

基于改进 Landweber 算法的光学层析成像研究

姚纪阳, 郑晓钊, 李华军*, 余善恩

杭州电子科技大学自动化学院, 浙江 杭州 310016

摘要 光学层析成像技术由于其非接触性、结构简单、采样率高、安全性高、分辨率高等特性,在工业流体监测以及医学等领域得到广泛应用,同时在学术领域上也具有很高的研究价值。光学层析成像分为扫描阶段和图像重建阶段。在重建过程中,算法的性能往往决定着图像重建的质量。鉴于现有重建算法存在重建速度慢与图像质量不高等问题,提出一种基于预置矩阵的 Landweber 重建算法。该算法通过引入历史迭代信息、在迭代过程中添加预置矩阵和加速项而加快迭代速度,减小重建图像与真实图像的误差。对圆形测量场内 5 个特定分布进行实验仿真,对比所提改进算法与传统算法的性能。仿真结果显示,该算法的重建误差在 5% 左右,同时证实该改进算法相较于传统算法有显著性能提升,重建误差降低 48%,图像质量得到显著提升。

关键词 光学层析成像; 图像重建算法; Landweber 算法; 预置矩阵; 加速项

中图分类号 TP317.4 文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP222331

Research on Optical Tomography Based on Optimized Landweber Algorithm

Yao Jiyang, Zheng Xiaozhao, Li Huajun*, Yu Shanen

School of Automation, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310016, Zhejiang, China

Abstract Due to the non-contact, simple structure, high sampling rate, high security, and high resolution, optical tomography technology has been widely used in the fields of industrial fluid monitoring and medicine and has significant research value in the academic field. Optical tomography concludes scanning stage and image reconstruction stage. In the stage of image reconstruction, the performance of the algorithm determines the performance of image reconstruction. Aiming at the problems of slow reconstruction speed and poor reconstruction quality, this paper proposes the improved Landweber reconstruction algorithm based on preset matrix. In the improved algorithm, the historical iteration information is considered, and preset matrix and acceleration term are introduced in the iteration process. In this paper, five specific distributions in the circular measurement field are used for experimental simulation, and the performance of the proposed improved algorithm is compared with that of the traditional algorithm. The results show that the performance of the proposed algorithm is significantly improved. The reconstruction error of the proposed algorithm is about 5%, which has been reduced by 48%. The quality of the reconstructed image is also significantly improved.

Key words optical tomography; image reconstruction algorithm; Landweber algorithm; preset matrix; acceleration term

1 引言

光学层析成像(OCT)技术是近数十年发展起来的一种基于吸收式的投影成像新型技术^[1]。其主要通过测量场外围的激光发光元件以及传感器阵列对测量场内部的截面或者物体进行多角度检测,获得待测截面多个角度的投影信息,再通过图像重建算法处理投

影数据,从而实现对测量场内部的截面或者物体分布的图像重建。因激光光束具有高相干性、高方向性等优点,且光线强度、光线发射角等参量易于调控、检测,其独特的物理属性使 OCT 技术具有非接触式、安全性高、测量灵敏场为硬场、成像分辨率高和图像质量高等优点。近年来,该技术也广泛应用于多相流检测、温度浓度场检测以及生物检测中,具有较好的发展前景^[2]。

收稿日期: 2022-08-19; 修回日期: 2022-10-02; 录用日期: 2022-10-27; 网络首发日期: 2022-11-21

基金项目: 国家自然科学基金(51906053)

通信作者: *hjli@hdu.edu.cn

对于成像技术而言,重建算法的优劣对最后成像的质量与精度起着至关重要的作用。目前,常用于 OCT 技术重建算法主要分为直接法与迭代法。直接法中常见的主要有线性反投影(LBP)算法、Tikhonov(TIK)正则化算法、奇异值分解(SVD)法等;而迭代法包括 Landweber(LW)迭代、代数重建(ART)算法、共轭梯度(CG)算法以及 TIK 迭代法等。其中,基于最速下降法的 LW 算法是目前常用的迭代类重建算法,一定程度上提高了重建图像的精度,有效减小了重建图像的相对误差。

然而,因为迭代算法过程耗时较长、收敛速度慢、存在半收敛性的问题,其重建效果受到限制。针对这些问题,有学者对传统的 LW 迭代算法进行了改进。Liu 等^[3]采用预处理的方法,利用 TIK 重建算法重建的图像数据作为 LW 迭代算法的初始值,有效提高了算法重建的精度和速度。Jang 等^[4]在迭代过程中添加预置的加速项,改进 LW 重建算法中的函数,并将此方法应用于电容层析成像,有效提高了迭代的速度和重建精度。

针对 LW 存在的问题,本文结合应用于其他成像技术的改进成果,提出适用于 OCT 的改进 LW 算法。在该算法中添加一个预置矩阵并优化该矩阵的参数,同时考虑历史迭代结果的偏差,增加一项迭代加速项。改进后的算法能够在加快收敛速度的同时,提高最终重建图像的质量。在 Matlab 上的仿真结果表明,所提改进 LW 算法相较于传统 LW 算法和投影 LW 算法在重建速度和图像质量上均有较大提升。

2 原理与优化

2.1 OCT 原理

OCT 技术基于待测区域对光的吸收衰减性质,实现对待测区域吸光系数分布的测量。在光线传播过程中,受到传播方向上各种媒介的影响,光信号强度衰减,在光线另一端接收传感器会得到该方向的投影数据。光信号强度的衰减体现了光线路径上吸光系数的特性。为了获得待测区域完整的分布情况,一般通过多个方向的光线来获得若干个有效的投影数据,从而重新构建被测场内介质的二维分布图像,如图 1

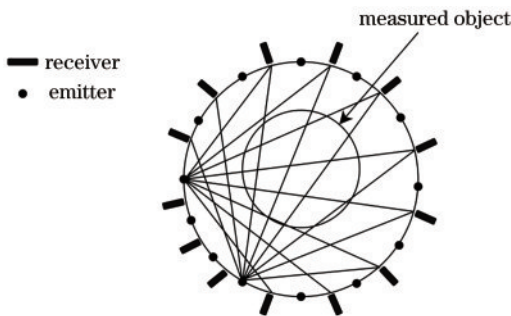


图 1 光线发射器扫描物体示意图

Fig. 1 Schematic diagram of objects scanned by light emitter

所示。

以发光元件其中一条光线为例,该准直光线在经过被测场内的某种介质时,光会被介质吸收,光线强度随之发生衰减。根据朗伯-比尔定律,经过衰减后的光线强度可表示为

$$I_o = I_i \exp(-\lambda h), \quad (1)$$

式中: I_i 为入射光线的强度; I_o 为穿过介质后光线的强度; h 为光通过介质的厚度; λ 为介质衰减系数,即吸光系数。一般而言,介质具有不同的吸光系数分布,对其进行离散化后得到:

$$P_i = \ln\left(\frac{I_o}{I_i}\right) = \sum X(a, b) L_j, \quad (2)$$

式中: P_i 为该方向的投影值; $X(a, b)$ 为 (a, b) 坐标处像素的吸光系数; L_j 为该像素内的光线距离。投影示意图如图 2 所示。

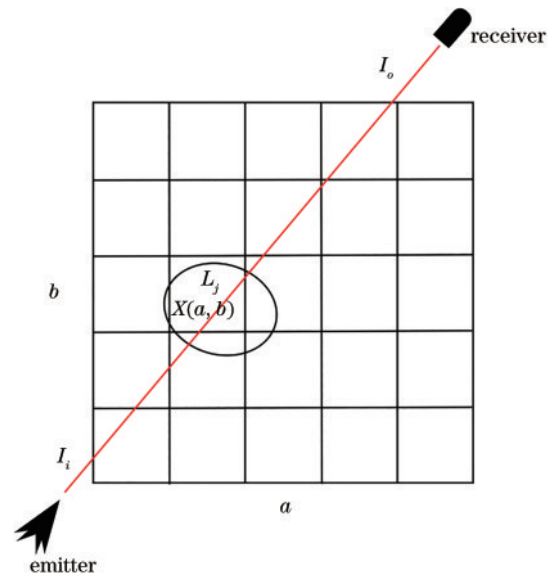


图 2 单条光线投影示意图

Fig. 2 Schematic diagram of one ray projection

综合多个方向的投影信号,OCT 的整体过程可以描述为

$$P = AX, \quad (3)$$

式中: P 代表投影数据矩阵; A 代表灵敏场矩阵; X 代表待测图像吸光系数分布矩阵。在层析成像中经常涉及正问题与逆问题这两个概念,其中:正问题就是已知灵敏场矩阵 A 与待测矩阵 X 求解投影数据矩阵 P 的过程;而逆问题则与之相反,是已知投影数据矩阵 P 与灵敏场矩阵 A 求解待测图像灰度矩阵 X 的过程。当灵敏场矩阵 A 为可逆方阵时,待测图像灰度矩阵可以通过 $X = A^{-1}P$ 直接获得。但通常情况下投影数量少于待求像素数量,因而灵敏场矩阵 A 并不可逆,矩阵方程欠定,求 X 的过程并不能通过对灵敏度矩阵 A 直接求逆得出。现在求解该逆问题一般采用各种图像重建算法,例如目前发展较为成熟的 ART 算法^[5]、SIRT 算法、TIK 算法等^[6-7]。

相对于其他算法,基于最速下降法的 LW 算法可以有效处理病态方程问题,也具有较高的成像精度和较小的成像相对误差,广泛应用于电学、光学和声学等成像领域中^[8-9]。其实现过程如下,首先确定 LW 算法的目标函数为

$$\min_{\mathbf{X}} \{f(\mathbf{X})\}, \quad (4)$$

式中: $f(\mathbf{X}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{P}\|_2^2$, 其梯度 $\nabla f(\mathbf{X}) = \mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{P})$ 。代入梯度下降法的公式可得:

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{X}_k - \eta \nabla f(\mathbf{X}_k) = \mathbf{X}_k - \eta \mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{X}_k - \mathbf{P}), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

式(5)即是 LW 算法的基本迭代公式,其中, η 代表迭代步长, k 代表迭代次数。LW 算法的目标函数是噪声极小化之后的均方差数据,在迭代过程中梯度下降。传统 LW 算法迭代次数多、运算量大、收敛缓慢,并且也存在抗噪能力较弱、半收敛性等问题。目前,加快迭代速度、提高成像精度、减少噪声影响是 LW 算法的主要改进方向^[10-11]。

2.2 改进 LW 迭代算法

投射 LW 算法,又称 PL 法,是近年来应用较为广泛的改进算法。该算法基于相关参数的大致范围可以确定这一先验条件。利用先验知识,设定投射数据的范围,对每一次的 LW 迭代结果进行投射运算,使投射值能够被限定到合适的有限区间内。其迭代表示式^[12]为

$$\mathbf{X}_{k+1} = Q[\mathbf{X}_k - \alpha \mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{X}_k - \mathbf{P})] = \begin{cases} b, \mathbf{X}_{k+1} > b \\ \mathbf{X}_{k+1}, a < \mathbf{X}_{k+1}, < b \\ a, \mathbf{X}_{k+1} < a \end{cases}, \quad (6)$$

式中: Q 为投射算子; a 代表值域的下边界; b 代表值域的上边界。该投射 LW 算法能避免迭代步长太大出现迭代发散的问题,也加快了迭代速度,一定程度上减小了最终重建图像与真实图像的相对误差^[13]。

SIRT 算法的思想在于利用测量场内通过任一像素的全部射线,其迭代过程对图像每个像素的更新量是对所有投影线的修正,按照贡献因子取加权平均,然后反投影得到的。与 PL 算法对每次迭代结果进行投影处理不同, SIRT 算法综合测量场所有投影线的贡献,减小一条投影线上的误差对重建结果带来的过大影响,从而有效抑制重建图像中的噪声。

FISTA 算法由 ISTA 算法改进得出。基于梯度下降法的 ISTA 算法,假设 $f(x)$ 满足 Lipschitz 连续条件,则其最小下界称为 Lipschitz 常数 $L(f)$ 。基于固定步长的 ISTA 算法的缺点是, Lipschitz 常数 $L(f)$ 不一定可知或者可计算。而 FISTA 算法则是基于该算法进行优化改进的,其与 ISTA 算法的区别在于迭代步骤中近似函数起始点的选择。

ISTA 使用前一次迭代求得的近似函数最小值点

\mathbf{X}_{k-1} ; 而 FISTA 引入当前迭代的值 \mathbf{X}_k , 并通过与 \mathbf{X}_{k-1} 参数进行线性组合搭建 \mathbf{Y}_{k+1} , 生成下一次迭代的近似函数起始点。FISTA 算法与所提算法最大的不同在于, LW 算法基于 $f(x)$ 的 x 梯度求取最优解, 与求取最下界常数 $L(f)$ 有所不同。Piana 等^[14]在传统 LW 算法上采用 Strand 方法加速迭代。其中, 假设线性逆问题的求解方程 $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{P}$, \mathbf{X} 是希尔伯特空间, 而 \mathbf{P} 是一个存在问题的数据, 因为数据会受到噪声和系统误差影响, 即:

$$\mathbf{P} = \mathbf{A}\mathbf{X}^{(0)} + \boldsymbol{\omega}, \quad (7)$$

式中: $\mathbf{X}^{(0)}$ 是要预估的函数; $\boldsymbol{\omega}$ 代表噪声。基于存在奇异值的分解问题, 在修改最小二乘法问题的欧拉方程 $\mathbf{A}^T \mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{D}\mathbf{A}^T$ 基础上, 添加一项矩阵 \mathbf{D} 。其中, 矩阵 \mathbf{D} 连续、正定且下有界, 故有连续的逆, 并且与 $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ 作用得到 $\mathbf{D}\mathbf{A}^T \mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{D}\mathbf{A}^T \mathbf{P}$, 所以在原有 LW 算法上添加预置矩阵 \mathbf{D} 得到的改进算法为 $\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{X}_k + \eta \mathbf{D}\mathbf{A}^T(\mathbf{P} - \mathbf{A}\mathbf{X}_k)$ 。因为 $\mathbf{D}\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ 仍是正定的, 所以 \mathbf{D}^{-1} 也存在, 意味着上述欧拉方程以及改进算法一定有解集和解决方案。

为了求得预置矩阵, Piana 等提出一种有效的正则化求解方法:

$$\mathbf{D}\mathbf{A}^T = (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^T. \quad (8)$$

式中: \mathbf{I} 是单位矩阵。其中, 正则参数 λ 的取值是关键, λ 会影响到图像重建, 过大和过小的取值对后续重建图像都会有较大影响, 会导致图像出现失真的问题。目前对 λ 的取值没有统一标准, 针对不同应用场合需求有不同取值, 大多凭借经验确定。

基于现有的 LW 算法改进方法, 结合预置矩阵的改进方法, 并应用到 OCT 中。该方法通过增加预置矩阵, 改进传统 LW 算法迭代速度慢、成像精度有限、成像误差较大的问题。并且在确定合适的预置矩阵后, 为进一步改进优化 LW 算法、加快收敛速度, 结合历史迭代信息, 添加了一个加速项:

$$\mu(\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{k-1}), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (9)$$

式中: \mathbf{X}_k 和 \mathbf{X}_{k-1} 表示为前两次迭代的分布矩阵, 其中 \mathbf{X}_{-1} 和 \mathbf{X}_0 分别设定为 $\mathbf{X}_{-1} = 0$ 和 $\mathbf{X}_0 = \mathbf{X}_{\text{Tik}}$, 其中 $\mathbf{X}_0 = \mathbf{X}_{\text{Tik}}$ 表示由直接算法 Tikhonov 得到的初始值^[15]。

LW 算法在迭代过程中会添加一定的终止条件, 在达到最小偏差要求后会停止迭代。预置矩阵参数的取值大小对成像质量有重要影响。取值过大会导致迭代过程步长太大, 存在震荡、甚至发散的结果; 而取值过小则会导致迭代步长减小, 使得迭代次数增加, 减缓迭代速度。另一个常数 μ 的取值也十分重要。取值过大会导致无法达到重建效果, 得到的重建图像效果误差很大、迭代发散。取值过小会使得该加速项失去意义, 即没有加速效果。经过大量仿真实验发现, η 设置为 1.8、 μ 设置为 0.8 时, 能够在重建图像时有更好的效果。改进算法具体操作如下:

- 1) 设定初始状态 $X_{-1} = 0, X_0 = X_{\text{TRK}}$, 两次迭代之间的容许误差为 0.0001, 最大迭代次数为 k_{max} ;
- 2) 计算灵敏场矩阵(A);
- 3) 初始化待测分布矩阵($X_{-1} = 0$ 和 $X_0 = X_{\text{TRK}}$);
- 4) 计算预置矩阵 $D[DA^T = (A^T A + \lambda I)^{-1} A^T]$;
- 5) 计算 $X_{k+1} = X_k + \mu(X_k - X_{k-1}) + \eta DA^T (P - AX_k)$, $k = 0, 1, 2, \dots$, 其中 μ 和 η 为预设常数, P 为测量场内投影数据矩阵;
- 6) $k = k + 1$, 重复迭代过程, 直到达到设定条件。

3 仿真与分析

为了验证添加加速项和预置矩阵的改进 LW 重建算法的性能及其有效性、实用性, 利用 Matlab 仿真对几种不同算法的重建图像精度、误差以及迭代的时间、次数进行对比分析。对比研究选取传统 LW 算法、只含有预置矩阵的 LW 重建算法 (LWP) 和所提添加加速项和预置矩阵的改进算法 (LWAP)。

本次仿真所使用的传感器结构如图 3(a) 所示, 发光元件与检测元件的数量均为 25 个, 发光元件发射角

设定为 1.6 rad, 测量场半径为 50 mm 的圆, 像素点尺寸为 3 mm。灵敏场数据以及投影数据由 Matlab 软件计算得到, 其中, 灵敏场图像分布如图 3(b) 所示。引入算法重建图像与测量场内部物体真实图像的相对图像误差 δ 以及相关系数 β 来表征重建图像质量, 其中相对误差计算公式如下:

$$\delta = \frac{\|X_r - X_k\|}{\|X_r\|}, \quad (10)$$

式中: X_r 代表图像真实分布矩阵; X_k 代表迭代 k 次的 LW 算法重建图像分布矩阵。相关系数 β 定义为参考图像与重建图像之间的相似度, 定义式为

$$\beta = \frac{\sum_{j=1}^J (x_j^* - \bar{x}^*)(x_j - \bar{x})}{\sqrt{\sum_{j=1}^J (x_j^* - \bar{x}^*)^2 \sum_{j=1}^J (x_j - \bar{x})^2}}, \quad (11)$$

式中: x_j^* 代表重建图像的第 j 个像素的吸收系数; \bar{x}^* 表示重建图像吸收系数的平均值; x_j 表示真实图像的第 j 个像素的吸收系数; \bar{x} 表示真实图像像素网络的平均吸收系数。

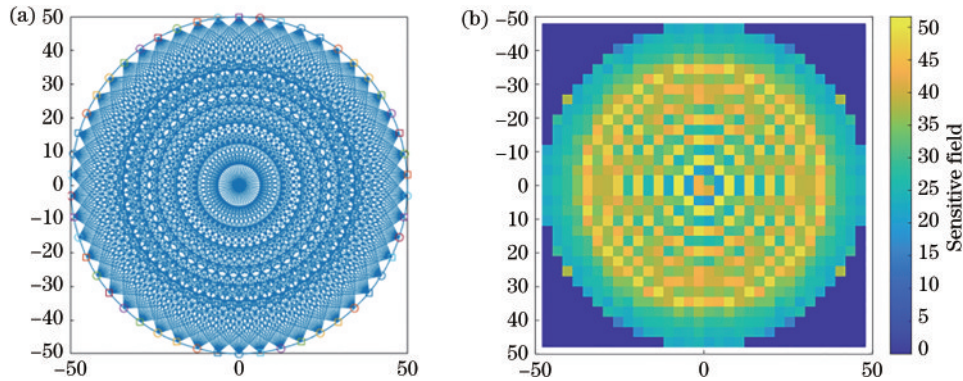


图 3 25×25 传感器阵列示意图。(a) 光线分布图; (b) 灵敏场示意图

Fig. 3 Schematic diagram of 25×25 sensor array. (a) Light distribution diagram; (b) diagram of sensitive field

构建如图 4 所示的 5 种典型截面分布场景进行仿真对比。图 4(a) 是圆心位于中心、半径为 15 mm 的单圆分布, 图 4(b) 是一个圆心位于中心偏下的半径为 20 mm 的

圆, 图 4(c) 是一个半径约为 10 mm 的经过模糊分布处理的高斯圆, 图 4(d) 是半径为 10 mm 和 20 mm 的双圆分布, 图 4(e) 中的双圆半径分别为 15 mm 和 20 mm。

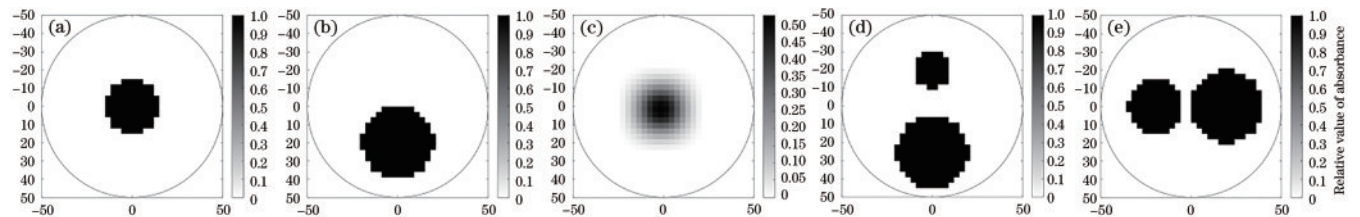


图 4 5 种截面分布场景示意图。(a) 带有“硬边”的半径 15 的圆; (b) 带有“硬边”的半径 20 的圆; (c) 带有“软边”的半径为 10 的高斯圆; (d) 带有“硬边”的半径 10 和 20 的圆; (e) 带有“硬边”的半径 15 和 20 的圆

Fig. 4 Schematic diagrams of five section distribution scenarios. (a) 15 radius circle with ‘hard edge’; (b) 20 radius circle with ‘hard edge’; (c) Gauss circle of radius 10 with ‘soft edge’; (d) 10 and 20 radius circles with ‘hard edge’; (e) 15 and 20 radius circles with ‘hard edge’

为了研究比对算法迭代过程中的数据情况, 对 5 种截面分布场景下的 LW 算法、LWP 算法和所提

LWAP 算法进行比对, 研究图像相对误差与迭代次数的关系以及相同相对误差下迭代所需时间。迭代次数

最大设置为 4000, 对比 3 种重建算法的收敛性和迭代速度。图 5(a)~(e) 为迭代次数与相对误差对比曲线

图, 其中, X 轴表示迭代次数, Y 轴表示重建图像与真实图像的相对误差。

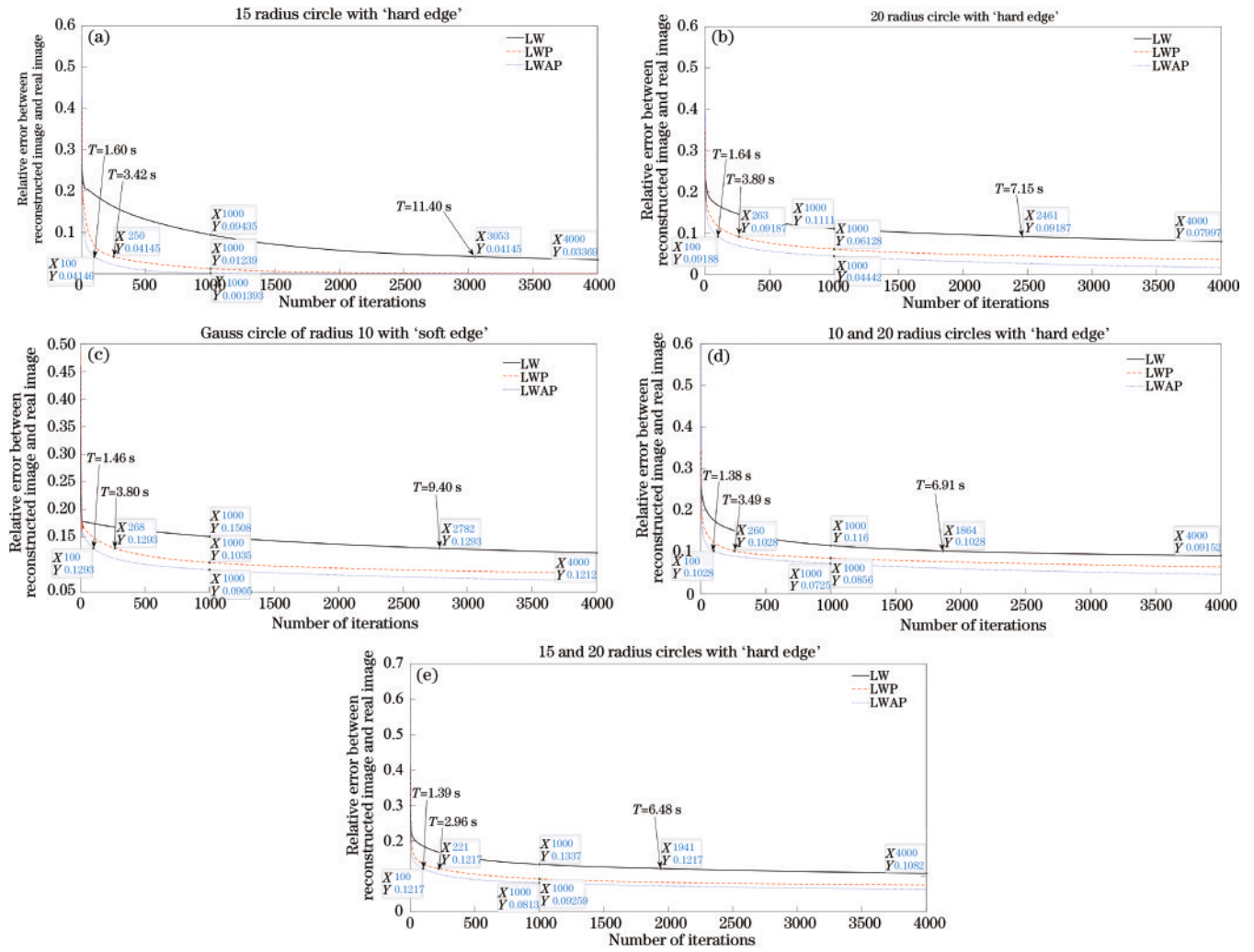


图 5 不同算法的迭代次数与相对误差对比曲线。(a)场景 1;(b)场景 2;(c)场景 3;(d)场景 4;(e)场景 5

Fig. 5 Comparison curve of iteration times and relative error of different algorithms. (a) Scene 1; (b) scene 2; (c) scene 3; (d) scene 4; (e) scene 5

分析 5 个场景下曲线情况可知:

场景 1 中, LW 算法在 300 个 epoch 内, 误差下降较为明显; 而在 1000~4000 个 epoch 下, 相对误差仅下降 0.06066, 总计迭代时长约 30.59 s。LWP 算法在最初的 200 个 epoch 内, 下降速度较快。LWAP 算法比 LWP 算法的相对误差下降得更快, 且在该场景下, LWAP 算法的相对误差能够足够小, 1000 次迭代误差为 0.0014, 重建图像已经具有相当高的精度, 且迭代时间也远小于传统 LW 算法。

场景 2 中, LW 算法在最初的 300 个 epoch 内, 相对误差下降较快; 在 1000~4000 个 epoch 下, 相对误差从 0.1111 减小到 0.07997, 下降不明显, 迭代 4000 个 epoch 共用时 27.15 s。而 LWP 和 LWAP 算法在迭代 150 个 epoch 内, 相对误差下降相对明显; 在 1000 个 epoch 下, 相对误差分别为 0.06128 和 0.04442; 4000 个 epoch 下, 相对误差仅为 0.036 和 0.0169。

场景 3 中, LW 算法在应对高斯圆“软边”的情况下, 重建质量较差、误差较高。1000 个 epoch 和 4000 个 epoch, 误差升至 0.1508 与 0.1212, 4000 个 epoch 总耗时约 15.86 s。而在 1000 个 epoch 下, LWP 算法的相对误差为 0.1035, LWAP 算法相对误差为 0.0905。经过 4000 个 epoch 后, 两种改进算法的重建误差进一步降至 0.0842 和 0.0704, 重建图像仍然具有较高的准确度。

在处理有两个物体的场景 4 和场景 5 时, LW 算法相对误差变化幅度仍然较小, 在 1000 个 epoch 下, 场景 4 中的相对误差为 0.1160, 场景 5 中相对误差为 0.1337; 在 4000 个 epoch 的相对误差分别为 0.09152 和 0.1082, 迭代共用时约 16.05 s 和 28.90 s。而在相同迭代次数下, LWP 算法在两个场景的相对误差分别为 0.0856 和 0.09259, LWAP 算法分别为 0.0725 和 0.0813。

3 种算法在相同迭代次数所达到的误差水平如表 1 所示,3 种算法在达到相同误差水平时所需迭代次

数与迭代时间(以 LWAP 算法 100 次迭代为标准)如表 2 所示。

表 1 迭代 1000 次和 4000 次的相对误差对比
Table 1 Relative error comparison of 1000 iterations and 4000 iterations

Scene	LW		LWP		LWAP	
	1000 iterations	4000 iterations	1000 iterations	4000 iterations	1000 iterations	4000 iterations
1	0.0944	0.0337	0.0124	3.236E-04	0.0014	6.925E-05
2	0.1111	0.0800	0.0613	0.0360	0.0444	0.0169
3	0.1508	0.1212	0.1035	0.0842	0.0905	0.0704
4	0.1160	0.0915	0.0856	0.0644	0.0725	0.0466
5	0.1337	0.1082	0.0926	0.0752	0.0813	0.0628

表 2 相同相对误差所需迭代次数与迭代时间分析
Table 2 Analysis of iteration times and iteration time required for same relative error

Scene	Relative error (δ)	LW		LWP		LWAP	
		Number of iterations	Time /s	Number of iterations	Time /s	Number of iterations	Time /s
1	0.04145	3053	11.40	250	3.42	100	1.60
2	0.09197	2461	7.15	263	3.89	100	1.64
3	0.12930	2782	9.40	268	3.80	100	1.46
4	0.10280	1864	6.91	260	3.49	100	1.38
5	0.12170	1941	6.48	221	2.96	100	1.39

由表 1 和表 2 可以明显得出,LWP 和 LWAP 算法在重建过程中,相同迭代次数下,相对误差相对于传统 LW 算法有较为明显的提升,同时 LWAP 算法相对于 LWP 算法也有一定的提升。在达到相同误差下,两种改进算法所需迭代次数明显少于传统 LW 算法,而所提 LWAP 算法相对其他算法有一倍以上的速度提升。尤其是在场景 1 中,同样达到 0.04145 的相对误差水平,LW 算法耗时高达 11.4 s,所需迭代次数为 3053,LWP 算法需要 250 次和 3.43 s,而 LWAP 算法仅需 100 次和 1.60 s,迭代速度得到显著提升。

为了比对不同算法在不同场景下实际迭代的最终成像效果,对 LW 算法、LWP 算法、所提 LWAP 改进算法以及 TIK 正则化算法的重建图像结果进行对比。其中,LW 算法、LWP 算法与所提 LWAP 改进算法相邻两次迭代的解之间的偏差作为迭代的终止条件,终止条件为 $\|X_{k+1} - X_k\| \leq 0.0001$,仿真重建图像如图 6 所示。

由图 6 可以看出,作为迭代法的 LW 比直接法的 TIK 在重建图像方面有优势。LW 算法重建图像的精度更高、噪声更少,与真实分布的相对误差也更小,测量场内圆形的边界也更清晰,重建图像更准确。相比传统 LW 算法和 LWP 算法,所提 LWAP 改进算法在明显提高重建图像质量的同时,还减少了重建过程中的图像噪点。在不同截面分布场景下,LWAP 算法得到的重建图像优于 LW、LWP 算法和 TIK 重建算法。尤其是在处理重建测量场内有多圆形的场景时,LWAP 算法能够较好重建测量场内实际情况,重建图像中物体间的噪点较少,重建效果更优越。而 LWAP 改进算法相对于 LWP 法在处理这些噪点细节上具有一定优势,能看出前者在两个圆形间的噪点较少、能明确圆形边界,即所提改进算法在重建图像的噪点处理上也有提升。基于几种重建算法的重建图像质量与迭代过程信息如表 3、表 4 所示,其中 δ 为相对图像误差, β 为重建图像与真实图像的相关系数。

表 3 重建算法重建图像数据对比
Table 3 Comparison of reconstructed image data by reconstruction algorithm

Scene	TIK		LW		LWP		LWAP	
	δ	β	δ	β	δ	β	δ	β
1	0.3999	0.9035	0.0359	0.9991	0.0061	1.0000	0.0024	1.0000
2	0.3532	0.9206	0.0739	0.9963	0.0451	0.9983	0.0217	0.9995
3	0.4593	0.9506	0.1465	0.9797	0.1012	0.9896	0.0896	0.9919
4	0.3495	0.9105	0.0895	0.9944	0.0650	0.9976	0.0505	0.9986
5	0.4060	0.9156	0.0954	0.9911	0.0732	0.9963	0.0636	0.9974

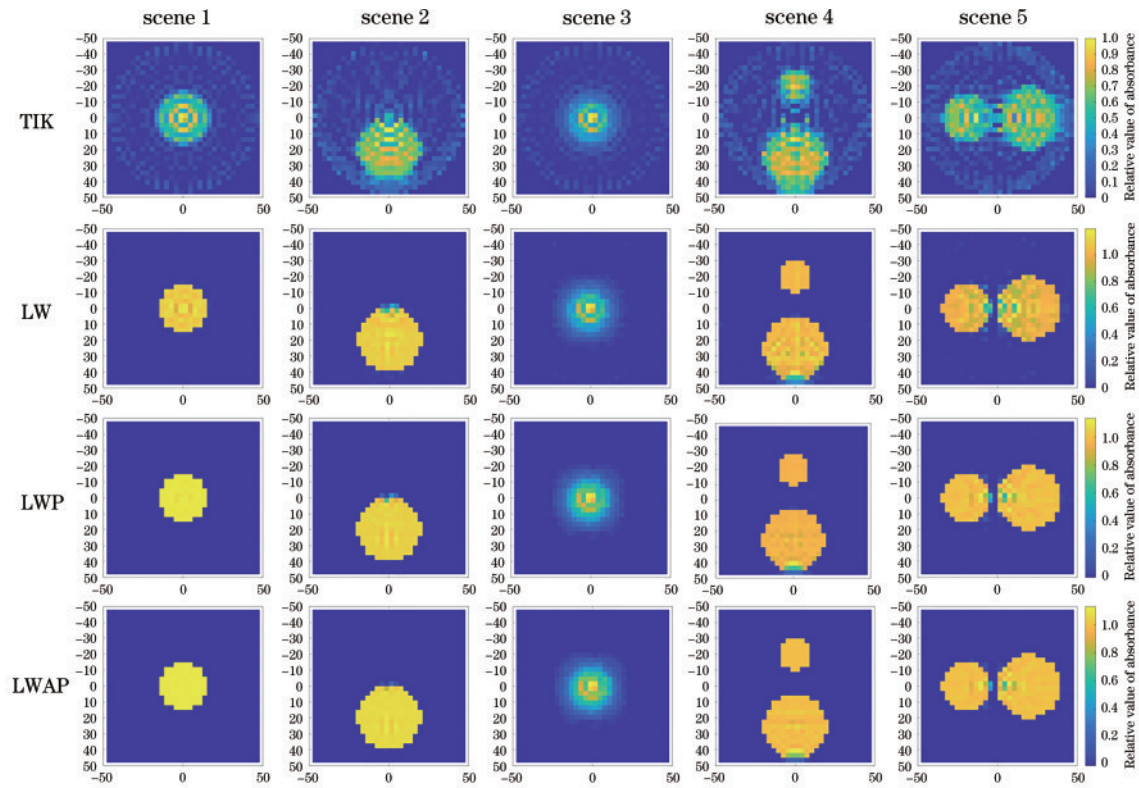


图 6 不同算法在不同场景下重建的图像对比

Fig. 6 Comparison of images reconstructed by different algorithms in different scenes

表 4 LW 算法与两种改进算法迭代次数以及时间对比

Table 4 Comparison of iteration times and time between LW algorithm and two improved algorithms

Scene	LW		LWP		LWAP	
	Iteration times	Time /s	Iteration times	Time /s	Iteration times	Time /s
1	3693	25.98	1475	35.96	840	20.37
2	5095	28.98	2456	54.71	3134	56.01
3	1266	3.75	1154	15.36	1069	15.83
4	4700	13.76	3867	58.29	3271	53.03
5	7945	22.76	4851	73.91	3794	56.71

由表 3 数据可知,基于 TIK 算法的重建图像质量较差,相关误差在 35%~46% 之间,相关系数仅有 0.91~0.95。LW 算法能够较好重建几种不同分布的图像,图像误差与相关系数均值为 8.8% 与 0.99。只添加预置矩阵的 LWP 算法在重建误差上相较于 LW 算法有显著提升,平均误差降至 5.8%。相较于这 3 种重建算法,添加加速项和预置矩阵的 LWAP 算法获得的重建图像质量进一步提升,几幅图像的相关系数近似为 1,重建误差降为 4.6%。尤其针对场景 1, LWAP 算法获得的重建图像误差仅为 0.24%、相关系数为 1,说明重建图像能够较为准确地重构该场景内的分布情况。

从表 4 可以发现, LW 算法的迭代次数在 1266~7945 之间,变化幅度较大,迭代耗时也在 3.75~28.98 s 之间。而 LWP 算法的迭代次数与耗时相较 LW 算法

有一定降低,平均迭代次数为 2760,平均迭代耗时为 47.6 s。对于场景 5,该算法的迭代次数和耗时均最高,达到了 4851 次和 73.9 s。与上述两种迭代算法相比, LWAP 算法的迭代次数进一步降低,迭代平均次数为 2421,平均耗时为 40.4 s。尤其对应场景 1, 仅需 840 次迭代,耗时仅为 20.4 s。应对场景 5,迭代次数也减少到 3794,耗时 56.7 s,相较于 LW 算法和 LWP 算法具有显著提升。

在运算过程中,由于增加预置矩阵以及加速项的计算,算法复杂度提高,即使迭代次数显著降低,运算耗时在特定情况下反而进一步延长。相较于 LW 算法, LWAP 算法在场景 5 中耗时 56.7 s,显著增加。但是 LWP 和 LWAP 算法的相对误差相对于 LW 算法更小,分别降为 23.3% 和 33.3%,相关系数也有一定提升。并且在 5 种场景中, LWAP 算法相对误差相对 LW 算法降低了 33.3%~93.3%,其中在场景 1 提升显著。对比迭代次数可以发现, LWAP 算法的迭代次数仅为 LW 算法的 22.7%~84.4%,平均迭代次数仅为传统 LW 算法的 47.7%,提升显著。结合图 5、表 1 和表 2 可以发现,迭代算法的相对误差下降速度随着迭代次数的增加而减缓,在相同相对误差下, LW、LWP 和 LWAP 这 3 种算法中 LWAP 算法的迭代次数最少、耗时也最少。可以发现所提 LWAP 算法相对传统 LW 算法和 LWP 算法在重建图像中更有效。

4 结 论

为了优化与改进 LW 迭代图像重建算法、加快收敛速度、提高重建图像质量与精度,添加预置矩阵和加速项对 LW 算法进行改进与优化,提出一种添加加速项和预置矩阵的 LWAP 重建算法。同时,使用 Matlab 软件运行仿真,验证该方法的有效性和优越性。

研究不同图像重建算法在图像重建结果和过程中各种参数、图像,定性定量地对重建图像各种性能参数进行比对。在优化过程中,设定感光元件与发光元件数量均为 25,光发散角为 1.6 rad。在多个场景下的数据、图形等对比下,所提改进算法在成像速度、精度、相关误差等方面均优于其他算法。相对于 LW 算法,所提算法在相同误差下迭代速度更快、成像精度更高。对于几种特定场景,迭代次数减少为 LW 算法的 54%、重建误差减少为 LW 算法的 52%。

参 考 文 献

- [1] 阎春生, 曾楠, 赖淑蓉, 廖延彪. 光学层析成像技术的研究动态[J]. 激光杂志, 2001, 22(5): 5-7.
Yan C S, Zeng N, Lai S R, et al. Review on optical tomography technology[J]. Laser Journal, 2001, 22(5): 5-7.
- [2] 蔡晋辉, 陈稷, 张同军, 等. 光学过程层析成像技术及其原型系统[J]. 江南大学学报, 2006(6): 640-644.
Cai J H, Chen J, Zhang T J, et al. Optical process tomography technology and the prototype system [J]. Journal of Southern Yangtze University, 2006(6): 640-644.
- [3] Liu Z, Yang G Y, He N, et al. Landweber iterative algorithm based on regularization in electromagnetic tomography for multiphase flow measurement[J]. Flow Measurement and Instrumentation, 2012, 27: 53-58.
- [4] Jang J D, Lee S H, Kim K Y, et al. Modified iterative Landweber method in electrical capacitance tomography [J]. Measurement Science and Technology, 2006, 17(7): 1909-1917.
- [5] 李扬, 汪仁煌, 郑莹娜, 邹旭华. 基于 ART 的光学过程层析成像扇束图像重建[J]. 仪器仪表学报, 2004, 25(5): 665-668.
Li Y, Wang R H, Zheng Y N, et al. Fan beam image reconstruction of optical process tomography based on algebra reconstruction technique[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2004, 25(5): 665-668.
- [6] 罗婷, 赵云松. 双能谱 CT 迭代重建的一种加速收敛算法[J]. 光学学报, 2020, 40(14): 1411001.
Luo T, Zhao Y S. An acceleration algorithm for dual-spectral computed tomography reconstruction[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(14): 1411001.
- [7] 买童童, 魏丽亚, 姚晓天, 等. 基于光学相干层析技术的昆虫胚胎影像处理方法[J]. 中国激光, 2021, 48(9): 0907002.
Mai T T, Wei L Y, Yao X T, et al. Image processing method of an insect embryo based on optical coherence tomography[J]. Chinese Journal of Lasers, 2021, 48(9): 0907002.
- [8] 李娇, 苗士超, 宋少泽, 等. 面向大晶面超声换能器的虚拟平行投影光声模型重建方法[J]. 中国激光, 2021, 48(16): 1607001.
Li J, Miao S C, Song S Z, et al. Reconstruction algorithm based on a virtual parallel-projection model for photoacoustic tomography using an ultrasonic transducer with a large active surface[J]. Chinese Journal of Lasers, 2021, 48(16): 1607001.
- [9] 孙雪莹, 王剑南, 李伟, 等. 基于光学传输矩阵实现透过散射介质的动态目标成像[J]. 中国激光, 2018, 45(12): 1205001.
Sun X Y, Wang J N, Li W, et al. Dynamic target imaging through scattering media based on optical transmission matrix[J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45(12): 1205001.
- [10] 陈宇, 陈德运. 基于改进 Runge-Kutta 型 Landweber 的电容层析成像图像重建算法[J]. 电机与控制学报, 2014, 18(7): 107-112.
Chen Y, Chen D Y. Improved Runge-Kutta type Landweber image reconstruction algorithm for electrical capacitance tomography system[J]. Electric Machines and Control, 2014, 18(7): 107-112.
- [11] 刘向龙, 刘泽, 朱盛. 电磁层析成像图像重建中的修正 Landweber 迭代算法[J]. 中国电机工程学报, 2019, 39(13): 3971-3979.
Liu X L, Liu Z, Zhu S. The modified Landweber iteration algorithm in the reconstruction of electromagnetic tomography image reconstruction[J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39(13): 3971-3979.
- [12] 董向元, 陈琪, 李惊涛, 等. 基于快速投影 LANDWEBER 法的电容层析成像图像重建算法研究[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(14): 89-92.
Dong X Y, Chen Q, Li J T, et al. A fast projected-Landweber method for image reconstruction for ECT[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(14): 89-92.
- [13] Yang W Q, Spink D M, York T A, et al. An image-reconstruction algorithm based on Landweber's iteration method for electrical-capacitance tomography[J]. Measurement Science and Technology, 1999, 10(11): 1065-1069.
- [14] Piana M, Bertero M. Projected Landweber method and preconditioning[J]. Inverse Problems, 1997, 13(2): 441-463.
- [15] Yan H, Wang Y F, Zhou Y G, et al. 3D ECT reconstruction by an improved Landweber iteration algorithm [J]. Flow Measurement and Instrumentation, 2014, 37: 92-98.