

基于折反耦合的超短焦投影成像系统的设计

程颖^{1*}, 刘康¹, 徐航宇²

¹天津科技大学机械工程学院天津市轻工与食品工程机械装备集成设计与在线监控重点实验室, 天津 300222;

²沂普光电(天津)有限公司, 天津 300385

摘要 针对折反式超短焦投影成像光学系统由于结构复杂、投射比小、视场角大造成优化像差时收敛速度慢的问题,提出一种基于折反耦合点的超短焦投影成像光学系统的设计方法。通过对光学系统中折射透镜组与凹面反射镜之间各视场及孔径处光线耦合点位置的计算,将理想耦合点与实际耦合点的偏差作为评价函数来优化像差,同时采用正向设计和反向设计相结合的方式,有效提高光学系统优化效率。利用此方法设计了一个超短焦投影镜头,可在 486 mm 处投射 100 inch (2540 mm) 尺寸画面,TV 畸变小于 0.2%,各视场调制传递函数(MTF)在截止频率为 117 lp/mm 处均达 0.5 以上。

关键词 光学设计; 耦合点; 耦合偏差; 折反式; 超短焦光学镜头

中图分类号 O435.1

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP222264

Design of Ultrashort-Throw Projection Imaging System Based on Catadioptric Coupling

Cheng Ying^{1*}, Liu Kang¹, Xu Hangyu²

¹Tianjin Key Laboratory of Integrated Design and On-line Monitoring for Light Industry & Food Machinery and Equipment, College of Mechanical Engineering, Tianjin University of Science & Technology, Tianjin 300222, China;

²Yipu Optoelectronics (Tianjin) Co., Ltd., Tianjin 300385, China

Abstract The complex structure, small projection ratio, and large field-of-view of the catadioptric ultrashort-throw optical projection imaging system are result in slow convergence speed of optimized aberration. Hence, we proposed a design for an ultrashort-throw optical projection imaging system based on catadioptric coupling point herein. The deviation between the ideal and observed coupling points determined by calculating the position of the light coupling point at an aperture as well as the each field-of-view between the refracting lens set and the concave mirror in the proposed optical system is used as an evaluation function to optimize the aberration. Moreover, the forward and reverse designs are combined to effectively increase the optimization efficiency of the proposed optical system. Using this technique, we designed an ultrashort-throw projection lens that can project a 100 inch (2540 mm) size picture at 486 mm, with TV distortion of less 0.2% and modulation transfer function (MTF) of each field-of-view of more 0.5 at 117-lp/mm cutoff frequency.

Key words optical design; coupling point; coupling deviation; catadioptric; ultrashort-throw projection lens

1 引言

超短焦投影光学镜头是超短焦投影机最重要的部件之一,对整个投影系统的清晰度和光学性能有很大的影响^[1]。目前,超短焦投影光学镜头主要有全透镜的折射式、全反射镜的反射式、折射透镜组与一个反射镜结合的折反式这 3 种类型^[2]。折射式最早被提出,但

是随着视场角的增大,各种轴外像差、色差、畸变等难以校正,给光学设计带来很大困难^[3]。反射式没有色差,系统的清晰度较好^[4],但是采用离轴式设计,结构庞大,加工和装调的精度要求高^[5-9]。折反式既能实现较短距离投影^[10],又有较高的成像质量,是目前超短焦投影光学系统较为主流的结构。但是折反式超短焦投影光学系统的结构较为复杂,尤其是反射镜的面型一

收稿日期: 2022-08-12; 修回日期: 2022-10-05; 录用日期: 2022-11-02; 网络首发日期: 2022-11-04

基金项目: 国家青年科学基金(61705166)、天津市企业科技特派员项目(20YDTPJC00140)、天津市教委科研计划(2017KJ019)

通信作者: *ycheng@tust.edu.cn

般采用非球面或自由曲面,优化参数较多,整体光学系统设计过程中畸变的控制和像差的校正也是难点^[11-12],因此寻找一种适用于折反式超短焦投影光学系统的设计方法是急需解决的问题。

目前已经有几种方法设计折反式超短焦投影光学系统。例如可采用渐进优化策略^[12],首先构建低物方空间数值孔径(NA)的初始结构,之后逐步增加系统的物方空间NA,并增加系统变量,对复杂表面进行优化。这种方法在优化的过程中畸变始终较低,但是每增加物方空间NA,都要对整个光学系统进行优化,过程比较繁琐,而且还引用了过于复杂的透镜。场曲校正法^[13-14]对凸面反射镜成像进行研究,在反射镜后方形成弯曲的虚像以校正场曲,使最终的成像面为平面。像差校正法^[15]研究了凹面反射镜前后的物像解析关系,基于此关系,在折射部分与反射镜中间形成弯曲的实像,反射镜控制畸变,折射部分控制中间像,使用此方法后折反射成像系统的像差校正成为了一个简单的折射透镜优化问题。不管是场曲校正法的虚像还是像差校正法的实像,都采用以中间像代替最终像作为优化对象的方法,由于像差的存在,中间像并不能简单地用一个点来表示,而是用不同孔径在不同位置形成的中间像。

考虑到要对各孔径处像差进行优化,本文对反射镜和折射透镜组之间各视场及孔径处的理想耦合点位置进行了计算,将耦合点的位置代替像差作为各孔径处的优化对象,提高了优化过程的针对性,并采用正向设计提升了像差的收敛速度,采用反向设计提升了系统的整体成像质量。

2 设计方法

图 1 为折反式超短焦投影光学系统示意图,整个光学成像系统由显示芯片、棱镜、折射透镜组和非球面反射镜组成。其中所有视场任意孔径光线在折射透镜组与非球面反射镜之间都会形成耦合点,利用实

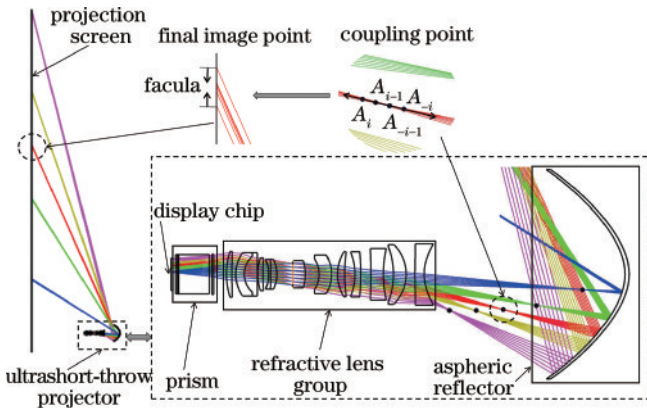


图 1 折反式超短焦投影光学系统示意图

Fig. 1 Schematic of catadioptric ultrashort-throw projection optical system

际光线的追迹结果计算理想耦合点的位置,并对实际耦合点与理想耦合点的耦合偏差进行控制,使之趋近于零,以此来减小像差,降低光斑的大小,优化光学系统。

2.1 耦合点的计算

图 2 为一视场的耦合点误差计算原理图,其中 P_i 为非球面反射镜的点, M_i 为接收屏幕上的最终成像点, Q_i 为折射部分与耦合点中间一平面上的点, $\overline{Q_0P_0}$ 为主光线, $\overline{B_iP_i}$ 为理想状态下的非主光线, $\overline{Q_iA_i}$ 为实际的非主光线, B_i 为理想耦合点, A_i 为实际耦合点。 Q_i, P_i, M_i 坐标由光线追迹获得,得到中心光线 $\overline{Q_0P_0}$ 的单位向量 r_0 、实际非中心光线 $\overline{Q_iP_i}$ 的单位向量 u_i 、理想非中心光线 $\overline{P_iM_i}$ 的单位向量 s_i 的表达式为

$$a_{12} = \left(\frac{y_2 - y_1}{\sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}, \frac{z_2 - z_1}{\sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}} \right) \quad (1)$$

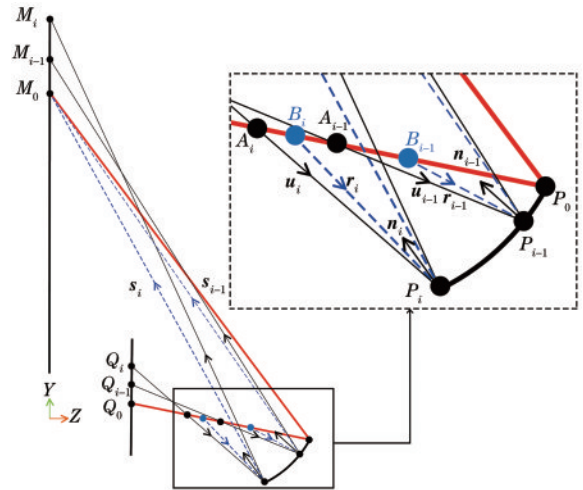


图 2 耦合点误差计算原理图

Fig. 2 Schematic of coupling point error calculation

非球面反射镜的表达式为

$$f(y, z) = 0. \quad (2)$$

光线追迹得到 P_i 坐标,非球面反射镜 P_i 处的法向单位向量 n_i 为

$$n_i = \left(\frac{\frac{\partial f}{\partial y_{P_i}}}{\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial y_{P_i}}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z_{P_i}}\right)^2}}, \frac{\frac{\partial f}{\partial z_{P_i}}}{\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial y_{P_i}}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z_{P_i}}\right)^2}} \right) \quad (3)$$

根据反射定律,理想入射单位向量 r_i 的公式为

$$s_i = r_i - 2(r_i \cdot n_i)n_i \quad (4)$$

利用 Q_0, P_i, r_0, r_i , 可求出理想耦合点 B_i :

$$\begin{cases} \overrightarrow{Q_0 B_i} \times \mathbf{r}_0 = 0 \\ \overrightarrow{B_i P_i} \times \mathbf{r}_i = 0 \end{cases} \quad (5)$$

利用 $Q_0, P_i, \mathbf{r}_0, \mathbf{u}_i$, 可求出实际耦合点 A_i :

$$\begin{cases} \overrightarrow{Q_0 A_i} \times \mathbf{r}_0 = 0 \\ \overrightarrow{A_i P_i} \times \mathbf{u}_i = 0 \end{cases} \quad (6)$$

实际耦合点 A_i 与理想耦合点 B_i 存在着位置偏差 ΔL_i :

$$\Delta L_i = |\overrightarrow{B_i A_i}| = \sqrt{(\Delta y_i)^2 + (\Delta z_i)^2}, \quad (7)$$

优化折射部分, 使耦合偏差 ΔL_i 趋近于零, 最终 M_i 点靠近 M_0 , 减小像差。

2.2 优化过程

2.2.1 初始结构的构建

图 3 为构建初始结构的流程图, 采用投影屏幕为物的反向设计方式构建初始结构时, 光线通常无法到达光瞳, 会导致光线追迹出错^[13], 为了避免这种错误, 采用以显示芯片为物的正向设计方式构建初始结构。首先构建有效视场 F_0 至半视场 F_1 的初始结构并优化

像差, 设置 4 个视场最佳, 折反式超短焦投影光学系统只使用了除去中心的一部分视场, 这部分视场即为有效视场; 之后逐步增大视场 ΔF , 总视场增加至 F_2 , ΔF 的大小根据构建的半视场初始结构确定, 增加 5 个视场最佳; 然后优化折射透镜的干涉, 再控制 F_2 视场的畸变, 获得反射镜参数; 最后优化 F_2 视场的像差。

对于 F_2 视场, 采用控制双边缘光线耦合偏差的方式来约束最大像差。首先使用光线追迹获取 F_2 视场中心光线上 Q_0, P_0, M_0 的坐标, 上边缘光线上 Q_{+i} 和 P_{+i} 的坐标, 下边缘光线上 Q_{-i} 和 P_{-i} 的坐标; 根据坐标求得中心光线入射向量 \mathbf{r}_0 、上下边缘光线入射向量 \mathbf{u}_{+i} 和 \mathbf{u}_{-i} 、理想上下边缘光线的出射向量 \mathbf{s}_{+i} 和 \mathbf{s}_{-i} ; 再根据非球面反射镜, 求得上下边缘光线在非球面处的法向量 \mathbf{n}_{+i} 和 \mathbf{n}_{-i} ; 根据反射定律求得理想入射向量 \mathbf{r}_{+i} 和 \mathbf{r}_{-i} , 联立方程求得理想耦合点 B_{+i} 和 B_{-i} , 进而求得上下边缘光线耦合偏差 ΔL_{+i} 和 ΔL_{-i} ; 之后优化折射部分, 使 ΔL_{+i} 和 ΔL_{-i} 趋近于零来减小像差。按照以上方式循环增加视场 ΔF , 直至视场 F_j 满足最大视场要求。

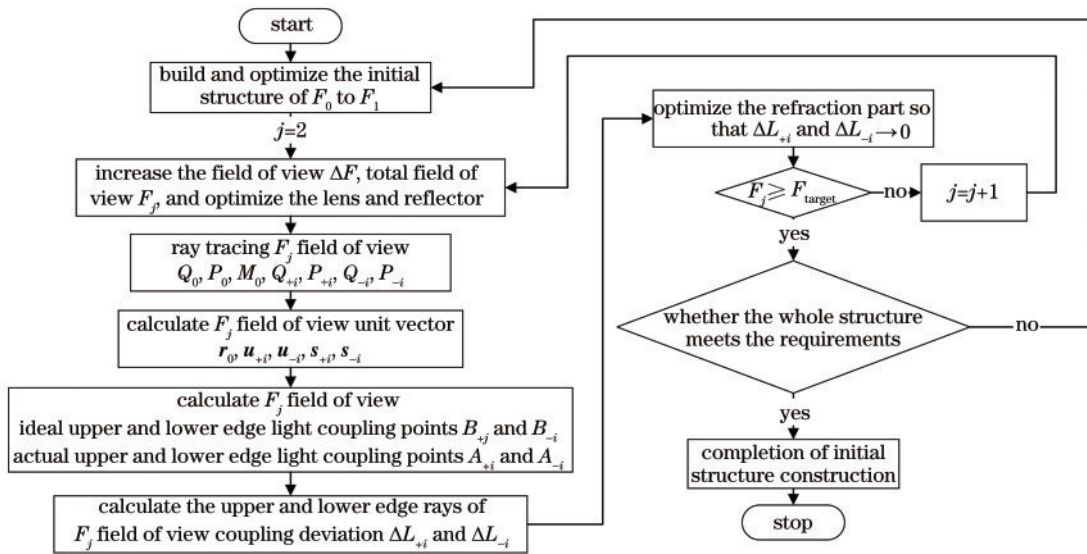


图 3 构建初始结构的流程

Fig. 3 Process of building the initial structure

2.2.2 整体光学系统的优化

初始结构构造完成后, 采用控制多孔径光线耦合偏差趋近于零的方式对不同孔径位置的像差进行优化。初始结构的优化方式只能实现整体像差的减小, 无法达到既定要求, 所以需要控制各视场较大像差孔径处的耦合偏差也趋近于零, 进一步优化光学系统。

到目前为止, 光学系统都采用正向设计的模型, 后续的优化采用反向设计的方式, 即将整个系统反转, 物面和像面互换。正向优化过程中色差作为主导时, 同一孔径处的理想耦合点位于不同波长实际耦合点之间, 正向模型像差受系统结构影响波动又较大, 导致优化不同波长的耦合偏差都趋近于零十分困难; 而反向设计有着

像差随系统变化波动小的优势, 所以当系统反转后更容易实现对各视场较大像差点对点的精细优化。

3 设计实例

利用所述的方法, 在 ZEMAX 软件上设计了一个基于非球面反射镜的折反式超短焦投影光学系统, 系统主要的技术参数如表 1 所示, 显示芯片的型号为 SXRD241A, 像元尺寸为 $4.25 \mu\text{m}$, 系统反转后, 可计算出屏幕像元尺寸为 $1150 \mu\text{m}$ 。

3.1 构建初始结构

首先构建投影光学系统的初始结构, 物高为 $0.921 \sim 6.88 \text{ mm}$, 根据 F 数和视场选择半视场初始结

表 1 超短焦投影光学系统的技术参数

Table 1 Technical parameters of ultrashort-throw projection optical system

Parameter	Value
Display chip size	0.37 inch, 1920×1080
Screen size	100 inch (2540 mm)
F-number	2.6
Projection ratio	0.22
Image offset	140%
Telecentric degree	<1°
TV distortion	horizontal<0.5%; vertical<0.4%
MTF	>0.5@117 lp/mm

构并进行优化,最终半视场为 0.921~4.128 mm。之后增加视场至 4.5 mm,优化面型和畸变,再对双边缘光线耦合偏差进行控制。控制耦合偏差时首先通过光线追迹获得边缘光线参数,并将这些参数导入 MATLAB 软件对理想耦合点进行计算,之后在 ZEMAX 软件中利用宏程序计算实际耦合点位置,最后利用 ZPLM 操作数调用该宏程序并结合 MATLAB 算出的数据对目标耦合点进行优化。图 4 为控制耦合偏差前后各视场耦合偏差变化图,图 5 为控制耦合偏差前后各视场光斑半径变化图,可以看出最大视场处耦合偏差大幅降低,该视场的光斑也随之减小,但是较小视场处的耦合偏差和光斑却在增大,因此在增大优化视场的过程中需要考虑已优化视场和新加视场的均衡。

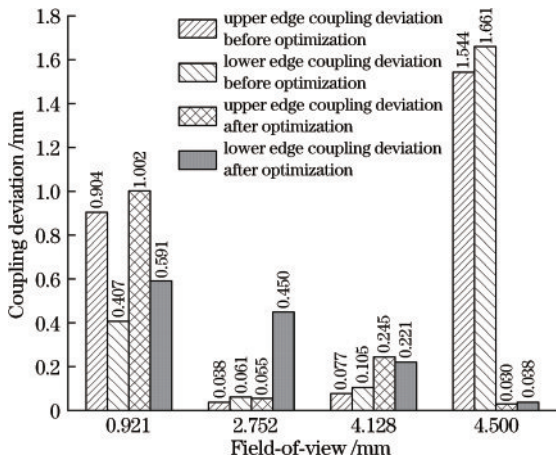


图 4 控制耦合偏差前后各视场耦合偏差变化

Fig. 4 Variation of coupling deviation of each field-of-view before and after controlling coupling deviation

之后视场逐次增大 $\Delta F = 0.5$ mm,在均衡其他视场像差的前提下控制最大视场的耦合偏差,直到最大视场达 6.88 mm。最终构建的初始结构光斑大小如图 6 所示,相对畸变如图 7 所示,整体光斑半径已优化至屏幕像素尺寸一半的 2~3 倍以内,所有视场的相对畸变均在 0.1% 以内,得到了一个较好的初始结构。

3.2 优化整体光学系统

图 8 为整体优化的流程图,在优化过程中,从低视场到高视场都会产生不同程度的高阶像差,像差曲线

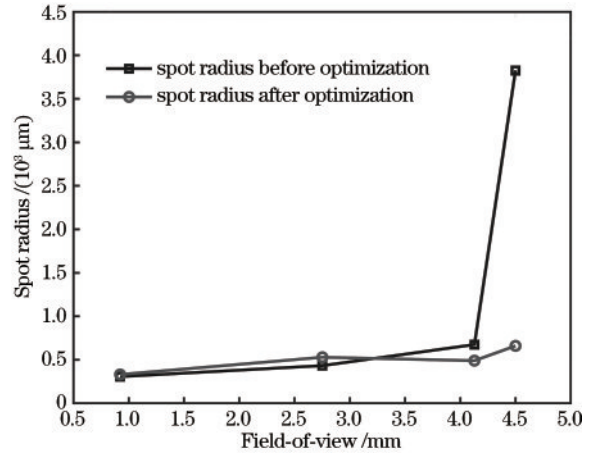


图 5 控制耦合偏差前后各视场光斑半径变化

Fig. 5 Variation of spot radius of each field-of-view before and after controlling coupling deviation

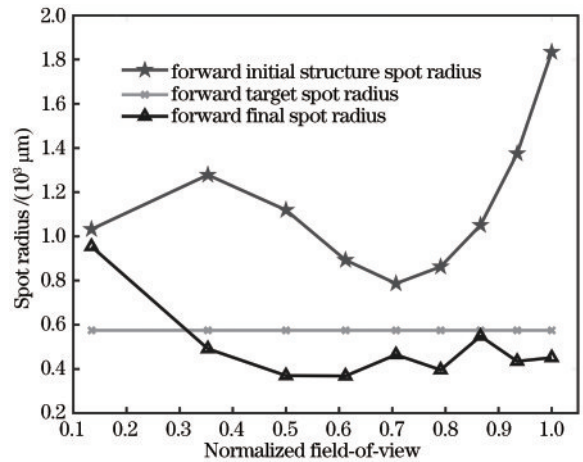


图 6 初始结构及正向最终光学系统的光斑半径

Fig. 6 Spot radius of the initial structure and the forward final optical system

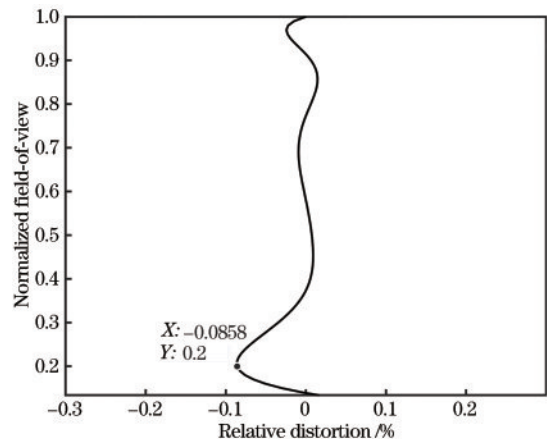


图 7 初始结构的相对畸变

Fig. 7 Relative distortion of the initial structure

出现非线性波动^[16]。此时根据像差图,控制较大像差孔径处的耦合偏差趋近于零,降低系统的整体像差,并添加双胶合及非球面对色差和其他像差进行优化,鉴

于高视场处像差难以矫正,在优化时减小了低视场的权重,使系统更倾向于优化高视场。图 9(a)为初始结构各视场各孔径耦合偏差,图 9(b)为正向最终系统各视场各孔径耦合偏差,除了较低视场的边缘光线,其他

视场各孔径处的耦合偏差都有大幅度降低。与之对应,如图 6 最终光学系统光斑半径曲线所示,正向系统最终的光斑半径除了 0.134 视场仍为目标值的 2 倍左右,其他视场均降到目标值的 95% 以下。

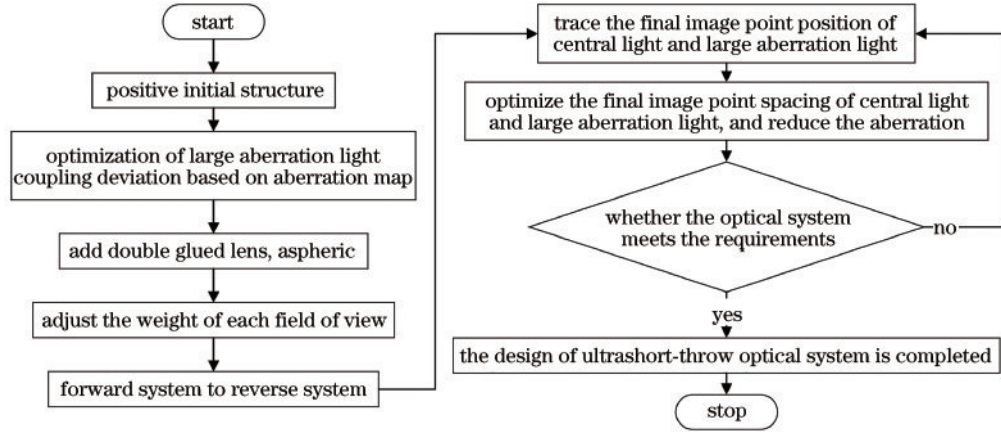


图 8 整体优化流程

Fig. 8 Flow chart of overall optimization

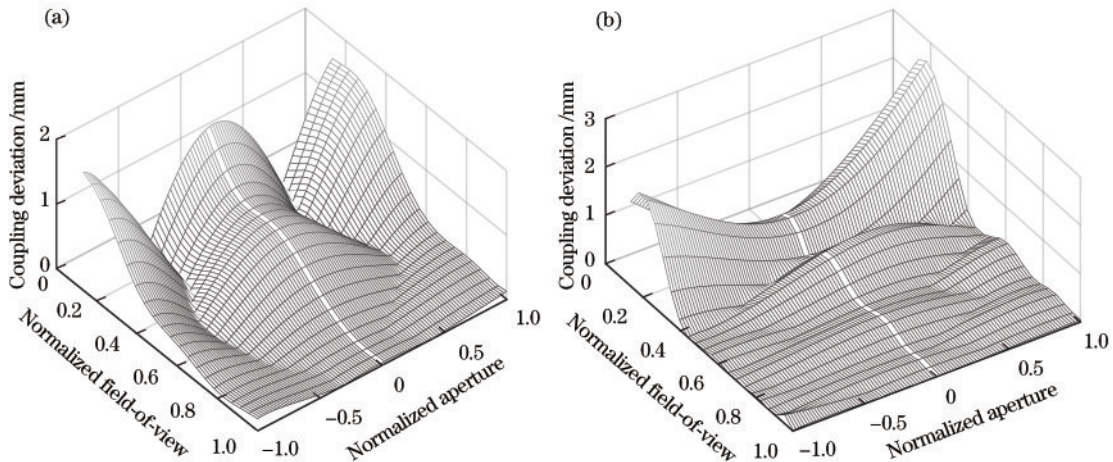


图 9 耦合偏差对比。(a)初始结构耦合偏差;(b)正向最终耦合偏差

Fig. 9 Comparison of coupling deviation. (a) Initial structural coupling deviation; (b) positive final coupling deviation

之后将整个正向光学系统转成反向,观察像差图,对较大像差孔径处进行光线追迹,控制追迹点的位置,使之逐步靠近理想像点,减小像差,完成超短焦光学系统的优化。

通过以上方式,最终在非球面反射镜距离投影屏幕 486 mm 处投射出 100 inch 尺寸画面,光学系统如图 10 所示,表 2 为光学系统结构参数,表 3 为反射镜非球面参数,表 4 为偶次非球面系数。光斑半径如图 11 所示,所有视场光斑半径均小于显示芯片的像元尺寸的一半。相对畸变如图 12(a)所示,有效视场内均小于 0.7%。畸变网格如图 12(b)所示,TV 畸变衡量投影图像的扭曲程度,横向 TV 畸变为 0.196%,纵向 TV 畸变为 -0.047%。光学系统截止频率的公式为

$$f = \frac{1}{2p}, \quad (8)$$

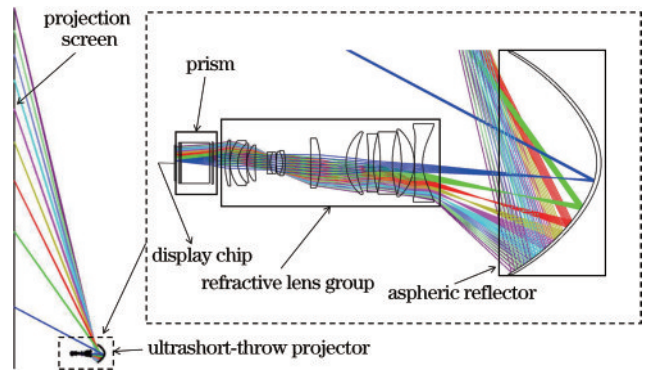


图 10 最终光学系统的结构

Fig. 10 Final optical system structure

式中: p 为像元尺寸。依据式(8),可得出光学系统截止频率 $f = 117 \text{ lp/mm}$ 。调制传递函数(MTF)如图 13 所示,在截止频率处所有视场均高于 0.5,满足要求,

表 2 光学系统结构参数

Table 2 Structural parameters of optical system

Surface	Type	Radius /mm	Thickness /mm	Material	Surface	Type	Radius /mm	Thickness /mm	Material
S0	Standard	Infinity	486.860	—	S14	Standard	-20.269	-1.100	H-LAK54
S1	Odd asphere	-145.132	-74.652	MIRROR	S15	Standard	-9.066	-2.671	D-LAK5
S2	Even asphere	17.724	-3.500	F52R	S16	Standard	33.592	-0.116	—
S3	Even asphere	66.033	-0.117	—	STOP	Standard	Infinity	-0.116	—
S4	Standard	-19.409	-5.487	H-ZF52	S18	Standard	-112.211	-2.402	H-FK71
S5	Standard	-51.029	-3.896	—	S19	Standard	11.524	-1.100	TAFD55
S6	Standard	46.507	-5.139	FDS1	S20	Standard	-29.148	-5.441	—
S7	Standard	-72.032	-2.939	—	S21	Even asphere	160.592	-3.468	D-K9
S8	Standard	42.570	-2.155	D-LAF50	S22	Even asphere	11.473	-0.144	—
S9	Standard	-125.874	-5.329	—	S23	Standard	40.344	-3.822	H-FK61
S10	Standard	29.217	-4.294	F3	S24	Standard	11.392	-3.334	TAFD55
S11	Standard	17.373	-11.000	—	S25	Standard	15.662	-0.145	—
S12	Standard	-32.682	-4.099	ZF13	S26	Standard	110.797	-1.997	H-ZF88
S13	Standard	-445.750	-10.938	—	S27	Standard	34.345	-5.000	—

表 3 反射镜非球面系数

Table 3 Aspheric coefficient of reflector

Order	Conic	2th order term	3th order term	4th order term
Aspheric coefficient	5.986	-0.015	-2.171×10^{-4}	2.482×10^{-5}
Order	5th order term	6th order term	7th order term	8th order term
Aspheric coefficient	-8.655×10^{-7}	1.536×10^{-8}	-1.377×10^{-10}	4.469×10^{-13}

表 4 偶次非球面系数

Table 4 Coefficient of even aspheric surface

Order	S2	S3	S21	S22
Conic	0.034	9.727	0	0
4th order term	-1.584×10^{-4}	-1.239×10^{-4}	7.708×10^{-5}	-2.909×10^{-5}
6th order term	1.896×10^{-6}	1.869×10^{-6}	7.018×10^{-7}	3.206×10^{-7}
8th order term	-1.942×10^{-8}	-2.136×10^{-8}	-2.645×10^{-8}	-2.236×10^{-9}
10th order term	1.208×10^{-10}	1.565×10^{-10}	1.222×10^{-10}	-1.283×10^{-10}
12th order term	-4.768×10^{-13}	-7.472×10^{-13}	0	0
14th order term	1.077×10^{-15}	2.074×10^{-15}	0	0
16th order term	-1.077×10^{-18}	-2.545×10^{-18}	0	0

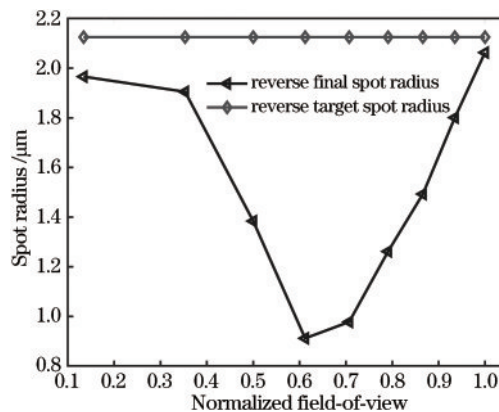


图 11 反向最终光学系统的光斑半径

Fig. 11 Spot radius of reverse final optical system

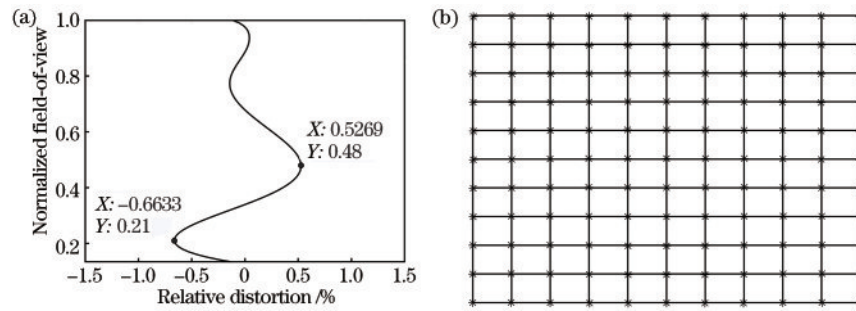


图 12 反向最终光学系统的畸变。(a)相对畸变;(b)网格畸变

Fig. 12 Distortion of the reverse final optical system. (a) Relative distortion; (b) grid distortion

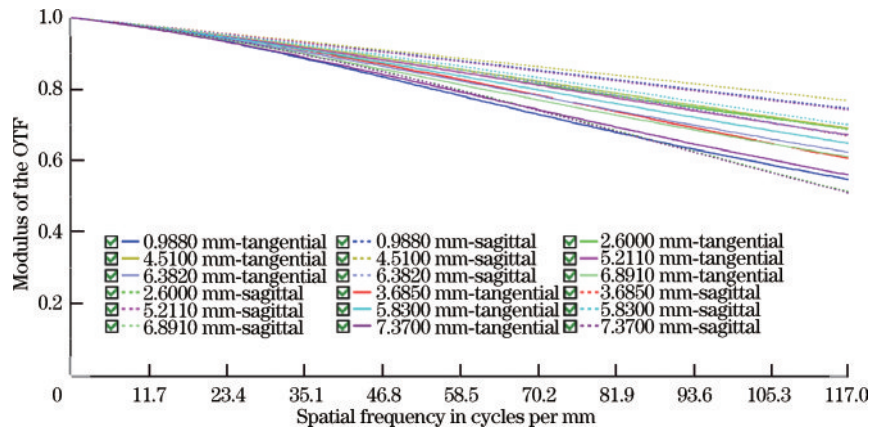


图 13 反向最终光学系统的 MTF 曲线

Fig. 13 MTF curve of the reverse final optical system

证明了所提方法的可行性。

4 结 论

提出了一种基于折反耦合点的超短焦投影成像光学系统的设计方法,利用此方法完成了超短焦光学系统的设计。MTF 在截止频率处达 0.5 的前提下,最终系统横向和纵向 TV 畸变均保持在 0.2% 以下,图像的变形小,光学系统整体的成像质量较好。运用此方法,像差优化的针对性较强,收敛速度较快,考虑到光学系统要能够生产,设计时还需要加入系统的可加工性作为指导。

参 考 文 献

- [1] Zheng Z R, Sun X T, Liu X, et al. Design of reflective projection lens with Zernike polynomials surfaces[J]. Displays, 2008, 29(4): 412-417.
- [2] 陈旭, 冯玉涛, 刘伟奇, 等. 大屏背投激光显示广角镜头的设计[J]. 光学精密工程, 2011, 19(5): 945-950.
Chen X, Feng Y T, Liu W Q, et al. Design of large dimension and rear projecting lens in laser display system [J]. Optics and Precision Engineering, 2011, 19(5): 945-950.
- [3] 杨建明, 刘伟奇, 孟祥翔, 等. 同轴超短焦距折反式投影系统设计[J]. 液晶与显示, 2015, 30(5): 864-871.
Yang J M, Liu W Q, Meng X X, et al. Design of coaxial short focal length catadioptric projection system[J]. Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays, 2015, 30(5): 864-871.
- [4] 曲正, 钟兴, 张坤, 等. 基于联合像差求解的紧凑型大视场光学设计[J]. 光学学报, 2022, 42(21): 2122001.
Qu Z, Zhong X, Zhang K, et al. Compact large field-of-view optical design based on joint aberration solving[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(21): 2122001.
- [5] 吕伟振, 刘伟奇, 魏忠伦, 等. 大屏幕投影显示光学系统的超薄化设计[J]. 光学精密工程, 2014, 22(8): 2020-2025.
Lü W Z, Liu W Q, Wei Z L, et al. Design of ultra-thin optical systems in large screen projection display[J]. Optics and Precision Engineering, 2014, 22(8): 2020-2025.
- [6] 谢欣茹, 杨波, 潘帅, 等. 折反式超短焦变焦投影镜头的设计[J]. 光学技术, 2020, 46(1): 20-26.
Xie X R, Yang B, Pan S, et al. Design of catadioptric ultra-short focal length zoom projection lens[J]. Optical Technique, 2020, 46(1): 20-26.
- [7] 钟兴, 马驰, 李艳杰, 等. 大视场离轴三反光学系统场曲特性与装调方法[J]. 光学学报, 2021, 41(9): 0922001.
Zhong X, Ma C, Li Y J, et al. Field curvature characteristics and alignment method for the off-axis three-mirror optical system with wide field-of-view[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(9): 0922001.
- [8] 李润芝, 杨波, 张婧京, 等. 采用折反式成像的超短焦距投影物镜设计[J]. 光学技术, 2018, 44(3): 305-309.
Li R Z, Yang B, Zhang J J, et al. Design of ultra-short

- focal length catadioptric projection lens[J]. *Optical Technique*, 2018, 44(3): 305-309.
- [9] 卞殷旭, 王恒, 郭添翼, 等. 超短投影距的投影物镜设计[J]. *光学学报*, 2015, 35(12): 1222002.
- Bian Y X, Wang H, Guo T Y, et al. Design of ultra-short throw ratio projection lens[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(12): 1222002.
- [10] Matsumoto S, Amano R, Okuda M, et al. Ultra-short throw distance front projector with mirror-lens hybrid projection optical system[C]//2008 Digest of Technical Papers-International Conference on Consumer Electronics, January 9-13, 2008, Las Vegas, NV, USA. New York: IEEE Press, 2008.
- [11] 杨通, 段瓔哲, 程德文, 等. 自由曲面成像光学系统设计: 理论、发展与应用[J]. *光学学报*, 2021, 41(1): 0108001.
- Yang T, Duan Y Z, Cheng D W, et al. Freeform imaging optical system design: theories, development, and applications[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(1): 0108001.
- [12] Yang B, Lu K, Zhang W, et al. Design of a free-form lens system for short distance projection[J]. *Proceedings of SPIE*, 2011, 8123: 81230E.
- [13] Zhuang Z F, Chen Y T, Yu F H, et al. Field curvature correction method for ultrashort throw ratio projection optics design using an odd polynomial mirror surface[J]. *Applied Optics*, 2014, 53(22): E69-E76.
- [14] Zhuang Z F, Surman P, Sun X W, et al. Design of hybrid refractive/reflective projection optics for family theatre[J]. *SID Symposium Digest of Technical Papers*, 2015, 46(1): 511-513.
- [15] Liu Z J, Yu F H. Aberration correction method for the catadioptric imaging system design[J]. *Applied Optics*, 2016, 55(11): 2943-2950.
- [16] Nishikawa J, Nishiyama M. Ultrashort throw lenses with catadioptric relay suitable for flat and curved screens[J]. *Proceedings of SPIE*, 2020, 11482: 114820A.