

基于三维激光扫描的施工建筑平整度检测方法

吴国强¹, 俞家勇^{1*}, 马巍¹, 常虎², 韦宗成², 许杰¹, 蒋雪静¹

¹安徽建筑大学土木工程学院, 安徽 合肥 230601;

²中建五局第二建设有限公司, 安徽 合肥 230000

摘要 针对传统施工建筑平整度检测方法效率低、检测结果受人为主观因素影响较大等问题,提出一种基于三维激光扫描的平整度检测方法。首先,利用三维激光扫描仪对目标建筑进行数据采集、处理和拼接,获得高精度三维点云数据;其次,结合建筑平整度检测特点设计了一种非均匀抽稀方法,用于无损保留墙面凹凸特征;然后,利用随机抽样一致性算法结合特征值法,对建筑点云数据进行自动化特征提取与平面拟合,获得待检测墙面几何参数;最后,依据平整度检测原理,利用拟合平面与点云数据拓扑空间关系,设计了一种基于三维激光扫描的施工建筑平整度检测方法。实验结果表明:所提非均匀抽稀方法能够有效完成点云数据抽稀工作,抽稀比达 55.4%,且能够无损保留墙面凹凸特征;基于三维激光扫描的平整度检测方法理论可行,精度可靠,较传统检测方法,效率提高了 23.33%,且更加全面。

关键词 检测; 三维激光扫描; 点云抽稀; 平整度检测

中图分类号 P258

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP231078

Construction Building Flatness Detection Method Based on 3D Laser Scanning

Wu Guoqiang¹, Yu Jiayong^{1*}, Ma Wei¹, Chang Hu², Wei Zongcheng², Xu Jie¹, Jiang Xuejing¹

¹College of Civil Engineering, Anhui Jianzhu University, Hefei 230601, Anhui, China;

²2ND Construction Co., Ltd of China Construction 5TH Engineering Bureau, Hefei 230000, Anhui, China

Abstract To overcome the low efficiency of traditional methods in detecting construction building flatness and the considerable influence of human factors on these detection results, this study proposes a flatness-detection method based on three dimensional (3D) laser scanning. First, a 3D laser scanner was used to collect, process, and stitch the data related to the target building to obtain high-precision 3D point-cloud data. Second, based on the characteristics of the building flatness, a nonuniform thinning method was designed to preserve the concave and convex characteristics of the wall. Third, the random sampling consistency algorithm and the eigenvalue method were used to automatically extract and fit point-cloud data related to the building to obtain the geometric parameters of each wall to be detected. Finally, a flatness-detection method for construction buildings employing 3D laser scanning was designed based on the topological-spatial relationship between a fitting plane and the point cloud data. The results of this study show that the proposed nonuniform thinning method can effectively realize the thinning of point-cloud data. In addition, the data thinning ratio reaches 55.4% and the concave and convex characteristics of the wall surface can be preserved without loss. Furthermore, the proposed flatness detection method is theoretically feasible, exhibits reliable accuracy, and achieves a detection efficiency that is 23.33% higher compared with that achieved by traditional detection methods.

Key words detection; 3D laser scanning; point cloud thinning; flatness detection

1 引言

随着城市现代化的不断发展,高层和超高层建筑

已经成为城市现代化典型建筑形式^[1]。在施工过程中需要严格按照设计规范对这些建筑进行质量控制,平整度是目前建筑工程中评价质量控制的最重要指标之

收稿日期: 2023-04-12; 修回日期: 2023-05-12; 录用日期: 2023-05-30; 网络首发日期: 2023-06-12

基金项目: 国家自然科学基金(42106180)、2022年安徽省住房城乡建设科学技术计划项目(2022-YF169)、安徽省高校省级自然科学基金项目(KJ2021A0612)

通信作者: *yujiayongskd@163.com

一,它既体现了施工效果中的美学,又体现了结构良好的功能性^[2]。而传统平整度指标检测主要基于人工测量和视觉判断,这种方式费时费力,而且受人为主观因素影响较大,导致测量结果不够精确全面,甚至出现错误结果^[3]。

近年来,随着智能化建筑行业的发展,三维激光扫描技术在建筑质量检测领域具有越来越大的应用前景,该技术以高精度数据快速获取能力受到广泛关注。针对目前建筑结构质量检测,基于三维激光扫描技术,研究人员从数据预处理、指标检测等多个阶段提出了质量评估方法^[4-5]。针对平整度检测,目前已有学者提出了基于建筑表面点云^[6-7]、拟合平面^[8]、地面激光扫描和建筑信息模型集成^[9]、地面激光扫描和连续小波协同^[10]等的多种方法。但以上研究对象集中于竣工验收建筑或运营中建筑,针对施工中的建筑平整度检测研究较少,且应用效率较低,这主要是因为施工过程中障碍物较多导致数据获取困难,噪声点云对检测结果影响较大,同时这些也增加了数据预处理的复杂性。点云数据中含有大量冗余信息,使得后续数据处理和应用效率较低。在点云数据采集过程中,受不同环境因素的影响,不可避免地会扫描到非目标物,产生异常值。由于最小二乘法、特征值法本身不能检测和剔除异常值,难以拟合出令人满意的效果^[11-12]。点云数据抽稀方法可分为均匀抽稀法和非均匀抽稀法两种。均匀抽稀法是一种不考虑点云特征的压缩算法,凭借操作简便、处理速率快的优点得到了更普遍的使用^[13-14]。非均匀抽稀法可以保留点云数据信息特征,但相较于均匀抽稀法,要更加复杂,速率上也较为缓慢^[15],但在施工建筑平整度检测中,点云数据的凹凸特征信息对检测结果起到了至关重要的影响。

因此,本文提出了一种基于三维激光扫描的施工建筑平整度检测方法,结合建筑平整度检测原理与特点,提出了一种非均匀抽稀方法,用于无损保留墙面凹凸特征进行点云数据预处理;利用随机抽样一致性(RANSAC)算法结合特征值法对三维点云数据进行自动化特征提取与稳健拟合,利用拟合平面与点云数据拓扑空间关系完成平整度指标检测工作。

2 保留检测特征的非均匀无损抽稀方法

三维激光扫描仪通过沿水平方向匀速转动和沿垂直方向快速扫描,获取高精度的三维空间数据。虽然三维激光扫描数据精度高,但在施工建筑整体检测工作中,存在扫描点随机大量采集、数据冗余度高等问题,导致处理难度大、效率低。此外,施工质量检测指标与墙面凹凸特征密切相关。因此,本文设计了一种基于扫描线的非均匀无损抽稀方法,用于保留墙面凹凸特征并解决处理效率和精度问题,点云数据抽稀流程如图 1 所示。

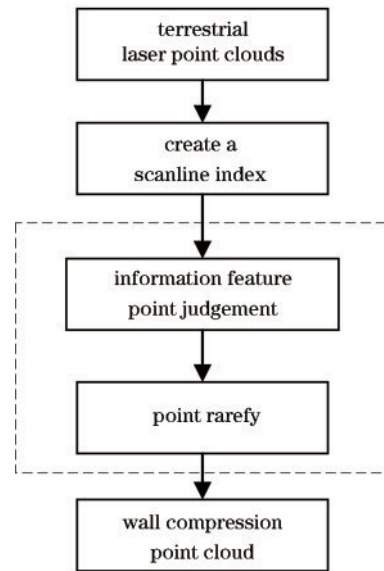


图 1 点云数据抽稀流程

Fig. 1 Flow chart of point cloud data thinning

首先从离散点云中根据扫描点对应的水平扫描角值提取出每条扫描线,建立扫描线索引;然后根据扫描点间空间位置关系,确定凹凸特征点;最后基于扫描线索引进行单条扫描线上扫描点抽稀。抽稀过程中通过信息特征点判断是否保留凹凸特征点,实现非均匀抽稀,获得保留建筑质量检测凹凸特征的轻量化点云数据。

2.1 扫描线索引

三维激光扫描仪在水平方向固定,扫描镜在垂直方向转动一周进行扫描,获得一条扫描线,相当于建筑空间的一个剖面。在进行三维点云数据预处理时,首先,计算各扫描点的斜距(d)、水平角(α_{hor})与竖直角(α_{elev}),表达式为

$$\begin{cases} d = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)} \\ \alpha_{\text{hor}} = \arctan2(y, x) \\ \alpha_{\text{elev}} = \arccos(z/d) \end{cases}, \quad (1)$$

式中: (x, y, z) 为扫描点坐标。然后,寻出墙面第一个扫描点对应的水平角值,搜索与该扫描点水平角值相等或一定范围内的点云,搜索范围为数据采集时设置的点云间距,将搜索出的点云作为第一条扫描线。最后,依据扫描点水平角度顺序变化,依次搜索,将所有扫描点分割为一系列垂直扫描线,并对扫描线进行顺序编号,建立扫描线索引。

2.2 特征点识别

由于建筑工程施工工艺等原因,建筑墙面存在局部不平整情况,进而导致对应扫描点云存在凹凸分布差异,在数据预处理过程中应保留这些凹凸特征点,确保质量检测结果更加精准,以提升施工建筑平整度检测中的数据处理的效率。因此,本文设计了一种通过信息特征点判断是否保留凹凸特征点的非均匀抽稀方法,信息特征点判断原理如下。

1)初始窗口确定。首先构建初始窗口,确定窗口点集数量为3,加入1号扫描线起始位置待抽稀点云与两邻近点。

2)计算夹角。计算窗口内抽稀点与邻近点构成的夹角 θ ,表达式为

$$\theta = \arccos \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}| \times |\mathbf{b}|}, \quad (2)$$

式中: \mathbf{a} 和 \mathbf{b} 分别为待抽稀点云和两邻近点的构成向量。

3)计算特征值。计算抽稀点与其他点的凹凸特征相似值(SCF)与异常值数量(UCF),数量的初始值均

为0,为了保证检测精度,控制误差在 $\pm 1 \text{ mm}$ 内,根据式(1)求出夹角范围为 $\pm 6.12''$ 。当符合条件 $\theta = 180^\circ \pm 6.12''$,SCF值增加1;当符合条件 $\theta \neq 180^\circ \pm 6.12''$ 时,UCF值增加1。SCF和UCF的计算公式为

$$\begin{cases} V_{\text{SCF}} = V_{\text{SCF}} + 1 & (\theta = 180^\circ \pm 6.12'') \\ V_{\text{UCF}} = V_{\text{UCF}} + 1 & (\theta \neq 180^\circ \pm 6.12'') \end{cases} \quad (3)$$

凹凸特征点判断如图2所示,点 P_i 为待抽稀点,根据式(2)计算 P_i 与其邻近两点 P_{i-1} 、 P_{i+1} 的夹角值,根据式(3)计算SCF和UCF。图2显示窗口点集凹凸分布4种情况,4种情况中,a为平滑分布可以抽稀,b、c、d均存在凹凸特征给予保留。

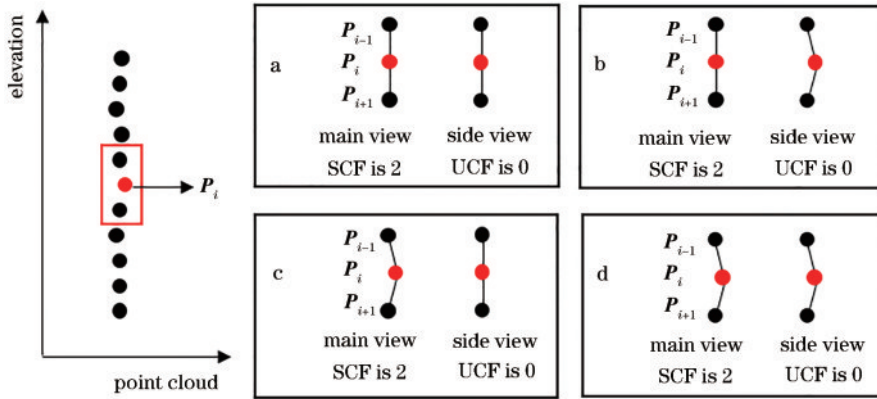


图2 凹凸特征点判断原理

Fig. 2 Schematic of concave-convex feature point judgment

4)滑动窗口,遍历所有扫描数据,根据特征点判断准则,完成扫描数据点非均匀抽稀。

3 检测原理

3.1 基于RANSAC与特征值法的平面提取与拟合

点云数据特征的有效提取和平面拟合是将三维激光扫描技术应用于检测工作的前提,利用RANSAC算法结合特征值法对三维点云数据进行自动化特征提取和平面拟合,获得精确的平面拟合参数,进而实现平整度的检测。算法过程如下。

1)首先从所有已知三维点云数据中随机地选取出三个点,然后判断这三个点是否共线,如若共线则要重新随机选取,若不共线,则算出这三个点所对应的平面方程,表达式为

$$Ax + By + Cz + D = 0, \quad (4)$$

式中: A 、 B 、 C 、 D 为平面方程参数。

2)计算点云中各点到上述平面的距离 d_i :

$$d_i = \frac{|Ax_i + By_i + Cz_i + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}. \quad (5)$$

3)计算各点到平面距离 d_i 的标准偏差 σ :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{n - 1}}, \quad (6)$$

式中: $\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i$ 。

标准偏差是一种数据值偏离算术平均值程度的度量,利用点到模型平面距离的标准偏差作为判断局内外点的准则。通常情况取阈值 $t = 2\sigma^{[16]}$,但考虑到施工建筑平整度检测工作中也需利用点到拟合平面拓扑空间关系,为了避免平面提取造成墙面检测特征丢失,因此取阈值 $t = 3\sigma$ 。当 $d_i > t$,该点被认为是局外点,删除;反之,则认为其是局内点,保留。

4)重复步骤1)~3),迭代 M 次,根据扫描点间隔和检测墙面大小设置阈值点数,例如扫描点间隔为1 cm,检测墙面长宽分别为4 m和3 m,阈值点数为120701个。比较并选取局内点个数最多的模型,得到待拟合点集,共 n 个数据点。用稳健的特征值法进行平面拟合,在条件 $A^2 + B^2 + C^2 = 1$ 下有

$$e = \sum_{i=1}^n d_i^2 = \sum_i (Ax_i + By_i + Cz_i - D)^2 \rightarrow \min. \quad (7)$$

5)利用求函数极值的拉格朗日乘数法,组成函数式: $f = \sum_i d_i^2 - \lambda(A^2 + B^2 + C^2 - 1)$ 。

6)将式(4)分别对 A 、 B 、 C 求导并令导数为0,然后构建特征值方程,求解出最小特征值对应的特征向量,即为拟合参数 A 、 B 、 $C^{[16-17]}$ 。

7)对于剩余局外点集,重复步骤1)~6),获得建筑

各平面拟合参数。

3.2 平整度检测

平整度指建筑墙体表面的施工平整程度,表现为墙体不平处与绝对水平处之间的高差。传统平整度检测通常使用 2 m 长靠尺与塞尺进行量测,图 3(a)所示

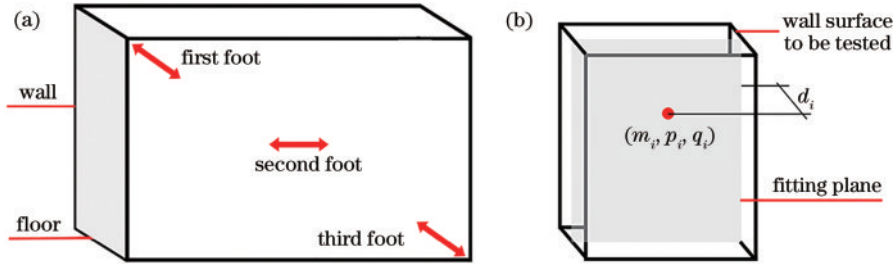


图 3 平整度检测示意图。(a) TMM; (b) PFM

Fig. 3 Schematic of flatness detection. (a) TMM; (b) PFM

1) 利用稳健的特征值法获得待检测平面方程, $Ax + By + Cz + D = 0$, A, B, C, D 为平面方程参数。

2) 设平面内点坐标为 (m_i, p_i, q_i) , 分别计算待检测墙面各点到拟合平面的正交距离与中误差:

$$d_i = \frac{|m_i A + p_i B + q_i C + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}, \quad (9)$$

$$\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i. \quad (10)$$

3) 计算待检测墙面平整度:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{n - 1}}. \quad (11)$$

4 实验分析

某项目总用地面积 75269 m², 设计总建筑面积 211063 m², 包括 14 栋高层住宅。选取其中一栋 26 层在建住宅作为研究对象, 其主体施工采用支模现浇工艺。在数据采集前, 已完成模板拆除工作, 但未使用水泥砂浆进行调平。数据采集工作采用 Trimble X7 三维激光

扫描仪, 扫描范围为 0.6~80 m, 测距精度为 2 mm, 10 m 内 3D 点精度为 2.4 mm, 自动水准补偿精度优于 3"。

为传统尺测法 (TMM), 当墙面长度小于 3 m 时, 取消第二测尺, 当墙面含有门窗和过道洞口时, 在各洞口处增加一测尺。现在, 对待检测墙面点云进行拟合, 并计算墙面点云到拟合面的距离来计算平整度, 图 3(b) 为平面拟合法 (PFM), 平整度检测步骤如下。

扫描仪, 扫描范围为 0.6~80 m, 测距精度为 2 mm, 10 m 内 3D 点精度为 2.4 mm, 自动水准补偿精度优于 3"。

4.1 点云数据采集

2022 年 12 月, 计划并实施了对施工建筑点云数据采集的工作。在建筑内共设置了 18 个站点, 共采集一层四套房间点云数据, 如图 4 所示, 各站点间距约为 3.3~8 m, 重叠率为 30%~62%。图 5 所示为房间 D 三维点云图。

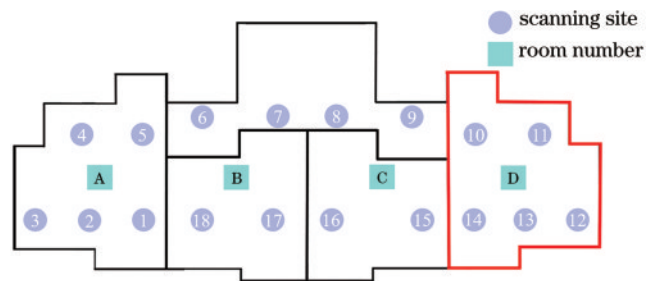


图 4 建筑内站点图

Fig. 4 Scanning site in building

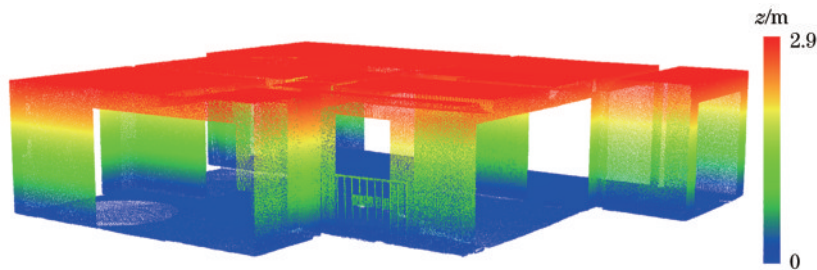


图 5 房间 D 三维点云图

Fig. 5 Room D three-dimensional point cloud

4.2 点云数据抽稀

利用 MATLAB 软件实现第 2 节中所述算法, 对比选择了建筑中的一墙面进行实验, 墙体面积约为 4.17 m², 墙面点云数量共 166755 个。实验中分别利

用随机采样法、最小距离法、非均匀抽稀法进行处理, 结果如表 1 所示。为了评价抽稀方法, 计算了各方法抽稀后的墙面平整度值, 未抽稀墙面平整度值为 3.37 mm, 由表 1 可以计算出, 前两种抽稀方法分别将平整度值降

表 1 三种方法处理结果对比
Table 1 Comparison of results processed by three methods

Method	Distance threshold	Number of original points	Number of remaining points	Thinning ratio / %	Flatness / mm
Random sampling method	—	166755	56921	65.8	2.05
Minimum distance method	0.01 mm	166755	54310	67.4	2.64
Non-uniform thinning method	—	166755	74319	55.4	3.36

低了 39.17%、21.66%，而非均匀抽稀方法仅降低 0.29%。因此，所提基于扫描线的非均匀抽稀方法能够有效保留检测特征，对建筑平整度检测精度几乎没有影响。

为直观对比抽稀效果，目视墙面凹凸特征是否清晰，截取单条扫描线上的部分点云，其侧视图如

图 6(a)所示，图 6(b)~(d)分别为随机采样法、最小距离法、非均匀抽稀法抽稀对比。由图 6 可明显看出，随机采样法抽稀后无法保留特征信息，最小距离法抽稀后只能部分清晰保留特征信息，非均匀抽稀法抽稀后能够清晰保留特征信息。

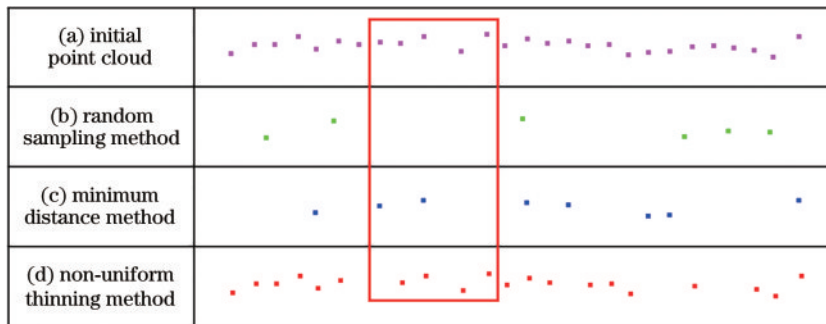


图 6 三种方法下凹凸特征抽稀对比

Fig. 6 Comparison of three methods for concave-convex feature thinning

4.3 平整度计算

完成点云数据抽稀后，利用RANSAC算法结合特征值法对点云数据进行特征提取与拟合，图 7 为点

云特征提取与分割结果，共 6 面墙体，包括 3 面内墙，外墙、楼板和地板各 1 面，表 2 为平面拟合参数。

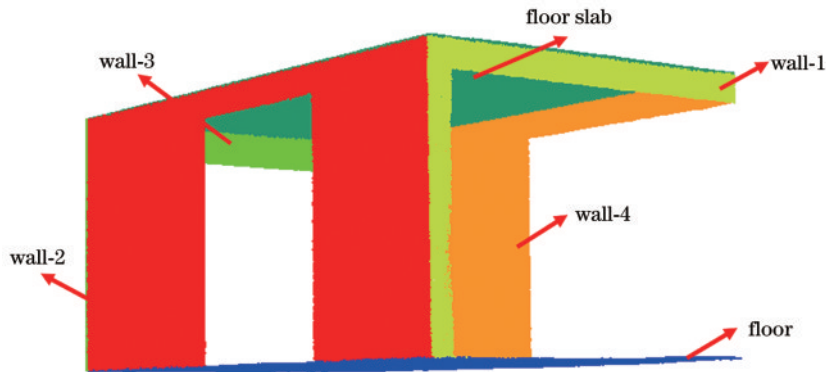


图 7 点云特征提取与分割

Fig. 7 Point cloud feature extraction and segmentation

为了对比，使用 TMM 与 PFM 两种方法分别对该房屋 3 面内墙和 1 面外墙进行了平整度检测，实验结果如表 3 所示，质量检测规范^[18]要求建筑平整度最大允许偏差为 8 mm，由表 3 可以看出，该建筑墙面平整度符合规范要求。但两种方法检测结果存在 0.36~1.40 mm 差异性，造成这种差异性的原因主要有两方面：在 TMM 中，放置的测尺受工人主观影响较大，该测量值仅为测尺放置点处结果，导致尺测结果不够全面；在 PFM 中，点云数据受仪器测量精度影响，产生随

机误差。但在实测过程中，人为控制场内扫描距离在 10 m 以内，且通过最小二乘平面拟合后，一定程度上提高了点云数据测量精度，因此，相比人工尺测产生的误差，扫描点测量误差较小。

图 8 显示了点云数据与各拟合平面之间的距离分布。由图 8 可以看出每面墙均存在小部分点云超出最大允许偏差范围的情况，对每面墙存在的超出最大允许偏差的点云数量进行了统计，结果表明，在墙面 1 至 4 中，分别有 2.66%、4.29%、7.86%、3.01% 点云超出

表 2 墙面拟合参数
Table 2 Plane fitting parameter

Member	Normal	Plane fitting root mean square
Wall-1	(-0.002446, 0.999997, 0.000558)	0.003337
Wall-2	(-0.999978, -0.001949, 0.000168)	0.003512
Wall-3	(0.002605, -0.999995, 0.001828)	0.005944
Wall-4	(0.999992, 0.003708, 0.001417)	0.002753
Floor	(0.000971, 0.004027, 0.999991)	0.006160
Floor slab	(0.000267, -0.001273, 0.999999)	0.005763

表 3 尺寸指标计算结果
Table 3 Dimension index calculation result

Detection method	Wall-1	Wall-2	Wall-3	Wall-4
TMM	3.1	1.0	4.2	2.8
PFM	3.46	1.76	5.60	3.78

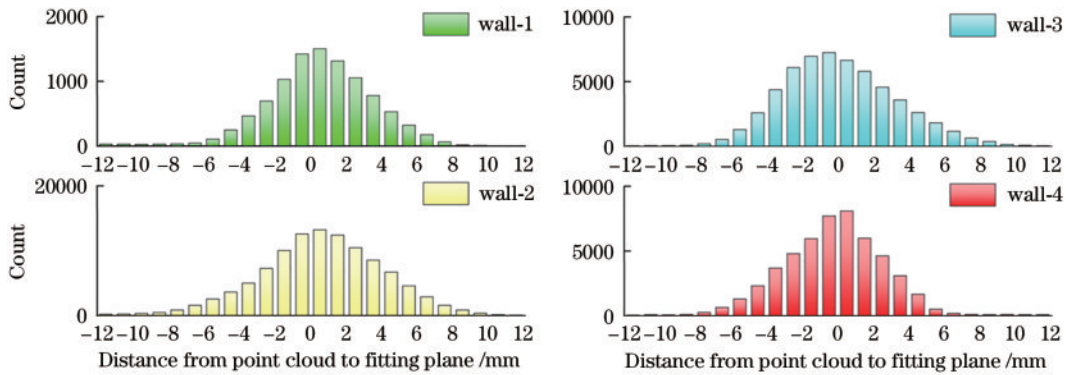


图 8 点云分布统计

Fig. 8 Point cloud distribution statistic

了限值,为了直观观察超出限值部分的点云位置,对数据生成了点云平整度彩色偏差图,图 9 所示为 wall-3 平整度彩色偏差图。根据图 9 可以发现,超出最大偏差的点云分布在靠近墙面边缘的位置,这是由于在支模以及混凝土浇筑过程中,模具的外围固定装置容易发生松动,该部位发生了膨胀。

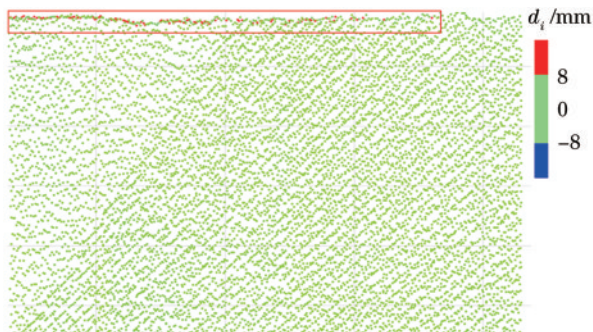


图 9 Wall-3 平整度彩色偏差图

Fig. 9 Color deviation map of wall-3 flatness

最后,对一层检测工作耗时进行了统计,总耗时为耗时量乘以每项工作消耗人工数,结果如表 4 所示,可以看出基于三维激光扫描技术的检测方法更加高效,

表 4 工作时间

Table 4 Working time

unit: h

Position	PFM			TMM
	Data acquisition	Pre-processing	Detection	
One level	1.5	0.6	0.2	3

工作效率较传统检测法提高了 23.33%,且随着检测工作量的增加,人工检测效率会逐渐降低。因此,基于三维激光扫描的施工建筑平整度检测方法以期取代人工检测方法。

5 结 论

提出了一种基于扫描线索索引的非均匀抽稀方法,通过计算点云三维空间角度关系判断墙面凹凸特征点,并对凹凸特征点给予保留,以实现数据非均匀有效抽稀,抽稀比达到 55.4%。相较于传统方法,非均匀抽稀方法解决了三维点云数据轻量化和处理效率问题,并能够无损保留检测墙面的凹凸特征,同时有利于检测数据便捷、高效的应用,有利于全生命周期建筑工程管理和运维。提出了一种基于三维激光扫描的施工建筑平整度检测方法,该方法结合自动化三维特征提取、拟合算法,利用拟合平面与点云数据拓扑空间关系

进行平整度检测,能够有效、可靠地完成施工建筑平整度检测,工作效率较传统检测方法提高了 23.33%,且更加全面,有利于平整度检测工作标准化、流程化、自动化。通过生成平整度偏差图等结果可视化表示了检测信息,快速定位缺陷位置,提高后期修补效率,衍生结果能够为后续施工环节智能化、自动化处理提供有力支持。

参 考 文 献

- [1] Gong J A, Fang T C, Zuo J Q. A review of key technologies development of super high-rise building construction in China[J]. *Advances in Civil Engineering*, 2022, 2022: 1-13.
- [2] Li D S, Liu J P, Hu S L, et al. A deep learning-based indoor acceptance system for assessment on flatness and verticality quality of concrete surfaces[J]. *Journal of Building Engineering*, 2022, 51: 104284.
- [3] Wang Q A, Kim M K, Sohn H, et al. Surface flatness and distortion inspection of precast concrete elements using laser scanning technology[J]. *Smart Structures and Systems*, 2016, 18(3): 601-623.
- [4] Cao Y X, Liu J P, Feng S Q, et al. Towards automatic flatness quality assessment for building indoor acceptance via terrestrial laser scanning[J]. *Measurement*, 2022, 203: 111862.
- [5] 刘界鹏, 崔娜, 周绪红, 等. 基于三维激光扫描的房屋尺寸质量智能化检测方法[J]. *建筑科学与工程学报*, 2022, 39(4): 71-80, 3.
Liu J P, Cui N, Zhou X H, et al. Intelligent inspection method for dimensional quality of houses based on 3D laser scanning[J]. *Journal of Architecture and Civil Engineering*, 2022, 39(4): 71-80, 3.
- [6] Li D S, Liu J P, Feng L, et al. Terrestrial laser scanning assisted flatness quality assessment for two different types of concrete surfaces[J]. *Measurement*, 2020, 154: 107436.
- [7] Tang P B, Akinici B, Huber D. Characterization of three algorithms for detecting surface flatness defects from dense point clouds[J]. *Proceedings of SPIE*, 2009, 7239: 72390N.
- [8] 王二民, 郭际明, 杨飞, 等. 利用三维激光扫描技术检测建筑物平整度及垂直度[J]. *测绘通报*, 2019(6): 85-88.
Wang E M, Guo J M, Yang F, et al. Detection of flatness and verticality of buildings based on 3D laser scanning technology[J]. *Bulletin of Surveying and Mapping*, 2019(6): 85-88.
- [9] Bosché F, Guenet E. Automating surface flatness control using terrestrial laser scanning and building information models[J]. *Automation in Construction*, 2014, 44: 212-226.
- [10] Puri N S, Valero E, Turkan Y, et al. Assessment of compliance of dimensional tolerances in concrete slabs using TLS data and the 2D continuous wavelet transform[J]. *Automation in Construction*, 2018, 94: 62-72.
- [11] 王峰, 丘广新, 程效军. 改进的鲁棒迭代最小二乘平面拟合算法[J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2011, 39(9): 1350-1354.
Wang F, Qiu G X, Cheng X J. An improved robust method for iterating least-squares plane fitting[J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2011, 39(9): 1350-1354.
- [12] 苍桂华, 岳建平. 基于加权总体最小二乘法的点云平面拟合[J]. *激光技术*, 2014, 38(3): 307-310.
Cang G H, Yue J P. Plane fitting of point clouds based on weighted total least square[J]. *Laser Technology*, 2014, 38(3): 307-310.
- [13] 黄源, 达飞鹏, 唐林. 基于改进八叉树的三维点云压缩算法[J]. *光学学报*, 2017, 37(12): 1210003.
Huang Y, Da F P, Tang L. Three-dimensional point cloud compression algorithm based on improved octree[J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(12): 1210003.
- [14] 李仁忠, 杨曼, 刘阳阳, 等. 一种散乱点云的均匀精简算法[J]. *光学学报*, 2017, 37(7): 0710002.
Li R Z, Yang M, Liu Y Y, et al. An uniform simplification algorithm for scattered point cloud[J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(7): 0710002.
- [15] 陈西江, 章光, 花向红. 于法向量夹角信息熵的点云简化算法[J]. *中国激光*, 2015, 42(8): 0814003.
Chen X J, Zhang G, Hua X H. Point cloud simplification based on the information entropy of normal vector angle[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2015, 42(8): 0814003.
- [16] 官玉兰, 刘绍堂, 周世健, 等. 基于整体最小二乘的稳健点云数据平面拟合[J]. *大地测量与地球动力学*, 2011, 31(5): 80-83.
Guan Y L, Liu S T, Zhou S J, et al. Robust plane fitting of point clouds based on TLS[J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2011, 31(5): 80-83.
- [17] 李孟迪, 蒋胜平, 王红平. 基于随机抽样一致性算法的稳健点云平面拟合方法[J]. *测绘科学*, 2015, 40(1): 102-106.
Li M D, Jiang S P, Wang H P. A RANSAC-based stable plane fitting method of point clouds[J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2015, 40(1): 102-106.
- [18] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 混凝土结构工程施工质量验收规范: GB 50204—2015[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2015.
Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. Code for quality acceptance of concrete structure construction: GB 50204—2015[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2015.