

基于透视畸变矫正的高精度相机标定方法

林旭东, 张旭*

上海工程技术大学机械与汽车工程学院, 上海 201620

摘要 传统基于圆阵列标靶的相机标定方法通常把椭圆中心作为控制点坐标, 忽略了透视投影造成的畸变, 给相机标定引入了系统性误差。针对此, 提出了一种基于透视畸变矫正的高精度相机标定方法。首先, 利用椭圆中心进行相机粗标定; 其次, 用粗标定参数求相机纯旋转对应的射影变换, 直接对椭圆参数进行变换, 求取真实的圆心投影; 最后, 用真实的圆心投影进行相机精标定。仿真和实验结果证明, 所提方法有效降低了相机标定的重投影误差与参数标准差, 能满足工业视觉测量对相机标定的简便、高精度的要求。

关键词 相机标定; 透视畸变; 圆阵列标靶; 射影变换

中图分类号 TP391

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP222259

Accurate Camera Calibration Method Based on Perspective Distortion Correction

Lin Xudong, Zhang Xu*

School of Mechanical and Automotive Engineering, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China

Abstract Traditional camera calibration methods with a circular array target typically use the center of the ellipse as the control point coordinate, ignoring distortion from projective effects and introducing systematic errors into the calibration process. Therefore, we propose an accurate camera calibration method based on perspective distortion correction. Herein, first, the camera was coarse calibrated using the center of the ellipse. Second, using the coarse calibration parameters, the projective transformation corresponding to the camera's pure rotation was determined, and the ellipse parameters were directly changed to yield the true projected center of the circle. Finally, we used the obtained center to perform fine camera calibration. According to the simulation and experimental results, the suggested technique significantly reduces the reprojection error and parameter standard deviation of camera calibration; it can meet the simple, high-precision criteria of camera calibration for industrial vision measurement.

Key words camera calibration; projection distortion; circular array target; projective transformation

1 引言

在视觉测量和三维重建等领域, 相机标定的精度直接影响最终的结果^[1-3]。相机成像的过程可以用数学模型来描述, 而相机标定就是通过实验与计算求解模型中参数的过程, 其中参数包括反映针孔成像的相机内参、反映位姿的相机外参及镜头的畸变参数。高精度的相机标定通常通过拍摄特定的标靶来实现, 经典的方法有直接线性变换法^[4]、Tsai 两步法^[5]、张正友方法^[6]。张正友方法需要从若干角度拍摄棋盘格标定

板图片, 根据检测到的棋盘格角点与世界坐标点的对应, 求出封闭解, 以此作为初值, 利用 Levenberg-Marquardt 方法^[7]进行非线性优化。张正友方法对标靶要求低, 并且能获得较高的精度, 因而在高精度视觉测量领域得到广泛的应用。但是, 棋盘格角点提取的精度受光照、噪声、拍摄角度的影响^[8], 进一步地, 标定精度也受到棋盘格图片质量和角点提取算法的影响。相比于棋盘格标定板, 圆阵列标定板以圆心作为控制点, 对图片质量的敏感度较低, 提取精度较高。因此, 实际应用中常用圆阵列标定板来提高标定精度。

收稿日期: 2022-08-12; 修回日期: 2022-09-09; 录用日期: 2022-10-13; 网络首发日期: 2022-11-04

基金项目: 国家自然科学基金青年项目(62101314)

通信作者: *zxu1116@126.com

相机标定要求标靶平面不能平行于图像平面^[6]。标靶平面倾斜时,圆经过透视投影成为椭圆,但圆心在图像平面上的投影却不是椭圆的中心,这种现象被称为不对称投影^[9],圆心投影与椭圆中心之间的偏差被称为透视偏差或透视畸变。传统的方法以提取到的椭圆中心作为圆心投影进行标定,存在着系统性误差。针对不对称投影,魏振忠等^[10]建立了透视偏差的数学模型,并利用仿真分析了圆心位置、平面夹角等对透视畸变的影响,该模型对透视畸变的抑制有指导意义。Heikkilä^[11]在相机模型中纳入不对称投影,建立椭圆中心投影模型,从原理上消除了透视偏差。但是不对称投影的引入使得非线性优化的代价函数更复杂,并且该方法以相机内参的名义值作为初始值,非线性优化容易陷入局部最优解。朱伟东等^[12]在 Heikkilä 方法的基础上,优化了初始解的估计,并针对小视野环境忽略镜头畸变,取得了较高的标定精度,但是对透镜畸变的假设不符合大视野场景。Datta 等^[13]提出了一种迭代细化的标定方法,其核心思想是根据上一次的标定结果,对图片进行失真矫正并将结果投影到规范化的平行平面,在规范化平面上实现对特征定位的精细化。类似地,卢晓冬等^[14]提出了一种将标靶图像逆投影回虚拟物理标靶平面的迭代标定算法。彭妍等^[15]也提出了一种依赖标定板角点进行平面变换的相机标定方法。这类算法对采集到的图像整体进行射影变换,过程中涉及图像的插值,图像的形变插值不仅计算量大,还会使噪声模型失真而且很可能引入混频效应^[16]。

针对圆阵列标靶存在透视畸变的问题,本文提出了一种基于透视畸变矫正的高精度相机标定方法。首先,利用图像中提取到的椭圆圆心坐标进行粗标定;然后,利用粗标定得到的相机参数,求取将相机旋转至与标靶平行所对应的单应性矩阵,再利用该矩阵与椭圆参数求出真实的圆心投影,过程中不涉及图像插值,计算简便;最后,利用圆心真实投影进行相机精标定。仿真与实验结果证明,所提方法能有效提高相机标定精度。

2 相机标定原理

2.1 理想相机成像模型

理想的相机成像通常用针孔成像模型来描述,理想的相机模型如图 1 所示。

如图 1 所示,点 P 在世界坐标系 $O_w-X_w Y_w Z_w$ 下的坐标为 $[X_w Y_w Z_w]^T$, 对应的齐次坐标为 $[X_w Y_w Z_w 1]^T$ 。点 P 在相机坐标系 $O_{cam}-X_{cam} Y_{cam} Z_{cam}$ 下的坐标为 $[X_{cam} Y_{cam} Z_{cam}]^T$, 对应的齐次坐标为 $[X_{cam} Y_{cam} Z_{cam} 1]^T$ 。图像坐标系 $O_{image}-u v$ 下点 $p=[u v]^T$ 是 P 在图像平面上的投影点,其齐次坐标为 $[u v 1]^T$ 。在理想针孔成像模型下,点 p 与点 P 之间的关系为

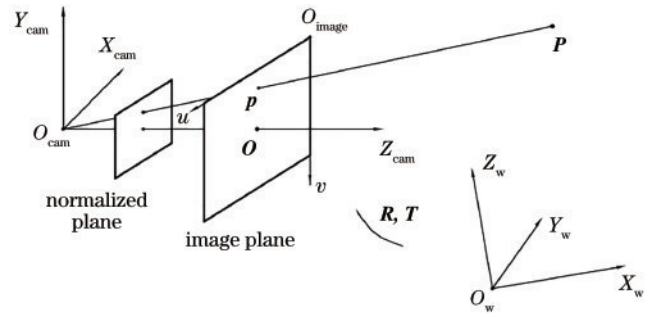


图 1 理想相机模型

Fig. 1 Ideal camera model

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} X_{cam} \\ Y_{cam} \\ Z_{cam} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{3 \times 3} & \mathbf{T}_{3 \times 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{cam}/Z_{cam} \\ Y_{cam}/Z_{cam} \end{bmatrix} \\ \lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_x & s & u_0 \\ 0 & \alpha_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ 1 \end{bmatrix} \end{cases}, \quad (1)$$

式中: \mathbf{R} 与 \mathbf{T} 是世界坐标系到相机坐标系的旋转矩阵和平移向量,两者构成了相机的外部参数; $[x_c y_c]^T$ 是点 P 在归一化平面上的投影,其中归一化平面 ($Z=1$) 是与图像平面 ($Z=f$) 平行的平面, f 为焦距,同一世界点在两平面上的投影点的坐标相差一个倍数 f ; \mathbf{K} 是相机的内参矩阵; α_x 和 α_y 是 u 轴方向和 v 轴方向上的有效焦距,是与镜头焦距和像元尺寸有关的参数; s 是倾斜因子,描述像素单元扭曲成平行四边形的程度; $[u_0 v_0]^T$ 是主点 O (光轴与图像平面的交点) 在图像上的坐标; λ 是任意常数,反映齐次坐标表示下全局缩放的等价性。

2.2 镜头非线性畸变模型

现实中的相机采用透镜组来实现针孔成像,透镜在制造和安装过程的误差给相机成像带来透镜畸变。透镜畸变通常用多项式来描述,根据原理分为径向畸变、切向畸变和薄棱镜畸变。一般的相机标定只考虑二阶径向畸变和二阶切向畸变:

$$\begin{cases} x_d = x_c + \delta_x(x_c, y_c) \\ y_d = y_c + \delta_y(x_c, y_c) \\ \delta_x(x_c, y_c) = x_c(k_1 r^2 + k_2 r^4) + 2p_1 x_c y_c + p_2(r^2 + 2x_c^2) \\ \delta_y(x_c, y_c) = y_c(k_1 r^2 + k_2 r^4) + 2p_2 x_c y_c + p_1(r^2 + 2y_c^2) \\ r^2 = x_c^2 + y_c^2 \end{cases} \quad (2)$$

式中: $[x_c y_c]^T$ 是归一化平面上投影点的坐标; $[x_d y_d]^T$ 是发生透镜畸变后的坐标; $\delta_x(x_c, y_c)$ 和 $\delta_y(x_c, y_c)$ 是 x 方向和 y 方向的畸变量; k_1 和 k_2 是径向畸变系数; p_1 和 p_2 是切向畸变系数。引入透镜畸变后,图像点的坐标变为

$$\lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} x_d \\ y_d \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

2.3 模型求解

相机成像模型参数的求解通常分为两部分进行。首先,忽略非线性透镜畸变,求解相机内外参数,这变成一个线性问题,可以利用奇异值分解求出每张图片的单应性矩阵 \mathbf{H} ,并将其分解成对应的内外参数 \mathbf{K} 、 \mathbf{R} 和 $\mathbf{T}^{[6]}$,其中 $\mathbf{H}=\mathbf{K}[\mathbf{R},\mathbf{T}]$ 。然后,考虑非线性透镜畸变,以最小化重投影误差构建目标函数:

$$\min_{\mathbf{K},\mathbf{R},\mathbf{T},k_1,k_2,p_1,p_2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \|p_{ij} - Q(\mathbf{K},\mathbf{R}_i,\mathbf{T}_i,k_1,k_2,p_1,p_2,\mathbf{P}_j)\|^2, \quad (4)$$

式中: m 为图片数量; n 为每张图片上特征点的数量; \mathbf{R}_i 和 \mathbf{T}_i 是第 i 幅图像的相机外部参数; \mathbf{P}_j 是第 j 个特征点的世界坐标; p_{ij} 和 $Q(\mathbf{K},\mathbf{R}_i,\mathbf{T}_i,k_1,k_2,p_1,p_2,\mathbf{P}_j)$ 分别表示第 i 张图片上检测到的第 j 个标志点和对应的相机模型投影点。

以第一步得到的解作为初始值,利用 Levenberg-Marquardt 优化算法求解相机模型的参数。

3 透视偏差矫正与标定方法

本文提出了一种基于透视畸变矫正的高精度相机标定方法,算法流程如下:

- 1) 提取图片中圆标志点的椭圆参数,以椭圆中心作为控制点坐标,利用张正友方法实现相机粗标定;
- 2) 利用粗标定的相机参数,求取将相机旋转至与标靶平行所对应的单应性矩阵,利用该单应性矩阵与椭圆参数,求取变换后的圆心坐标,并将其逆变换回原来的图像平面,得到圆心在图像上的投影;
- 3) 以圆心投影为控制点坐标,利用张正友方法进行相机精标定。

3.1 图像采集与相机粗标定

理论上,只要能够提取图像中标志点的椭圆参数,所提方法就能适用于所有形式的圆阵列标定板,但为了方便对标志点进行排序,采用 9×11 的非等直径圆阵列标定板,如图 2 所示。

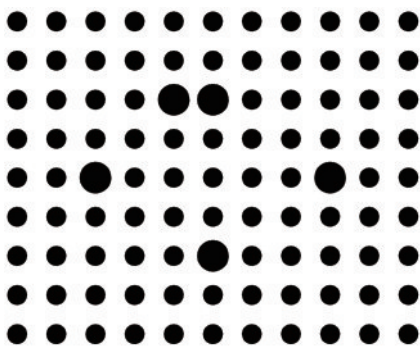


图 2 圆阵列标定板
Fig. 2 Circular array target

图像采集的过程中,相机固定在支架上不动,移动和旋转标定板,拍摄若干张不同位姿的标定板图片;采集完成后,提取图片中的椭圆特征;采用文献[17]的对偶椭圆拟合方法,该方法基于图像的梯度场来拟合对偶二次曲线,具有速度快、不产生退化解的特点;然后根据椭圆的参数筛选出属于标靶的特征点;接着利用最小外接四边形和直径较大的 5 个标记点,找到标定板四个角落的标记中心并对它们进行排序;最后根据射影变换的保持共线性,完成对所有标定板特征点的排序。排序的结果如图 3 所示。将提取到并排好序的椭圆中心作为控制点坐标,利用张正友方法进行相机粗标定,记录标定得到的相机参数,用于估计真实的圆心投影。

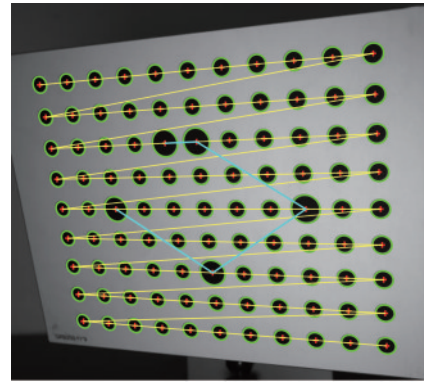


图 3 标志点排序
Fig. 3 Sorting of landmarks

3.2 透视畸变矫正

由文献[9]可知,只有在标志点半径等于零(即圆标志退化成点)或者标靶平面平行于图像平面时,圆心的投影才与椭圆中心重合。虽然标定过程不允许有平行的情况^[6],但这种特殊情况却为透视畸变的矫正提供了一种思路:只要将图像变换到标靶平面与图像平面平行,就能找到圆心的真实投影。

视角的旋转需要利用相机的内外参数信息,而粗标定提供了一个相对接近真实值的相机参数,凭借该参数可以得到更接近圆心真实投影的估计。

3.2.1 单应性矩阵估计

由文献[16]可知,摄像机中心相同(即摄像机绕其中心旋转或者改变焦距)的两幅图像之间存在一个射影变换。射影变换是可逆的,并且可以由一个单应 \mathbf{H} 来表示,其中 \mathbf{H} 是一个 3×3 的非奇异矩阵。进一步地,摄像机纯旋转所对应的单应性矩阵^[16,18]可以表示为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_r = \mathbf{H}\mathbf{x} \\ \mathbf{H} = \mathbf{K}\mathbf{M}_R\mathbf{K}^{-1} \end{cases}, \quad (5)$$

式中: \mathbf{x} 和 \mathbf{x}_r 分别是同一世界点在相机旋转前后的图像点; \mathbf{M}_R 是摄像机纯旋转对应的旋转矩阵。内参矩阵 \mathbf{K} 即为粗标定的相机内参,而旋转矩阵 \mathbf{M}_R 则需根据相机外参来计算。如图 4 所示,将相机旋转至与标靶平行,相当于旋转相机坐标系至 Z 轴与标靶平面的法向量 \mathbf{n}

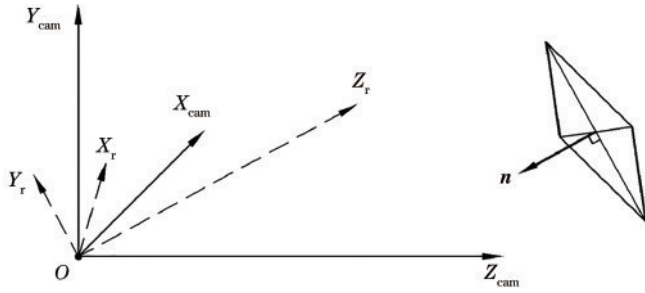


图 4 摄像机旋转

Fig. 4 Camera rotation

平行,即将相机坐标系 $O-X_{cam}Y_{cam}Z_{cam}$ 旋转至坐标系 $O-X_rY_rZ_r$ 。已知标靶平面的法向量 \mathbf{n} 与相机坐标系的 Z 轴 $([0\ 0\ 1]^T)$,对应的旋转矩阵可以由罗德里格斯公式得出。

标靶平面的法向量 \mathbf{n} 可以由粗标定的相机外参得到:

$$\mathbf{n}_i = \mathbf{R}_i \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

式中: \mathbf{n}_i 表示第 i 张图片中标靶平面的法向量; \mathbf{R}_i 表示相机外参中第 i 张图片对应的旋转矩阵。

3.2.2 圆心投影求解

已知相机旋转对应的单应性矩阵,就可以计算旋转后的图像。一种做法是对整幅图像进行变换,得到新的图像后再利用灰度质心法或者拟合法提取圆心,该方法比较直观,但是图像变换的过程中需要进行图像插值,一方面图像插值的计算量与图片大小有关,图片越大计算量越大,另一方面图像插值会使噪声模型失真而且很可能引入混频效应^[16],为后续测量带来误差^[19]。因此所提方法不对图像整体进行变换,而是对椭圆特征进行变换。

椭圆是二次曲线的一种,二次曲线可以表示为

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0, \quad (7)$$

式中: A, B, C, D, E, F 是决定二次曲线形状和位置的参数。在齐次坐标的表示下,二次曲线可以由一个 3×3 的对称矩阵 \mathbf{C} 来表示:

$$\begin{cases} [x\ y\ 1] \mathbf{C} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \\ \mathbf{C} = \begin{bmatrix} A & \frac{B}{2} & \frac{D}{2} \\ \frac{B}{2} & C & \frac{E}{2} \\ \frac{D}{2} & \frac{E}{2} & F \end{bmatrix} \end{cases} \quad (8)$$

在相机旋转的单应性矩阵 \mathbf{H} 的作用下,二次曲线 \mathbf{C} 变换成二次曲线 \mathbf{C}' :

$$\mathbf{C}' = \mathbf{H}^{-T} \mathbf{C} \mathbf{H}^{-1}. \quad (9)$$

相机旋转后,标志点的图像已经非常接近标准圆,把二次曲线 \mathbf{C}' 的中心视为圆心,可以减少计算量。根据极点-极线原理,二次曲线 \mathbf{C}' 的中心是无穷远直线 \mathbf{l}_∞ 关于二次曲线 \mathbf{C}' 的极点。

$$\begin{cases} \lambda \begin{bmatrix} u' \\ v' \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{C}'^{-1} \mathbf{l}_\infty = \begin{bmatrix} \frac{D^*}{2} & \frac{E^*}{2} & F^* \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{C}'^{-1} = \begin{bmatrix} A^* & \frac{B^*}{2} & \frac{D^*}{2} \\ \frac{B^*}{2} & C^* & \frac{E^*}{2} \\ \frac{D^*}{2} & \frac{E^*}{2} & F^* \end{bmatrix} \end{cases}, \quad (10)$$

式中: λ 是任意常数; \mathbf{l}_∞ 是无穷远直线,其齐次坐标表示为 $[0\ 0\ 1]^T$; $[u'\ v'\ 1]^T$ 是旋转后二次曲线的中心。要计算原图像上的圆心投影,只要对二次曲线中心进行逆射影变换即可,表达式为

$$\lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{H}^{-1} \begin{bmatrix} u' \\ v' \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

式中: $[u\ v\ 1]^T$ 是圆心在原图像上的投影。结合式(9)~(11),可以得出圆心投影的表达式为

$$\lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{H}^{-1} \begin{bmatrix} u' \\ v' \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{C}'^{-1} \mathbf{l}_\infty = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{H} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{l}_\infty = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{l}_\infty. \quad (12)$$

二次曲线 \mathbf{C} 与单应性矩阵 \mathbf{H} 都已经得出,采用式(12)计算圆心投影,可以避免插值、拟合等带来的计算开销。

3.3 相机精标定

将经过透视畸变矫正过的圆心投影作为控制点坐标,计算各图片对应的单应,并求出相机参数的封闭解,然后利用最大似然准则进行非线性优化,求得相机精标定参数。

有一点需要说明的是,所提算法从属于一个迭代框架。从优化目标函数看,残差是由相机参数的误差与图像点的透视畸变误差共同造成的,因此可以构建一个迭代细化框架,用标定得到的相机参数修正圆心投影,再用修正后的投影点重新标定,循环迭代直至参数收敛。但在实际操作中,通常一轮迭代后参数就收敛,残差不再变化^[9],这是因为粗标定的相机参数已比较准确,修正后的点已经十分接近真实的圆心投影,后续的圆心投影修正已经小到 10^{-3} 像素量级,反映到重投影误差上就已十分微小。因此考虑到计算效率与精度的平衡,所提方法只进行一轮粗-精标定。

4 实验与分析

所提算法在 Windows 10 操作系统下的 MatlabR2018b 软件中实现,硬件环境为 Intel Core i7-9700,运行内存

为 32 GB。

4.1 仿真实验

仿真实验旨在验证透视畸变矫正的有效性,具体实施如下。

平面标靶采用如图 2 所示的 9×11 阵列形式,小圆直径为 7 mm,大圆直径为 12 mm,水平方向与垂直方向的标志点间距都为 15 mm。不同于模拟图像的形式,本文对每个圆特征都用 200 个轮廓点进行描述,对于后续生成的图像点,也是对轮廓点进行操作。标靶被放置在距离相机中心 350 mm 处,并绕 X 轴和 Z 轴均匀旋转若干角度,共拍摄 20 个位姿的标靶,如图 5 所示。

相机的内参是根据某次真实标定的结果规整而来的,将这些参数作为真值,利用相机模型对圆标志点轮廓进行投影,并分别加入均值为 0,标准差为 0、0.1、0.5 pixel 的高斯噪声来模拟噪声的影响。对图像上的轮廓点采用椭圆拟合的方法^[20],得到椭圆参数与中心坐标。

传统方法采用椭圆中心作为控制点坐标,利用张正友方法进行标定。而所提方法则利用粗标定的结果与椭圆参数对透视畸变进行矫正后再进行精标定。仿

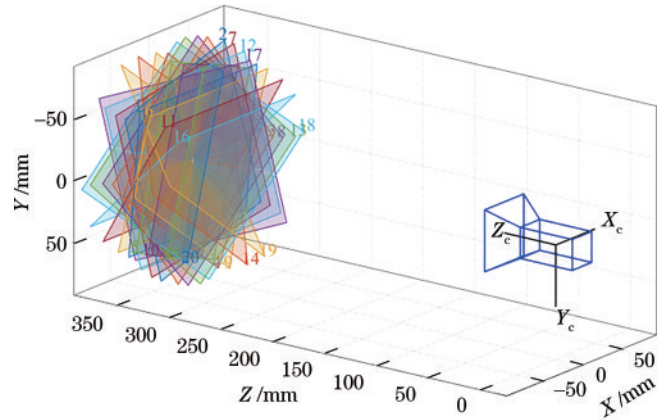


图 5 标靶位姿

Fig. 5 Target pose

真实相机参数的真值是已知的,因此采用相机内参值与重投影误差来评价。其中重投影误差可表示为

$$E = \frac{\sum_i \sum_j \sqrt{(u_{ij} - u'_{ij})^2 + (v_{ij} - v'_{ij})^2}}{m}, \quad (13)$$

式中: u_{ij} 和 v_{ij} 表示在第 i 幅图片上检测到的第 j 个点的坐标; u'_{ij} 和 v'_{ij} 表示根据相机模型重投影的坐标。参数仿真结果如表 1 所示。

表 1 仿真结果

Table 1 Simulation results

Parameter	True value	Standard deviation is 0 pixel		Standard deviation is 0.1 pixel		Standard deviation is 0.5 pixel		
		Traditional method	Proposed method	Traditional method	Proposed method	Traditional method	Proposed method	
Focal length	α_x /pixel	6527.0	6527.4	6526.9	6527.5	6527.0	6527.6	6527.1
	α_y /pixel	6527.0	6527.4	6526.9	6527.5	6526.9	6527.6	6527.1
Skew	s	0.6000	0.6000	0.6000	0.6015	0.6014	0.5911	0.5914
Principal point	u_0 /pixel	2254.0	2254.0	2254.0	2254.0	2254.0	2253.9	2253.9
	v_0 /pixel	2048.0	2048.0	2048.0	2048.0	2048.0	2048.1	2048.0
Distortion	k_1 /mm ⁻²	-0.0700	-0.0712	-0.0696	-0.0712	-0.0697	-0.0711	-0.0695
	k_2 /mm ⁻⁴	0.2000	0.2140	0.1985	0.2145	0.1993	0.2121	0.1965
	p_1 / (10 ⁻⁴ mm ⁻¹)	-5.000	-4.994	-4.994	-4.983	-4.984	-4.946	-4.947
	p_2 / (10 ⁻⁴ mm ⁻¹)	-2.000	-1.997	-1.997	-2.014	-2.013	-1.991	-1.989
Reprojection error /pixel			0.0380	0.0023	0.0415	0.0132	0.0819	0.0632

由表 1 可以看出,所提方法得到的相机内参更接近真值,并且重投影误差也明显低于传统方法。即使在噪声影响下,所提方法的标定结果仍优于传统方法,证明所提方法能有效提高相机标定精度。

4.2 标定实验

实验采用大恒相机 ME2P-1840-6GM-P,分辨率为 4508 pixel \times 4096 pixel,镜头采用大恒图像的 HN-1624-20M-C1/1X 镜头,焦距为 16 mm。平面标靶采用如图 2 所示的高精度浮法玻璃氧化铝标定板。固定相机不动,锁定光圈与焦距,调整标定板位姿以布满图片,共拍

摄 20 幅不同视角的图片。对采集到的图片进行椭圆参数提取后,分别采用以椭圆中心作为控制点坐标的传统方法、Heikkilä 方法^[11]和所提方法进行标定。由于相机参数的真值无法得知,采用重投影误差和各参数的标准差来评价标定结果。标定结果如表 2 所示,“±”符号后的数值表示标准差,由于 Heikkilä 方法对相机内参的定义不同,表中只列出可比较的部分。

从相机标定结果可以看出:相比传统方法,Heikkilä 方法和所提方法都提高了相机标定精度,所提方法的提升更为明显;传统方法由于没有考虑圆标

表 2 相机标定结果
Table 2 Camera calibration results

Parameter		Traditional method	Heikkilä's method	Proposed method
Focal length	α_x /pixel	6533.7000±0.2579	6534.0666±0.1414	6533.5616±0.1280
	α_y /pixel	6532.5628±0.2600	6532.7600±0.1380	6532.4305±0.1291
Skew	s	0.7062±0.0545	—	0.6878±0.0271
Principal point	u_0 /pixel	2267.4807±0.3806	2268.3115±0.1970	2267.4078±0.1889
	v_0 /pixel	2045.2659±0.3049	2045.0895±0.1610	2045.1704±0.1513
Distortion	k_1 /mm ⁻²	-0.0719±0.0002	—	-0.0716±0.0001
	k_2 /mm ⁻⁴	0.2302±0.0016	—	0.2286±0.0008
	p_1 / (10 ⁻⁴ mm ⁻¹)	-0.0004±0.000016	—	-0.0004±0.000008
	p_2 / (10 ⁻⁴ mm ⁻¹)	-0.0002±0.000019	—	-0.0002±0.000009
Reprojection error /pixel		0.1088	0.0805	0.0739

志点带来的透视畸变问题,重投影误差和参数的标准差都比较大;Heikkilä方法将透视畸变纳入了模型中,修正了系统性误差,但同时也使优化目标函数更复杂,更容易落入局部最优解;相比传统方法,所提方法的所有相机参数的标准差都减少了50%以上,重投影误差也有明显的降低,证明所提方法能有效提高相机标定

的精度。

图6展示了三种方法的残差分布,其中坐标轴表示 x 方向与 y 方向的残差(重投影点与图像点之间的差值)。从图6可以看出,传统方法由于忽略了透视畸变,残差分布较分散,而所提方法残差分布呈圆形,说明标定结果合理。

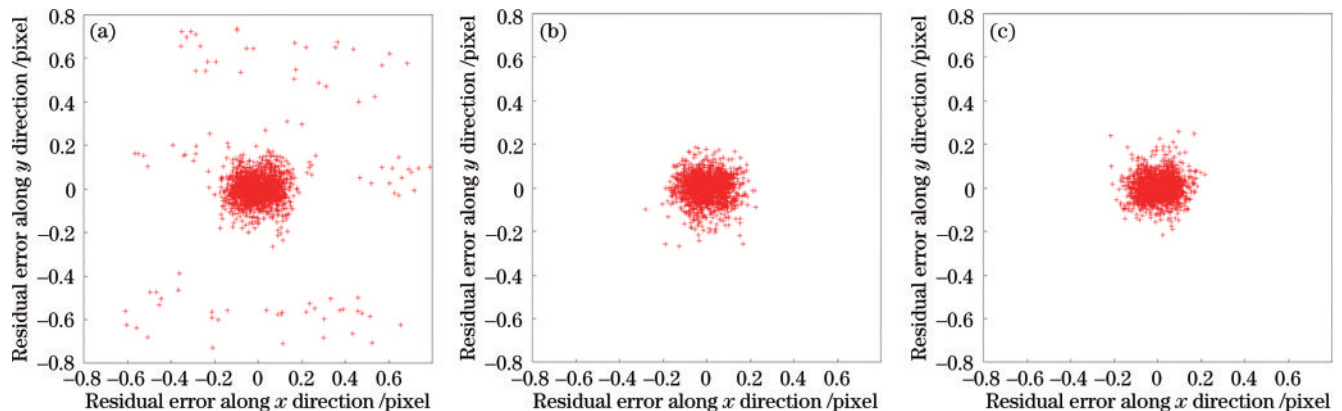


图6 残差散点图。(a)传统方法;(b)Heikkilä方法;(c)所提方法

Fig. 6 Scatter plots for residual error. (a) Traditional method; (b) Heikkilä method; (c) proposed method

5 结 论

针对圆形标志点存在透视畸变,给相机标定带来系统性误差的问题,提出了一种基于透视畸变矫正的高精度相机标定方法。所提方法采用粗-精标定的模式,根据粗标定的结果对圆心投影坐标进行修正,再用修正后的坐标进行精标定。同时,为了避免图像插值带来复杂的计算与潜在的误差,所提方法直接作用于提取到的椭圆曲线参数,简化了矫正流程。实验与仿真的结果表明所提方法有效地提高了相机标定的精度,满足工业视觉测量对相机高精度标定的要求。

参 考 文 献

- [1] 张宗华, 刘巍, 刘国栋, 等. 三维视觉测量技术及应用进展[J]. 中国图象图形学报, 2021, 26(6): 1483-1502.
Zhang Z H, Liu W, Liu G D, et al. Overview of the
- [2] 田俊英, 伍济钢, 赵前程. 视觉系统中摄像机标定方法研究现状及展望[J]. 液晶与显示, 2021, 36(12): 1674-1692.
- [3] Tian J Y, Wu J G, Zhao Q C. Research progress of camera calibration methods in vision system[J]. Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays, 2021, 36(12): 1674-1692.
- [4] 王靖, 魏亮, 向文豪, 等. 考虑圆形特征边缘模糊和偏心误差修正的高精度相机标定方法[J]. 红外与激光工程, 2021, 50(12): 20210130.
Wang J, Wei L, Xiang W H, et al. High-precision camera calibration method considering projected circular edge blur and eccentricity error[J]. Infrared and Laser Engineering, 2021, 50(12): 20210130.
- [5] Abdel-Aziz Y I, Karara H M, Hauck M. Direct linear

- transformation from comparator coordinates into object space coordinates in close-range photogrammetry[J]. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 2015, 81(2): 103-107.
- [5] Tsai R Y. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses[J]. *IEEE Journal on Robotics and Automation*, 1987, 3(4): 323-344.
- [6] Zhang Z Y. A flexible new technique for camera calibration[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [7] Moré J J. The Levenberg-Marquardt algorithm: implementation and theory[M]//Watson G A. *Numerical analysis. Lecture notes in mathematics*. Heidelberg: Springer, 1978, 630: 105-116.
- [8] 陈圣峰, 陈兵, 刘坚. 基于边缘方向投影的棋盘格角点亚像素细化[J]. *光学学报*, 2022, 42(8): 0815001.
Chen S F, Chen B, Liu J. Checkerboard corners sub-pixel refinement based on edge direction projection[J]. *Acta Optica Sinica*, 2022, 42(8): 0815001.
- [9] Heikkilä J, Silven O. A four-step camera calibration procedure with implicit image correction[C]//*Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, June 17-19, 1997, San Juan, PR, USA. New York: IEEE Press, 1997: 1106-1112.
- [10] 魏振忠, 张广军. 透视投影变换中椭圆中心畸变误差模型及其仿真研究[J]. *仪器仪表学报*, 2003, 24(2): 160-164.
Wei Z Z, Zhang G J. A distortion error model of the perspective projection of ellipse center and its simulation [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2003, 24(2): 160-164.
- [11] Heikkilä J. Geometric camera calibration using circular control points[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(10): 1066-1077.
- [12] 朱伟东, 曹良洪, 梅标, 等. 利用圆心不对称投影精确标定工业相机[J]. *光学精密工程*, 2014, 22(8): 2267-2273.
Zhu W D, Cao L H, Mei B, et al. Calibration of industrial cameras using asymmetric circle center projection[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2014, 22(8): 2267-2273.
- [13] Datta A, Kim J S, Kanade T. Accurate camera calibration using an iterative refinement of control points [C]//*2009 IEEE 12th International Conference on Computer Vision Workshops, ICCV Workshops*, September 27-October 4, 2009, Kyoto, Japan. New York: IEEE Press, 2009: 1201-1208.
- [14] 卢晓冬, 薛俊鹏, 张启灿. 基于圆心真实图像坐标计算的高精度相机标定方法[J]. *中国激光*, 2020, 47(3): 0304008.
Lu X D, Xue J P, Zhang Q C. High camera calibration method based on the true coordinate computation of circle center[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2020, 47(3): 0304008.
- [15] 彭妍, 郭君斌, 于传强, 等. 基于平面变换的高精度相机标定方法[J]. *北京航空航天大学学报*, 2022, 48(7): 1297-1303.
Peng Y, Guo J B, Yu C Q, et al. Calibration method for the high precision camera based on plane transformation [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2022, 48(7): 1297-1303.
- [16] Hartley R I, Zisserman A. *Multiple view geometry in computer vision*[M]. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- [17] Ouellet J N, Hebert P. A simple operator for very precise estimation of ellipses[C]//*Fourth Canadian Conference on Computer and Robot Vision (CRV '07)*, May 28-30, 2007, Montreal, QC, Canada. New York: IEEE Press, 2007: 21-28.
- [18] Kanatani K, Liu W. 3D interpretation of conics and orthogonality[J]. *CVGIP: Image Understanding*, 1993, 58(3): 286-301.
- [19] 苏勇, 张青川, 徐小海, 等. 数字图像相关技术中插值偏差的理论估计[J]. *力学学报*, 2016, 48(2): 495-510.
Su Y, Zhang Q C, Xu X H, et al. Theoretical estimation of interpolation bias error in digital image correlation[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2016, 48(2): 495-510.
- [20] Fitzgibbon A, Pilu M, Fisher R B. Direct least square fitting of ellipses[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1999, 21(5): 476-480.