

基于邻域点位置特征的点云数据精简

章紫辉^{1,2}, 官云兰^{1,2*}

¹东华理工大学测绘工程学院, 江西 南昌 330013;

²自然资源部环鄱阳湖区域矿山环境监测与治理重点实验室, 江西 南昌 330013

摘要 海量点云数据给存储、传输、处理等带来极大困难。针对现有算法在特征保留与精简后重建模型表面积、体积、重建误差不能兼顾的问题, 提出一种基于邻域点位置特征的点云精简算法。该算法根据权值计算投影面、搜寻矩阵大小以及精简比例对目标点云进行精简。将目标点云网格化处理; 寻找投影面垂直方向(正、负两个方向), 以目标点为中心, 获取搜寻矩阵范围内的点; 根据搜寻矩阵内点与目标点的位置关系确定其权值; 根据所设的精简比例对原始点云进行精简。将所提算法与曲率采样法、均匀网格法和随机采样法进行比较, 并从特征保留、表面积和体积变化率这 3 个方面进行评价。实验结果表明: 所提算法的精简结果对特征区域效果优于均匀网格法和随机采样法, 与曲率采样法一致; 精简结果误差、重建模型的表面积差和体积差总体优于曲率采样法, 与随机采样法基本一致, 略差于均匀网格法。因此, 所提算法既能较好地保留特征, 同时又能使重建后的结果模型表面积和体积变化以及误差都较小, 综合效果好。

关键词 遥感; 点云精简; 点云分层; 位置特征; 曲率采样

中图分类号 P237

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP222112

Point-Cloud Data Reduction Based on Neighborhood-Point Position Feature

Zhang Zihui^{1,2}, Guan Yunlan^{1,2*}

¹Faculty of Geomatics, East China University of Technology, Nanchang 330013, Jiangxi, China;

²Key Laboratory of Mine Environmental Monitoring and Improving Around Poyang Lake, Ministry of Natural Resources, Nanchang 330013, Jiangxi, China

Abstract Massive point-cloud data involve considerable difficulties in storage, transmission, and processing. To address the problem that existing algorithms cannot consider the surface area, volume, or reconstruction error of the reconstructed model after feature preservation and simplification, we propose a point-cloud simplification algorithm based on the location features of neighboring points. The algorithm simplifies the target point-cloud according to the weight calculation projection plane, search matrix size, and reduction ratio. To mesh the target point-cloud, we find the vertical direction of the projection plane (positive and negative directions), take the target point as the center, and obtain the points within the search matrix. The weight value is determined according to the position relationship between the point in the search matrix and the target point, and the original point-cloud is reduced according to the reduction ratio set. The proposed algorithm is compared with curvature sampling, uniform grid, and random sampling methods, and is evaluated in terms of feature retention, surface area, and rate of change of volume. Experimental results show that the reductions performed by the proposed algorithm are better than those provided by the uniform grid and the random sampling methods for feature regions, and are consistent with the curvature sampling method. The reduction causes the error, surface product difference, and volume difference of the reconstructed model to be generally superior to those of the curvature sampling method, consistent with the random sampling method, and slightly inferior to those of the uniform grid method. Therefore, the proposed algorithm not only preserves features, but also reduces the variation and error in the surface area and volume of the reconstructed model.

Key words remote sensing; point-cloud simplification; point-cloud stratification; location characteristics; curvature sampling

1 引言

三维激光扫描技术能快速获取海量、高密度点云

数据, 成为空间数据获取的主要手段之一。随着该技术的广泛应用^[1-7], 如何去除大量的冗余点云、更好地保留被扫描物体几何特征成为点云数据处理的重要研

收稿日期: 2022-07-20; 修回日期: 2022-09-25; 录用日期: 2022-10-19; 网络首发日期: 2022-11-04

通信作者: *ylguan@ecut.edu.cn

究内容。国内外学者对点云数据精简进行大量研究,得到丰硕研究成果。点云精简就是权衡特征区域和非特征区域点的保留比例。当前点云精简研究包括针对曲率采样法^[8-9]、聚类法^[10-12]以及基于边界保留的融合算法^[13]的改进,这 3 种方法对特征区域精简效果较好,但对于非特征区域精简效果较差,而平缓区域精简结果容易产生空洞,导致精简后重建模型的表面积、体积及误差较大,因此改进算法的方向主要是优化特征区域过保留以及非特征区域保留过少的问题,优化非特征区域精简效果。Gong 等^[14]提出一种保留边缘点和谷脊点并在离散梯度思想的基础上保留潜在特征点,最后提取非特征点的算法,虽然相对平衡了特征区域和非特征区域点的保留,避免了精简结果出现空洞,但其效率较低且精度有待提高。Mahdaoui 等^[15]提出一种新的聚类精简算法,先使用 k-means 将点云聚类,计算各聚类的熵并去除熵最小的聚类,该算法较好保留了特征区域,但对特征区域保留过多、非特征区域保留过少,其精简结果易产生空洞。Wang 等^[16]提出一种基于自适应曲率熵的点云简化算法以提取曲率较大的点,通过给定比例构造初始点云边界,对点云进行二分聚类,对每个聚类的点云进行基于自适应随机算法的初步简化,计算每个聚类的曲率熵去除冗余点并保留特征点,最终得到简化点云,将提取的初始点云边界和简化点云构成最终的简化结果,该算法较好平衡了特征区域和非特征区域点的保留比例,解决了聚类法精简产生的特征区域过保留问题,但由于要同时计算曲率以及进行聚类,该算法运算效率较低。Han 等^[17]提出一种基于正态矢量的保留边点云简化算法,该算法首先建立八叉树并识别保留边缘点,使用基于法向量的欧氏距离平均值来确定非边缘点的重要性,该算法精简结果对特征区域和非特征区域点保留平衡得较好,其结果的目视效果较好,非特征区域无空洞产生,但文章未进行质量评价。Liu 等^[18]基于 k-means 聚类方案和模糊 c 均值(FCM)聚类算法,提出一种基于边缘敏感点的简化算法,该算法能将边缘区域从平面区域中分离出来,并有效消除冗余点,但由于其进行两次聚类,算法效率较低。

针对特征区域过保留以及非特征区域保留过少导致精简后建模结果较差的问题,本文提出一种基于邻域点位置特征点云精简算法。相邻点间存在着相关性,借助相邻点间信息可以提高数据压缩比率。

2 算法原理

首先,对原始点云进行自适应网格化;接着,设定投影面,将投影面垂直方向(正、负两个方向)距目标点 t 个网格距离的点投影在投影面上,搜寻以目标点在投影面上网格坐标为中心、 $r \times r$ 范围内的点;根据搜寻矩阵内点与目标点的位置关系确定其权值;根据所设精简比例——即高权值点保留比例 p_{Top} 和低权值点保留

比例 p_{Low} 对原始点云进行精简,得到最终精简结果。图 1 为算法流程图。

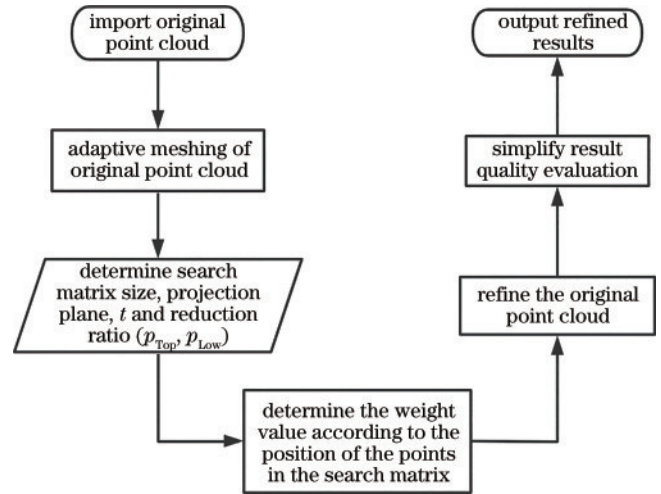


图 1 算法流程

Fig. 1 Algorithm flow

2.1 目标点云网格化

给定初始网格大小,控制一格多点的比例。当一格多点的比例大于所设阈值时,网格大小变为原来的 $1/2$,直到一格多点比例小于阈值。在一格多点网格内选取距离所有点重心欧氏距离最小的点作为保留点,完成目标点云的网格构建,网格化流程如图 2 所示。图 3 显示了对 child 点云网格化结果按 Z 方向分层着色的结果。

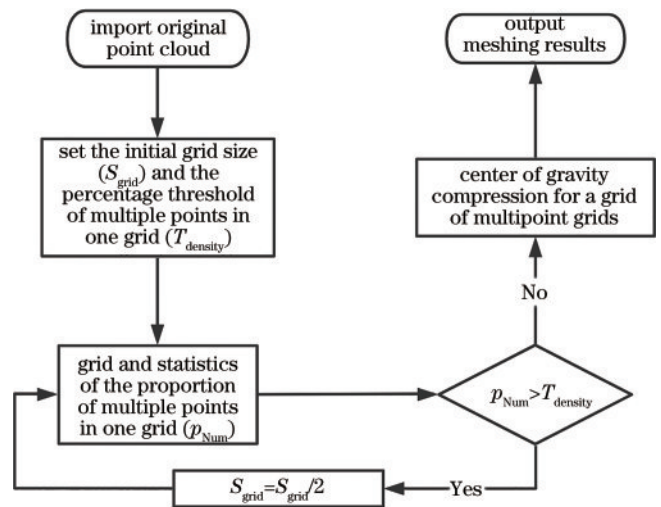


图 2 网格化流程图

Fig. 2 Gridding flow chart

2.2 设定投影面,搜索邻域点

根据所设投影面,对投影面垂直方向的各层点云数据进行精简。精简过程中,根据目标点云特征分布的集中程度,设置参数 t 的大小。若点云特征分布较为均匀,则 t 取 1 或 2;若点云特征分布较散,且特征区域相对周围区域较为突出,则 t 取 3 或 4。对于经过网格化的点云 $P(x_0, y_0, z_0)$,沿点云网络的 X 轴方向,以目

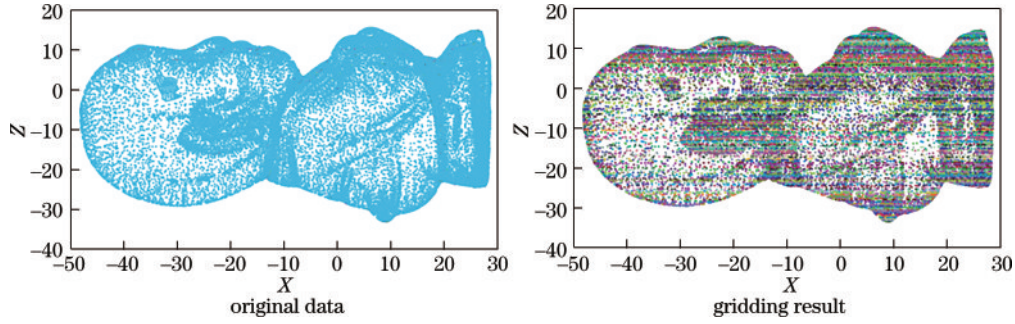


图 3 网格化结果示意图

Fig. 3 Schematic diagram of gridding results

标点在 YZ 面的投影 (y_0, z_0) 为中心、 r 为搜寻矩阵大小, 寻找 $x_0 \pm t$ 、 YZ 方向范围内的所有点, 搜寻过程如下(以 $t=2$ 的情况举例):

- 1) 读入网格化点云数据, 从 $X=3$ 开始, 到 $X=X_{\max}-2$ 结束;
- 2) 令不参与压缩的点权值为 1;
- 3) 令 $i=1 \sim t$, 执行步骤 4)、5);
- 4) 分别搜寻满足式(1)、(2)的点 $P(x_0, y_0, z_0)$ 以及其在两个区域的邻域点 P_{up} 和 P_{down} , 如图 4 所示。

$$\{(x, y, z) | y_0 - (r-1)/2 \leq y \leq y_0 + (r-1)/2; z_0 - (r-1)/2 \leq z \leq z_0 + (r-1)/2; x_0 = X+i\}, \quad (1)$$

$$\{(x, y, z) | y_0 - (r-1)/2 \leq y \leq y_0 + (r-1)/2; z_0 - (r-1)/2 \leq z \leq z_0 + (r-1)/2; x_0 = X-i\}. \quad (2)$$

5) 令 $P_{\text{up}} = \{(x, y, z) | y_0 - (r-1)/2 \leq y \leq y_0 + (r-1)/2; z_0 - (r-1)/2 \leq z \leq z_0 + (r-1)/2; x_0 = X+i\}$, $P_{\text{down}} = \{(x, y, z) | y_0 - (r-1)/2 \leq y \leq y_0 + (r-1)/2; z_0 - (r-1)/2 \leq z \leq z_0 + (r-1)/2; x_0 = X-i\}$, 结果如图 5 所示。

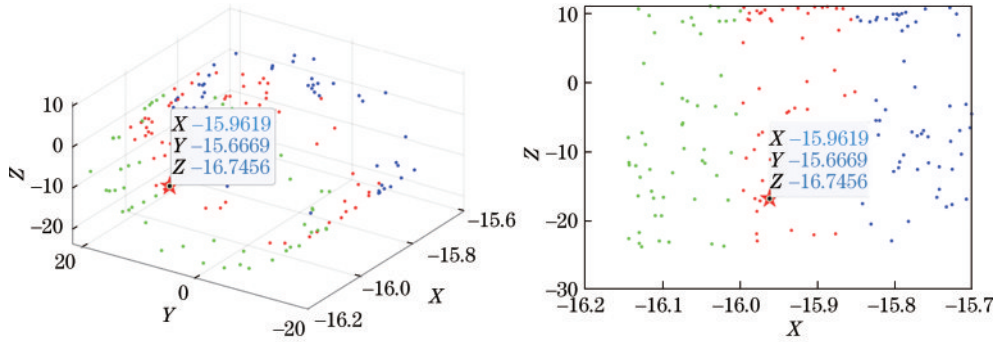


图 4 点 P (红色五角星) 以及 $y=Y \pm 1$ 区域点云

Fig. 4 Point cloud of point P (red five pointed star) and $y=Y \pm 1$ area

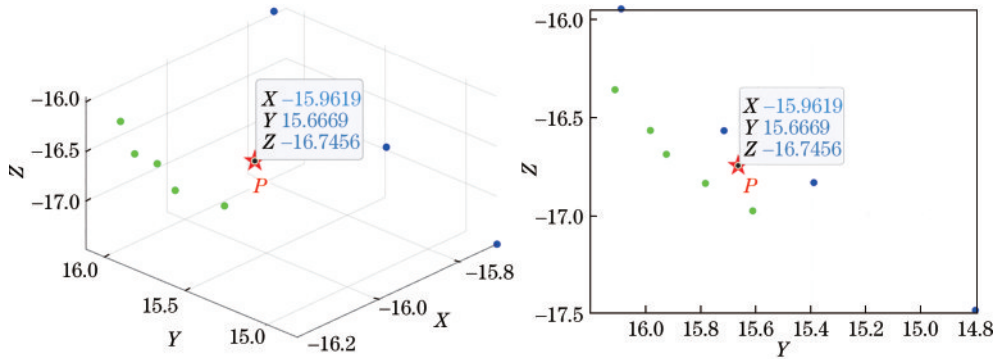


图 5 点 P 以及 P_{up} 内点 (绿色) 和 P_{down} 内点 (蓝色)

Fig. 5 Point cloud of point P and points included in P_{up} (green) and P_{down} (blue)

2.3 确定目标点的权值

根据图 5 可知, $x_0 \pm t$ 范围内邻域点——蓝色与绿色点距离点 P 越远, 意味着该邻域与点 P 构成的区域越凸或越凹, 即点 P 的邻域范围内特征变化越大, 则点

P 越应该保留。根据各邻域点 (P_{up} 、 P_{down} 内点) 的位置特征确定其对目标点的影响 $w_{\text{up}i}$ 、 $w_{\text{down}i}$ 。 $w_{\text{up}i}$ 和 $w_{\text{down}i}$ 的计算如下:

$$\left\{ \begin{aligned} \omega &= \frac{1}{r'(1+r')/2} \\ \omega_{upmi}(\omega_{downmi}) &= \omega \times (\max\{|y-y_0|, |z-z_0|\} + 1) \\ \omega_{upi} &= \sum_{m=1}^r \sum_{n=1}^r \omega_{upmni} \times N_{up} \div r^2 \\ \omega_{downi} &= \sum_{m=1}^r \sum_{n=1}^r \omega_{downmni} \times N_{down} \div r^2 \end{aligned} \right. \quad (3)$$

式中： $r'=(r+1)/2$ ； (y, z) 为 P_{up} 和 P_{down} 内点在 YZ 方向的网格坐标； N_{up} 、 N_{down} 为 P_{up} 和 P_{down} 内点数； r 为搜寻矩阵大小。图 6 为 r 是 7 时的权值分布矩阵。

0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
0.4	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4
0.4	0.3	0.2	0.2	0.2	0.3	0.4
0.4	0.3	0.2	0.1	0.2	0.3	0.4
0.4	0.3	0.2	0.2	0.2	0.3	0.4
0.4	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4
0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4

图 6 $r=7$ 时搜寻范围内点的权值矩阵
Fig. 6 Weight distribution of points within search range when r is 7

由于 P_{upi} 、 P_{downi} 在 X 方向与 P 点的距离不同， ω_{upi} 、 ω_{downi} 对点 P 的影响也不同，距离越近则影响越大，因此根据距离大小再赋予一个影响系数 μ_i ，该系数由式 (4) 给出。最后根据权值的影响系数确定目标点 $P(x_0, y_0, z_0)$ 最终权值 ω_j ，由式 (5) 确定。

$$\mu_i = \frac{(t-i+1)}{t(1+t)/2} \quad (4)$$

$$\omega_j = \sum_{i=1}^t \left(\frac{\omega_{upi} + \omega_{downi}}{2} \times \mu_i \right) \quad (5)$$

2.4 精简点云

对权值矩阵 w 进行归一化，将不参与压缩的点权值设为 1 与其合并，得到所有点的权值；对原始点云按权值结果进行降序排列，根据所设的高权值保留比例 p_{Top} ，保留前 $p_{Num} \times p_{Top}$ 的原始点云 (p_{Num} 为原始点云数)；对剩余的低权值原始点云进行随机抽样，抽取 $p_{Num} \times p_{Low}$ 的点填充入所保留的高权值点中，得到精简结果。

3 点云精简评价指标

为了客观评估点云精简质量，采用体积和表面积变化率、原始点云误差均值以及均方根值误差 (RMS) 作为量化指标^[19]。各指示公式如下：

体积变化率：

$$P_V = (V' - V) / V \quad (6)$$

表面积变化率：

$$P_S = (S' - S) / S \quad (7)$$

误差均值：

$$\text{Mean}(PC, PC') = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d(p_i, p_i') \quad (8)$$

均方根误差：

$$E_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d(p_i, p_i')^2} \quad (9)$$

式中： $d(p_i, p_i')$ 表示原始点云模型 PC 上点 p 到精简结果模型 PC' 上投影点 p' 的欧氏距离； N 为投影点数量。

4 实验及结果分析

4.1 实验数据介绍

采用 3 种点云数据进行实验，分别为 skull 数据、bunny 数据以及 child 数据，如图 7 所示。3 种数据的点个数分别为 20002、35947 和 32570。skull 点云的特征

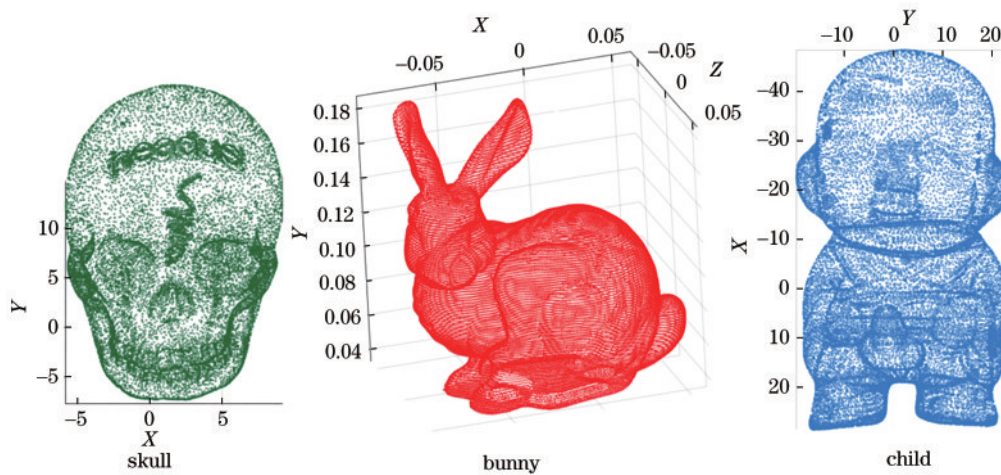


图 7 原始点云数据
Fig. 7 Data of original point cloud

主要分布在 3 个区域:头顶的 head 文字、额头的伤痕以及牙齿区域;bunny 点云的特征主要是面部、耳朵、胸腹部和 2 条后腿上部突起区域;child 点云的特征集中在雕像的五官以及衣物褶皱上,细节特征不多。

4.2 实验结果与分析

利用 Matlab 实现算法,并将所提算法与曲率采样、均匀网格法以及随机采样这 3 种常用点云数据精简算法进行对比,以验证所提算法的可行性。实验中的网格化参数和结果如表 1 所示,精简参数如表 2 所示。

表 1 网格化参数和结果

Table 1 Meshing parameters and results

Model	Number of original data	Initial grid size	Density	Final grid size	Grid result points
bunny	35947	0.0032	0.02	0.0008	35898
child	32570	0.6	0.02	0.15	32461
skull	20002	0.28	0.02	0.07	19637

图 8~11 为 4 种算法对 skull、bunny 以及 child 点云在精简率分别为 45%、50% 和 50% 时的精简结果及重建模型。

为了更客观地评估点云精简结果的质量,采用体

表 2 精简参数

Table 2 Simplified parameters

Model	Projectio plane	r	t	p_{Top}	p_{Low}
bunny	xy	13	1	0.4	0.1
child	yz	17	1	0.4	0.1
skull	xz	9	4	0.3	0.25

积和表面积变化率^[10,20]、误差均值以及均方根误差^[8,21-23]作为衡量指标,得到 3 种数据的精简定量指标,如图 12~14 所示。不同精简结果所采用的算法参数仅修改表 2 中 p_{Top} 参数。

从图 8 可以看出,在处理 skull 点云时,所提算法对其特征区域有很好的保留,加大了特征区域的点数保留,而在其余如面部、后脑等特征稀少区域,减少了点数保留。结合图 9 可以看出,在 skull 点云的 3 处特征区域——头顶 head 文字、额头伤痕以及牙齿区域,所提算法相对于其他 3 种算法,具有以下优势:相对于曲率精简算法,所提算法更好地保留了额头的伤痕特征,头顶 head 文字和牙齿区域的特征保留效果和曲率精简算法基本一致,对特征的保留效果远好于另外 2 种算法。结合图 12 可以看出,在对平滑区域的保留中,

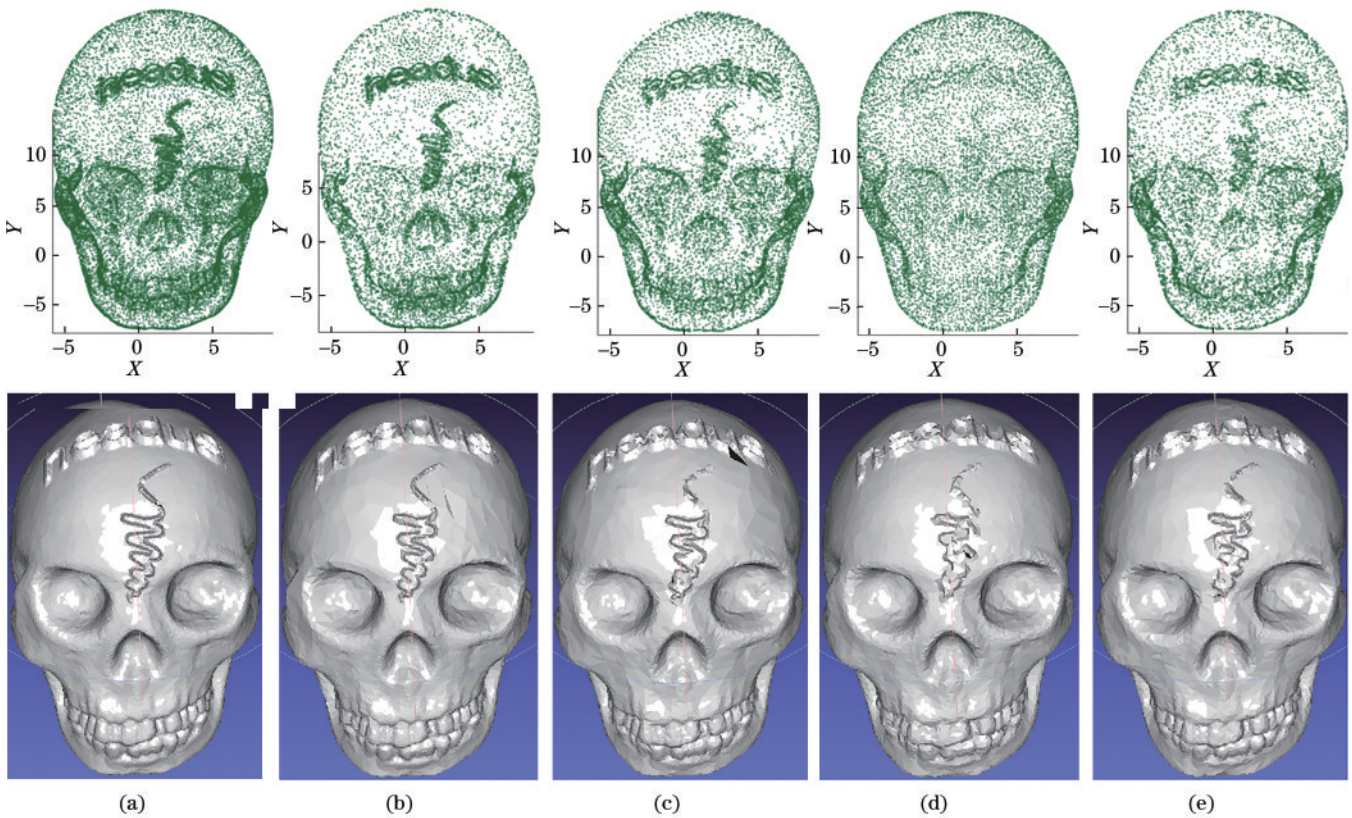


图 8 skull 点云精简结果。(a)原始模型;(b)所提算法;(c)曲率采样;(d)均匀网格法;(e)随机采样法

Fig. 8 Results of skull point cloud reduction. (a) Original model; (b) proposed algorithm; (c) curvature sampling; (d) uniform grid method; (e) random sampling method

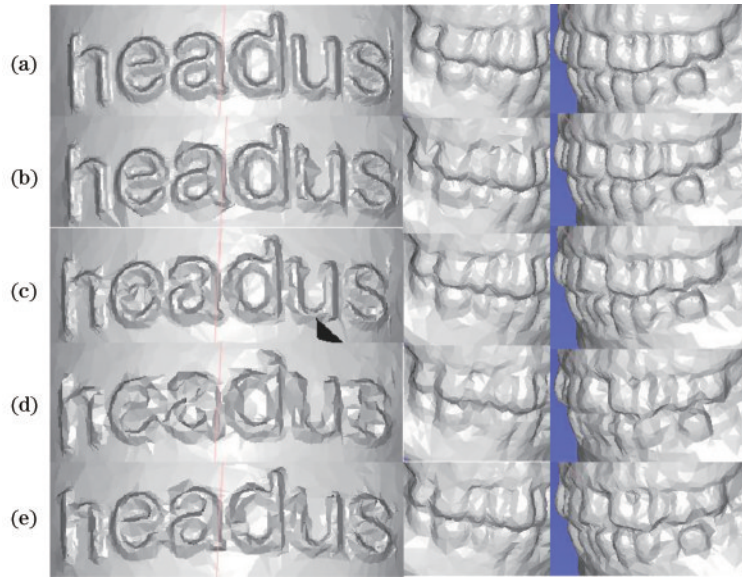


图9 head区域和牙齿区域细节展示。(a)原始模型;(b)所提算法;(c)曲率采样;(d)均匀网格法;(e)随机采样法

Fig. 9 Detail display of head area and tooth area. (a) Original model; (b) proposed algorithm; (c) curvature sampling; (d) uniform grid method; (e) random sampling method

所提算法、均匀网格法和随机采样法的保留效果较好,而曲率采样法效果很差,重建后模型的面积和体积的变化太大,误差远大于其余3种算法。综上,所提算法对skull点云拥有更好的压缩结果。

对于bunny点云,从图10可以看到,所提算法在特征区域——面部、耳朵、胸腹部和两条后腿上部突起区域,都进行了有选择的保留,保留效果与对比算法相差无几,对于变化剧烈区域保留了较多的点,非特征区域则减少了对点的保留。结合图13可以看出,所提算法在精简率较高的情况下,对bunny点云的精简效果

并不理想,在精简率低于50%时,所提算法的精简效果则与对比算法比较一致。

由于child点云特征为雕像五官和衣服褶皱,并无如skull点云的复杂变化区域,从图11可以看到,4种算法对点云的特征区域保留都较好,但结合图14可以看到,由于对变化较小区域——如头部,曲率采样法保留点数过少,其结果重建模型的体积变化超过了其余算法。所提算法对child点云的精简效果优于曲率采样法,接近随机采样法,略差于均匀网格法。

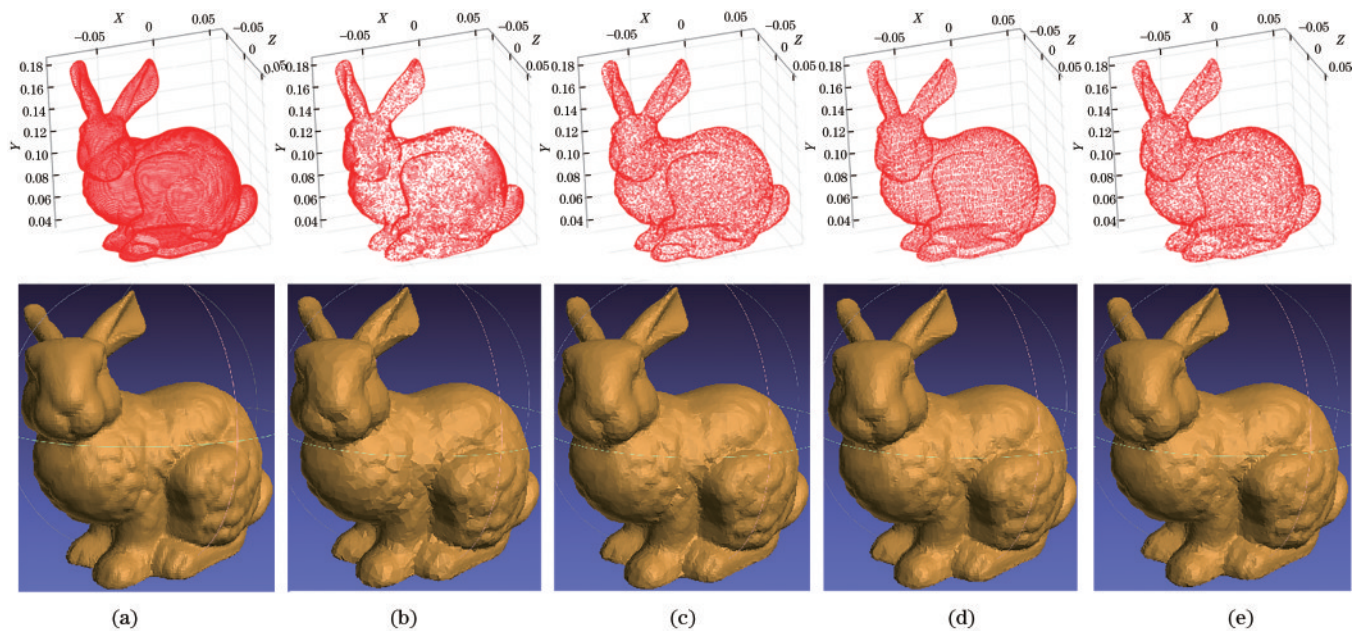


图10 bunny点云精简结果。(a)原始模型;(b)所提算法;(c)曲率采样;(d)均匀网格法;(e)随机采样法

Fig. 10 Results of bunny point cloud simplification. (a) Original model; (b) proposed algorithm; (c) curvature sampling; (d) uniform grid method; (e) random sampling method

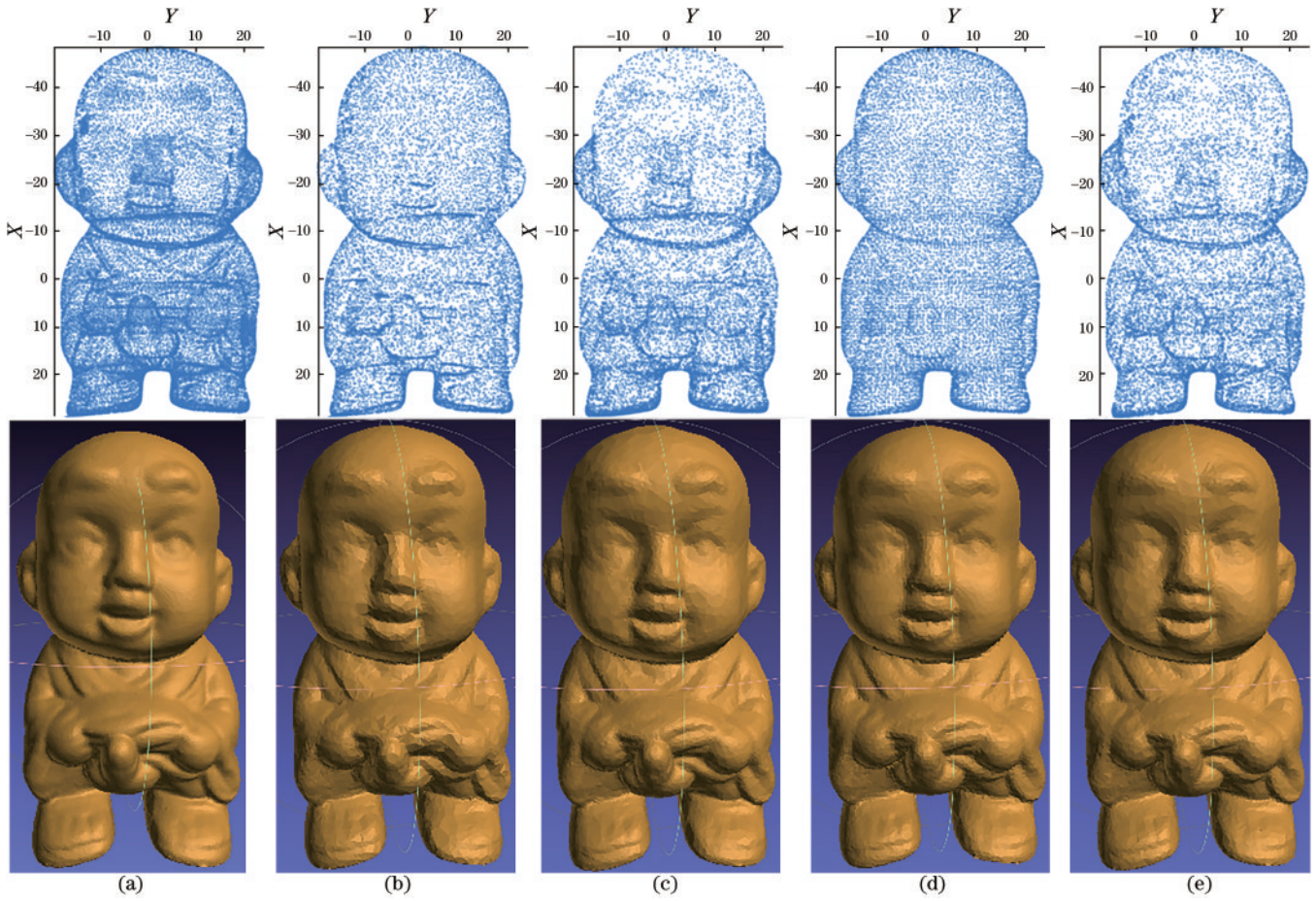


图 11 child 点云精简结果。(a)原始模型;(b)所提算法;(c)曲率采样;(d)均匀网格法;(e)随机采样法

Fig. 11 Child point cloud reduction results. (a) Original model; (b) proposed algorithm; (c) curvature sampling method; (d) uniform grid method; (e) random sampling method

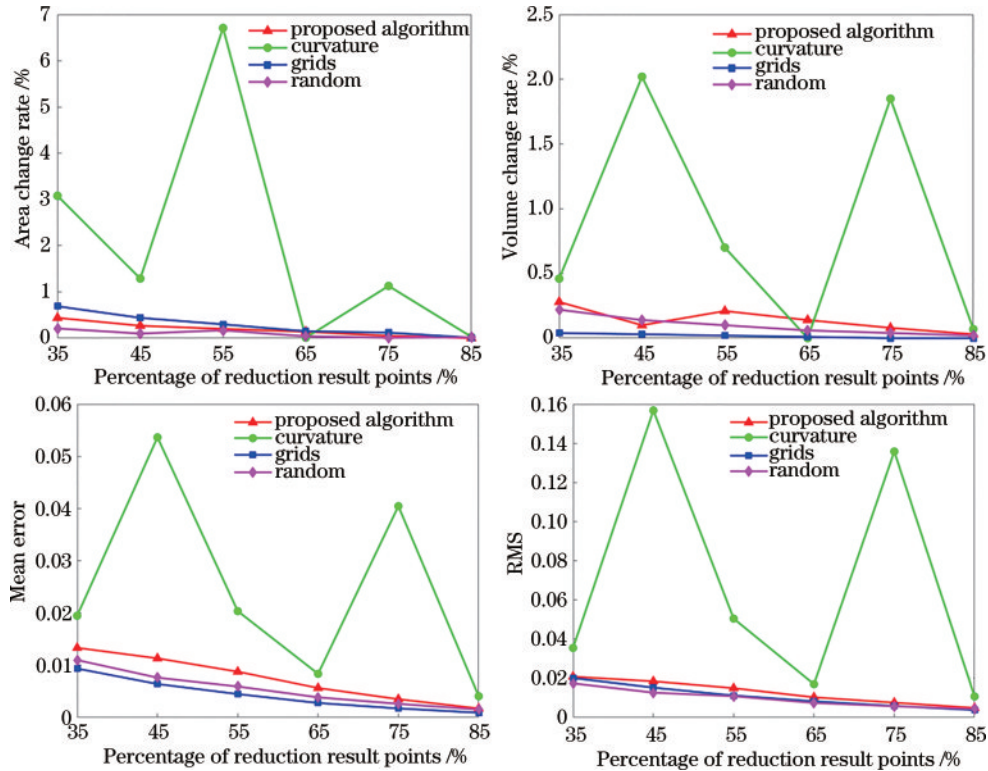


图 12 skull 点云精简结果质量评价

Fig. 12 Quality evaluation of skull point cloud simplified result

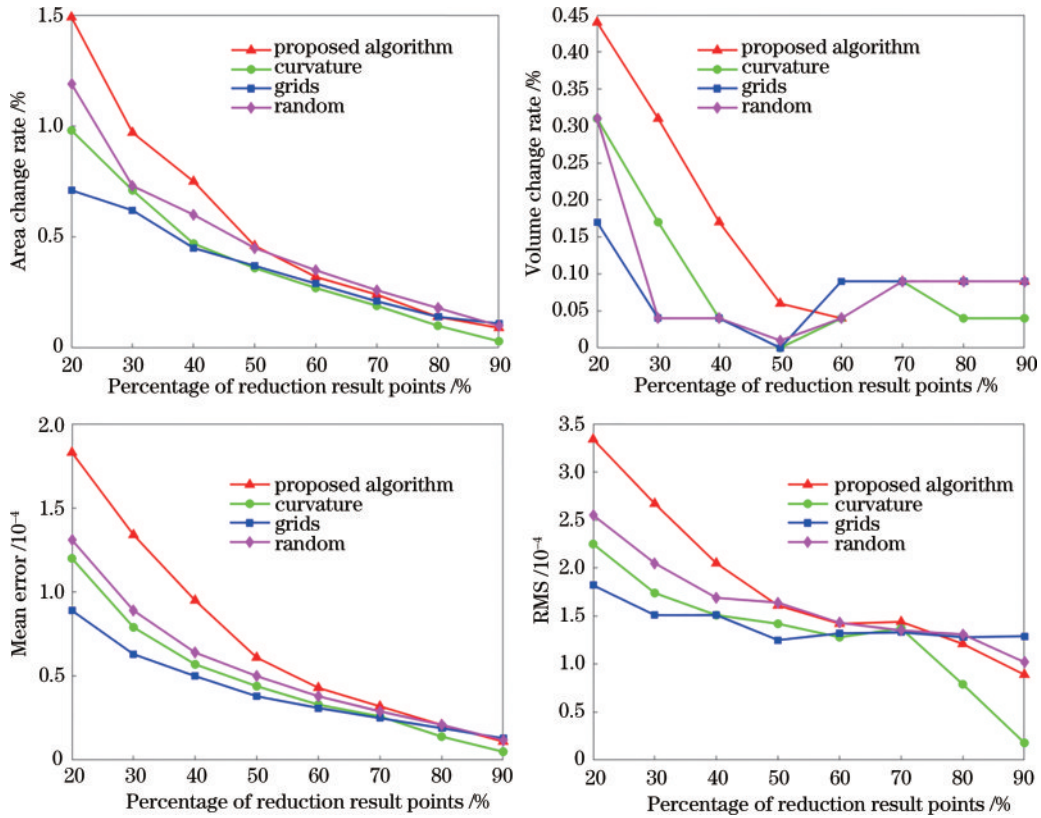


图 13 bunny 点云精简结果质量评价

Fig. 13 Quality evaluation of bunny point cloud simplified result

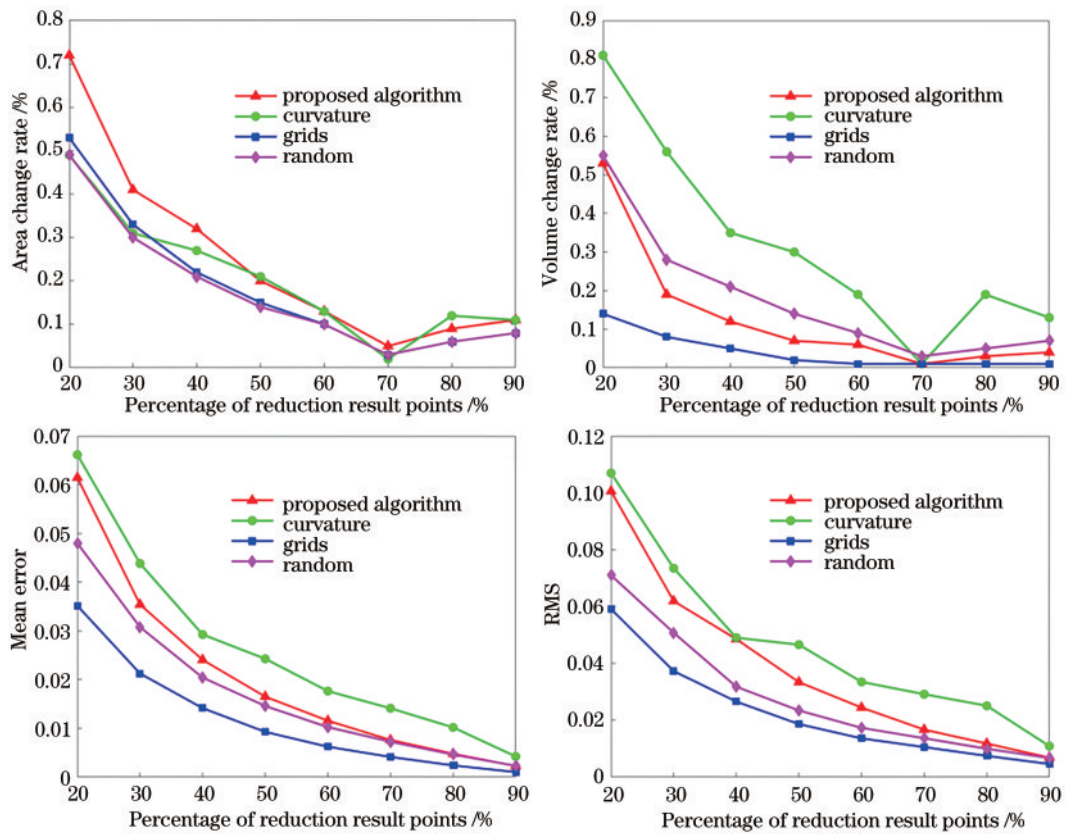


图 14 child 点云精简结果质量评价

Fig. 14 Quality evaluation of child point cloud simplified result

5 结 论

针对点云数据精简常用方法存在的问题:如能较好保留数据的特征,但对非特征区域点云的保留不够,精简结果的重建模型体积变化和误差都较大;或者精简后对点云数据的特征保留较差,精简结果的重建模型体积变化和误差都较小,提出一种基于邻域点位置特征的点云卷积精简算法。实验结果表明:对同时拥有复杂特征和较大范围非特征区域的点云数据(skull 点云)精简时,综合考虑对特征区域和非特征区域的精简效果以及精简结果质量评价,所提算法优于对比算法;在对特征区域总体比较平缓的对称点云数据(child 点云)精简时,所提算法优于曲率采样法、接近随机采样法、稍逊均匀网格法;对非对称点云数据(bunny 点云),在精简率低于 50% 时,精简效果与对比算法一致。因此,所提算法对点云精简的综合效果更好。

优化算法效率、确定最优精简参数以及改进权值确定算法将是未来的工作方向。

参 考 文 献

- [1] 赵煦,周克勤,闫利,等. 基于激光点云的大型文物景观三维重建方法[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2008, 33(7): 684-687.
Zhao X, Zhou K Q, Yan L, et al. 3D reconstruction method for large scale relic landscape from laser point cloud[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2008, 33(7): 684-687.
- [2] 托雷,康志忠,谢远成,等. 利用三维点云数据的地铁隧道断面连续截取方法研究[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2013, 38(2): 171-175, 185.
Tuo L, Kang Z Z, Xie Y C, et al. Continuously vertical section abstraction for deformation monitoring of subway tunnel based on terrestrial point clouds[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2013, 38(2): 171-175, 185.
- [3] Sholts S B, Wärmländer S K T S, Flores L M, et al. Variation in the measurement of cranial volume and surface area using 3D laser scanning technology[J]. Journal of Forensic Sciences, 2010, 55(4): 871-876.
- [4] Lin S C H, Douglass M J, Holdaway S J, et al. The application of 3D laser scanning technology to the assessment of ordinal and mechanical cortex quantification in lithic analysis[J]. Journal of Archaeological Science, 2010, 37(4): 694-702.
- [5] Friedli M, Kirchgessner N, Grieder C, et al. Terrestrial 3D laser scanning to track the increase in canopy height of both monocot and dicot crop species under field conditions [J]. Plant Methods, 2016, 12: 9.
- [6] 李鹏,朱家德,张佳丽,等. 三维激光扫描技术在地铁车站土建竣工交付建筑信息模型中的应用[J]. 城市轨道交通研究, 2022, 25(4): 60-64.
Li P, Zhu J D, Zhang J L, et al. Application of 3D laser scanning technology in metro station civil construction completion delivery BIM model[J]. Urban Mass Transit, 2022, 25(4): 60-64.
- [7] 杨建儒,谭凯,张卫国,等. 地面激光雷达点云数据中滩涂湿地禾本科植物的茎叶分离方法[J]. 中国激光, 2022, 49(13): 1310001.
Yang J R, Tan K, Zhang W G, et al. Stalk and leaf separation for Poaceae in mudflats and wetlands using TLS data[J]. Chinese Journal of Lasers, 2022, 49(13): 1310001.
- [8] Shi B Q, Liang J, Liu Q. Adaptive simplification of point cloud using k -means clustering[J]. Computer-Aided Design, 2011, 43(8): 910-922.
- [9] 陈西江,章光,花向红. 于法向量夹角信息熵的点云简化算法[J]. 中国激光, 2015, 42(8): 0814003.
Chen X J, Zhang G, Hua X H. Point cloud simplification based on the information entropy of normal vector angle [J]. Chinese Journal of Lasers, 2015, 42(8): 0814003.
- [10] 李健,曹焱,王宗敏,等. 融合 k -means 聚类和 Hausdorff 距离的散乱点云精简算法[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2020, 45(2): 250-257.
Li J, Cao Y, Wang Z M, et al. Scattered point cloud simplification algorithm integrating k -means clustering and Hausdorff distance[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2020, 45(2): 250-257.
- [11] 陈龙,蔡勇,张建新. 自适应 K -means 聚类的散乱点云精简[J]. 中国图象图形学报, 2017, 22(8): 1089-1097.
Chen L, Cai Y, Zhang J S. Adaptive K -means clustering simplification of scattered point cloud[J]. Journal of Image and Graphics, 2017, 22(8): 1089-1097.
- [12] 王晓辉,吴禄慎,陈华伟,等. 基于区域聚类分割的点云特征线提取[J]. 光学学报, 2018, 38(11): 1110001.
Wang X H, Wu L S, Chen H W, et al. Feature line extraction from a point cloud based on region clustering segmentation[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(11): 1110001.
- [13] Song H, Feng H Y. A progressive point cloud simplification algorithm with preserved sharp edge data [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2009, 45(5): 583-592.
- [14] Gong M, Zhang Z J, Zeng D. A new simplification algorithm for scattered point clouds with feature preservation[J]. Symmetry, 2021, 13(3): 399.
- [15] Mahdaoui A, Sbai E H. 3D point cloud simplification based on k -nearest neighbor and clustering[J]. Advances in Multimedia, 2020, 2020: 8825205.
- [16] Wang G L, Wu L S, Hu Y, et al. Point cloud simplification algorithm based on the feature of adaptive curvature entropy[J]. Measurement Science and Technology, 2020, 32(6): 065004.
- [17] Han H Y, Han X, Sun F S, et al. Point cloud simplification with preserved edge based on normal vector [J]. Optik, 2015, 126(19): 2157-2162.
- [18] Liu S F, Liang J, Ren M D, et al. An edge-sensitive simplification method for scanned point clouds[J]. Measurement Science and Technology, 2020, 31(4): 045203.
- [19] Cignoni P, Rocchini C, Scopigno R. Metro: measuring error on simplified surfaces[J]. Computer Graphics

- Forum, 1998, 17(2): 167-174.
- [20] 郑茹丹, 李金龙, 张渝, 等. 基于自适应邻域和局部贡献值的散乱点云精简算法[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(16): 1610019.
- Zheng R D, Li J L, Zhang Y, et al. Scattered point cloud simplification algorithm based on adaptive neighborhood and local contribution value[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(16): 1610019.
- [21] 傅思勇, 吴禄慎, 陈华伟. 空间栅格动态划分的点云精简方法[J]. 光学学报, 2017, 37(11): 1115007.
- Fu S Y, Wu L S, Chen H W. Point cloud simplification method based on space grid dynamic partitioning[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(11): 1115007.
- [22] Sanchez G, Leal E, Leal N. A linear programming approach for 3D point cloud simplification[J]. IAENG International Journal of Computer Science, 2017, 44(1): 60-67.
- [23] 袁小翠, 吴禄慎, 陈华伟. 特征保持点云数据精简[J]. 光学精密工程, 2015, 23(9): 2666-2676.
- Yuan X C, Wu L S, Chen H W. Feature preserving point cloud simplification[J]. Optics and Precision Engineering, 2015, 23(9): 2666-2676.