

# 基于累积剩余信息能量的图像阈值分割法

刘菁\*, 田越, 范九伦

西安邮电大学通信与信息工程学院, 陕西 西安 710121

**摘要** Shannon 定义的信息熵是一种度量信息不确定性的方式, Onicescu 定义的信息能量是一种度量信息确定性的方式, 信息能量与 Shannon 熵呈现一种对偶关系。累积剩余熵是使用累积分布函数替换 Shannon 熵的概率分布函数来度量信息不确定性的方式, 基于此, 提出一种新的度量信息确定性的方式——累积剩余信息能量, 并将累积剩余信息能量应用于图像的阈值分割。为了克服累积剩余信息能量自身存在的计算复杂、效率低的缺点, 使用递归算法提升图像阈值分割的运行速度。与经典的极大熵阈值法等相关阈值分割法的对比实验结果表明, 所提方法对于自然图像与细胞血涂片图像分割均具有一定的优越性。

**关键词** 图像处理; 信息能量; 信息熵; 累积剩余信息能量; 阈值分割; 图像分割

中图分类号 TP391.4 文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP222085

## Image Threshold Segmentation Method Based on Cumulative Residual Information Energy

Liu Jing\*, Tian Yue, Fan Jiulun

*School of Communication and Information Engineering, Xi'an University of Post & Telecommunications, Xi'an 710121, Shaanxi, China*

**Abstract** Generally, Shannon defined information entropy is used to measure information uncertainty, whereas, Onicescu defined information energy is used to measure information certainty. However, information energy and Shannon entropy display a dual relationship. Furthermore, the cumulative residual entropy is employed to estimate the information uncertainty by replacing the probability distribution function of Shannon entropy with the cumulative distribution function. Based on this, a new method to measure information certainty—cumulative residual information energy—is proposed and applied to image threshold segmentation. To overcome the shortcomings of complex calculation and the low efficiency of accumulated residual information energy, a recursive algorithm is used here to increase the running speed of image threshold segmentation. Our experimental results show that the proposed method outperforms the classical maximum entropy threshold method and other related threshold segmentation methods used for natural images and cell blood smear images.

**Key words** image processing; information energy; information entropy; cumulative residual information energy; threshold segmentation; image segmentation

## 1 引言

随着计算机技术的飞速发展, 图像分割作为图像处理领域的重要分支, 其作用愈加重要。图像分割是指将图像划分成互不相交的、有意义的子区域, 在同一个区域的像素点具有一定的相关性, 不同区域的像素点存在一定的差异性, 即对图像中具有某种相同性质

的像素赋予相同标签的过程<sup>[1-2]</sup>。经过几十年的发展, 涌现出基于各种角度的图像分割方法, 如基于阈值<sup>[2-5]</sup>、边缘<sup>[6-8]</sup>、区域<sup>[9-11]</sup>、神经网络<sup>[12-14]</sup>等。其中, 阈值分割作为传统的分割方法之一, 以其简单和高效而闻名<sup>[2]</sup>。

自 1948 年 Shannon 提出信息论, Shannon 熵这种度量信息不确定性的方式在人类生活的各个领域被广

收稿日期: 2022-07-15; 修回日期: 2022-09-02; 录用日期: 2022-10-13; 网络首发日期: 2022-11-04

基金项目: 国家自然科学基金(62071378)

通信作者: \*liujing121777@163.com

泛使用。在图像分割领域,基于 Shannon 熵<sup>[15]</sup> 及其广义表述,如 Renyi 熵<sup>[16]</sup>、Tsallis 熵<sup>[17]</sup>、Masi 熵<sup>[18]</sup>、Kaniadakis 熵<sup>[19]</sup> 的图像阈值选取方法相继被提出,基于信息熵的阈值选取方式成为图像阈值分割的主流方法之一。Shannon 熵这种不确定性度量方式有许多重要的性质,比如非负性、当且仅当确定性事件时熵值为 0、随着独立成分增加而增加、随着条件成分增多而降低。然而,将 Shannon 熵的离散分布情况直接扩展到概率密度的连续分布时存在一些问题。例如:定义局限性、存在无意义负值、无法定义于条件概率<sup>[20]</sup>。Rao 等<sup>[20]</sup> 将 Shannon 熵这一概念扩展到具有连续分布的随机变量上,提出另一种不确定性度量方法——累积剩余熵(CRE)。累积剩余熵这种信息度量方法被应用于许多领域:在图像配准中,使用交叉累积剩余熵对插值方法进行改进,提高噪声图像配准率<sup>[21]</sup>;在应用数学中,基于累积剩余熵提出的有效工程随机载荷统计分布方法,可保证工程结构可靠度计算的准确性<sup>[22]</sup>;在应用投资风险中,为风险投资与决策提供理论支持<sup>[23-24]</sup>;及一些其他领域应用<sup>[25-27]</sup>。累积剩余熵的概念也被应用在图像分割领域中:文献<sup>[28]</sup> 提出基于累积剩余熵的图像分割法,并通过实验证明其具有一定的分割优势,尤其在医学图像上展现出较好的分割效果;文献<sup>[29]</sup> 将累积剩余熵应用于红外图像分割,相比经典的阈值分割方法更有优势。

在信息论中,相对于 Shannon 熵这一不确定性度量方式,Onicescu<sup>[30]</sup> 提出一种信息的确定性测量方式——信息能量,即 Gini-Simpson 指数。信息能量被广泛应用于数学、社会学、物理学等相关领域<sup>[31-33]</sup>。在图像分割方面,文献<sup>[34]</sup> 基于信息能量实现了对图像的有效分割,其阈值选取准则基于模糊中性集概念并结合 Onicescu 信息能量进行定义。文献<sup>[35]</sup> 引入线性概率分布的累积分布信息能量概念,依据此来确定圆形直方图的断点,并在线性直方图上的信息能量阈值法的基础上,实现圆形直方图的阈值选取。

受累积剩余熵概念的启发,本文基于 Onicescu 信息能量提出一种新的度量信息确定性的方式——累积剩余信息能量,并提出基于累积剩余信息能量的图像阈值分割法。实验结果表明,所提方法是有效的。

## 2 累积剩余熵

Shannon 熵作为一种经典的不确定性信息度量方法,在对离散分布的随机变量无序性数学化度量方面具有良好的效果。对于离散随机变量  $X=(X_1, X_2, \dots, X_n)$ , 其概率分布  $P=(p_1, p_2, \dots, p_n)$ , 并且概率分布之和满足  $\sum_{i=1}^n p_i=1$ , Shannon 熵定义为

$$H(P)=-\sum_{i=1}^n p_i \log p_i。 \quad (1)$$

然而对于连续分布的随机变量,Shannon 熵在定义上存在一些问题,如定义局限性、存在无意义负值、无法定义于条件概率<sup>[20]</sup>。针对这些问题,Rao 等<sup>[20]</sup> 将 Shannon 熵扩展至连续分布的随机变量,定义了一种新的度量信息不确定性的方式——累积剩余熵。

累积剩余熵的基本思想是利用累积分布函数克服概率密度函数存在的缺点。从实践的角度出发,现实中感兴趣并且可测量的通常是随机变量的分布函数而非密度函数,并且人们往往更倾向于关注事件大于某阈值的概率而非等于某概率。因此,假设变量  $X$  是全域  $\mathbf{R}^n$  上的一个随机变量,  $X=(X_1, X_2, \dots, X_n)$ ,  $\lambda=(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ ,  $|X|>\lambda$  表示为  $|X_i|>\lambda_i, i=1, 2, \dots, n$ , 累积剩余熵的定义为

$$\epsilon(X)=-\int_{+\mathbf{R}^n} P(|X|>\lambda) \log P(|X|>\lambda) d\lambda。 \quad (2)$$

累积剩余熵是通过使用随机变量的累积分布来定义的,其与 Shannon 熵相比拥有以下显著优势<sup>[20]</sup>: 1) 累积剩余熵可分别定义在连续分布随机变量和离散分布随机变量上; 2) 累积剩余熵相比 Shannon 熵在数学特性方面更具有普适性; 3) 累积剩余熵计算容易且具有强收敛性。

## 3 累积剩余信息能量

信息论在图像分割领域被广泛使用,其中,基于熵的阈值分割法占据很大比重<sup>[15-19]</sup>。信息能量与 Shannon 熵在对事物状态的描述上拥有相同的能力,甚至在某些方面比 Shannon 熵对系统的修改更敏感<sup>[32]</sup>。

### 3.1 累积信息能量

相对于 Shannon<sup>[15]</sup> 在 1948 年提出的 Shannon 熵概念,Onicescu<sup>[30]</sup> 在 1966 年提出了信息能量。不同于 Shannon 熵对事物状态不可预测性的度量,信息能量是对事物确定性程度的度量。当变量完全确定的情况下,信息能量达到最大值,且值为 1。信息能量的定义为

$$E(P)=\sum_{i=1}^n p_i^2, \quad (3)$$

式中:  $P=(p_1, p_2, \dots, p_n)$  为离散随机变量  $X=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  上的概率分布,其概率之和满足  $\sum_{i=1}^n p_i=1, p_i \geq 0$ 。

对于任意实数  $x$ , 离散随机变量  $X$  的累积分布函数定义如下:

$$F_X(x)=P(X \leq x)=\sum_{i \leq x} p_i。 \quad (4)$$

即对离散变量而言,累积分布函数表示所有小于等于  $x$  的值出现概率的和。累积分布函数在刻画数学特性时具有很多优势,例如累积分布函数更加平滑、对于图像来说噪声更少、经过归一化处理函数呈现单调

递增趋势并且趋近于 1。由于某些数据分布不确定,其没有明确的概率分布,因此累积分布可以刻画其分布趋势。例如,某正态分布的概率分布函数如图 1 所示,其累积分布函数如图 2 所示,对比可知,累积分布存在其独特的数学性质。考虑到信息能量与 Shannon 熵的对偶特性,文献[35]引入累积信息能量的概念定量描述随机变量累积分布的变化趋势。对于离散随机变量  $X$ ,其累积分布信息能量定义为

$$E(X) = \sum_{i=1}^n F_X^2(x_i) \quad (5)$$

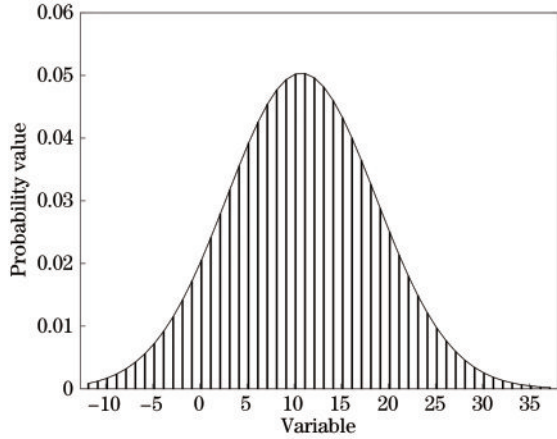


图 1 概率分布函数

Fig. 1 Probability distribution function

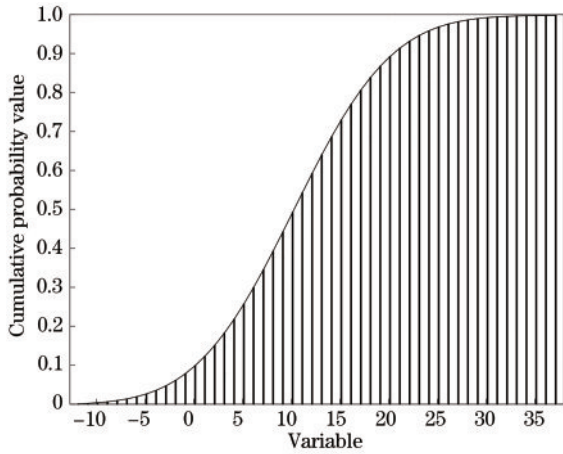


图 2 累积分布函数

Fig. 2 Cumulative distribution function

### 3.2 累积剩余信息能量

Rao 等<sup>[20]</sup>提出累积剩余熵,描述“剩余”这一概念在实践中的物理意义。图 1 所示的正态分布所对应的累积剩余分布如图 3 所示。与累积剩余熵相对应,给出一种新的度量信息确定性的方式——累积剩余信息能量。对于任意随机变量  $\{X|X \in \mathbf{R}^n\}$ ,其累积分布函数为  $F_X(x)$ ,由此定义具有连续分布的随机变量的累积剩余信息能量为

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} [1 - F_X(x)]^2 dx, \quad (6)$$

定义具有离散分布的随机变量的累积剩余信息能量为

$$E(X) = \sum_{i=1}^n [1 - F_X(x_i)]^2 \quad (7)$$

与累积剩余熵的数学性质相对应,式(6)和(7)具有如下性质:1)累积剩余能量函数具有非负性;2)累积剩余能量函数在连续与离散随机变量上有相同的定义形式;3)累积剩余能量函数是单调递增的;4)若离散随机变量  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  中  $n < +\infty$ ,那么  $E(X) < +\infty$ 。图 1 所示的正态分布所对应的累积剩余信息能量分布如图 4 所示。

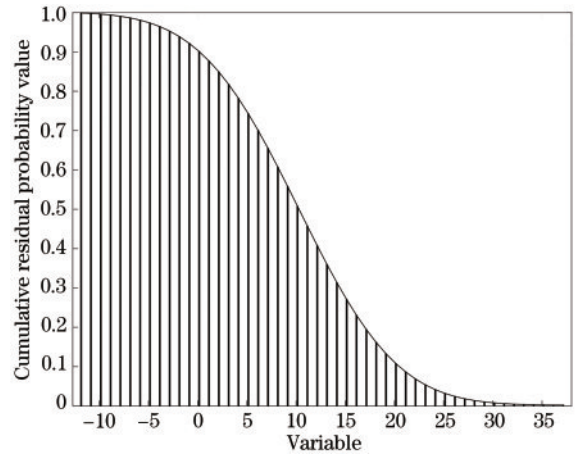


图 3 累积剩余分布函数

Fig. 3 Cumulative residual distribution function

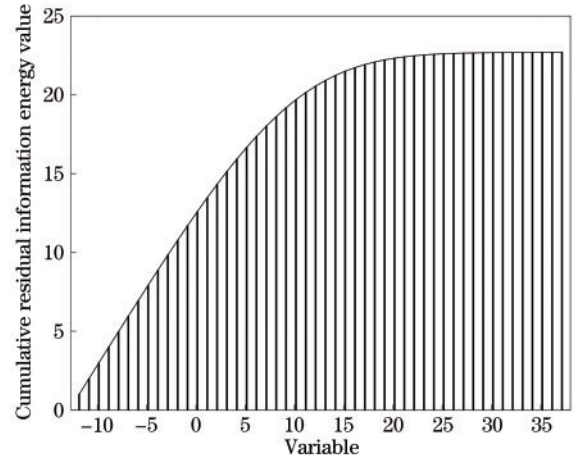


图 4 累积剩余信息能量函数

Fig. 4 Cumulative residual information energy function

### 3.3 阈值选取准则

由于图像灰度级的分布是离散的,那么对于一幅图像,其概率分布函数就是图像的灰度直方图。对于一幅  $M \times N$  大小的图像,其灰度级为  $L$ ,  $\{h(g)\}_{g=0}^{L-1}$  为灰度直方图。假设以阈值  $t$  将图像分为前景与背景两个部分,那么这两个部分的灰度概率之和分别为



$$P_0(t) = \sum_{g=0}^{t-1} h(g), \quad (8)$$

$$P_1(t) = \sum_{g=t}^{L-1} h(g), \quad (9)$$

前景与背景两部分分别对应的灰度级概率分布为

$$F_0 = \left\{ \frac{h(0)}{P_0(t)}, \frac{h(1)}{P_0(t)}, \dots, \frac{h(t-1)}{P_0(t)} \right\}, \quad (10)$$

$$F_1 = \left\{ \frac{h(t)}{P_1(t)}, \frac{h(t+1)}{P_1(t)}, \dots, \frac{h(L-1)}{P_1(t)} \right\}, \quad (11)$$

背景与前景两部分分别对应的累积剩余信息能量为

$$E_0(t) = \sum_{i=0}^{t-1} \left[ 1 - \sum_{j=0}^i \frac{h(j)}{P_0(t)} \right]^2, \quad (12)$$

$$E_1(t) = \sum_{i=t}^{L-1} \left[ 1 - \sum_{j=t}^i \frac{h(j)}{P_1(t)} \right]^2. \quad (13)$$

由于累积剩余信息能量是一种度量信息确定性的方式,那么图像前景与背景两部分的累积剩余信息能量之和越小说明两部分之间的差异越大,因此最佳阈值选取准则公式为

$$t^* = \arg \min_{0 < t < L-1} [E_0(t) + E_1(t)]. \quad (14)$$

## 4 递归算法

式(14)的计算涉及大量的累积求和运算,为了降低计算复杂度、提高计算效率,本小节应用递归算法对图像前景与背景两部分分别对应的累积剩余信息能量公式进行简化,以减少其计算冗余。

对  $E_0(t)$  进行展开:

$$E_0(t) = \sum_{i=0}^{t-1} \left[ 1 - \sum_{j=0}^i \frac{h(j)}{P_0(t)} \right]^2 = t - \frac{2}{P_0(t)} \sum_{i=0}^{t-1} \sum_{j=0}^i h(j) + \frac{1}{P_0^2(t)} \sum_{i=0}^{t-1} \left[ \sum_{j=0}^i h(j) \right]^2. \quad (15)$$

观察式(15)发现,该公式在实现过程中,由于需要遍历灰度级以寻找最佳阈值,需要计算  $P_0(t)$  和反复累加求和。因此,为简化计算,可令  $X(t) = \sum_{i=0}^t h(i)$ : 当  $t=0$  时,有  $X(t) = h(0)$ ; 当  $0 < t \leq L-1$  时,有  $X(t) = X(t-1) + h(t)$ 。

经过简化之后,  $E_0(t)$  为

$$E_0(t) = \sum_{i=0}^{t-1} \left[ 1 - \sum_{j=0}^i \frac{h(j)}{P_0(t)} \right]^2 = t - \frac{2}{P_0(t)} \sum_{i=0}^{t-1} \sum_{j=0}^i h(j) + \frac{1}{P_0^2(t)} \sum_{i=0}^{t-1} \left[ \sum_{j=0}^i h(j) \right]^2 = t - \frac{2}{P_0(t)} \sum_{i=0}^{t-1} X(i) + \frac{1}{P_0^2(t)} \sum_{i=0}^{t-1} X^2(i), \quad (16)$$

同理,  $E_1(t)$  简化为

$$E_1(t) = \sum_{i=t}^{L-1} \left[ 1 - \sum_{j=t}^i \frac{h(j)}{P_1(t)} \right]^2 = L - t - \frac{2}{P_1(t)} \sum_{i=t}^{L-1} \sum_{j=t}^i h(j) + \frac{1}{P_1^2(t)} \sum_{i=t}^{L-1} \left[ \sum_{j=t}^i h(j) \right]^2 = L - t - \frac{2}{P_1(t)} \sum_{i=t}^{L-1} [X(i) - X(t-1)] + \frac{1}{P_1^2(t)} \sum_{i=t}^{L-1} [X(i) - X(t-1)]^2. \quad (17)$$

图像前景与背景两部分分别对应的灰度概率之和可简化为

$$P_0(t) = \sum_{i=0}^{t-1} h(i) = X(t-1), \quad (18)$$

$$P_1(t) = \sum_{i=t}^{L-1} h(i) = X(L-1) - P_0(t). \quad (19)$$

通过以上的递归算法,在计算机实现方面避免了大量的重复计算。递归算法在实现过程中以压栈的方式将上一步暂时的计算结果存储起来,通过循环调用方法有效避免重复计算数据,以达到节省内存消耗、提高算法效率的目的。

## 5 实验结果与分析

实验基于 Python 3.6 在 Windows 10 操作系统下进行。选择经典的 Otsu 法<sup>[36]</sup>(方法 1)、最大熵法<sup>[15]</sup>(方法 2)、最小交叉熵法<sup>[37]</sup>(方法 3)、最大累积剩余熵法<sup>[28-29]</sup>(方法 4)、最小信息能量法<sup>[35]</sup>(方法 5)、基于模糊中性集的信息能量法<sup>[34]</sup>(方法 6)等 6 种方法进行比较。为了明确显示分割结果,对图像分割结果图进行彩色转化。

### 5.1 伯克利图像库图像分割结果

为了测试所提方法在灰度图像上的分割效果,选取 5 幅彩色图像并转换为灰度图像进行分割测试。测试图像来自伯克利图像库,测试图像编码分别为 368016、135069、12074、100007、238011。测试图像如图 5 所示,其对应的灰度图如图 6 所示,对应的灰度直方图如图 7 所示。为了对比原始穷举算法(考虑对称性)与递归算法的效果,表 1 展示了各测试图像在所提方法优化前后的运行时长,可见暴力遍历的方式过于耗时,经过递归算法优化后速度大幅提升。

测试图像在各种分割方法下的分割结果对比如图 8~12 所示,其中,图(a)为伯克利图像库标准分割结果图,图(b)~(h)分别为方法 1~方法 7 的分割结果图。从分割结果图可以看出,对比方法均出现分割效果不稳定的缺点,其中,方法 1(Otsu 法)作为图像分割经典算法仍保持着较好的分割效果,但是在测试图像 368016 的分割效果中表现较差,这是由于 Otsu 法是基于图像前景与背景的类型方差选取类间方差最大的灰度级作为阈值进行图像分割的,因此这样的分割算法会过分依赖图像的复杂程度,针对背景复杂或者目标



图 5 测试图像原彩色图像。(a) 368016; (b) 135069; (c) 12074; (d) 100007; (e) 238011

Fig. 5 Color images of test images. (a) 368016; (b) 135069; (c) 12074; (d) 100007; (e) 238011

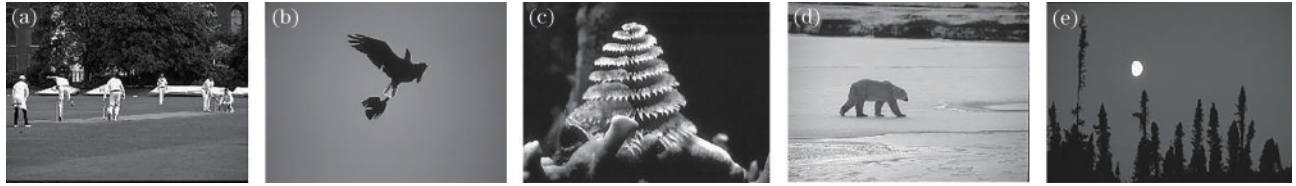


图 6 测试图像原灰度图像。(a) 368016; (b) 135069; (c) 12074; (d) 100007; (e) 238011

Fig. 6 Gray images of test images. (a) 368016; (b) 135069; (c) 12074; (d) 100007; (e) 238011

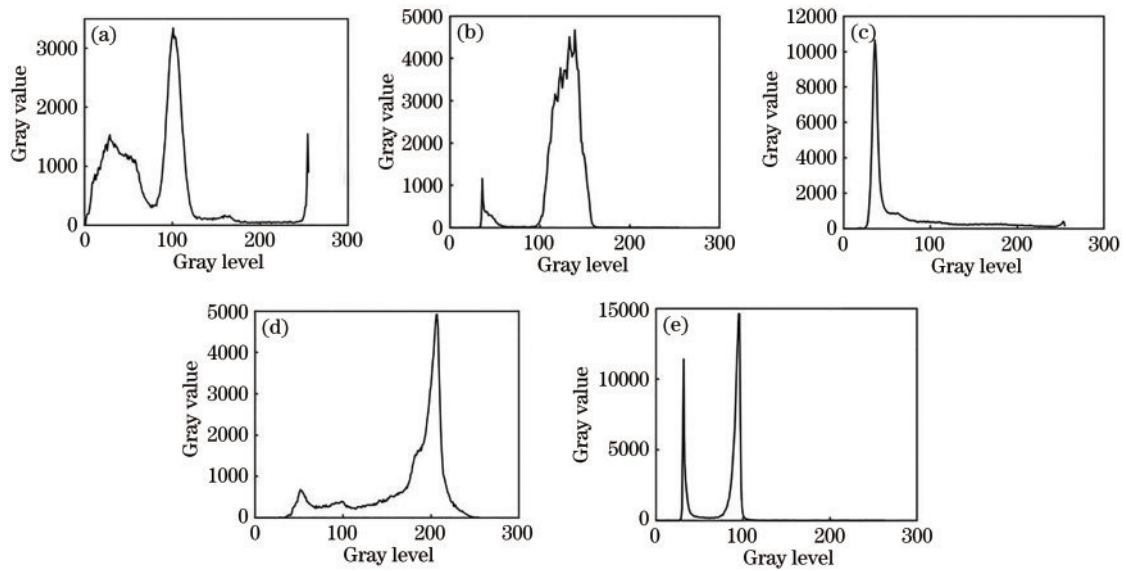


图 7 测试图像灰度直方图。(a) 368016; (b) 135069; (c) 12074; (d) 100007; (e) 238011

Fig. 7 Gray histograms of test images. (a) 368016; (b) 135069; (c) 12074; (d) 100007; (e) 238011

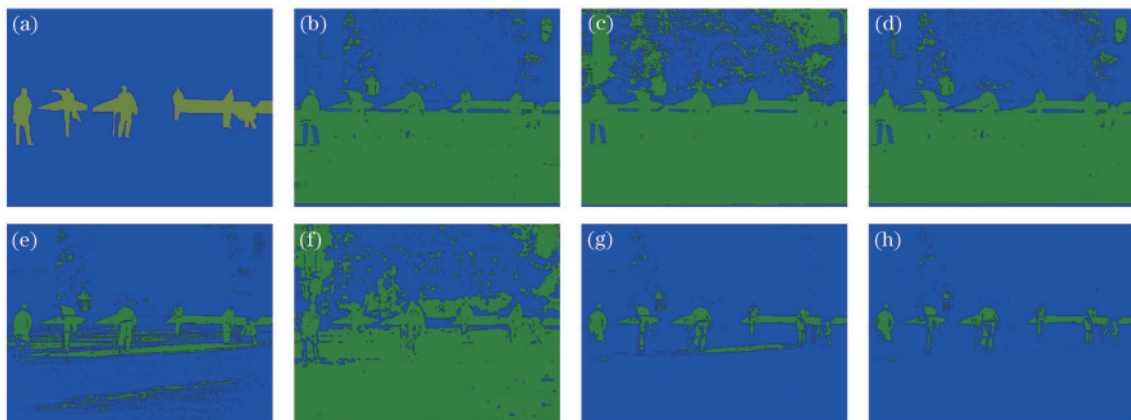


图 8 不同方法的分割结果(#368016)。(a)标准分割;(b)方法 1;(c)方法 2;(d)方法 3;(e)方法 4;(f)方法 5;(g)方法 6;(h)方法 7

Fig. 8 Segmentation results of different methods (#368016). (a) Standard segmentation; (b) method 1; (c) method 2; (d) method 3;

(e) method 4; (f) method 5; (g) method 6; (h) method 7

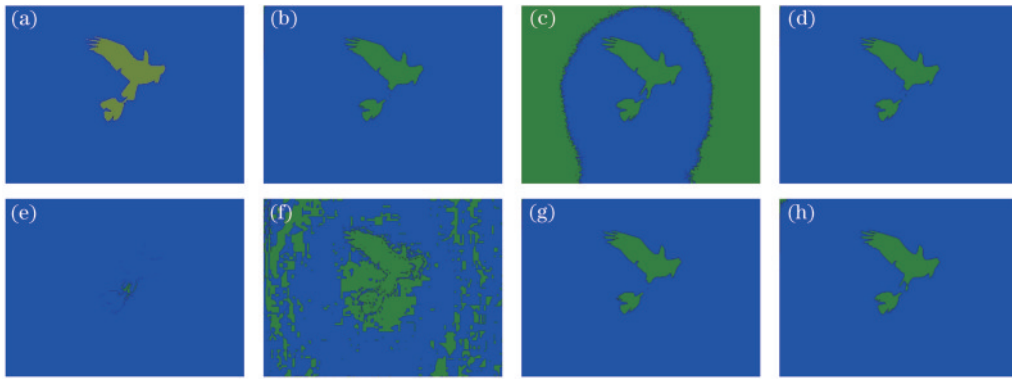


图 9 不同方法的分割结果(#135069)。(a)标准分割;(b)方法 1;(c)方法 2;(d)方法 3;(e)方法 4;(f)方法 5;(g)方法 6;(h)方法 7  
Fig. 9 Segmentation results of different methods (#135069). (a) Standard segmentation; (b) method 1; (c) method 2; (d) method 3; (e) method 4; (f) method 5; (g) method 6; (h) method 7

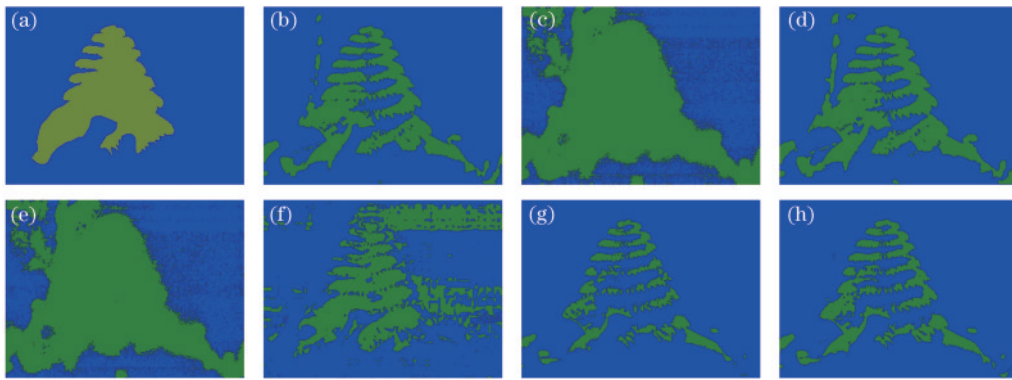


图 10 不同方法的分割结果(#12074)。(a)标准分割;(b)方法 1;(c)方法 2;(d)方法 3;(e)方法 4;(f)方法 5;(g)方法 6;(h)方法 7  
Fig. 10 Segmentation results of different methods (#12074). (a) Standard segmentation; (b) method 1; (c) method 2; (d) method 3; (e) method 4; (f) method 5; (g) method 6; (h) method 7

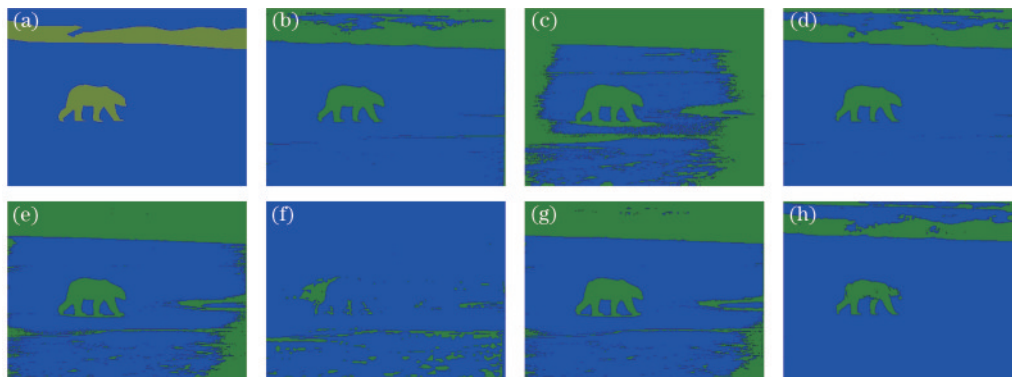


图 11 不同方法的分割结果(#100007)。(a)标准分割;(b)方法 1;(c)方法 2;(d)方法 3;(e)方法 4;(f)方法 5;(g)方法 6;(h)方法 7  
Fig. 11 Segmentation results of different methods (#100007). (a) Standard segmentation; (b) method 1; (c) method 2; (d) method 3; (e) method 4; (f) method 5; (g) method 6; (h) method 7

并不十分突出的图像,该方法存在很大的局限性。直观显示在图像的灰度直方图上就是,由于测试图 368016、12074 并没有拥有明显双峰,因此方法 1 对于这两幅图像的分割效果不佳。方法 2 是基于最大熵的图像分割法,该方法的分割效果不稳定,对于测试图像 135069、100007、238011,由于这 3 幅图像均有光照不均匀的特点,图像的 4 个角落有小面积暗角,因此这 3 幅图像的分割结果中均把这些暗角错分为了目标。

方法 3 是基于最小交叉熵的图像分割法,该方法以分割后的图像与原图像的信息量差异最小为阈值选取准则,选取最优阈值进行图像分割<sup>[37]</sup>。由各测试图像的分割效果可见,方法 3 与方法 1 的分割效果相似,对于测试图 368016 有大面积错分现象。方法 4 是基于最大累积剩余熵的图像分割方法,该方法适合目标灰度差异较小而背景灰度差异较大的图像<sup>[28]</sup>,因此对于测试图 368016、100007 该方法的分割效果较好,然而其他



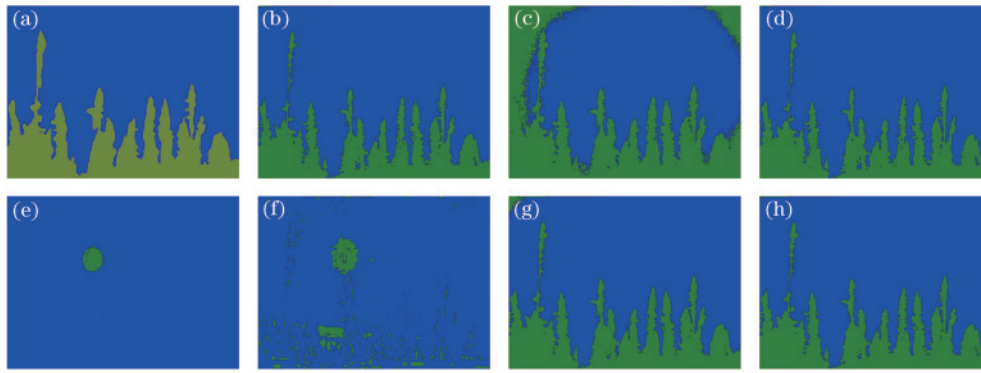


图 12 不同方法的分割结果(#238011)。(a)标准分割;(b)方法 1;(c)方法 2;(d)方法 3;(e)方法 4;(f)方法 5;(g)方法 6;(h)方法 7  
Fig. 12 Segmentation results of different methods (#238011). (a) Standard segmentation; (b) method 1; (c) method 2; (d) method 3; (e) method 4; (f) method 5; (g) method 6; (h) method 7

表 1 穷举和递归算法分割时间对比

Table 1 Running time of brute force and recursive algorithm unit: s

Image number	Brute force (considering symmetry)	Recursive algorithm
368016	90.9496	<b>0.1471</b>
135069	78.5673	<b>0.1409</b>
12074	78.0805	<b>0.1407</b>
100007	80.4477	<b>0.1333</b>
238011	77.6641	<b>0.1638</b>
Average value	81.1418	<b>0.1452</b>

图像该方法效果不佳。方法 5 基于信息能量在线性直方图上选取最优阈值,由分割结果可知,该方法分割结果不稳定。方法 5 与所提方法均是基于信息能量的图像分割方法,但由于所提方法使用累积函数,因此其分割结果相比方法 5 更优。方法 6 是基于模糊中性集的信息能量法,该方法基于模糊中性集采用自适应阈值法对灰度图像进行多类分割,为了与所提两类分割方

法进行比较,提取方法 6 分割结果中目标物体。观察分割结果图像可见,该方法与所提方法分割效果差距不明显,但多数图像在细节部分依然不如所提方法分割细致。对比多幅测试图像实验结果可以看出,所提方法分割效果更为稳定。

为了衡量各个方法分割效果的优劣,分别采用图像的分割准确率(SA)<sup>[38-39]</sup>和峰值信噪比(PSNR)<sup>[40]</sup>这两个指标进行评价,表 2 展示了测试图像在不同方法下的分割准确率对比结果,表 3 展示了测试图像在不同方法下峰值信噪比对比结果。观察两指标数据可知,除测试图像 135069 在方法 6 下的表现最优,其余测试图像均在所提方法下表现最优。其中,对于分割准确率这一指标,所提方法的平均准确率远高于方法 1、方法 2、方法 3、方法 4、方法 5,略高于方法 6。综合各指标可见,所提方法与方法 6 分割效果相似,且相比其他方法分割效果更优。测试图像在各方法下的分割准确率和峰值信噪比值如图 13 和图 14 所示,可清晰看出,所提方法表现良好。

表 2 测试图像在不同方法下分割准确率对比

Table 2 Comparison of segmentation accuracy of test images under different methods unit: %

Image number	Method 1	Method 2	Method 3	Method 4	Method 5	Method 6	Method 7
368016	40.67	22.83	36.43	71.12	27.39	87.50	<b>89.16</b>
135069	96.38	45.40	96.39	93.38	67.34	<b>96.44</b>	96.22
12074	76.67	45.27	75.54	45.85	65.98	76.44	<b>76.90</b>
100007	83.62	44.38	86.86	66.48	73.81	76.51	<b>89.06</b>
238011	83.60	72.50	83.43	64.86	63.45	83.91	<b>83.92</b>
Average value	76.19	46.08	75.73	68.34	59.59	84.16	<b>87.05</b>

表 3 测试图像在不同方法下峰值信噪比对比

Table 3 Comparison of peak signal-to-noise ratio of test images under different methods unit: dB

Image number	Method 1	Method 2	Method 3	Method 4	Method 5	Method 6	Method 7
368016	44.1927	43.2047	43.9098	44.1428	43.2745	45.7884	<b>45.9916</b>
135069	49.3790	46.3471	49.3868	48.6248	46.1141	<b>49.4305</b>	49.3727
12074	44.5711	42.9522	44.5033	42.9325	43.6998	44.5484	<b>44.5544</b>
100007	46.3390	44.1118	46.5349	45.1768	45.5190	45.7557	<b>46.5860</b>
238011	42.8796	42.6017	42.8101	42.4032	41.7503	42.9628	<b>42.9716</b>
Average value	45.4723	43.8435	45.4290	44.6560	44.0715	45.6972	<b>45.8953</b>

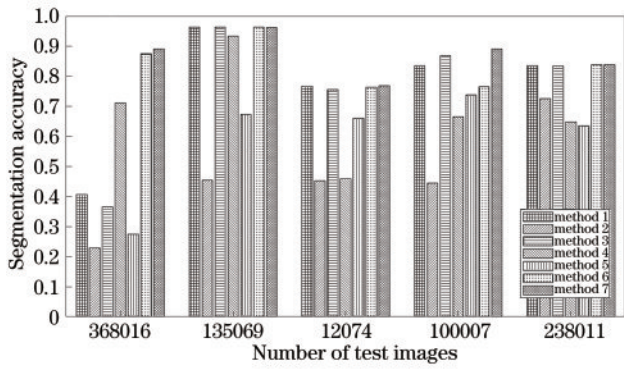


图 13 测试图像在不同方法下分割准确率对比图

Fig. 13 Comparison of segmentation accuracy of test images under different methods

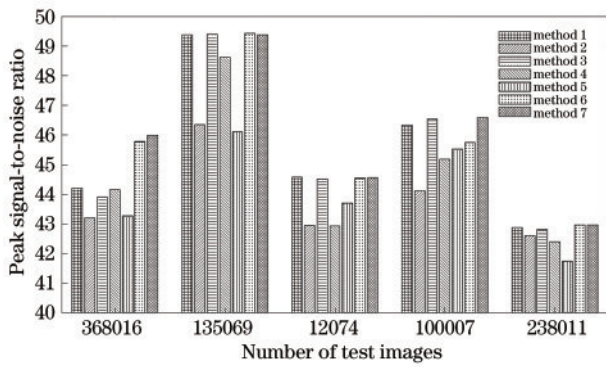


图 14 测试图像在不同方法下峰值信噪比对比图

Fig. 14 Comparison of peak signal-to-noise ratio of test images under different methods

### 5.2 细胞血涂片图像分割结果

作为血常规检验的重要手段之一,血涂片细胞在血常规检验中有不可替代的重要作用。但血片制备和

染色不良,会导致疾病的漏诊、误诊概率有所上升,影响到疾病的正确诊断和临床治疗<sup>[40-41]</sup>。因此对于此类图像的准确和有效分割在理论研究和实践中都十分重要。为了测试所提方法的分割效果,使用3幅具有代表性的血涂片细胞图像进行测试,分别为 cell1、cell2、cell3,其彩色图像如图 15 所示,对应灰度直方图如图 16 所示。

图 17~19 分别为各血涂片细胞分割结果,其中图(a)为手动分割的标准分割图,图(b)~(h)为方法 1~方法 7 的分割结果图。观察分割结果可知,所提方法与方法 1(Otsu 法)的分割效果相当,对于每个染色细胞均能准确分割出来。观察测试图像可见,这类细胞血涂片图像拥有目标分布杂乱、背景单一、灰度概率分布集中的特点。因此,这类图像的灰度直方图容易产生如图 16 所示的灰度直方图双峰,适合 Otsu 法的分割特点。方法 2 即最大熵法的分割效果均较差,这是由于细胞图像一般比较复杂,并且在图像边缘处也有大量细节,该方法很容易将图像边缘细节错分。方法 3 由于基于图像分割前后差异量计算,并不依赖于目标与背景的比例,该方法分割结果依然与方法 1 呈现相似的分割效果,但针对 cell3 图像出现大面积错分。方法 4 与方法 5 产生了大面积错分现象,尤其对于 cell3 图像分割效果较差。方法 6 在 cell1 图像上由于光照不均匀同样产生了错分,对于其他图像也存在分割结果边缘模糊、不够精确的问题。为了客观衡量各对比算法分割效果的优劣,分别从图像的分割准确率<sup>[38-39]</sup>(表 4)和峰值信噪比<sup>[40]</sup>(表 5)这两个指标进行评价。观察对比数据可得,所提方法在各指标下的平均值均表现最优,即其在对细胞血涂片图像进行分割时表现良好且具有较好的适应性。

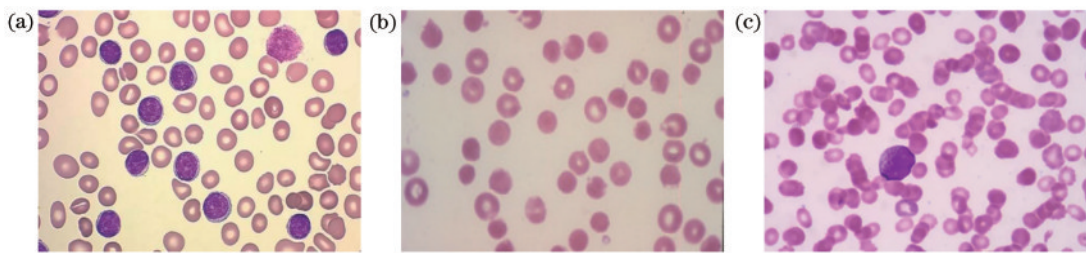


图 15 测试图像原彩色图像。(a) cell1; (b) cell2; (c) cell3

Fig. 15 Color images of test images. (a) cell1; (b) cell2; (c) cell3

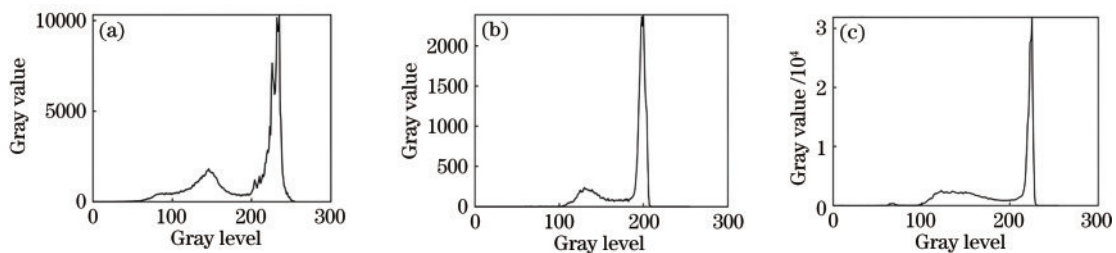


图 16 测试图像灰度直方图。(a) cell1; (b) cell 2; (c) cell 3

Fig. 16 Gray histograms of test images. (a) cell1; (b) cell 2; (c) cell 3



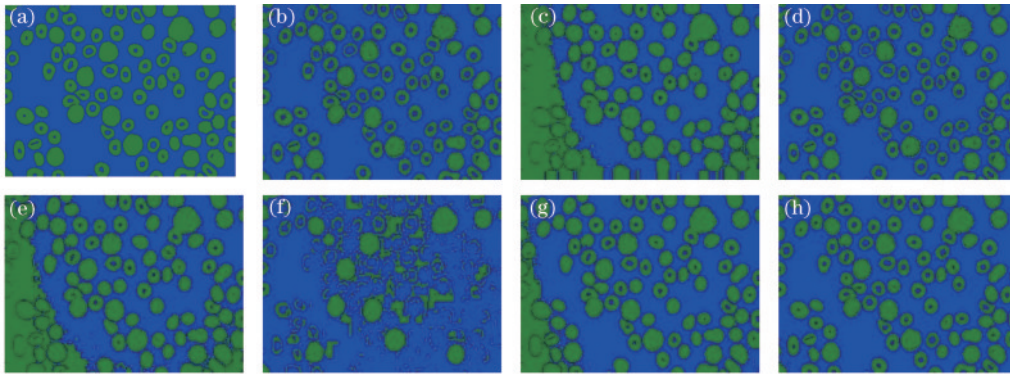


图 17 不同方法的分割结果(#cell1)。(a)标准分割;(b)方法 1;(c)方法 2;(d)方法 3;(e)方法 4;(f)方法 5;(g)方法 6;(h)方法 7  
 Fig. 17 Segmentation results of different methods (#cell1). (a) Standard segmentation; (b) method 1; (c) method 2; (d) method 3; (e) method 4; (f) method 5; (g) method 6; (h) method 7

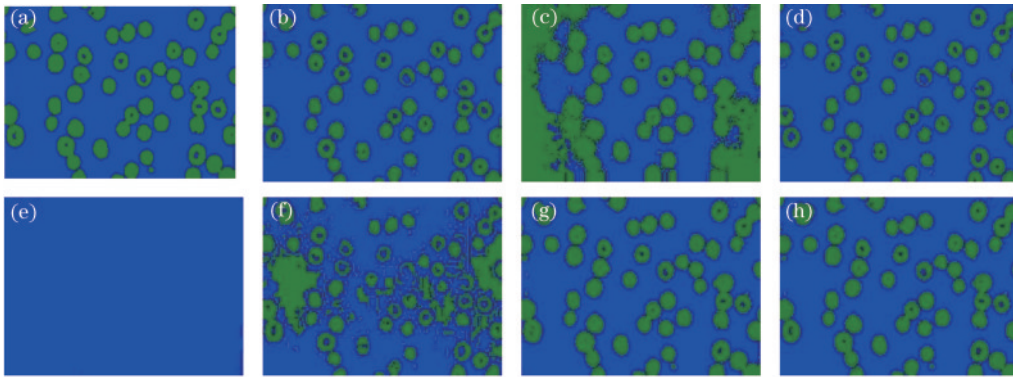


图 18 不同方法的分割结果(#cell 2)。(a)标准分割;(b)方法 1;(c)方法 2;(d)方法 3;(e)方法 4;(f)方法 5;(g)方法 6;(h)方法 7  
 Fig. 18 Segmentation results of different methods (#cell 2). (a) Standard segmentation; (b) method 1; (c) method 2; (d) method 3; (e) method 4; (f) method 5; (g) method 6; (h) method 7

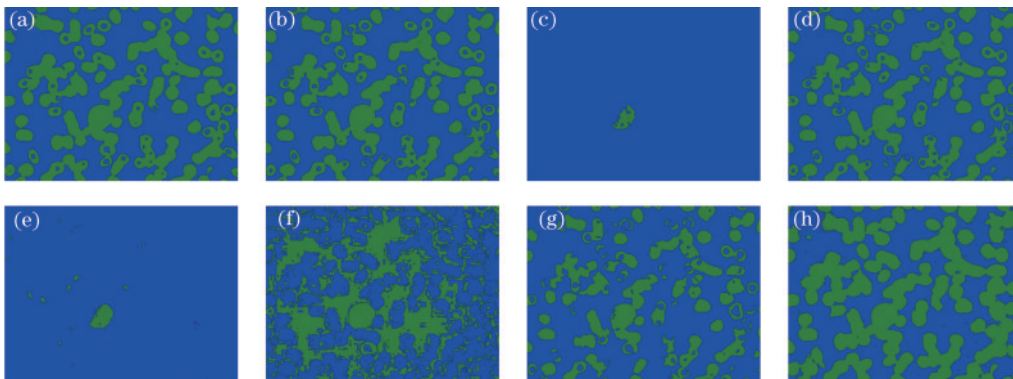


图 19 不同方法的分割结果(#cell3)。(a)标准分割;(b)方法 1;(c)方法 2;(d)方法 3;(e)方法 4;(f)方法 5;(g)方法 6;(h)方法 7  
 Fig. 19 Segmentation results of different methods (#cell3). (a) Standard segmentation; (b) method 1; (c) method 2; (d) method 3; (e) method 4; (f) method 5; (g) method 6; (h) method 7

表 4 测试图像在不同方法下分割准确率对比

Table 4 Comparison of segmentation accuracy of test images under different methods

unit: %

Image number	Method 1	Method 2	Method 3	Method 4	Method 5	Method 6	Method 7
cell1	91.88	51.52	91.42	52.36	14.03	68.79	<b>98.67</b>
cell2	94.21	40.88	93.95	48.04	11.76	93.81	<b>94.34</b>
cell3	<b>90.65</b>	53.34	89.73	53.78	51.35	74.94	89.21
Average value	92.25	48.58	91.70	51.39	25.71	79.18	<b>94.07</b>

表 5 测试图像在不同方法下峰值信噪比对比

Table 5 Comparison of peak signal-to-noise ratio of test images under different methods

unit: dB

Image number	Method 1	Method 2	Method 3	Method 4	Method 5	Method 6	Method 7
cell1	36.5561	36.8090	36.6380	36.8600	36.1745	36.8294	<b>36.8690</b>
cell2	35.7449	35.4467	35.7032	35.4740	34.7912	34.7979	<b>35.7911</b>
cell3	<b>48.3414</b>	47.4848	48.0233	47.3395	44.6664	47.0220	48.0512
Average value	40.2141	39.9135	40.1215	39.8911	38.5440	39.5497	<b>40.2371</b>

## 6 结 论

定义一种新的信息度量方式——累积剩余信息能量来刻画信息的确信程度,并提出最小累积剩余信息能量阈值法。为了克服实现困难、计算复杂的缺点,使用递归算法有效提升运行速度。将最小累积剩余信息能量阈值法与经典的 Otsu 法、最大熵法、最小交叉熵法以及与之相关的 3 个阈值化图像分割方法进行比较。结果表明,基于累积剩余信息能量的图像分割方法相比而言分割效果更加稳定。累积剩余信息能量阈值法对细胞血涂片图像分割结果普遍较好,且与经典 Otsu 法的分割效果相当。但本实验仅研究了图像的单阈值情形,针对多阈值情形的最小累积剩余信息能量阈值法的讨论,将在后续研究中给出。

### 参 考 文 献

- [1] Gwet D L L, Ottesteanu M, Libouga I O, et al. A review on image segmentation techniques and performance measures[J]. *International Journal of Computer and Information Engineering*, 2018, 12(12): 1107-1117.
- [2] 范九伦. 灰度图像阈值分割法[M]. 北京: 科学出版社, 2019: 1-2.  
Fan J L. Gray image threshold segmentation method[M]. Beijing: Science Press, 2019: 1-2.
- [3] Patra S, Gautam R, Singla A. A novel context sensitive multilevel thresholding for image segmentation[J]. *Applied Soft Computing*, 2014, 23: 122-127.
- [4] Lei B, Fan J L. Multilevel minimum cross entropy thresholding: a comparative study[J]. *Applied Soft Computing*, 2020, 96: 106588.
- [5] Ma Y L, Wang C, Zeng X, et al. The study of binarization algorithm about digital rubbings image based on threshold segmentation and morphology[J]. *Journal of Computational Methods in Sciences and Engineering*, 2019, 20(2): 1-11.
- [6] Xie Z M, Chen G N, Chen R, et al. A hybrid image segmentation algorithm based on edge detection, thresholding, and region growing[J]. *Proceedings of SPIE*, 2007, 6833: 683319.
- [7] Yang P, Dong L L, Xu W H. Infrared small maritime target detection based on integrated target saliency measure[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 14: 2369-2386.
- [8] Wei X Y, Wu Y R, Dong F M, et al. Developing an image manipulation detection algorithm based on edge detection and faster R-CNN[J]. *Symmetry*, 2019, 11(10): 1223.
- [9] Wang X H, Li W, Zhang C, et al. An adaptable active contour model for medical image segmentation based on region and edge information[J]. *Multimedia Tools and Applications*, 2019, 78(23): 33921-33937.
- [10] 江晓军, 黄惠杰, 王向朝, 等. 一种区域搜索获取平面光学元件光圈数的方法[J]. *中国激光*, 2008, 35(10): 1548-1552.  
Jiang X J, Huang H J, Wang X Z, et al. Obtaining the value of light ring of the plane optical element by the zone search method[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2008, 35(10): 1548-1552.
- [11] 李红云, 云利军, 高银. 基于边界限制加权最小二乘法滤波的雾天图像增强算法[J]. *中国激光*, 2019, 46(3): 0309002.  
Li H Y, Yun L J, Gao Y. Fog image enhancement algorithm based on boundary-limited weighted least squares filtering[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2019, 46(3): 0309002.
- [12] Wang Z Y, Zhou J H, Liao Z H, et al. Semantic segmentation of track image based on deep neural network[J]. *The Journal of China Universities of Posts and Telecommunications*, 2020, 27(5): 23-33.
- [13] 张恒良, 李镛, 关欣. 一种改进的三维双路径脑肿瘤图像分割网络[J]. *光学学报*, 2021, 41(3): 0310002.  
Zhang H L, Li Q, Guan X. An improved three-dimensional dual-path brain tumor image segmentation network[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(3): 0310002.
- [14] 宋杰, 肖亮, 练智超, 等. 基于深度学习的数字病理图像分割综述与展望[J]. *软件学报*, 2021, 32(5): 1427-1460.  
Song J, Xiao L, Lian Z C, et al. Overview and prospect of deep learning for image segmentation in digital pathology[J]. *Journal of Software*, 2021, 32(5): 1427-1460.
- [15] Shannon C E. A mathematical theory of communication[J]. *The Bell System Technical Journal*, 1948, 27(3): 379-423.
- [16] Zhao S W, Wang P J, Heidari A A, et al. Multilevel threshold image segmentation with diffusion association slime mould algorithm and Renyi's entropy for chronic obstructive pulmonary disease[J]. *Computers in Biology and Medicine*, 2021, 134: 104427.
- [17] Wachs-Lopes G A, Santos R M, Saito N T, et al. Recent nature-Inspired algorithms for medical image segmentation based on tsallis statistics[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2020, 88: 105256.

- [18] Mousavirad S J, Zabihzadeh D, Oliva D, et al. A grouping differential evolution algorithm boosted by attraction and repulsion strategies for Masi entropy-based multi-level image segmentation[J]. *Entropy*, 2021, 24(1): 8.
- [19] Lei B, Fan J L. Infrared pedestrian segmentation algorithm based on the two-dimensional Kaniadakis entropy thresholding[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2021, 225: 107089.
- [20] Rao M, Chen Y, Vemuri B C, et al. Cumulative residual entropy: a new measure of information[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2004, 50(6): 1220-1228.
- [21] 相艳, 贺建峰, 张云春, 等. 基于交叉累计剩余熵的图像配准中插值方法的改进[J]. *计算机工程*, 2015, 41(10): 199-203.  
Xiang Y, He J F, Zhang Y C, et al. Improvement of interpolation method in cross cumulative residual entropy-based image registration[J]. *Computer Engineering*, 2015, 41(10): 199-203.
- [22] 杨于, 梁英杰, 陈文. 一种选择工程随机载荷统计分布的累积剩余熵法[J]. *应用数学和力学*, 2018, 39(12): 1343-1350.  
Yang Y, Liang Y J, Chen W. A cumulative residual entropy method in selection of random load distributions[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2018, 39(12): 1343-1350.
- [23] 周丹. 累积剩余熵的性质及其在投资风险中的应用[D]. 马鞍山: 安徽工业大学, 2018.  
Zhou D. The property of cumulated residual entropy and its application in investment risk[D]. Maanshan: Anhui University of Technology, 2018.
- [24] Nair N U, Vineshkumar B. Relation between cumulative residual entropy and excess wealth transform with applications to reliability and risk[J]. *Stochastics and Quality Control*, 2021, 36(1): 43-57.
- [25] Saeid T. Weighted extensions of generalized cumulative residual entropy and their applications[J]. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 2020, 49(21): 5196-5219.
- [26] Sun H F, Chen Y, Hu T Z. Statistical inference for tail-based cumulative residual entropy[J]. *Insurance: Mathematics and Economics*, 2022, 103: 66-95.
- [27] Saleh S. Bayesian inference of dynamic cumulative residual entropy from pareto II distribution with application to covid-19[J]. *AIMS Mathematics*, 2020, 6(3): 2196-2216.
- [28] Abo-Eleneen Z A, Almohaimed B, Abdel-Aziz G. Image segmentation based on cumulative residual entropy [M]//Arai K, Bhatia R, Kapoor S. Proceedings of the Future Technologies Conference (FTC) 2019. *Advances in intelligent systems and computing*. Cham: Springer, 2019, 1069: 27-35.
- [29] 谢鹏鹤, 杨恢先, 王绪四. 基于最大累积剩余熵的红外图像分割[J]. *传感器与微系统*, 2011, 30(7): 34-37.  
Xie P H, Yang H X, Wang X S. Infrared images segmentation based on the maximum cumulative residual entropy[J]. *Transducer and Microsystem Technologies*, 2011, 30(7): 34-37.
- [30] Onicescu O. Energie informationelle[J]. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 1966, 263: 841-842.
- [31] Pardo L, Taneja I J. Information energy and its applications[J]. *Advances in Electronics and Electron Physics*, 1991, 80: 165-241.
- [32] Agop M, Gavriluț A, Rezuș E. Implications of Onicescu's informational energy in some fundamental physical models[J]. *International Journal of Modern Physics B*, 2015, 29(7): 1550045.
- [33] Rizescu D, Avram V. Using Onicescu's informational energy to approximate social entropy[J]. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 2014, 114: 377-381.
- [34] Patrascu V. Applying Onicescu information energy for gray level image segmentation[EB/OL]. (2021-04-05) [2022-06-05]. [https://pdfs.semanticscholar.org/c903/9b792ccff8d4b472612db4866a067a030e41.pdf?\\_ga=2.72882259.1116364349.1665969261-380032991.1643014927](https://pdfs.semanticscholar.org/c903/9b792ccff8d4b472612db4866a067a030e41.pdf?_ga=2.72882259.1116364349.1665969261-380032991.1643014927).
- [35] 杨继鹏, 范九伦. 基于信息能量的圆形直方图断点选择及阈值化和彩色图像分割方法[J]. *激光与光电子学进展*, 2023, 60(2): 0233002.  
Yang J P, Fan J L. Circular histogram breakpoint selection and threshold and color image segmentation method based on information energy[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2023, 60(2): 0233002.
- [36] Otsu N. A threshold selection method from gray-level histograms[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1979, 9(1): 62-66.
- [37] Li C H, Lee C K. Minimum cross-entropy thresholding[J]. *Pattern Recognition*, 1993, 26(4): 617-625.
- [38] Li Z Y, Liu C C, Liu G H, et al. A novel statistical image thresholding method[J]. *AEU-International Journal of Electronics and Communications*, 2010, 64(12): 1137-1147.
- [39] Foody G M. Status of land cover classification accuracy assessment[J]. *Remote Sensing of Environment*, 2002, 80(1): 185-201.
- [40] Trivedi V K, Shukla P K, Pandey A. Automatic segmentation of plant leaves disease using min-max hue histogram and k-mean clustering[J]. *Multimedia Tools and Applications*, 2022, 81(14): 20201-20228.
- [41] 李建梅. 血涂片细胞形态在血常规检验中的应用价值研究[J]. *医学食疗与健康*, 2021, 19(13): 145-146.  
Li J M. Study on the application value of smear cell morphology in blood routine examination[J]. *Medical Diet and Health*, 2021, 19(13): 145-146.