以系统测量矩阵条件数最小为目标函数,对基于矩形棱镜、四分之一波片和四个偏振片的全斯托克斯偏振仪的参数进行优化,得到四个偏振片的最佳方位角。目前针对偏振仪器角度参数优化的研究主要是以测量方程为适应方程时的扰动分析为理论基础,且主要集中在旋转延迟器型、旋转偏振片型和可变液晶延迟器型偏振仪上,对空间振幅调制型偏振光谱仪调制模块角度参数优化的相关研究还未见报道。因此,

为了保证空间振幅调制偏振光谱仪的测量精度需要全面系统地对空间振幅调制偏振光谱仪调制模块-双复合光楔和偏振片的角度参数进行优化。

本文首先介绍了空间振幅调制偏振光谱仪的测量原理,然后以超定方程的扰动分析为理论基础进行扩展,证明了空间振幅调制偏振光谱仪偏振度测量误差上界与测量矩阵条件数成正比,以测量矩阵条件数为目标函数,采用遗传算法寻找空间振幅调制偏振光谱仪调制模块-双复合光楔和偏振片的最优角度组合。最后以偏振度测量精度为评价函数,在给定的器件误差范围内,对多种不同大小的测量矩阵条件数的角度组合对于偏振度测量精度的影响进行仿真计算。

## 2 测量原理

空间振幅调制偏振光谱测量系统如图 1 所示,主要由偏振调制模块和光栅色散部分组成。其中偏振调制模块由双复合光楔和偏振片组成,作用是完成对斯托克斯参量的调制,光栅色散模块由透射光栅和透镜组成,作用是对入射光进行色散分光,最后在探测器面上形成二维光强分布,一维获取光谱信息,另一维获取调制信息。

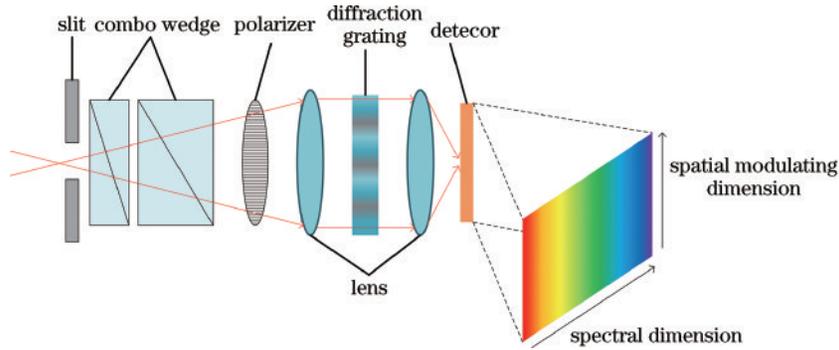


图 1 空间振幅调制光谱偏振测量系统

Fig. 1 Spatial amplitude modulation spectral polarization measurement system

双复合光楔如图 2 所示,其中每组复合光楔由两个楔角、材料完全一致的单光楔组成,红色虚线表示单

光楔的晶轴,  $\theta_{1-1}$ 、 $\theta_{1-2}$ 、 $\theta_{2-1}$  和  $\theta_{2-2}$  分别为四个光楔晶轴与  $y$  方向的夹角。

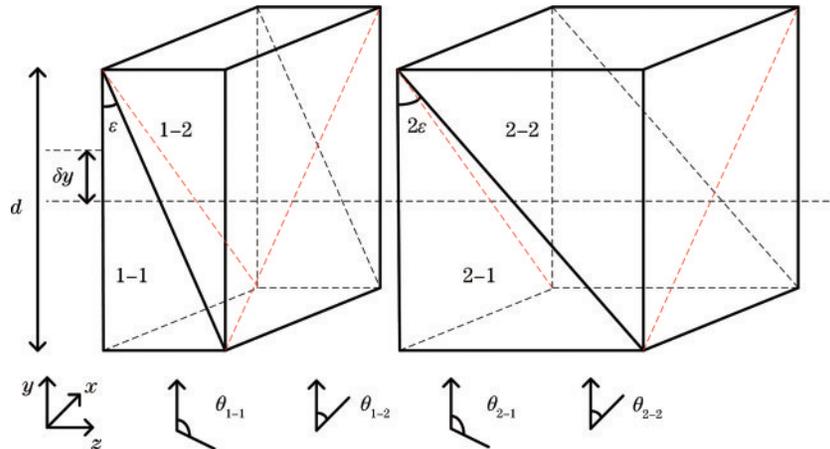


图 2 双复合光楔

Fig. 2 Double combo wedge

当光楔高度为  $d$ 、波长为  $\lambda$ 、晶体双折射率为  $\Delta n$ 、楔角分别为  $\epsilon$  和  $2\epsilon$  时,在  $y$  方向偏移量为  $\delta y$  处,四个单光楔的延迟量分别表示为

$$\begin{cases} \phi_{1-1} = \frac{2\pi\Delta n \tan \epsilon}{\lambda} \cdot \left(\frac{d}{2} - \delta y\right) \\ \phi_{1-2} = \frac{2\pi\Delta n \tan \epsilon}{\lambda} \cdot \left(\frac{d}{2} + \delta y\right) \\ \phi_{2-1} = \frac{2\pi\Delta n \tan 2\epsilon}{\lambda} \cdot \left(\frac{d}{2} - \delta y\right) \\ \phi_{2-2} = \frac{2\pi\Delta n \tan 2\epsilon}{\lambda} \cdot \left(\frac{d}{2} + \delta y\right) \end{cases} \quad (1)$$

设  $\mathbf{S} = [I \ Q \ U \ V]^T$  为输入的斯托克斯矢量,

经过调制模块后输出的斯托克斯矢量  $\mathbf{S}_{\text{out}}$  可以表示为

$$\begin{cases} \mathbf{S}_{\text{out}} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{S} \\ \mathbf{M} = \mathbf{M}_p \cdot \mathbf{M}_{2-2} \cdot \mathbf{M}_{2-1} \cdot \mathbf{M}_{1-2} \cdot \mathbf{M}_{1-1} \end{cases}, \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{M}$  是系统总穆勒矩阵,由偏振片的穆勒矩阵和四个光楔的穆勒矩阵依次相乘得到。在理想情况下方位角为  $\theta_p$  的偏振片穆勒矩阵  $\mathbf{M}_p$ <sup>[12]</sup> 为

$$\mathbf{M}_p = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\theta_p & \sin 2\theta_p & 0 \\ \cos 2\theta_p & \cos^2 2\theta_p & \sin 2\theta_p \cos 2\theta_p & 0 \\ \sin 2\theta_p & \sin 2\theta_p \cos 2\theta_p & \sin^2 2\theta_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

四个光楔穆勒矩阵  $\mathbf{M}_i (i=1-1, 1-2, 2-1, 2-2)$ <sup>[12]</sup> 为

$$\mathbf{M}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 2\theta_i + \sin^2 2\theta_i \cos \phi_i & \cos 2\theta_i \sin 2\theta_i (1 - \cos \phi_i) & -\sin 2\theta_i \sin \phi_i \\ 0 & \cos 2\theta_i \sin 2\theta_i (1 - \cos \phi_i) & \sin^2 2\theta_i + \cos^2 2\theta_i \cos \phi_i & \cos 2\theta_i \sin \phi_i \\ 0 & \sin 2\theta_i \sin \phi_i & -\cos 2\theta_i \sin \phi_i & \cos \phi_i \end{bmatrix} \quad (4)$$

因为探测器只能接收光强信息,所以只需要保留式(2)中输出矢量  $\mathbf{S}_{\text{out}}$  的第一行,得到光强调制方程为

$$y = \frac{1}{2} (\mathbf{M}_{00} \cdot I + \mathbf{M}_{01} \cdot Q + \mathbf{M}_{02} \cdot U + \mathbf{M}_{03} \cdot V), \quad (5)$$

式中:  $y$  表示调制光强值;  $\mathbf{M}_{0j} (j=0, 1, 2, 3)$  表示系统总穆勒矩阵第 0 行第  $j$  个元素。

系统完成一次测量后,在给定波长下,待测斯托克斯矢量被调制为  $n$  种状态即  $n$  个调制光强值,利用  $n$  个调制光强值  $y^{(k)} (k=1, 2, \dots, n)$  构建测量方程<sup>[13]</sup> 表示为

$$\begin{bmatrix} y^{(0)} \\ y^{(1)} \\ \vdots \\ y^{(n)} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{M}_{01}^{(0)} & \mathbf{M}_{02}^{(0)} & \mathbf{M}_{03}^{(0)} \\ 1 & \mathbf{M}_{01}^{(1)} & \mathbf{M}_{02}^{(1)} & \mathbf{M}_{03}^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \mathbf{M}_{01}^{(n)} & \mathbf{M}_{02}^{(n)} & \mathbf{M}_{03}^{(n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix}, \quad (6)$$

式中: 左侧  $n \times 1$  向量称为探测通量用  $\mathbf{Y}$  表示; 右侧  $n \times 4$  矩阵称为测量矩阵用  $\mathbf{D}$  表示。通过下式可以得到输入斯托克斯矢量  $\mathbf{S}$  的最小范数解<sup>[14]</sup>, 表示为

$$\mathbf{S} = (\mathbf{D}^T \cdot \mathbf{D})^{-1} \cdot \mathbf{D}^T \cdot \mathbf{Y}. \quad (7)$$

### 3 参数优化

首先以超定方程的扰动分析为理论基础进行扩展,证明了空间振幅调制偏振光谱仪偏振度测量误差上界与测量矩阵条件数成正比,并将测量矩阵条件数作为优化目标函数。其次考虑到仪器设计时的多种情

况设置了不同的角度搜索空间(即由待优化方位角可选区间构成的空间),分别在不同角度搜索空间内通过遗传算法寻优得到了相应的最优角度参数组合。最后对优化结果进行分析。

#### 3.1 优化理论

公式证明过程中使用了矩阵条件数和矩阵范数,因此先给出其定义。测量矩阵条件数<sup>[15]</sup> 的定义为

$$\text{Cond}_2(\mathbf{D}) = \|\mathbf{D}\|_2 \|\mathbf{D}^\dagger\|_2, \quad (8)$$

式中:  $\mathbf{D}^\dagger$  为测量矩阵  $\mathbf{D}$  的广义逆。矩阵  $\mathbf{D}$  的谱范数<sup>[15]</sup> 定义为

$$\|\mathbf{D}\|_2 = \sqrt{\sigma_{\max}}, \quad (9)$$

式中:  $\sigma_{\max}$  是矩阵  $\mathbf{D}$  最大奇异值。

在系统中会存在各光学元件加工装调误差,这将导致测量矩阵  $\mathbf{D}$  产生误差  $\Delta \mathbf{D}$ , 探测探测矢量  $\mathbf{Y}$  产生误差  $\Delta \mathbf{Y}$ , 最终会造成对入射斯托克斯向量  $\mathbf{S}$  估计的误差  $\Delta \mathbf{S}$ 。

$$(\mathbf{D} + \Delta \mathbf{D})(\mathbf{S} + \Delta \mathbf{S}) = (\mathbf{Y} + \Delta \mathbf{Y}). \quad (10)$$

由于空间振幅调制偏振光谱仪获取的数据量大,解调时可用的调制光强值数量超过待解调斯托克斯参数数量,因此构建的测量方程式(10)一般为超定方程。根据超定方程解的扰动分析理论<sup>[16]</sup>, 使用标量值  $\|\Delta \mathbf{S}\|_2$  来表示对入射斯托克斯向量  $\mathbf{S}$  估计的误差  $\Delta \mathbf{S}$ 。得到  $\|\Delta \mathbf{S}\|_2$  与  $\|\Delta \mathbf{D}\|_2$  和  $\|\Delta \mathbf{Y}\|_2$  的关系表示为

$$\begin{cases} \frac{\|\Delta \mathbf{S}\|_2}{\|\mathbf{S}\|_2} \leq k \left( \frac{\|\Delta \mathbf{D}\|_2}{\|\mathbf{D}\|_2} + \frac{\|\Delta \mathbf{Y}\|_2}{\|\mathbf{Y}\|_2} + k \cdot \frac{\|\Delta \mathbf{D}\|_2}{\|\mathbf{D}\|_2} \cdot \frac{\|\mathbf{Y} - \mathbf{D}\mathbf{S}\|_2}{\|\mathbf{Y}\|_2} \right) \\ k = \frac{\text{Cond}_2(\mathbf{D})}{1 - \text{Cond}_2(\mathbf{D}) \cdot \|\Delta \mathbf{D}\|_2 / \|\mathbf{D}\|_2} \end{cases} \quad (11)$$

式(11)说明了  $\|\Delta S\|_2$  与测量矩阵条件数  $\text{Cond}_2(\mathbf{D})$  呈正相关。

为了进一步确定偏振度测量误差和测量矩阵条件数的关系,令  $\mathbf{S}_1=[Q \ U \ V]^T, \Delta \mathbf{S}_1=[\Delta Q \ \Delta U \ \Delta V]^T$ , 由向量范数三角不等式可得:

$$\|\mathbf{S}_1\|_2 - \|\mathbf{S}_1 + \Delta \mathbf{S}_1\|_2 \leq \|\Delta \mathbf{S}_1\|_2 \quad (12)$$

由于测量矩阵  $\mathbf{D}$  的第一列为常数项,入射斯托克斯矢量中参量  $I$  的解调几乎不受系统误差的影响解调误差可以忽略不计,所以  $\Delta I=0, \|\Delta \mathbf{S}_1\|_2 = \|\Delta \mathbf{S}\|_2$ , 式(12)可以写成

$$\left| \frac{\|\mathbf{S}_1\|_2}{I} - \frac{\|\mathbf{S}_1 + \Delta \mathbf{S}_1\|_2}{I + \Delta I} \right| \leq \frac{\|\Delta \mathbf{S}\|_2}{I} \quad (13)$$

式(13)不等号左边部分为偏振度测量误差  $\Delta D_{\text{DOP}}$ , 由式(11)、(13)可得:

$$\Delta D_{\text{DOP}} \leq k \frac{\|\mathbf{S}\|_2}{I} \left( \frac{\|\Delta \mathbf{D}\|_2}{\|\mathbf{D}\|_2} + \frac{\|\Delta \mathbf{Y}\|_2}{\|\mathbf{Y}\|_2} + k \cdot \frac{\|\Delta \mathbf{D}\|_2}{\|\mathbf{D}\|_2} \cdot \frac{\|\mathbf{Y} - \mathbf{D}\mathbf{S}\|_2}{\|\mathbf{Y}\|_2} \right) \quad (14)$$

由式(14)可知,偏振度测量误差  $\Delta D_{\text{DOP}}$  与误差测量矩阵范数  $\|\Delta \mathbf{D}\|_2$ 、误差探测通量范数  $\|\Delta \mathbf{Y}\|_2$  成正比,比例系数  $k$  随测量矩阵条件数  $\text{Cond}_2(\mathbf{D})$  增大而增大。系统偏振度测量误差受系统误差影响最小,本文将测量矩阵条件数作为优化目标函数,对仪器方位角度组合  $(\theta_p, \theta_{1-1}, \theta_{1-2}, \theta_{2-1}, \theta_{2-2})$  进行优化使测量矩阵条件数最小。

### 3.2 优化过程

考虑到仪器设计时的多种情况给出了多组角度搜索空间,具体设置如表1所示。第1组设置只考虑理论可行性,将角度搜索空间设置为5个待优化方位角的最大可选范围;第2组设置考虑到所获得调制数据的周期数、对称性等因素,在5个待优化角度理论取值范围基础上增加了单组复合光楔内两个光楔方位角需要相互正交的限制条件(下面简称为正交条件);第3~6组设置在第2组设置的基础上又分别选取了4个特殊的偏振片方位角。

对于表1中的6组角度搜索空间,当角度精度为

表1 搜索空间设置

Table 1 Settings for the search space unit: (°)

No.	$\theta_p$	$\theta_{1-1}$	$\theta_{1-2}$	$\theta_{2-1}$	$\theta_{2-2}$
1	[0, 180]	[0, 180]	[0, 180]	[0, 180]	[0, 180]
2	[0, 180]	[0, 180]	$\theta_{1-2} \perp \theta_{1-1}$	[0, 180]	$\theta_{2-2} \perp \theta_{2-1}$
3	0	[0, 180]	$\theta_{1-2} \perp \theta_{1-1}$	[0, 180]	$\theta_{2-2} \perp \theta_{2-1}$
4	45	[0, 180]	$\theta_{1-2} \perp \theta_{1-1}$	[0, 180]	$\theta_{2-2} \perp \theta_{2-1}$
5	90	[0, 180]	$\theta_{1-2} \perp \theta_{1-1}$	[0, 180]	$\theta_{2-2} \perp \theta_{2-1}$
6	135	[0, 180]	$\theta_{1-2} \perp \theta_{1-1}$	[0, 180]	$\theta_{2-2} \perp \theta_{2-1}$

0.01°时至多共有  $18000^5$  种角度组合,采用暴力穷举法寻找测量矩阵条件数的极值点要进行  $18000^5$  次计算,从时间上来看假设 1 s 可以进行数百次计算也是无法实现的。因此,本文采用遗传算法进行全局优化,算法通过模拟自然选择和遗传中发生的染色体复制、交叉变异等现象,从任一初始种群出发不断进化最后产生最适应环境的个体,整个优化过程仅用时几分钟。

算法运行前的基本设置如表2所示,在保证算法收敛并且不过多增加时间开支的前提下设置进化代数为500和种群数量为20,设置交叉概率和变异概率分为90%和1.5%,为了得到最优个体又不破坏个体结构选择两点交叉算子,为了保证种群的多样性选择随机遍历抽样方法。本问题中染色体为单个待优化的方位角,个体为所有待优化方位角的组合,种群由一定数量的个体组成,适应度函数为测量矩阵条件数。算法流程如图3所示,完成算法初始设置后,

表2 遗传算法基本设置

Table 2 General settings for the genetic algorithm

Property	Value
Number of generation	500
Population size	20
Crossover method	Two point crossover
Crossover rate / %	90
Selection method	Stochastic universal sampling
Mutation rate / %	1.5

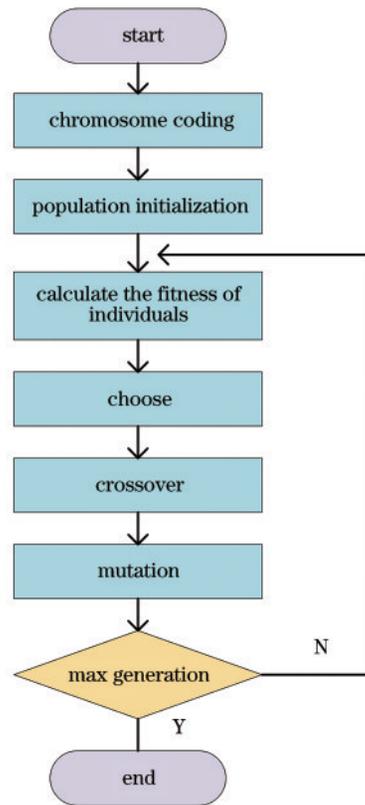


图3 遗传算法流程

Fig. 3 Flow chart of the genetic algorithm

首先对染色体进行编码并随机生成初始种群,然后计算种群中内个体的适应度函数值,根据个体适应度从旧群体中选择一些优良个体以一定的概率进行交叉和变异操作产生一些新的个体,将新的个体与旧群体中适应度最高的个体组成新的群体。若种群未达到最大进化代数则继续进化,若达到最大进化代数则给出最优个体即最优的方位角组合。对表 1 中 6 组搜索空间均执行上述算法流程可以分别得到 6 组最优的角度组合。

### 3.3 优化结果与分析

优化结果如表 3 所示,表中给出对应 6 组不同仪器设计情况下的最优角度组合。

表 3 最优角度组合  
Table 3 Optimal angle combination

No.	$\theta_p / (^\circ)$	$\theta_{1-1} / (^\circ)$	$\theta_{1-2} / (^\circ)$	$\theta_{2-1} / (^\circ)$	$\theta_{2-2} / (^\circ)$	Cond
1	101.06	80.65	143.07	143.68	56.36	1.733
2	163.60	3.04	93.04	120.13	30.13	1.966
3	0	159.55	69.55	42.67	132.67	1.966
4	45	65.44	155.44	2.32	92.32	1.966
5	90	159.55	69.55	42.67	132.67	1.966
6	135	65.44	155.44	2.32	92.32	1.966

由表 3 可知:在第 1 组搜索空间内得到的最优角度组合对应的测量矩阵条件数是 1.733,该结果与文献 [17] 所述测量四个斯托克斯参量的测量矩阵条件数理论最小值  $\sqrt{3}$  相符;在第 2 组搜索空间内得到的最优组合角度对应的测量矩阵条件数是 1.966,比理论最小值大 0.233,这说明存在正交条件时测量矩阵条件数达不到理论最小值;在其余 4 组搜索空间内得到的最优角度组合对应的测量矩阵条件数也是 1.966,这说明当存在正交条件时,选取特定偏振片方位角不会改变测量矩阵条件数能达到的最小值。

此外,发现当偏振片方位角为  $0^\circ$  和  $90^\circ$ 、 $45^\circ$  和  $135^\circ$  时得到的最优角度组合相同。对此现象进行分析可知,这是因为当两种角度组合中的检偏角度互相垂直时,两种组合角度对应的两个测量矩阵  $D_1$  和  $D_2$  满足  $D_1 D_1^T = D_2 D_2^T$ ,两个测量矩阵  $D_1$  和  $D_2$  奇异值分解的结果相同,导致其测量矩阵条件数也相同。上述分析说明,测量矩阵的条件数是偏振片角度的周期函数,当偏振片方位角变化  $90^\circ$  时,测量矩阵条件数不变。

除表 3 中给出的 6 组角度搜索空间内的测量矩阵条件数的最小值点外,图 4 和图 5 分别给出了表 1 中第 3 组和第 4 组角度搜索空间内条件数的全部分布情况,图中的多个区域测量矩阵条件数为相对小的值,这说明仪器设计时角度组合的选取还可以在满足测量矩阵条件数尽量小的条件下兼顾其他因素。

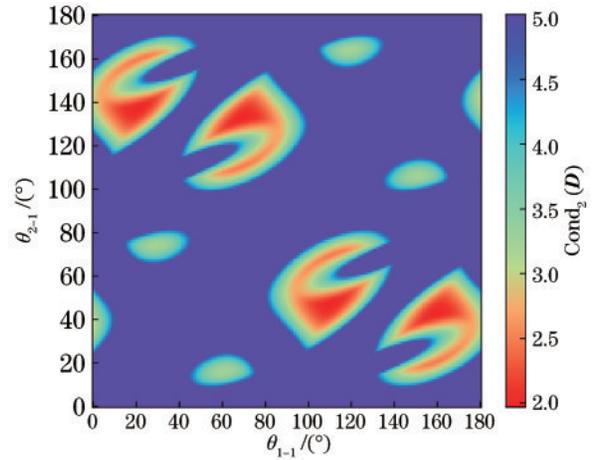


图 4 偏振片方位角为  $0^\circ$  条件数分布情况  
Fig. 4 Distribution of condition number when polarizer azimuth is  $0^\circ$

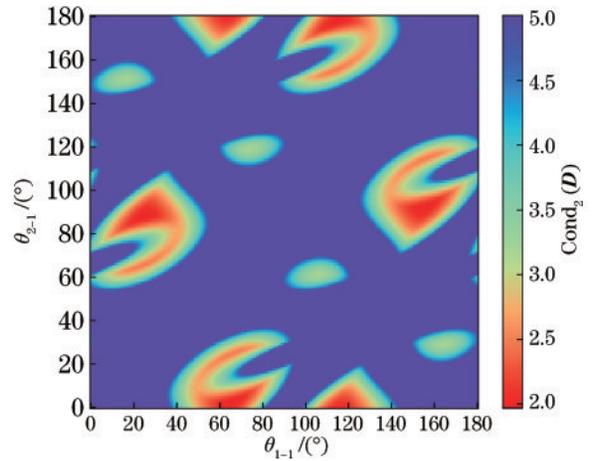


图 5 偏振片方位角为  $45^\circ$  条件数分布情况  
Fig. 5 Distribution of condition number when polarizer azimuth is  $45^\circ$

## 4 仿真实验

本节采用计算机仿真实验的方法来说明测量矩阵条件数小的仪器偏振度测量精度更高。表 4 给出仿真实验时所用的 5 组角度组合设置,5 组角度组合设置测量矩阵条件数逐渐增大。第 1 组和第 2 组角度组合设置取自表 3 中的前两组最优化角度组合,第 3 组角度组合设置取自文献 [18] 中所用的角度组合设置,在第

表 4 角度组合设置  
Table 4 Settings for angle combination

No.	$\theta_p / (^\circ)$	$\theta_{1-1} / (^\circ)$	$\theta_{1-2} / (^\circ)$	$\theta_{2-1} / (^\circ)$	$\theta_{2-2} / (^\circ)$	Cond
1	101.06	80.65	143.07	143.68	56.36	1.733
2	163.60	3.04	93.04	120.13	30.13	1.966
3	45	45	135	0	90	3.257
4	7	45	135	0	90	6.248
5	86	45	135	0	90	10.472

3 组角度组合设置的基础上调整偏振片方位角得到测量矩阵条件数较大的第 4 组和第 5 组角度组合设置。

表 5 给出了仿真时仪器中主要器件生产、装调过程的容差区间设置。两组复合光楔楔角分别设为  $3^\circ$  和  $6^\circ$ 。四个光楔的楔角、晶轴方位角以及偏振片方位角的误差区间取自粗加工工艺的水平,双复合光楔间的中心误差区间取自实验室装调水平。

表 5 容差区间设置  
Table 5 Settings for tolerance interval

Element		Deviation
Wedge 1-1	Azimuth /( $^\circ$ )	$\pm 0.1$
	Top angle /( $^\circ$ )	$\pm 0.01$
Wedge 1-2	Azimuth /( $^\circ$ )	$\pm 0.1$
	Top angle /( $^\circ$ )	$\pm 0.01$
Wedge 2-1	Azimuth /( $^\circ$ )	$\pm 0.1$
	Top angle /( $^\circ$ )	$\pm 0.01$
Wedge 2-2	Azimuth /( $^\circ$ )	$\pm 0.1$
	Top angle /( $^\circ$ )	$\pm 0.01$
Center error	S /mm	$\pm 0.01$
Polarizer of modulation	Azimuth /( $^\circ$ )	$\pm 1$

一次仿真实验的流程如下:

- 1) 随机生成输入的斯托克斯矢量;
- 2) 在仪器设计参数容差区间内随机抽取一组系统误差;
- 3) 5 组仪器以计入相同系统误差的各器件穆勒矩阵相乘得到 5 组仪器的系统总穆勒矩阵;
- 4) 输入的斯托克斯矢量分别与 5 组系统总穆勒矩阵相乘,保留 5 组仪器各自输出的光强值;
- 5) 利用最小二乘法通过 5 组仪器输出光强值分别解出 5 组仪器测得的斯托克斯矢量与偏振度;
- 6) 将 5 组仪器测得的偏振度与输入的偏振度对比得出每台仪器的测量精度。

图 6 给出了 50000 次仿真计算结果,横坐标是偏振度测量误差,纵坐标是测量偏差处于该误差范围内的

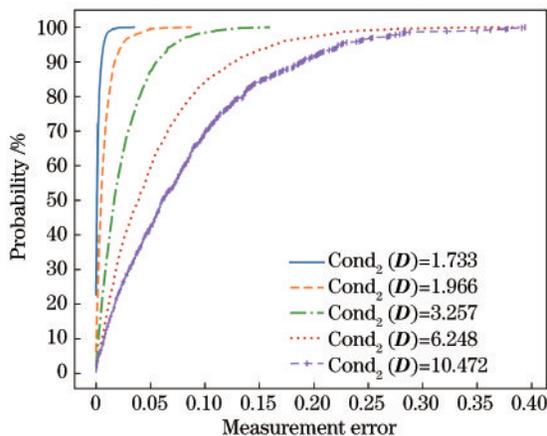


图 6 使用不同角度组合的仪器偏振度测量精度对比

Fig. 6 Comparison of polarization measurement accuracy using different azimuth combinations

概率。可以看到,使用测量矩阵条件数为 1.733 角度组合的仪器有 98% 的概率使偏振度测量误差控制在 0.01 以内。同样的偏差控制范围:使用测量矩阵条件数为 1.966 角度组合的仪器有 75% 的概率;使用测量矩阵条件数为 3.257 角度组合的仪器仅有 34% 的概率;而使用测量矩阵条件数为 6.248 和 10.472 角度组合的仪器使偏振度测量精度误差控制在 0.01 以内的概率不足 20%。对比图中 5 条曲线可知,仪器采用测量矩阵条件数更小的角度组合设置会更容易保证偏振度测量的高精度。

## 5 结 论

本文通过分析空间振幅调制偏振光谱仪系统误差对入射光偏振度测量精度的影响,证明了出偏振度测量误差与测量矩阵条件数呈正相关。以测量矩阵条件数为目标函数,通过遗传算法在不同角度搜索-空间内寻找最优角度组合,分别给出了不同仪器设计条件下的最优角度组合设置。在给定器件加工装调误差范围内,通过仿真计算的方式给出使用多种不同测量矩阵条件数角度组合的仪器偏振度测量偏差的概率分布,说明了仪器采用测量矩阵条件数更小的角度组合设置时可以使仪器的鲁棒性更好,更容易保证偏振度测量的高精度。该研究为空间振幅调制偏振光谱仪的参数设计提供理论依据。

## 参 考 文 献

- [1] Snik F, Craven-Jones J, Escuti M, et al. An overview of polarimetric sensing techniques and technology with applications to different research fields[J]. Proceedings of SPIE, 2014, 9099: 90990B.
- [2] 王佳佳, 提汝芳, 刘晓, 等. 强对流云团偏振辐射特性分析[J]. 光学学报, 2022, 42(9): 0901003.  
Wang J J, Ti R F, Liu X, et al. Analysis of polarization radiation characteristics of strong convective cloud clusters[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(9): 0901003.
- [3] 王荣昌, 王峰, 任帅军, 等. 基于双流融合网络的单兵伪装偏振成像检测[J]. 光学学报, 2022, 42(9): 0915001.  
Wang R C, Wang F, Ren S J, et al. Polarization imaging detection of individual camouflage based on two-stream fusion network[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(9): 0915001.
- [4] 陈友华, 王召巴, 王志斌, 等. 弹光调制型成像光谱偏振仪中的高精度偏振信息探测研究[J]. 物理学报, 2013, 62(6): 060702.  
Chen Y H, Wang Z B, Wang Z B, et al. The research of polarized information detection for photo-elastic modulator-based imaging spectropolarimeter[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(6): 060702.
- [5] Rietjens J H H, Snik F, Stam D M, et al. SPEG: the spectropolarimeter for planetary exploration[J]. Proceedings of SPIE, 2017, 7731: 77311B.
- [6] Sparks W, Germer T A, MacKenty J W, et al. Compact

- and robust method for full Stokes spectropolarimetry[J]. *Applied Optics*, 2012, 51(22): 5495-5511.
- [7] Ambirajan A, Look D C, Jr. Optimum angles for a polarimeter: part I[J]. *Optical Engineering*, 1995, 34(6): 1651-1655.
- [8] Ambirajan A, Look D C, Jr. Optimum angles for a polarimeter: part II[J]. *Optical Engineering*, 1995, 34(6): 1656-1658.
- [9] Sabatke D S, Descour M R, Dereniak E L, et al. Optimization of retardance for a complete Stokes polarimeter[J]. *Optics Letters*, 2000, 25(11): 802-804.
- [10] Aas L M S, Ellingsen P G, Fladmark B E, et al. Overdetermined broadband spectroscopic Mueller matrix polarimeter designed by genetic algorithms[J]. *Optics Express*, 2013, 21(7): 8753-8762.
- [11] Hu Q, Qiu Z W, Cui W H, et al. Optimum angles for a full-Stokes scanning polarimeter[J]. *Applied Optics*, 2019, 58(16): 4277-4282.
- [12] 廖延彪. 偏振光学[M]. 北京: 科学出版社, 2003: 57-62.  
Liao Y B. Polarized light science[M]. Beijing: Science Press, 2003: 57-62.
- [13] Pertenais M, Neiner C, Bernardi P, et al. Static spectropolarimeter concept adapted to space conditions and wide spectrum constraints[J]. *Applied Optics*, 2015, 54(24): 7377-7386.
- [14] del Toro Iniesta J C, Collados M. Optimum modulation and demodulation matrices for solar polarimetry[J]. *Applied Optics*, 2000, 39(10): 1637-1642.
- [15] 奚梅成. 数值分析方法[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1995: 140-150.  
Xi M C. Numerical analysis method[M]. Hefei: University of Science and Technology of China Press, 1995: 140-150.
- [16] 孙继广. 矩阵扰动分析[M]. 北京: 科学出版社, 1987: 355-361.  
Sun J G. Matrix perturbation analysis[M]. Beijing: Science Press, 1987: 355-361.
- [17] Tyo J S. Design of optimal polarimeters: maximization of signal-to-noise ratio and minimization of systematic error [J]. *Applied Optics*, 2002, 41(4): 619-630.
- [18] 袁齐, 李双, 韩琳. 空间振幅调制光谱偏振测量技术研究[J]. *光谱学与光谱分析*, 2017, 37(11): 3321-3326.  
Yuan Q, Li S, Han L. Research on spatial amplitude modulation for spectropolarimetry measurement technology [J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis*, 2017, 37(11): 3321-3326.