

## 闪耀光栅锥面衍射的标量分析

叶玉宁, 王长顺\*

上海交通大学物理与天文学院, 上海 200240

**摘要** 基于扩展标量衍射理论,同时对于透射和反射的情况,考虑了入射光的方位角(即锥面衍射),推导了闪耀光栅任意衍射级次的相对衍射效率。证明在分别以平面和介质分界面为界对闪耀光栅运用扩展标量理论时,得到的相对衍射效率公式不同,但是得到的最优化深度和闪耀波长相同,并给出了相应的显式表达式。以特定参数的闪耀光栅为例,分别将两种相对衍射效率公式与严格耦合波理论进行了比较,结果表明,两种公式差距很小,且均和严格耦合波理论结果符合得很好。

**关键词** 衍射与光栅; 扩展标量衍射理论; 闪耀光栅; 锥面衍射; 衍射效率

中图分类号 O436.1

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP221675

## Scalar Analysis of Conical Diffraction of Blazed Grating

Ye Yuning, Wang Changshun\*

School of Physics and Astronomy, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China

**Abstract** Based on the extended scalar diffraction theory, the relative diffraction efficiency of any diffraction order is deduced considering the azimuth of incident light (conical diffraction) for transmission and reflection. It is proved that the relative diffraction efficiency formulas are different when using the extended scalar theory for a blazed grating bounded by the plane and medium interface, respectively. However, the optimized depth and blaze wavelength are the same, with corresponding explicit expressions provided. The two relative diffraction efficiency formulas are applied to a blazed grating with specific parameters to compare with rigorous coupled-wave analysis. The results show that the difference between the two formulas is minimal, and both are consistent with the rigorous coupled-wave analysis.

**Key words** diffraction and grating; extended scalar diffraction theory; blazed grating; conical diffraction; diffraction efficiency

## 1 引言

衍射光栅是否适用于特定的应用,与最终可获得的衍射效率(某一衍射级次衍射光能量与入射光能量的比值)关系很大。但在大部分的衍射光栅中,光栅衍射时无色散能力的零级衍射光占据了大部分能量,真正需要的较高级次的衍射光却只分配了较少的能量,也即衍射效率较低<sup>[1]</sup>,这和光栅轮廓结构有很大关系。作为提高衍射效率的方法之一,可以将光栅的刻槽面蚀刻成锯齿形,这样便可将衍射光的能量集中到较高的衍射级次上,对应的光栅称为闪耀光栅。

以往文献用标量衍射理论计算光栅的衍射效率时,只考虑了入射光在入射面内变化时的情况<sup>[1-8]</sup>。这

是因为在以往大部分情况下对于光栅的运用中,核心目的是在特定入射角时获得尽可能高的衍射效率,因此最多只需要考虑入射光在入射面内的变化就够用了。但在一些新的领域中,比如增强现实(AR)光学显示,用光栅进行光线传输时,入射光不再局限于入射面内,所以有必要讨论入射光方位角变化(即锥面衍射)时光栅的衍射特性。相较于矢量衍射理论,标量理论的解析推导结果能够为相关领域的光栅设计提供更加直观的理论指导。

## 2 光栅的标量理论分析

## 2.1 扩展标量衍射理论

对于光栅而言,一般来说当入射光波长远小于光

收稿日期: 2022-05-23; 修回日期: 2022-06-03; 录用日期: 2022-06-28; 网络首发日期: 2022-07-08

基金项目: 国家自然科学基金(92050116)

通信作者: \*cswang@sjtu.edu.cn

栅的特征尺寸(即周期长度),且刻蚀深度很浅时,就可以用标量衍射理论;反之则必须要用到矢量衍射理论。

在标量衍射理论的推导过程中,要求封闭曲面所包围的区域中介质均匀、各向同性,而光栅轮廓区域显然不符合这一要求。为了处理光栅轮廓所在的非均匀区域,发展出了扩展标量衍射理论,这也正是本文的理论基础。

扩展标量衍射理论结合了标量衍射理论(基于波的传播)和几何光学理论(基于射线追踪)对有限厚度的光栅轮廓进行了处理。假设入射光通过光栅轮廓时遵循几何光学理论,一旦光离开光栅轮廓区域,就应使用基于波传播的标量衍射理论<sup>[1]</sup>。需要注意使用几何光学与标量理论的分界面必须位于衍射束所在的均匀介质中,这才符合标量衍射公式的推导过程。

## 2.2 夫琅禾费衍射公式的修正

从基尔霍夫衍射公式出发:

$$U(x, y) = \frac{1}{j\lambda} \iint_S U_0(x_0, y_0) \frac{e^{ibr_{01}}}{r_{01}} \varphi dx_0 dy_0, \quad (1)$$

式中:  $\varphi = \frac{\cos(\vec{n}, \vec{r}_{01}) - \cos(\vec{n}, \vec{k}_1)}{2}$  为倾斜因子;  $U$  为观察屏上  $(x, y)$  处的复振幅;  $U_0$  为衍射孔径上  $(x_0, y_0)$  处的复振幅;  $S$  为孔径面;  $r_{01} = \sqrt{(z-z_0)^2 + (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}$ 。若选取平面孔径面为积分面,可取  $z_0 = 0$ 。

设观察屏离衍射孔径面  $S$  足够远,满足条件:

$$|z| \gg \max(\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}). \quad (2)$$

为了最终能够推导得到正确的光栅方程,必须要将远轴区也考虑进去,这与菲涅耳近似略有不同。设

$$R = \sqrt{z^2 + x^2 + y^2}, \quad (3)$$

可以把被积函数分母中的  $r_{01}$  用  $R$  来近似代替,并假设倾斜因子  $\varphi$  与  $(x_0, y_0)$  无关。在夫琅禾费远场近似条件下,可得复振幅为

$$U(x, y) = \frac{\varphi}{R\lambda} \sum_{q=0}^{Q-1} e^{j2\pi g_x q T} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} e^{j2\pi g_y y_0} dy_0 \int_{-\frac{aT}{2}}^{\frac{aT}{2}} e^{j2\pi[\Delta\Phi(x_0-x_c) - f_x(x_0-x_c) - f_z Z_0(x_0-x_c)]} d(x_0-x_c) = \frac{\varphi L T}{R\lambda} \frac{1 - e^{j2\pi g_x T Q}}{1 - e^{j2\pi g_x T}} \text{sinc}(g_y L) U_x, \quad (8)$$

式中:  $L$  为入射光范围内的光栅宽度;  $U_x = \frac{1}{T} \int_{-aT/2}^{aT/2} e^{j2\pi[\Delta\Phi(x_0-x_c) - f_x(x_0-x_c) - f_z Z_0(x_0-x_c)]} d(x_0-x_c)$  为衍射积分项;  $g_i = \frac{A_i}{\lambda} - f_i$ , ( $i = x, y, z$ ) 为方便表述而定义的中间变量。相对光强为

$$I(x, y) = U(x, y) U^*(x, y) = \left( \frac{\varphi L T Q}{R\lambda} \right)^2 \frac{\sin^2(\pi g_x T Q)}{\sin^2(\pi g_x T)^2} \text{sinc}^2(g_y L) |U_x|^2. \quad (9)$$

$$U(x, y) = \frac{\varphi e^{jkr}}{jR\lambda} \iint_S U_0(x_0, y_0) e^{-j2\pi(f_x x_0 + f_y y_0 + f_z z_0)} dx_0 dy_0, \quad (4)$$

式中,  $f_i = \frac{n_2 i}{R\lambda}$ ,  $i = (x, y, z)$ , 其中  $\lambda$  为真空中的波长,  $n_2$

为衍射光所在介质的折射率。接下来的计算将基于修正过的夫琅禾费衍射公式(4)。

## 2.3 相对衍射效率

在接下来的分析中,不考虑入射角和偏振对于透射率/反射率产生的影响,即假设入射光全部透射/反射。

用球坐标来表示,设介质一中入射光的单位矢量  $\vec{A}_{01} = (\sin \theta_1 \cos \phi_1, \sin \theta_1 \sin \phi_1, \cos \theta_1)$ , 并定义入射矢量  $\vec{A}_1 = n_1 \vec{A}_{01} = (A_x, A_y, A_z)$ 。

可假设光栅只在  $x$  轴方向具有周期性,则  $z_0 = Z_0(x_0)$  是关于横坐标  $x_0$  的周期函数。假设入射光为单色平面光,则相对复振幅可以表示为

$$U(x, y) = \frac{\varphi}{R\lambda} \iint_S e^{j2\pi[\Phi(x_0, y_0, Z_0(x_0)) - f_x x_0 - f_y y_0 - f_z Z_0(x_0)]} dx_0 dy_0, \quad (5)$$

式中,已经舍去对相对光强无影响的相位项。为了计算  $\Phi(x_0, y_0, z_0)$ , 可以从介质分界斜面上选取参考点  $(x_c, y_0, 0)$ , 使得在单个周期内  $|x_0 - x_c| \leq \frac{aT}{2}$ , 其中引入缩放因子  $a$  的原因在于,衍射积分面的宽度可能小于周期的宽度。参考点横坐标为

$$x_c = qT, q \in [0, Q-1] \cap \mathbb{Z}, \quad (6)$$

式中:  $T$  为光栅周期;  $Q$  为入射光范围内的光栅周期数。定义单个周期内的相位差为

$$\Delta\Phi(x_0 - x_c) = \Phi[x_0, y_0, Z_0(x_0 - x_c)] - \Phi(x_c, y_0, 0), \quad (7)$$

再将  $\Phi(x_c, y_0, 0) = \frac{A_x}{\lambda} x_c + \frac{A_y}{\lambda} y_0$  代入式(5)得到相对复振幅为

本文作者并不清楚在用标量衍射理论计算相对衍射效率时,要舍去相对光强前面倾斜因子等系数的原因,但通过和严格耦合波理论的比较中发现,舍去系数后结果更加精确。因此为了能够与严格耦合波理论以及相关文献中的实验测量结果相互验证,可定义相对衍射效率为

$$\eta = \frac{I(x, y)}{\left( \frac{\varphi L T Q}{R\lambda} \right)^2} = \frac{\sin^2(\pi g_x T Q)}{\sin^2(\pi g_x T)^2} \text{sinc}^2(g_y L) |U_x|^2. \quad (10)$$

### 2.4 光栅方程

对某一衍射级次而言,  $\frac{\sin^2(\pi g_x T Q)}{\sin^2(\pi g_x T) Q^2}$  和  $\text{sinc}^2(g_y L)$  均取最大值 1, 易得此时应当满足条件:

$$\begin{cases} g_x T = -l \\ g_y = 0 \end{cases}, \quad (11)$$

式中,  $l \in Z$  为衍射级次, 由于是人为定义的, 正负号都可以, 这里取负号。

可以把衍射束视作为光线, 则衍射光束对应的衍射矢量为  $A' = \frac{n_2}{R}(x, y, z)$ 。根据  $g_i$  的定义, 式(11)又可以写成

$$\begin{cases} A'_x = A_x + \frac{l\lambda}{T}, \\ A'_y = A_y, \end{cases} \quad (12)$$

式(12)即为三维空间中的光栅方程。由光栅方程可知,  $l$  级衍射要存在,  $A'_x$  应当为实数, 所以要满足条件:

$$\left(A_x + \frac{l\lambda}{T}\right)^2 + A_y^2 \leq n_2^2. \quad (13)$$

将式(11)代入式(10)得到

$$\eta_l = |U_x|^2. \quad (14)$$

所以求解光栅某一级次相对衍射效率的核心问题转化为求解衍射积分项  $U_x$ 。需要注意的是, 对于有限尺寸的光栅, 满足光栅方程时, 并不代表相对光强处于极值点。

## 3 以平面为界的理论结果

尽管根据标量衍射理论, 相对复振幅  $U$  不可能随选取的封闭曲面改变而改变, 但是由于扩展标量理论本身在推导时使用了一部分几何光学近似与远场近似, 所以当选取的几何光学与标量理论的分界面变化时, 推导得到的相对复振幅也会随之发生变化。以下先讨论以平面为界使用扩展标量理论的结果。

### 3.1 相对衍射效率

闪耀光栅的结构如图 1 所示,  $n_1$  为介质一 (medium 1) 的折射率,  $n_2$  为介质二 (medium 2) 的折射率,  $D$  为光栅刻蚀深度, 槽形角  $\alpha = \arctan(D/T)$ 。现以平面为界对闪耀光栅运用扩展标量理论, 需要应用折射定律的矢量形式, 定义折射矢量为

$$\vec{A}_2 = n_2 \vec{A}_{02} = \vec{A}_1 + p \vec{e}_n, \quad (15)$$

式中,  $p = \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 I} - n_1 \cos I$ , 相对于槽面的入射

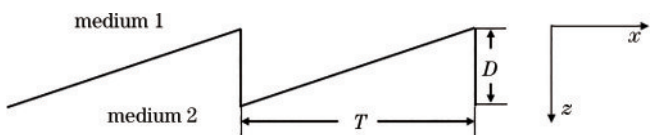


图 1 闪耀光栅轮廓

Fig. 1 Contour of blazed grating

角余弦值  $\cos I = \vec{e}_n \cdot \vec{A}_{01}$ 。再将折射面法线  $\vec{e}_n = (\sin \alpha, 0, \cos \alpha)$  代入式(15)得到

$$\vec{A}_2 = \vec{A}_1 + p(\sin \alpha, 0, \cos \alpha) = (A_x + p \sin \alpha, A_y, A_z + p \cos \alpha). \quad (16)$$

介质一中光线方向和波面垂直, 由于闪耀光栅单个斜台阶面光滑连续且法线固定, 所以在一个周期内从单个斜台阶面传输到介质二中的光线方向和波面仍然是垂直的, 且对应波面连续(由折射定律即可证明)。

可选取分界平面  $z_0 = Z_0(x_0) \equiv \pm \frac{D}{2}$ , “+”号代表透射, “-”号代表反射。因此单个周期内的相位差为

$$\Delta \Phi(x_0 - x_c) = \Phi[x_0, y_0, Z_0(x_0 - x_c)] - \Phi(x_c, y_0, 0) = \frac{A_x + p \sin \alpha}{\lambda}(x_0 - x_c) + \frac{A_z + p \cos \alpha}{\lambda} \times \left(\pm \frac{D}{2}\right), \quad (17)$$

代入得到衍射积分项为

$$U_x = \frac{1}{T} \int_{-\frac{aT}{2}}^{\frac{aT}{2}} e^{j2\pi \left[ \left(g_x + \frac{p \sin \alpha}{\lambda}\right)(x_0 - x_c) + \left(g_z + \frac{p \cos \alpha}{\lambda}\right) \times \left(\pm \frac{D}{2}\right) \right]} d(x_0 - x_c) = e^{j2\pi \left[ \left(g_z + \frac{p \cos \alpha}{\lambda}\right) \times \left(\pm \frac{D}{2}\right) \right]} a \text{sinc} \left[ \left(g_x + \frac{p \sin \alpha}{\lambda}\right) a T \right]. \quad (18)$$

将光栅方程式(11)代入式(18), 得到相对衍射效率为

$$\eta_l(\text{plane}) = |U_x|^2 = a^2 \text{sinc}^2 \left[ a \left( -l + \frac{T p \sin \alpha}{\lambda} \right) \right]. \quad (19)$$

对于反射的情况, 只需要改变如下条件:

1) 为了使坐标系不变, 考虑光强分布时要在形式上令  $z < 0$ ;

2) 取  $n_1 = n_2$ , 并令  $p = -2n_1 \cos I$ 。

最后推导得到的相对衍射效率公式形式不变, 仍然为式(19)。

### 3.2 几何光学限制

对于透射光栅, 必须保证  $p$  为实数(不讨论倏逝波的情况), 相应限制条件为

$$|\sin I| \leq \frac{n_2}{n_1}, \quad (20)$$

若  $n_2 \geq n_1$ , 不会发生全反射, 该限制条件相当于不存在。

而对于反射光栅,  $p$  始终为实数, 不存在几何光学上的限制。

### 3.3 闪耀条件

取缩放因子  $a = 1$ , 分析  $l = -1$  级衍射。为了使得相对衍射效率达到最大值, 可以调制  $\lambda$  或  $D$  的大小使得

$$\lambda_B = -p T \sin \alpha, \quad (21)$$

式(21)是闪耀光栅闪耀波长的显式表达式。由于  $p$  与  $\sin \alpha$  均为关于  $D$  的函数, 因此式(21)可以化为关于  $D$  的根式方程, 整理得到

$$D_{\text{opt}} = \frac{A_z}{\lambda} \pm \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1 \sin^2 \phi_1 - \left( n_1 \sin \theta_1 \cos \phi_1 - \frac{\lambda}{T} \right)^2}, \quad (22)$$

式中：“+”号代表反射；“-”号代表透射。若取  $n_2 = 1, \phi_1 = 0$  或  $\phi_1 = \pi$ ，容易验证式(22)可化为与文献[1]中相同的形式。需要注意本文始终使用的是球坐标，含方位角的任何公式取  $\phi_1 = 0$  或  $\phi_1 = \pi$ ，即退化到入射面内时，仰角  $\theta_1$  的含义与其他文献入射面内的  $\theta$  并不一致，具体如何转化取决于其他文献中公式的符号定义。

满足闪耀条件时，相对衍射效率可以达到理论上限：

$$\eta_{\text{max}} = 1.0. \quad (23)$$

## 4 以介质分界斜面为界的理论结果

### 4.1 相对衍射效率

以介质分界斜面为界运用扩展标量理论时，不需要用到折射定律矢量形式。单个周期内的光栅轮廓函数为

$$Z_0(x_0 - x_c) = -(x_0 - x_c) \tan \alpha, x_0 \in \left( x_c - \frac{aT}{2}, x_c + \frac{aT}{2} \right). \quad (24)$$

因此单个周期内的相位差为

$$\Delta\Phi(x_0 - x_c) = \Phi[x_0, y_0, Z_0(x_0 - x_c)] - \Phi(x_c, y_0, 0) = \frac{A_x - A_z \tan \alpha}{\lambda} (x_0 - x_c), \quad (25)$$

代入得到衍射积分项为

$$U_x = \frac{1}{T} \int_{-\frac{aT}{2}}^{\frac{aT}{2}} e^{j2\pi[(g_x - g_z \tan \alpha)(x_0 - x_c)]} d(x_0 - x_c) = a \text{sinc}[(g_x - g_z \tan \alpha) a T]. \quad (26)$$

将光栅方程式(11)代入式(26)，得到相对衍射效率为

$$\eta_l(\text{slope}) = |U_x|^2 = a^2 \text{sinc}^2[a(-l - T g_z \tan \alpha)], \quad (27)$$

这与式(19)并不一致。容易验证，当

$$\begin{cases} \phi_1 = 0 \text{ 或 } \pi \\ n_2 = 1 \end{cases} \quad (28)$$

时，式(27)可化为一般文献中入射面内的闪耀光栅相对衍射效率公式。

### 4.2 闪耀条件

仍取缩放因子  $a = 1$ 。为了使得相对衍射效率达到最大值，需要满足条件：

$$-\frac{l}{T} = g_z \tan \alpha. \quad (29)$$

而

$$g_z = \frac{A_z}{\lambda} - f_z = \frac{A_z}{\lambda} \pm \sqrt{\left( \frac{n_2}{\lambda} \right)^2 - f_x^2 - f_y^2} = \frac{A_z}{\lambda} \pm \sqrt{\left( \frac{n_2}{\lambda} \right)^2 - \left( \frac{A_x}{\lambda} + \frac{l}{T} \right)^2 - \left( \frac{A_y}{\lambda} \right)^2}, \quad (30)$$

式中：“+”号表示反射；“-”号表示透射。取  $l = -1$  级衍射，结合入射矢量的定义，将式(30)代入式(29)可以得到最优化深度为

$$D_{\text{opt}} = \frac{1}{g_z} = \frac{1}{n_1 \cos \theta_1 \pm \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1 \sin^2 \phi_1 - \left( n_1 \sin \theta_1 \cos \phi_1 - \frac{\lambda}{T} \right)^2}}. \quad (31)$$

可以看出，解出的最优化深度和式(22)完全一致，这证明了分别以平面和介质分界斜面为界对闪耀光栅使用扩展标量理论时，尽管得到的相对衍射效率公式不同，但是闪耀条件都是相同的。

## 5 实验模拟结果

缩放因子  $a$  与入射角、具体的光栅槽型等因素有关，文献[4]讨论了顶角为直角的反射闪耀光栅在入射面中  $a$  的解析形式，也可以通过拟合实验曲线获取等效缩放因子  $a$  的值。容易看出，当  $a$  减小时，效率曲线变宽，峰值下降。程序模拟中取  $a = 1$ ，且均分析  $l = -1$  级衍射光的相对衍射效率。

采取严格耦合波理论结果为基准，分析以平面和介质分界面为界的两种相对衍射效率公式的准确性。在严格耦合波分析中，使用 16 阶梯光栅来逼近闪耀光栅结构，TE 与 TM 模的比值为 1。

现取一闪耀透射光栅 A，其槽形角  $\alpha = 8.6^\circ$ ，光栅刻线密度为 300 g/mm，介质一的折射率  $n_1 = 1.5$ ，介质二为空气，折射率  $n_2 = 1$ 。

图 2 描绘了闪耀透射光栅 A 正入射时相对衍射效率随波长的变化曲线，加号线对应以平面为界，虚线对

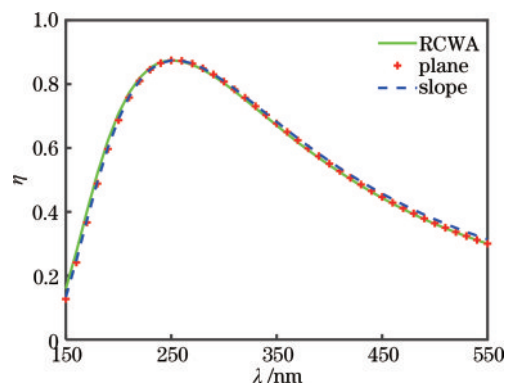


图 2 正入射时不同波长  $\lambda$  的衍射效率变化曲线图  
Fig. 2 Variation of diffraction efficiency with different wavelengths at normal incidence

应以介质分界斜面为界,实线对应严格耦合波理论(RCWA)。两种标量理论预测的效率已根据严格耦合波计算的峰值在整个公式前乘了一个系数。从图2中可以看出,在标量近似允许的波长范围内,正入射时不论是以平面还是介质分界斜面为界,计算出的衍射效率都能够很好地与严格耦合波的结果相吻合。以平面和介质分界斜面为界使用扩展标量理论得到的闪耀波长相同,均为式(21)透射时的结果:

取波长  $\lambda = 254 \text{ nm}$ , 分别采用以平面为界、以介质分界面为界的标量效率公式和严格耦合波理论绘制相对衍射效率关于入射光单位矢量的 2D 图,结果如

图3所示(其中色度条表示衍射效率,图4同)。再分别将以平面和以介质分界斜面为界的标量衍射效率与严格耦合波得到的结果相减并取绝对值,得到衍射效率绝对误差关于入射光单位矢量的 2D 图,结果如图4所示。可以看出,对于闪耀透射光栅 A,以平面为界的公式(19)和以介质分界斜面为界的公式(27)差距很小,都可以在光栅方程允许入射单位矢量的中心区域与严格耦合波理论吻合得很好,因此两种标量公式都可以用来近似计算锥面衍射的衍射效率;当入射光靠近光栅方程所决定的截止入射单位矢量时,两种标量效率都会与严格耦合波理论结果产生一定偏差。

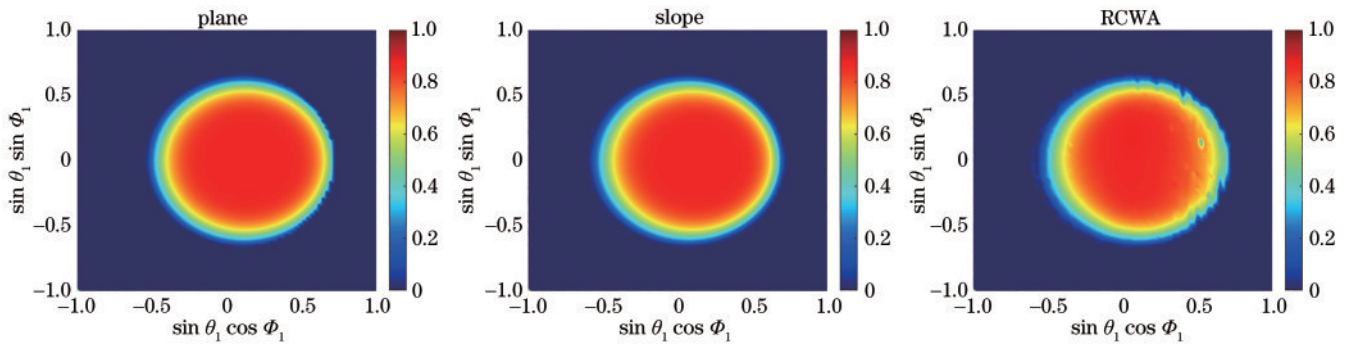


图3 波长为 254 nm 衍射光的衍射效率关于入射光单位矢量的 2D 图

Fig. 3 2D images of relation between diffraction efficiency of diffracted light and incident light unit vector at wavelength of 254 nm

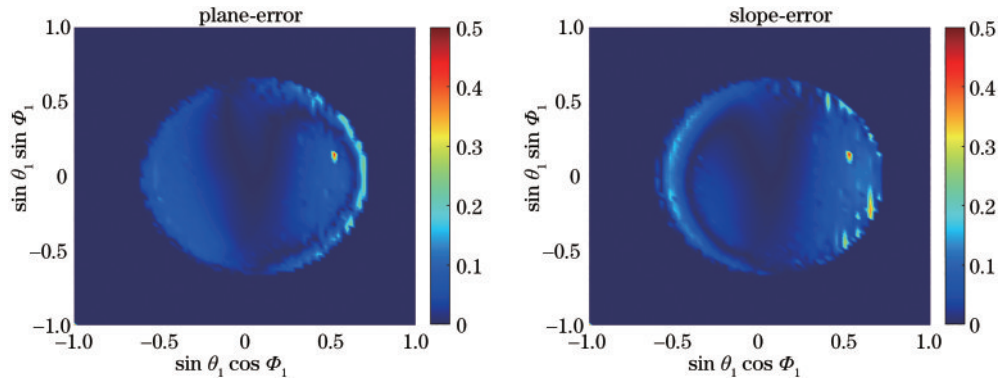


图4 波长为 254 nm 衍射光的衍射效率绝对误差关于入射光单位矢量的 2D 图

Fig. 4 2D images of relation between absolute error of diffraction efficiency of diffracted light and incident light unit vector at wavelength of 254 nm

## 6 结 论

本文基于扩展标量衍射理论探讨了闪耀光栅的衍射特性,在满足标量近似和远场近似的前提下,考虑了入射光的方位角,推导了闪耀光栅任意级次的相对衍射效率。由于存在几何光学近似与远场近似,因此分别以平面和介质分界面为界推导得到的相对衍射效率公式并不一致,但是闪耀条件相同;以  $l = -1$  级次衍射光为例,给出了闪耀光栅的最优化深度与闪耀波长的显式表达式。最后以特定参数的闪耀光栅为例进行仿真,发现满足标量近似的前提下,以平面和介质分界面为界推导得到的锥面衍射效率公式均和严格耦合波

理论的结果符合得很好,因此理论上使用两种公式均可。但考虑到以介质分界面为界的标量结果仅受光栅方程限制,且在入射面内的退化公式与以往文献中相同,同时扩展到其他形状的表面浮雕光栅更加容易,所以建议使用以介质分界面为界的衍射效率公式。

## 参 考 文 献

- [1] Swanson G J. Binary optics technology: theoretical limits on the diffraction efficiency of multilevel diffractive optical elements[D]. Massachusetts: Massachusetts Inst of Tech Lexington Lincoln Lab, 1991.
- [2] Loewen E G, Nevière M, Maystre D. Grating efficiency theory as it applies to blazed and holographic gratings[J].

- Applied Optics, 1977, 16(10): 2711-2721.
- [3] Harvey J E, Pfisterer R N. Understanding diffraction grating behavior: including conical diffraction and Rayleigh anomalies from transmission gratings[J]. Optical Engineering, 2019, 58(8): 087105.
- [4] Casini R, Nelson P G. On the intensity distribution function of blazed reflective diffraction gratings[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2014, 31(10): 2179-2184.
- [5] 赵博, 晏磊, 李颜青, 齐向东, 高键翔. 闪耀光栅的傅里叶分析[J]. 光学技术, 2001, 27(2): 103-105, 108.  
Zhao B, Yan L, Li Y Q, et al. Analysis of blaze gratings with Fourier optics[J]. Optical Technology, 2001, 27(2): 103-105, 108.
- [6] 黄元申, 过军军, 盛斌. 闪耀透射光栅衍射规律的分析  
和验证[J]. 光学精密工程, 2017, 25(12): 3012-3019.
- Huang Y S, Guo J J, Sheng B. Analysis and verification of diffraction rules of blazed transmission grating[J]. Optics and Precision Engineering, 2017, 25(12): 3012-3019.
- [7] 杨光华, 王宇, 李璟, 等. 增强型相位光栅衍射效率研究[J]. 光学学报, 2021, 41(12): 1205001.  
Yang G H, Wang Y, Li J, et al. Diffraction efficiency of enhanced phase grating[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(12): 1205001.
- [8] 邓启威, 陶冶, 孙年春, 等. 局部结构误差对闪耀光栅衍射特征的影响[J]. 激光杂志, 2020, 41(1): 55-59.  
Deng Q W, Tao Y, Sun N C, et al. Influence of partial structural error on diffraction characteristics of blazed grating[J]. Laser Journal, 2020, 41(1): 55-59.