

激光与光电子学进展

基于罗曼型迂回相位编码法产生三参数 Lommel 光束

杨婧羽¹, 施逸乐¹, 周润^{1,2}, 刘子陌¹, 弓宁¹, 陈日坚¹, 任志君^{1*}¹浙江师范大学物理与电子信息工程学院浙江省光信息检测与显示技术研究重点实验室, 浙江 金华 321004;²义乌工商职业技术学院, 浙江 金华 322000

摘要 Lommel 光束是由 Lommel 函数描述的一种结构复杂的无衍射光束, 其光学形态可由阶数 n 、不对称度 c_0 、旋转角度 ϕ_0 等 3 个参数调控, 三参数 Lommel 光束结构复杂, 实验上较难产生。引入了一种复振幅调制技术来产生 Lommel 光束, 利用罗曼型迂回相位编码法, 对复杂波前的振幅和相位进行编码, 构造出能够产生 Lommel 光束的二元计算全息图, 然后使用全息直写打印系统, 将由计算机构建的二元计算全息图加工成实振幅掩模板, 实验制备了像素数高达 $35000 \text{ pixel} \times 35000 \text{ pixel}$ 的掩模板, 最终方便地产生了高质量的 Lommel 光束, 该研究方法也为产生其他具有复杂结构的无衍射光束提供了思路。

关键词 无衍射光束; 计算全息; 罗曼型迂回相位编码法; 全息直写打印系统

中图分类号 O436 文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP221648

Production of Three-Parameter Lommel Beams Using Lohmann-Type Detour Phase-Coding Method

Yang Jingyu¹, Shi Yile¹, Zhou Run^{1,2}, Liu Zimo¹, Gong Ning¹, Chen Rijian¹, Ren Zhijun^{1*}¹Key Laboratory of Optical Information Detecting and Display Technology, College of Physics and Electronic Information Engineering, Zhejiang Normal University, Jinhua 321004, Zhejiang, China;²Yiwu Industrial and Commercial College, Jinhua 322000, Zhejiang, China

Abstract Lommel beams are a type of complex-structure nondiffractive beams expressed by the Lommel function. Their optical features can be adjusted using three parameters: order n , asymmetry c_0 , and rotation angle ϕ_0 . However, the optical structure of a Lommel beam is complex, making it challenging to be produced experimentally. In this study, we introduce a complex amplitude modulation technique to generate nondiffractive Lommel beams. The amplitude and phase of complex wavefronts are simultaneously encoded using the Lohmann-type detour phase-coding method. High-quality Lommel beams are produced by processing the computer-generated hologram into a real amplitude mask using the holographic direct-writing printing system. In the experiments, the mask plate reaches $35000 \text{ pixel} \times 35000 \text{ pixel}$. Furthermore, this study provides a general approach for producing nondiffractive beams with other different complex structures.

Key words nondiffractive beam; computer-generated hologram; Lohmann-type detour phase encoding method; holographic direct writing printing system

1 引言

衍射是光波的固有传输特性, 衍射导致光束在空间上不可避免地扩散。这种空间上的弥散行为, 在光与物质相互作用的很多研究领域是不利的。1987年, 具有实用价值的无衍射贝塞尔光束^[1]提出并产生, 作为一种革命性光源, 这种可长距离传输保持光束形态

不变的无衍射光束, 为光与物质相互作用的研究开辟了一条新道路^[2-3]。特别指出, 美国科学家 Betzig 等^[4-6]提出了一种基于贝塞尔光束的平面照明显微技术。采用贝塞尔光束代替传统的高斯光束作为探测光源, 降低了对生物样品的光学损伤, 实现了超高分辨率图像采集, 还可快速记录活细胞中的动态过程。基于这一显微技术的革命性贡献, Betzig 等于 2014 年获得了诺

收稿日期: 2022-05-19; 修回日期: 2022-05-24; 录用日期: 2022-06-13; 网络首发日期: 2022-06-23

基金项目: 国家自然科学基金(11974314)

通信作者: *renzhijun@zjnu.cn

贝尔化学奖。

鉴于无衍射光束的重要应用价值,后续研究者陆续引入并产生了多种无衍射光束。例如涡旋光束^[7]、马蒂厄光束^[8]、抛物光束^[9]、艾里光束等^[10-11]。几种典型的无衍射光束中,贝塞尔光束、涡旋光束、艾里光束都只具有一个调控参数,因此光束形态单一。而具有两个调控参数的马蒂厄光束和抛物光束,则具有更为丰富的光学形态。

2014 年, Kovalev 等^[12]在理论上提出了一系列具有 3 个调控参数的复杂无衍射光束,包括非对称贝塞尔光束和 Lommel 光束^[13]。Lommel 光束,因其光束分布为 Lommel 函数而得名。由 Lommel 函数的数学表达式可知, Lommel 光束的光强分布可由 3 个参量调控,分别是阶次 n 和包含两个参量的复参数 $c = c_0 \exp(i\phi_0)$, 其中:模数 c_0 必须小于 1, ϕ_0 为模角。除了光束形态更为丰富, Lommel 光束还具有分数阶轨道角动量(OAM), 以及不同模式间的 Lommel 光束互相正交^[14], 这些特性都使得 Lommel 光束在实际应用领域发挥了新的作用。例如, 利用 Lommel 光束正交的特点, 在遥感和自由光通信领域, Lommel 光束可用于模分复用。无疑, 具有 3 个自由度的 Lommel 光束可携带更多的信息量^[15-16]。近来, 研究了类似湍流对几种无衍射光束传输的影响^[17-19], 也研究了湍流对局域 Lommel 光束的影响, 发现 Lommel 光束有很好的抗湍流性, 因而可以满足未来无线光通信链路中光网络的高带宽需求, 如船对船、船对飞机或水下航行器对传感器通信等^[20-21]。不同于无衍射 Bessel 光束具有整数阶 OAM, 利用 Lommel 光束具有分数阶 OAM 的特点, Lu 等^[22]提出了一种基于 Lommel-Gaussian 光束的新型轨道角动量空分复用系统, 对于整数阶的光束, 具有分数阶 OAM 的 Lommel-Gaussian 光束的多路复用可以携带更多的信息容量。

为将三参数 Lommel 光束更好地用于各种应用领域, 产生 Lommel 光束至关重要。此前, Zhao 等^[23]利用超像素编码法得到了 Lommel 光束的二元计算全息图(CGHS), 然后基于数字微镜器件的实验方案产生了 Lommel 光束。为了更精准、更高质地产生 Lommel 光束, 本文利用罗曼迂回相位编码法得到了 Lommel 光束的 CGHS, 将其加工为实振幅掩模板, 通过简单的实验装置即可产生高质量的 Lommel 光束, 这也为产生其他类型的复杂结构无衍射光束提供了思路。

2 罗曼迂回相位编码法构建 CGHS

要产生具有复杂结构的 Lommel 光束, 需要复振幅调制, 即同时调制光束的振幅和相位。构建产生光束的振幅调制元件和相位调制元件都并非难事, 但二者的精确对位却并不容易。通过构建 CGHS 产生无衍射光束, 实质是构建一个能同时调制光束振幅和相位

的元件。一般来说, 振幅调制相对容易, 相位调制则需采用迂回相位编码法。

罗曼迂回相位编码法是由罗曼提出的一种全息编码方法^[24-25], 该方法利用的是不规则光栅的衍射效应, 基本原理如图 1 所示(图中: Δ 为某一位置处栅距变化间距; d 为栅距; k 为衍射级次)。

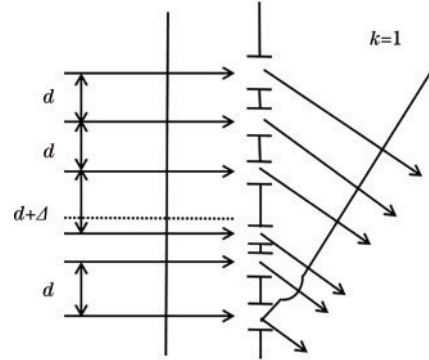


图 1 不规则光栅衍射效应

Fig. 1 Diffraction effect of irregular grating

基于罗曼迂回相位编码法构建能产生 Lommel 光束的 CGHS, 主要是将光波的振幅信息与相位信息编码到同一调制元件, 具体编码原理如图 2 所示。该方法主要是在全息图的抽样单元内开一个矩形通光孔径来对相位与振幅进行调制^[26], 其关系式为

$$\begin{aligned} L_{ab} &= A_{ab}, \\ P_{ab} &= \frac{\varphi_{ab}}{2\pi k}, \end{aligned} \quad (1)$$

式中: L_{ab} 为矩形孔径的高度; A_{ab} 为归一化振幅, 其取值为 0 到 1; P_{ab} 为矩形孔径中心与采样中心的距离; φ_{ab} 为抽样点的相位。编码程序将相位调整为 $[-\pi, \pi]$ 。

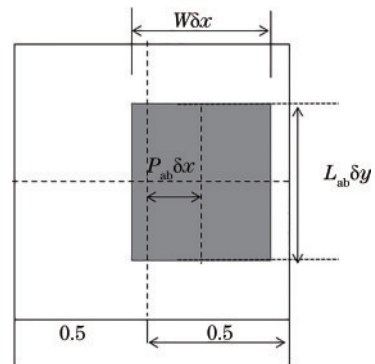


图 2 罗曼迂回相位编码法原理

Fig. 2 Lohmann-type detour phase encoding principle

拟构建的 Lommel 光束是具有 3 个自由度的复杂无衍射光束, 其光束分布的柱坐标表达式描述^[14]为

$$E_n(r, \varphi, z) = c^{-n} \exp(iz\sqrt{k^2 - a^2}) U_n[car \exp(i\varphi), ar], \quad (2)$$

式中: $\exp(iz\sqrt{k^2 - a^2})$ 为光束传播因子, $k = 2\pi/\lambda$ 是波长为 λ 光波的波数, a 为比例因子, c 为复参数, 表示

不对称度且有 $c = c_0 \exp(i\phi_0)$, 其中 c_0 为非负模量, ϕ_0 为旋转角度。式 (2) 表明, n 、 c_0 及 ϕ_0 可同时调控 Lommel 光束的光强分布。

基于式 (2), 模拟了 6 种 Lommel 光束, 6 种类型 Lommel 光束的振幅与相位分布图如图 3 所示。应用罗曼迂回相位编码法, 将 Lommel 光束的振幅信息与相位信息编码为 CGHs 的编码流程, 如图 4 所示。首先, 将得到的 Lommel 光束的振幅图与相位图转化为相同维度的矩阵, 然后作归一化处理(相位信息矩阵需对 2π 求余之后再行归一化处理); 然后, 将相位在延迟 π 到超前 π 的范围内调整; 接下来, 建立 6 个 N 维度的零矩阵用来存放纵横坐标信息, 并将前面处理后得

到的振幅矩阵中的元素赋予对应的 L_{ab} , 将处理后的相位信息矩阵中的元素赋予对应的 P_{ab} 。下一步将矩形通光孔径的 4 个坐标分别放入 4 个零矩阵, 多余的 2 个零矩阵用来存放溢出坐标, 即通光孔径面积的首部或者尾部超出面积元时, 在面积元的前面或后面部分使用补偿开口的方式, 来确定剩余的两个横坐标矩阵。最后, 需要对每一个维度使用强度分级来增加信息区分度, 再对每个元素进行赋值, 此时得到像素数为 $11700 \text{ pixel} \times 11700 \text{ pixel}$ 的图片。为了匹配打印系统的打印极限选择将图片差值放大为原像素的 3 倍, 输出像素数为 $35000 \text{ pixel} \times 35000 \text{ pixel}$ 的图片, 即所需的 Lommel 光束的 CGHs, 如图 5 所示。

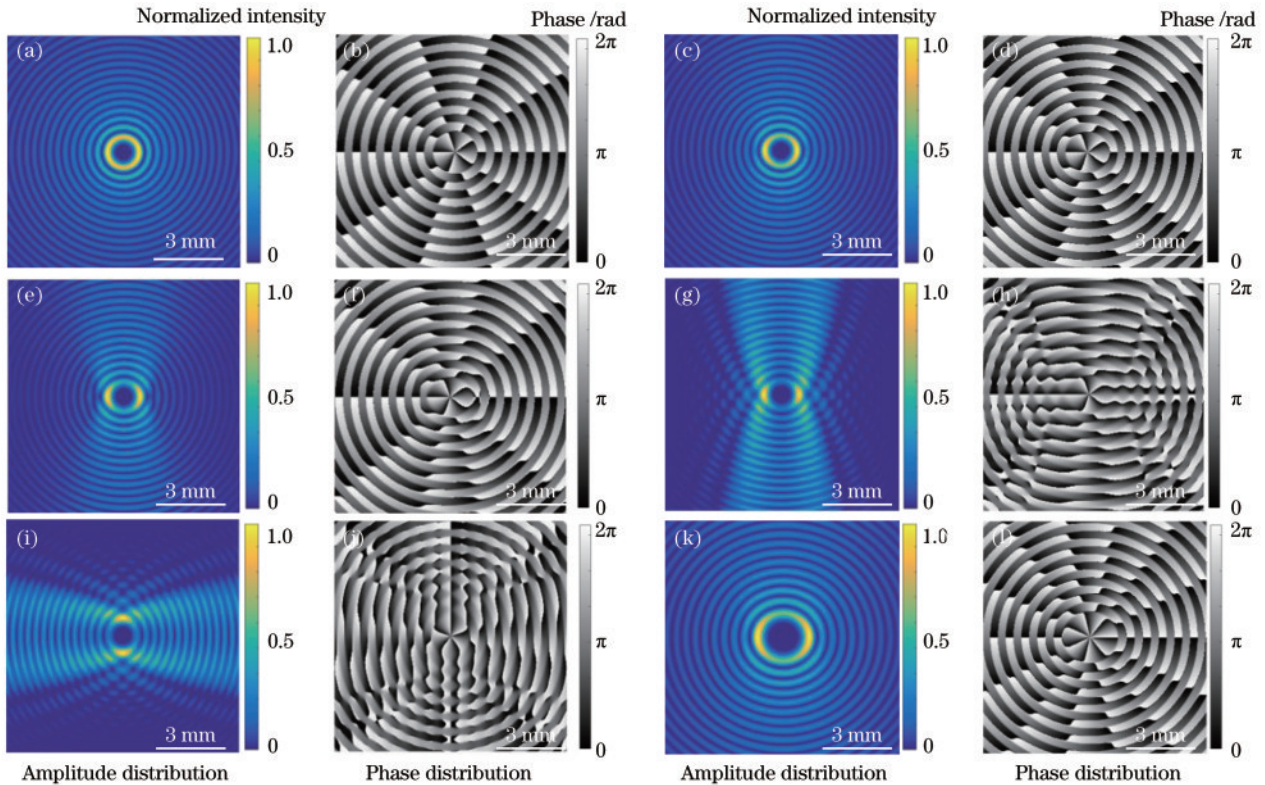


图 3 Lommel 光束的振幅分布图与相位分布图。(a)(b) $n=5, c_0=0.3, \phi_0=\pi/2$; (c)(d) $n=5, c_0=0.5, \phi_0=\pi/2$; (e)(f) $n=5, c_0=0.7, \phi_0=\pi/2$; (g)(h) $n=5, c_0=0.9, \phi_0=\pi/2$; (i)(j) $n=5, c_0=0.9, \phi_0=0$; (k)(l) $n=7, c_0=0.5, \phi_0=\pi/2$

Fig. 3 Amplitude distribution and phase distribution of Lommel beams. (a)(b) $n=5, c_0=0.3, \phi_0=\pi/2$; (c)(d) $n=5, c_0=0.5, \phi_0=\pi/2$; (e)(f) $n=5, c_0=0.7, \phi_0=\pi/2$; (g)(h) $n=5, c_0=0.9, \phi_0=\pi/2$; (i)(j) $n=5, c_0=0.9, \phi_0=0$; (k)(l) $n=7, c_0=0.5, \phi_0=\pi/2$

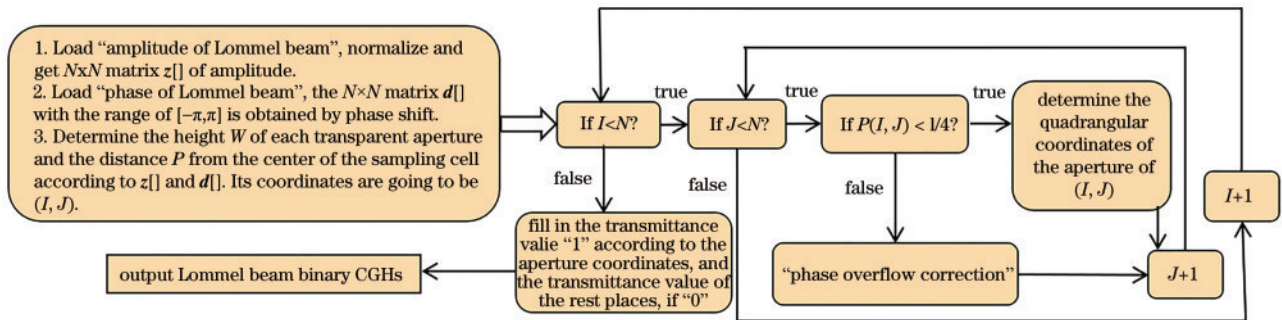


图 4 构建 Lommel 光束 CGHs 的流程图

Fig. 4 Flow chart of constructing CGHs of generating Lommel beam

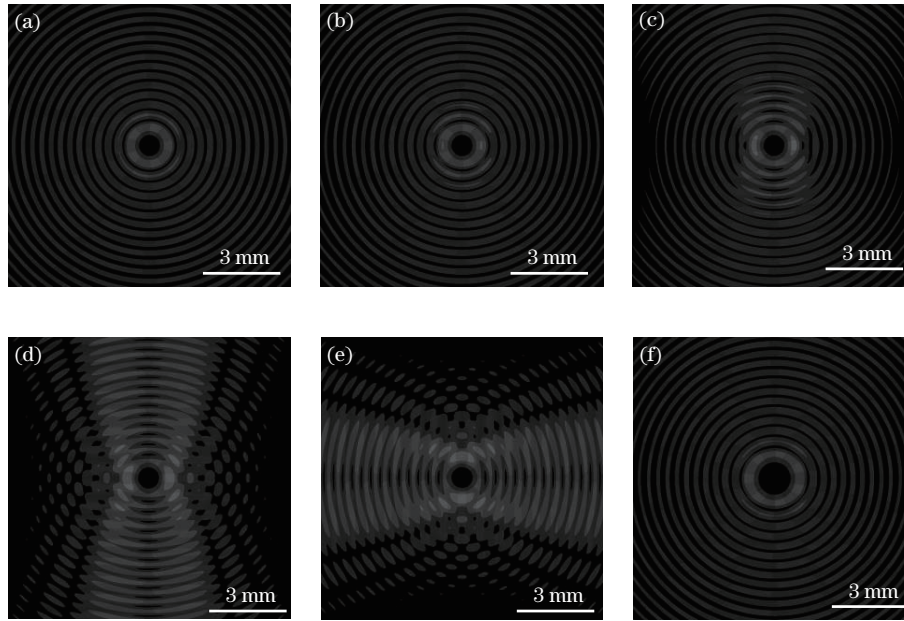


图 5 Lommel 光束的 CGHs。(a) $n=5, c_0=0.3, \phi_0=\pi/2$; (b) $n=5, c_0=0.5, \phi_0=\pi/2$; (c) $n=5, c_0=0.7, \phi_0=\pi/2$;

(d) $n=5, c_0=0.9, \phi_0=\pi/2$; (e) $n=5, c_0=0.9, \phi_0=0$; (f) $n=7, c_0=0.5, \phi_0=\pi/2$

Fig. 5 Calculated binary CGHs of Lommel beams. (a) $n=5, c_0=0.3, \phi_0=\pi/2$; (b) $n=5, c_0=0.5, \phi_0=\pi/2$; (c) $n=5, c_0=0.7, \phi_0=\pi/2$; (d) $n=5, c_0=0.9, \phi_0=\pi/2$; (e) $n=5, c_0=0.9, \phi_0=0$; (f) $n=7, c_0=0.5, \phi_0=\pi/2$

为加工产生 Lommel 光束的掩模板,采用实验室自制的全息直写打印系统^[27-28]将 CGHs 加工为实振幅掩模板。全息直写打印系统像素单元尺寸为 $318 \text{ nm} \times 318 \text{ nm}$,一次只能打印像素数为 $600 \text{ pixel} \times 600 \text{ pixel}$ 的二元全息图。因此,首先用图片分割软件 BmpProc 对图 5 进行分割处理,在银盐干板上依次打印之后,经过显影定影处理。最终,制作的实振幅掩模板像素数高达 $35000 \text{ pixel} \times 35000 \text{ pixel}$,尺寸为 $11.0 \text{ mm} \times 11.0 \text{ mm}$,得到高分辨率、高像素数的掩模板,为产生高质 Lommel 光束奠定了基础。

3 产生 Lommel 光束的实验

利用加工的高分辨率、高像素数的掩模板,构建了实验光路来产生无衍射 Lommel 光束,如图 6 所示。实验中采用 He-Ne 激光器作为入射光,经过扩束准直滤波之后,得到的平行光入射到自制的掩模板上,形成 $+1, 0$ 和 -1 级衍射光束,经小孔滤波后,用科学 CCD

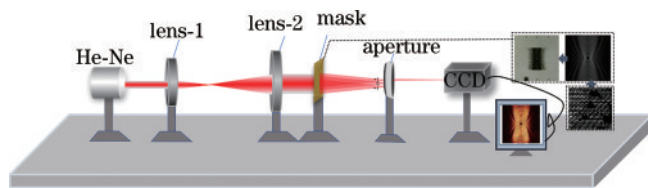


图 6 产生 Lommel 光束的实验光路图

Fig. 6 Diagram of the experimental light path generating the Lommel beam

(Flare 4M180-CL) 相机记录生成的 $+1$ 级 Lommel 光束,如图 7 所示。实验中透镜 1 与透镜 2 的焦距分别为 10 cm 与 20 cm ,掩模板置于透镜 2 后 10 cm 处,滤波小孔置于掩模板后 50 cm 处,CCD 置于掩模板后 80 cm 处采集图像,为验证光束无衍射特性采集 90 cm 、 100 cm 处图像,如图 7(g)、图 7(h) 所示。由于有限尺寸掩模板对调制光束波前和能量的剪切,产生的剪切 Lommel 光束实质上是准无衍射光束,因而该光束在传输过程中缓慢扩张。

为验证实验产生效果,基于 $I = |E_n(r, \varphi, z)|^2$,模拟了 Lommel 光束理论分布图,如图 8 所示。对比发现,基于迂回相位编码法产生的 Lommel 光束与理论模拟结果较好吻合。综合分析,本实验方案能产生高质 Lommel 光束的原因有:1) 由于掩模板上同时记录了光束的振幅与相位信息,有效避免了实验中分开调制振幅与相位时存在的振幅调制元件和相位调制元件难于精确对准的问题,提高了光束质量,也使得实验操作更加便捷高效;2) 相对于常用的调制元件,与平常所使用的调制元件相比,在实验方案中制作出来的掩模板调制精度达到了 318 nm ,像素数更是达到了十亿量级,远大于常规空间光调制器的百万量级,比如:以较为常用的 Holoeye 公司的空间光调制器(型号:PLUTO-VIS-016)为例,空间光调制器(SLM)像素数为 $1920 \text{ pixel} \times 1080 \text{ pixel}$,像元尺寸为 $8 \mu\text{m}$ 。

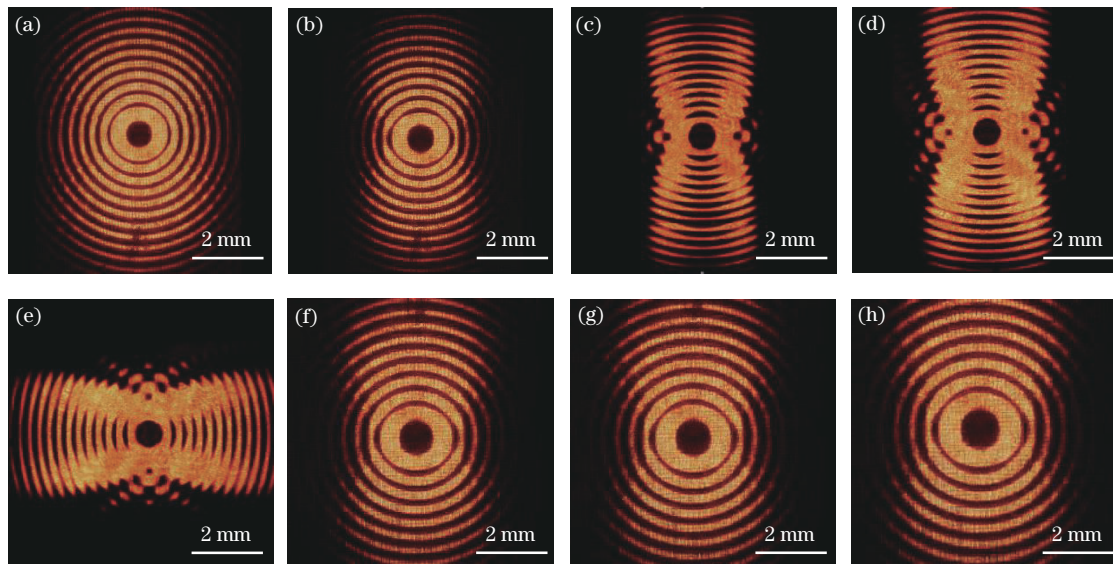


图 7 实验产生的 Lommel 光束。(a) $n=5$, $c_0=0.3$, $\phi_0=\pi/2$; (b) $n=5$, $c_0=0.5$, $\phi_0=\pi/2$; (c) $n=5$, $c_0=0.7$, $\phi_0=\pi/2$; (d) $n=5$, $c_0=0.9$, $\phi_0=\pi/2$; (e) $n=5$, $c_0=0.9$, $\phi_0=0$; (f)(g)(h) $n=7$, $c_0=0.5$, $\phi_0=\pi/2$

Fig. 7 Lommel beams from the experiments. (a) $n=5$, $c_0=0.3$, $\phi_0=\pi/2$; (b) $n=5$, $c_0=0.5$, $\phi_0=\pi/2$; (c) $n=5$, $c_0=0.7$, $\phi_0=\pi/2$; (d) $n=5$, $c_0=0.9$, $\phi_0=\pi/2$; (e) $n=5$, $c_0=0.9$, $\phi_0=0$; (f)(g)(h) $n=7$, $c_0=0.5$, $\phi_0=\pi/2$

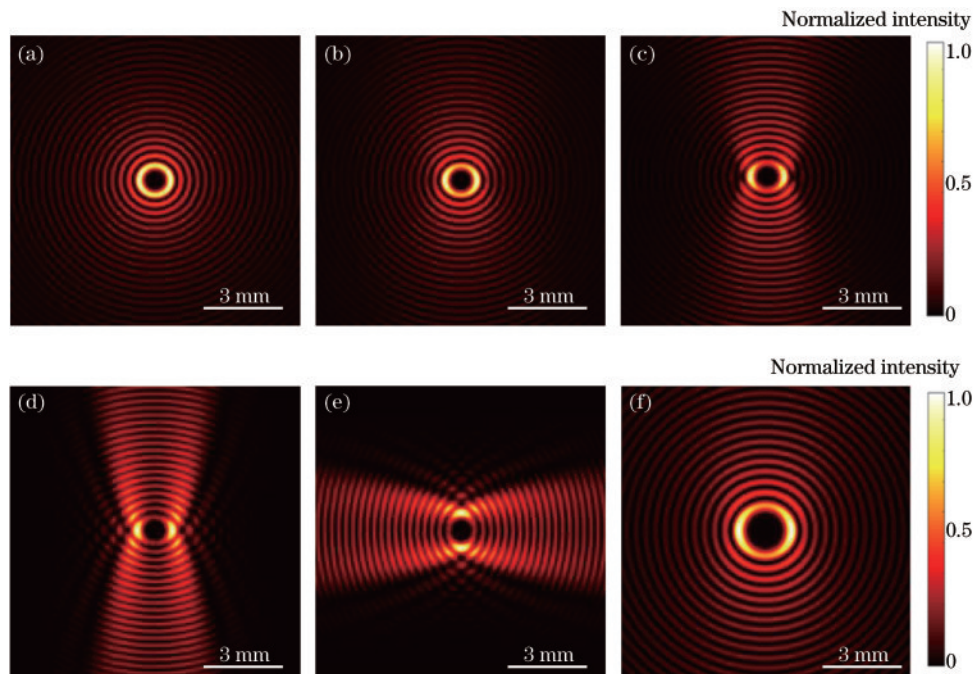


图 8 理论模拟产生的 Lommel 光束。(a) $n=5$, $c_0=0.3$, $\phi_0=\pi/2$; (b) $n=5$, $c_0=0.5$, $\phi_0=\pi/2$; (c) $n=5$, $c_0=0.7$, $\phi_0=\pi/2$; (d) $n=5$, $c_0=0.9$, $\phi_0=\pi/2$; (e) $n=5$, $c_0=0.9$, $\phi_0=0$; (f) $n=7$, $c_0=0.5$, $\phi_0=\pi/2$

Fig. 8 Theoretical simulations of Lommel beams. (a) $n=5$, $c_0=0.3$, $\phi_0=\pi/2$; (b) $n=5$, $c_0=0.5$, $\phi_0=\pi/2$; (c) $n=5$, $c_0=0.7$, $\phi_0=\pi/2$; (d) $n=5$, $c_0=0.9$, $\phi_0=\pi/2$; (e) $n=5$, $c_0=0.9$, $\phi_0=0$; (f) $n=7$, $c_0=0.5$, $\phi_0=\pi/2$

4 结 论

Lommel 光束由于其独特的光学性质,在光学俘获、操纵、通信和诊断测量等应用领域具有潜在的应用前景,因此,方便、高质地产生 Lommel 光束非常重要。基于罗曼迂回相位编码法,产生 Lommel 光束的

CGHs,并利用全息直写打印系统加工高精度、高像素数实振幅掩模板,实验上简单方便地产生了高质 Lommel 光束,证明了迂回相位编码法是一种产生具有复杂结构无衍射光束的有效方法。这也为产生其他类型的复杂结构无衍射光束提供了一种新思路,例如:可用作非对称贝塞尔光束的产生。

参 考 文 献

- [1] Durnin J, Miceli J, Jr, Eberly J H. Diffraction-free beams [J]. *Physical Review Letters*, 1987, 58(15): 1499-1501.
- [2] Grier D G. A revolution in optical manipulation[J]. *Nature*, 2003, 424(6950): 810-816.
- [3] Fahrbach F O, Rohrbach A. Propagation stability of self-reconstructing Bessel beams enables contrast-enhanced imaging in thick media[J]. *Nature Communications*, 2012, 3: 632-628.
- [4] Betzig E, Patterson G H, Sougrat R, et al. Imaging intracellular fluorescent proteins at nanometer resolution [J]. *Science*, 2006, 313(5793): 1642-1645.
- [5] Planchon T A, Gao L, Milkie D E, et al. Rapid three-dimensional isotropic imaging of living cells using Bessel beam plane illumination[J]. *Nature Methods*, 2011, 8(5): 417-423.
- [6] 谢家俊, 唐诗瑶, 陈永强, 等. 贝塞尔光束在生物组织中的自重建特性研究[J]. *中国激光*, 2022, 49(5): 0507302. Xie J J, Tang S Y, Chen Y Q, et al. Self-reconstruction characteristics of Bessel beam in biological tissue[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2022, 49(5): 0507302.
- [7] Zhan Q W. Properties of circularly polarized vortex beams [J]. *Optics Letters*, 2006, 31(7): 867-869.
- [8] Gutiérrez-Vega J C, Iturbe-Castillo M D, Chávez-Cerda S. Alternative formulation for invariant optical fields: Mathieu beams[J]. *Optics Letters*, 2000, 25(20): 1493-1495.
- [9] Bandres M A, Gutiérrez-Vega J C, Chávez-Cerda S. Parabolic nondiffracting optical wave fields[J]. *Optics Letters*, 2004, 29(1): 44-46.
- [10] Siviloglou G A, Broky J, Dogariu A, et al. Observation of accelerating airy beams[J]. *Physical Review Letters*, 2007, 99(21): 213901.
- [11] 韩洪民, 范引鹏, 杨叶城, 等. 基于变形镜的多波长艾里光束生成与传播特性[J]. *光学学报*, 2021, 41(16): 1626001. Han H M, Fan Y P, Yang Y C, et al. Generation and propagation characteristics of multi-wavelength airy beams based on deformable mirrors[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(16): 1626001.
- [12] Kotlyar V V, Kovalev A A, Soifer V A. Asymmetric Bessel modes[J]. *Optics Letters*, 2014, 39(8): 2395-2398.
- [13] Kovalev A A, Kotlyar V V. Diffraction-free Lommel beams[J]. *Computer Optics*, 2014, 38(2): 188-192.
- [14] Kovalev A A, Kotlyar V V. Lommel modes[J]. *Optics Communications*, 2015, 338: 117-122.
- [15] Yu L, Zhang Y X. Analysis of modal crosstalk for communication in turbulent ocean using Lommel-Gaussian beam[J]. *Optics Express*, 2017, 25(19): 22565-22574.
- [16] Chen X, Yuan Y B, Yan B L, et al. Propagation and self-healing properties of Lommel-Gaussian beam through atmospheric turbulence[J]. *Optoelectronics Letters*, 2021, 17(9): 572-576.
- [17] 闫家伟, 雍康乐, 唐善发, 等. 大气中超高斯和高斯涡旋光束传输特性比较[J]. *光学学报*, 2020, 40(2): 0201002. Yan J W, Yong K L, Tang S F, et al. Comparison of propagation characteristics between super Gaussian and Gaussian vortex beams in air[J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(2): 0201002.
- [18] 张建强, 翟焱望, 付时尧, 等. 径向偏振矢量光束在大气湍流下的传输分析[J]. *光学学报*, 2020, 40(11): 1101001. Zhang J Q, Zhai Y W, Fu S Y, et al. Propagation properties of radially-polarized vector beams under a turbulent atmosphere[J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(11): 1101001.
- [19] 韦宏艳, 闫玢霖, 贾鹏, 等. 聚焦贝塞尔光束在大气湍流中的螺旋相位谱[J]. *光学学报*, 2020, 40(24): 2401001. Wei H Y, Yan J L, Jia P, et al. Spiral phase spectrum of focused Bessel beams in atmospheric turbulence channel [J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(24): 2401001.
- [20] Yu L, Hu B B, Zhang Y X. Intensity of vortex modes carried by Lommel beam in weak-to-strong non-Kolmogorov turbulence[J]. *Optics Express*, 2017, 25(16): 19538-19547.
- [21] Wang S L, Yang D H, Zhu Y, et al. Capacity analysis of oceanic channels with localized Lommel-Gaussian vortex beams[J]. *Applied Optics*, 2021, 60(14): 4135-4142.
- [22] Lu Z H, Yan B L, Chang K, et al. Space division multiplexing technology based on transverse wavenumber of Lommel-Gaussian beam[J]. *Optics Communications*, 2021, 488: 126835.
- [23] Zhao Q, Gong L, Li Y M. Shaping diffraction-free Lommel beams with digital binary amplitude masks[J]. *Applied Optics*, 2015, 54(25): 7553-7558.
- [24] Tamura H, Torii Y. Enhancement of the Lohmann-type computer-generated hologram encoded by direct multilevel search algorithm[J]. *Optical Review*, 2012, 19(3): 131-141.
- [25] 王永仲, 张勇, 薛蕊, 等. 迂回相位编码的傅里叶变换计算全息图及其再现[J]. *红外技术*, 2004, 26(2): 57-59. Wang Y Z, Zhang Y, Xue R, et al. The FFT computer-generated hologram and its reconstruction by detour phase encoding[J]. *Infrared Technology*, 2004, 26(2): 57-59.
- [26] 杨婧羽, 任志君, 黄文俊, 等. 二元计算全息法产生复杂无衍射光束[J]. *中国光学*, 2022, 15(1): 14-21. Yang J Y, Ren Z J, Huang W J, et al. Complex non-diffraction beams generated using binary computational holography[J]. *Chinese Optics*, 2022, 15(1): 14-21.
- [27] Shi Y L, Wang H, Li Y, et al. Practical method for color computer-generated rainbow holograms of real-existing objects[J]. *Applied Optics*, 2009, 48(21): 4219-4226.
- [28] Shi Y L, Wang H, Wu Q. Color transmission analysis of color computer-generated holography[J]. *Applied Optics*, 2012, 51(20): 4768-4774.