

# 基于盲估计和双边滤波的 SAR 图像稀疏降噪

孙雨<sup>1</sup>, 辛志慧<sup>1\*</sup>, 黄鹏辉<sup>2</sup>, 王志旭<sup>1</sup>, 宣嘉裕<sup>1</sup>

<sup>1</sup>云南师范大学物理与电子信息学院云南省光电信息技术重点实验室, 云南 昆明 650500;

<sup>2</sup>上海交通大学电子工程系, 上海 200240

**摘要** 合成孔径雷达(SAR)在成像过程中由于固有成像机制的缺陷导致图像被乘性噪声污染,图像噪声对后续目标检测识别等处理过程造成了阻碍。现有的去噪算法存在不能自适应估计噪声大小和对边缘保持效果不理想的问题,如何自适应处理不同噪声水平的图像是一个研究难点。提出一种基于盲估计和双边滤波的 SAR 图像稀疏去噪算法。首先利用双边滤波得到具有良好边缘保持特性的预处理图像;接着利用盲估计获取图像全域噪声水平,将其充当稀疏重建过程中的残差阈值;最后利用稀疏编码和字典学习算法,用尽可能少的原子信息来表示图像,达到图像去噪的目的。实验结果表明,结合了盲估计的稀疏重建算法不仅有效去除了图像噪声,使等效视数获得了显著提升,而且峰值信噪比和边缘保持指数也有良好的表现,有效保留了原图的细节纹理信息。

**关键词** 合成孔径雷达; 稀疏表示; 图像降噪; 盲估计; 双边滤波

中图分类号 TP75

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP222462

## SAR Image Sparse Denoising Based on Blind Estimation and Bilateral Filtering

Sun Yu<sup>1</sup>, Xin Zhihui<sup>1\*</sup>, Huang Penghui<sup>2</sup>, Wang Zhixu<sup>1</sup>, Xuan Jiayu<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Yunnan Key Laboratory of Opto-Electronic Information Technology, School of Physics and Electronic Information, Yunnan Normal University, Kunming 650500, Yunnan, China;

<sup>2</sup>Department of Electronic Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China

**Abstract** Synthetic aperture radar (SAR) images are contaminated by multiplicative noise during the imaging process because of flaws in SAR's innate imaging mechanism; the image noise makes it difficult to analyze targets and detect changes. Existing denoising algorithms cannot adaptively estimate the noise size, and the edge preservation effect is not ideal. Additionally, it can be difficult to work out how to adaptively analyze images with different noise sizes. As a result, this work proposes a sparse denoising algorithm for SAR images based on bilateral filtering and blind estimation. First, bilateral filtering was employed to obtain preprocessed images with good edge-preserving properties, and then the blind estimation was utilized to determine the global noise level of the images, which acted as a residual threshold in the sparse reconstruction process. To achieve the goal of image denoising, sparse coding and dictionary learning algorithms were employed for representing the image using the least amount of atomic information possible. The experimental findings demonstrate that the sparse reconstruction algorithm combined with blind estimation not only effectively removes image noise and improves the equivalent numbers of looks, but also performs well for peak signal-to-noise ratio and edge-preserving index, effectively preserving the detailed texture information of the original image.

**Key words** synthetic aperture radar; sparse representation; image denoising; blind estimation; bilateral filtering

## 1 引言

合成孔径雷达(SAR)成像具有全地域、全天时、全天候的运作能力,成像效果不受天气、地域和气候的

影响,因此 SAR 图像在军事领域和农业、林业、海洋研究、地质勘测等民用领域应用广泛<sup>[1]</sup>。由于 SAR 固有的相干成像机制,在成像时 SAR 图像会出现散斑噪声,由于该噪声是在雷达工作时散射的相干回波的干

收稿日期: 2022-09-05; 修回日期: 2022-09-14; 录用日期: 2022-10-09; 网络首发日期: 2022-10-19

基金项目: 云南省自然科学基金(202201A T070027)、国家自然科学基金(61801419,62171272)

通信作者: \*xinzhihui.luncky@163.com

涉引起的,通常被称为相干斑,它给后续图像分割、检测、分类和目标识别等操作带来了很大困难。因此要进行去噪处理,消除或抑制 SAR 图像中的相干斑噪声,以便后续处理。在经典的去噪算法中,基于空域的去噪算法最先被提出,常用的有 Lee 滤波<sup>[2]</sup>、Kuan 滤波<sup>[3]</sup>、Frost 滤波<sup>[4]</sup>、双边滤波<sup>[5]</sup>、非局部均值(NLM)去噪算法<sup>[6]</sup>等。Lee 滤波器和 Frost 滤波器都是基于线性散斑噪声模型的空间滤波器,本质是将当前窗口像素点的加权平均作为中心像素点的估计值,滤波性能受窗口的影响很大,较小的窗口会限制滤波效果,较大的窗口则会对图像平滑过度而导致纹理细节信息丢失。双边滤波使用空间距离和灰度距离来对像素点进行加权,有很好的边缘保持能力,但是滤除噪声不够彻底。NLM 去噪算法是近年来较为常用的空域滤波方法,充分利用了图像中的冗余信息,由图像其他区域与它具有相似邻域结构的像素加权平均得到当前窗口像素的估计值,在去噪的同时能保持图像纹理细节信息,但是 NLM 去噪算法复杂度高,且在噪声较强的图像中不能很好区分相似点和不相似点。Dabov 等<sup>[7]</sup>于 2007 年通过对 NLM 滤波方法进行改进,提出了三维块匹配(BM3D)算法,该算法充分利用了图像相似性,去噪效果比较好。

和空域相比,在变换域处理噪声信号更容易实现,常用变换域方法主要有小波变换<sup>[8]</sup>、Ridgelet 变换、Curvelet 变换、Contourlet 变换<sup>[9]</sup>、Shearlet 变换<sup>[10]</sup>等算法。小波变换是:噪声图像经小波分解后,噪声主要存在高频小波分量上,因此通过对高频小波分量进行滤波达到消除噪声的目的。对 SAR 图像进行去噪时,通常先进行同态滤波,经过对数变换的相干斑噪声可视作高斯噪声,通过阈值法进行去噪。但是小波变换在高维变换中缺乏方向选择性,因此研究人员提出了多尺度分析的方法,弥补了小波变换的不足,提出的方法对二维图像的奇异性有较好效果。多尺度分析方法应用边缘细节信息和曲线信息的优点,对图像中的曲线有更“稀疏”的表达,提取具有多方向、多尺度特性的图像特征,从而显著提高去斑性能<sup>[11-13]</sup>。Shearlet 变换是具有 Curvelet 变换、Contourlet 变换优点的新型变换,在边缘提取、目标检测等图像处理任务中发挥着作用,对具有不确定类型噪声的真实噪声图像进行去噪时效果不佳,空间特征分类联合非下采样剪切波变换(NSST)方法取得不错的效果<sup>[14]</sup>。基于偏微分方程(PDE)的去噪方法也有较多的应用<sup>[15]</sup>,大致可以分为两类:基于变分偏微分方程的去噪方法<sup>[16]</sup>和基于扩散偏微分方程的去噪方法。文献<sup>[17]</sup>提出了一种基于细胞神经网络(CNN)的非线性扩散方程模型,用于去除数字图像的加性噪声。CNN 的矩阵在迭代扩散过程中充当边缘保持,确保了扩散过程的收敛。

近年来,基于图像稀疏表示理论<sup>[18-20]</sup>的方法得到发展。SAR 图像这样的自然图像通常存在良好的稀

疏性。文献<sup>[21]</sup>提出了一种新颖的基于梯度的图像恢复字典学习方法,该方法有效地将流行的全变分(TV)和字典学习技术集成到同一框架中,能够有效地捕获梯度图像中的局部特征,并且该方法可以看作是 TV 正则化的自适应扩展。文献<sup>[22]</sup>提出了非参数贝叶斯字典学习图像去噪算法,该算法利用贝叶斯估计方法得出图像噪声大小,解决了传统图像去噪算法需要预先设定噪声方差的问题。由于不同图像噪声差异很大,许多去噪方法只适用于图像噪声大小已知的情況。本文基于图像稀疏表示去噪理论,结合双边滤波与盲估计,提出了一种用于 SAR 图像去噪的新方法。首先利用双边滤波对图像进行预处理,在保持边缘的基础上对图像噪声进行初步滤除,减少噪声对后续字典的影响;再通过盲估计算法估计出待处理图像的真实噪声;最终利用正交匹配追踪(OMP)算法对稀疏字典进行更新迭代,通过去除残差达到滤除噪声的目的。所提算法利用了盲估计和稀疏表示,对未知噪声大小的 SAR 图像有良好的去噪效果。通过多个 SAR 图像场景的实验结果可知,相比于传统算法,所提算法可以更好地抑制相干斑噪声,且边缘信息保持更加优秀。

## 2 方法基本原理

### 2.1 基于盲估计和双边滤波的稀疏降噪算法

利用双边滤波和稀疏去噪算法对 SAR 图像的相干斑进行抑制,引入盲估计算法对 SAR 图像噪声水平进行准确估计,利用稀疏重建方式去除图像中的噪声,将这个过程称为基于盲估计和双边滤波的稀疏降噪算法(SR-BBF)。图 1 为 SR-BBF 的流程。

SR-BBF 首先采用双边滤波对噪声图像进行预处

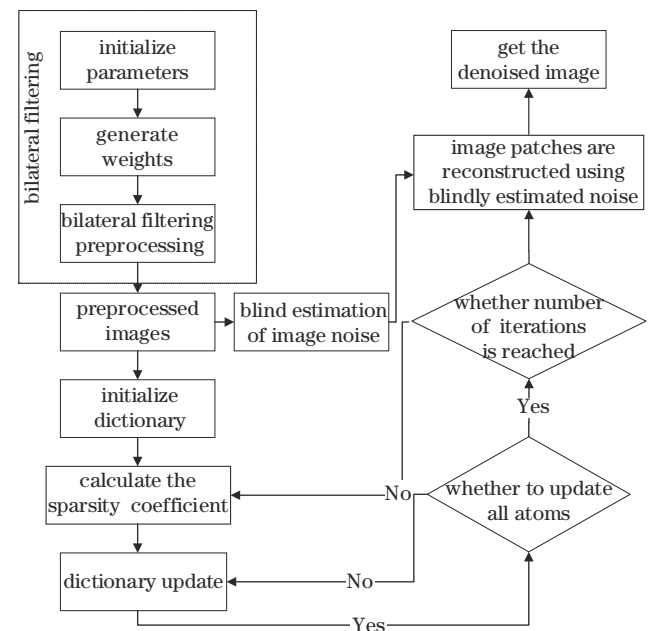


图 1 SR-BBF 的流程

Fig. 1 Flow chart of the SR-BBF

理,计算出输入图像中每一个邻域像素点的空间系数和灰度系数;接着生成权系数,然后进行加权求和,经过双边滤波后得到了边缘保持较好的预处理图像;接下来选择离散余弦变换(DCT)字典作为过完备字典,对预处理图像进行分块,依次按照行和列生成新的矩阵;同时利用盲估计算法估计出图像的噪声水平,接着通过 OMP 算法计算稀疏系数,对字典进行迭代更新,得到更新后的字典和稀疏编码;再利用更新稀疏编码和盲估计出的噪声对图像进行稀疏重构,其中噪声被当作残差丢弃,最终得到去噪后的图像。

所提算法创新之处在于充分利用并结合了双边滤波边缘保持能力强和盲估计图像噪声估计准确的特点。首先通过双边滤波进行初步处理,滤除一部分噪声,得到预处理图像,此时图像噪声减弱,边缘细节也得到了保持;通过盲估计算法得到图像的真实噪声水平,将其充当稀疏重建过程中的残差阈值;最后利用 OMP 算法进行更新迭代,去除噪声残差。经过上述步骤,SR-BBF 在保持图像边缘信息的同时也更大限度地去除了噪声。

## 2.2 双边滤波预处理

相比经典高斯滤波,双边滤波算法结合了像素灰度相似性,充分考虑了图像空间信息和灰度信息,在对同质区进行相干斑抑制的同时极大地保留了细节信息。双边滤波的权函数是空间邻近度因子和灰度相似性因子乘积的结果。引入权系数后,窗口像素点的加权结果由空间邻近度和灰度相似性共同决定。假设  $I$  是噪声图像, $\hat{I}$  为滤波后的图像, $M(x,y)$  表示以像素  $(x,y)$  为中心的  $(2N+1)\times(2N+1)$  空间邻域集合, $I(x,y)$  表示  $M(x,y)$  的中心像素值, $I(i,j)$  表示  $M(x,y)$  中  $(i,j)$  处的像素值, $w(i,j)=\frac{w_s(i,j)w_r(i,j)}{c}$  为双边滤波权系数,其中  $w_s(i,j)=\frac{e^{-\frac{|i-x|^2+|j-y|^2}{2\sigma_s^2}}}{c}$  是空间邻近度因子, $w_r(i,j)=\frac{e^{-\frac{|I(i,j)-I(x,y)|^2}{2\sigma_r^2}}}{c}$  是灰度相似性因子, $c$  是常数,则双边滤波的表达式是

$$\hat{I}(x,y)=\frac{\sum_{(i,j)\in M_{x,y}} w_s(i,j)w_r(i,j)I(i,j)}{\sum_{(i,j)\in M_{x,y}} w_s(i,j)w_r(i,j)}。 \quad (1)$$

由式(1)可以看出,权系数同时受空间邻近度因子与灰度相似性因子两者的影响。空间邻近度因子随邻域像素点与中心像素点空间位置的减小而增大,灰度相似性因子随两像素灰度差值的减小而增大,将边界值的灰度相似因子考虑进去后,整个权值变小。因此,双边滤波在平滑噪声的同时,可以较好地保持图像边缘和细节纹理区域。

## 2.3 盲估计

双边滤波预处理后,得到预处理图像  $\hat{I}$ ,将噪声图像模型表示为  $\hat{I}=\mathbf{z}+\mathbf{n}$ ,其中  $\mathbf{z}$  是未被噪声污染的原始图像, $\mathbf{n}$  是图像中的噪声。经验证,基于块的噪声模型估计技术<sup>[23]</sup>对 SAR 图像有比较准确的估计。该算法从噪声图像中提取一组图像块,将窗口方法应用于每个图像块,然后逐像素滑动,直到每个块被覆盖。最终被选中的图像块重叠,每个块的模型是

$$\hat{I}_i=\mathbf{z}_i+\mathbf{n}_i, \quad i=1,2,3,\dots,M, \quad (2)$$

式中: $\mathbf{z}_i$  是大小为  $N\times N$  的原始图像块; $M$  是图像块的数量; $\hat{I}_i$  表示被噪声污染的斑块; $\mathbf{n}_i$  表示噪声,均值为 0,方差用  $\sigma_n^2$  表示。

利用主成分分析(PCA)<sup>[24]</sup>计算最小方差和协方差矩阵的最小特征值相关的特征向量,可以得出矩阵的最小方差,污染斑块  $\hat{I}$  的协方差矩阵可表示为

$$\boldsymbol{\Sigma}_i=\frac{1}{M}\sum_{i=1}^M\hat{I}_i\hat{I}_i^T。 \quad (3)$$

目标斑块的方差等于协方差矩阵的最小特征值,由此可以推导出

$$\lambda_{\min}(\boldsymbol{\Sigma}_i)=\lambda_{\min}(\boldsymbol{\Sigma}_z)+\sigma_n^2, \quad (4)$$

式中: $\boldsymbol{\Sigma}_z$  为原始斑块  $\mathbf{z}_i$ (无噪声图像块)的协方差矩阵; $\lambda_{\min}(\boldsymbol{\Sigma})$  表示矩阵的最小特征值。假设协方差矩阵  $\lambda_{\min}(\boldsymbol{\Sigma}_z)$  的最小特征值为 0。理论上,噪声模型在各方向上具有相同的功率,所有特征值及其功率谱都具有相同的值。利用特征值为 0 的协方差矩阵  $\mathbf{y}$  的特征向量,可以估计出噪声方差为

$$\hat{\sigma}_n^2=\lambda_{\min}(\boldsymbol{\Sigma}_i), \quad (5)$$

此处得到的噪声估计方差  $\hat{\sigma}_n^2$  为整个图像的平均噪声,在后面稀疏重建算法中当作重建图像的残差阈值。

## 2.4 字典学习和稀疏去噪

近年来,稀疏域分析方法显示出在图像领域的自适应学习和优化能力,尤其对大数据量、复杂环境的遥感图像特别有效。稀疏表示是用较少的基信号的线性组合来表达大部分或全部的原始信号的过程,这些信号被称作原子,是从过完备字典中选出来的。信号在不同的原子组合下有不同的稀疏表示<sup>[25]</sup>。噪声图像被认为是由无噪图像和噪声合成的图像,因此稀疏表示拥有去噪能力。无噪图像被认为是可稀疏的,可以通过有限的原子来表示,而噪声是随机不可稀疏的,即不能通过有限的原子表示。利用稀疏重建的方法是通过提取图像的系数部分,再用这些稀疏系数来重构图像进行去噪的。在重构过程中,噪声被当作原始图像和重构图像之间的残差被丢弃,从而达到去噪的效果。

稀疏字典图像去噪方法中有多种字典可供选择,如固定字典、学习字典和自适应字典。研究表明,学习字典虽然有不错的效果,但是算法运行耗时过长,而且相比于其他字典效果提升并不明显。本文使用含噪图



像来训练自适应字典。相关实验表明,冗余的离散余弦变换(DCT)字典有良好的分解能力,且算法总迭代次数会明显降低,因此选择DCT字典作初始化字典。

$$\mathbf{D} = \sqrt{\frac{2}{N}} \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{1}{2}} \cos\left(\frac{1}{2} \frac{\pi}{N}\right) & \cdots & \cos\left[(N-1) \frac{1}{2} \frac{\pi}{N}\right] \\ \sqrt{\frac{1}{2}} \cos\left(\frac{3}{2} \frac{\pi}{N}\right) & \cdots & \cos\left[(N-1) \frac{3}{2} \frac{\pi}{N}\right] \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \sqrt{\frac{1}{2}} \cos\left(\frac{2N-1}{2} \frac{\pi}{N}\right) & \cdots & \cos\left[(N-1) \frac{2N-1}{2} \frac{\pi}{N}\right] \end{bmatrix} \quad (6)$$

对字典中的向量进行归一化处理,即 $\|\mathbf{d}_j\|=1$ 。本文的字典 $\mathbf{D}$ 为原子 $\mathbf{d}_j$ 的集合,即 $\{\mathbf{D}=\mathbf{d}_j \in \mathbf{R}^N, \|\mathbf{d}_j\|=1, 1 \leq j \leq N\}$ , $N$ 为字典中原子的个数。在给定的字典的情况下,图像 $\hat{\mathbf{I}}$ 可以被分解为字典中各原子的线性组合:

$$\hat{\mathbf{I}} = \sum_{j=1}^N \alpha_j \mathbf{d}_j + \mathbf{R}^M, \quad (7)$$

式中: $\alpha = \{\alpha_j, 1 \leq j \leq N\}$ 是稀疏分解系数; $\mathbf{R}^M$ 是经过 $M$ 项逼近后的残差项。由于 $\mathbf{D}$ 是过完备字典,稀疏分解系数 $\alpha$ 不是唯一的,需要选取最为稀疏的那一组。利用 $L_0$ 范数可以得到

$$\min \|\alpha\|_0 \text{ s. t. } \hat{\mathbf{I}} = \sum_{j=1}^N \alpha_j \mathbf{d}_j, \quad (8)$$

式中: $\|\alpha\|_0$ 是 $\alpha$ 的 $L_0$ 范数,表示非零元素的个数。

对于噪声图像 $\hat{\mathbf{I}}$ ,并不需要将其完全重构出来,达到一定精度的稀疏逼近即可,基于 $L_0$ 范数的非凸性,该问题是一个非确定性多项式难(NP-hard)问题,解决该问题的经典算法有正交匹配追踪(OMP)算法<sup>[26]</sup>、基追踪(BP)算法<sup>[27]</sup>等。

稀疏重建<sup>[28]</sup>的核心是稀疏系数的字典迭代更新算法。它能够丢弃残差,重建图像,达到去除图像噪声的目的。本文使用的是OMP算法,该算法的基本思想是:从字典矩阵 $\mathbf{D}$ 中选择一个与矩阵 $\hat{\mathbf{I}}$ 最匹配的原子,得到稀疏系数,并将其加入新的字典,求出残差;接着选择与残差最逼近的原子,重复上述操作,得到另一个稀疏系数,将其加入新的字典;反复迭代,最终图像 $\hat{\mathbf{I}}$ 可以用这些原子的线性组合来表示;当达到迭代次数或者残差值小于特定阈值时,即迭代完成。通过OMP算法,式(8)可以转换成

$$\min \|\alpha\|_0 \text{ s. t. } \|\hat{\mathbf{I}} - \mathbf{D}\alpha\| \leq \epsilon, \quad (9)$$

式中: $\epsilon$ 是最小残差值, $\epsilon = k\sigma^2$ , $k$ 是常数, $\sigma^2$ 是噪声图像全域噪声方差,即为盲估计噪声图像的结果,由式(5)得 $\sigma^2 = \hat{\sigma}_n^2$ 。OMP算法过程如下所示。

1)输入:字典矩阵 $\mathbf{D}$ ,原始图像 $\hat{\mathbf{I}}$ ,稀疏度 $K$

2)初始化:残差 $\mathbf{f}_0 = \hat{\mathbf{I}}$ ,索引集 $\Lambda_0 = \emptyset, t = 1$

3)循环执行条件a)~e)

a)找出残差 $\mathbf{f}_t$ 和字典矩阵的列 $\mathbf{d}_j$ 内积中最大值所对应的角标 $\lambda$ ,即 $\lambda_t = \arg \max_{j=1, \dots, N} |\langle \mathbf{f}_{t-1}, \mathbf{d}_j \rangle|$

b)更新索引集 $\Lambda_t = \Lambda_{t-1} \cup \{\lambda_t\}$ ,记录找到的字典矩阵中的重建原子集合 $\mathbf{D}_t = [\mathbf{D}_{t-1}, \mathbf{d}_{\lambda_t}]$

c)由最小二乘法得到 $\alpha_t = \arg \min_t \|\hat{\mathbf{I}} - \mathbf{D}_t \alpha\|_2^2$

d)更新残差 $\mathbf{f}_t = \hat{\mathbf{I}} - \mathbf{D}_t \alpha_t, t = t + 1$

e)判断残差大小是否满足 $\|\mathbf{f}_t\|_2^2 \leq \epsilon$ ,若满足,则迭代停止,重建图像成功;若不满足,则执行步骤1)

4)输出:稀疏系数 $\alpha$ 的逼近 $\alpha_t$ 。

通过步骤1)~4),得到了更新后的字典 $\mathbf{D}_t$ 和稀疏系数 $\alpha_t$ ,则重建后的图像 $\mathbf{I}_R = \mathbf{D}_t \alpha_t$ 。

## 3 SAR图像去噪

### 3.1 评价指标

为了对各组实验图像质量进行定量分析,利用峰值信噪比(PSNR)、等效视数(ENL)、边缘保持指数(EPI)和结构相似度(SSIM)这4个指标,从各个角度来全面分析处理后图像的质量优劣。另外,为了评价所提算法处理后图像的块效应,还使用了基于Sobel算子的块效应指数(BI)<sup>[29]</sup>来衡量块效应。

1)峰值信噪比

$$e_{\text{MSE}} = \frac{1}{mn} \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} (\mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}})^2, \quad (10)$$

$$r_{\text{PSNR}} = 10 \lg \frac{V_{\max \mathbf{X}}^2}{e_{\text{MSE}}} = 20 \lg \frac{V_{\max \mathbf{X}}}{\sqrt{e_{\text{MSE}}}}, \quad (11)$$

式中: $\mathbf{X}$ 为输入图像。PSNR越大,表示图像的质量越高。

2)等效视数

$$n_{\text{ENL}} = \frac{u^2}{\sigma^2} = \frac{1}{H} \sum_{h=1}^H u_h^2 / \sigma_h^2, \quad (12)$$

式中: $u^2$ 表示均值; $\sigma^2$ 是方差; $H$ 是图像中感兴趣区域。ENL越大,代表图像越光滑,图像去噪效果越好。

3)边缘保持指数

$$i_{\text{EPI}} = \frac{\sum_{i=1}^{m'} |G_{R1} - G_{R2}|_{\text{after filtering}}}{\sum_{i=1}^{m'} |G_{R1} - G_{R2}|_{\text{before filtering}}}, \quad (13)$$

式中: $m'$ 为图像像元个数; $G_{R1}$ 和 $G_{R2}$ 分别为左右和上下相邻像素的灰度值。边缘保持指数表示图像水平或垂直方向边缘的保持能力,EPI越高,意味着边缘保持能力越强。

4)结构相似度

结构相似度是一种衡量两幅图像相似度的指标,它由3个对比函数构成,分别是亮度对比函数 $L(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ 、对比度对比函数 $C(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ 、结构对比函数

$S(X, Y)$ 。它们的表达式为

$$L(X, Y) = \frac{2u_X u_Y + C_1}{u_X^2 + u_Y^2 + C_2}, \quad (14)$$

$$C(X, Y) = \frac{2\sigma_X \sigma_Y + C_2}{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + C_2}, \quad (15)$$

$$S(X, Y) = \frac{\sigma_{XY} + C_3}{\sigma_X \sigma_Y + C_3}, \quad (16)$$

式中： $u_X$ 和 $u_Y$ 分别为图像 $X$ 和 $Y$ 的均值； $\sigma_X$ 和 $\sigma_Y$ 分别为图像 $X$ 和 $Y$ 的标准差； $\sigma_X^2$ 和 $\sigma_Y^2$ 分别为图像 $X$ 和 $Y$ 的方差； $\sigma_{XY}$ 代表图像 $X$ 和 $Y$ 的协方差； $C_1$ 、 $C_2$ 和 $C_3$ 为避免分母为0的常数，通常取 $C_1 = (K_1 \times L)^2$ ， $C_2 = (K_2 \times L)^2$ ， $C_3 = C_2/2$ ，一般的 $K_1 = 0.01$ ， $K_2 = 0.03$ ， $L = 255$ （像素的动态范围，一般取255）。结构相似度指数可以表示为

$$\text{SSIM}(X, Y) = [L(X, Y)]^\alpha [C(X, Y)]^\beta [S(X, Y)]^\gamma, \quad (17)$$

式中： $\alpha, \beta, \gamma > 0$ ，用来调整三个模块的权重，通常三者之和为1。SSIM越大，代表图像结构信息越完整。

### 5) 块效应度指数

图像 $Y$ 在两个Sobel矩阵 $M_1$ 和 $M_2$ 之间进行卷积。 $M_1$ 和 $M_2$ 为

$$M_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, M_2 = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$D_1 = Y * M_1, D_2 = Y * M_2, \quad (19)$$

式中： $*$ 是卷积算子。

$$s_1 = \frac{1}{N_1} \left[ \sum_{(i,j) \in \Omega_{IV}} \frac{|D_1(i,j)|}{\max(D_1)} + \sum_{(i,j) \in \Omega_{IH}} \frac{|D_2(i,j)|}{\max(D_2)} \right], \quad (20)$$

$$s_2 = \frac{1}{N_2} \sum_{(i,j) \in \Omega_2} \frac{|D(i,j)|}{\max(D)}, \quad (21)$$

式中： $D(i, j) = \sqrt{D_1(i, j)^2 + D_2(i, j)^2}$ ； $s_1$ 是垂直边缘像素， $s_2$ 是水平边缘像素； $\Omega_{IV}$ 、 $\Omega_{IH}$ 和 $\Omega_2$ 分别是垂直边缘、水平边缘和中心像素的集合； $N_1$ 和 $N_2$ 分别是位于边缘和中心的像素点数量。

块效应指数为

$$S = \left| \frac{s_1^\lambda - s_2^\lambda}{s_1^\lambda + s_2^\lambda} \right|, \quad (22)$$

式中： $\lambda$ 用来调整块效应度，使 $S$ 更符合人对块效应主观感知的体验。经实验验证 $\lambda = 2$ ， $S$ 的范围为 $[0, 1]$ ，其中0表示图像没有块效应，1表示图像受块效应影响严重。

## 3.2 SAR图像去噪结果

利用MATLAB软件进行实验仿真。图2表示实验选用的3个SAR图像场景。场景1、场景2是英国国防研究局的农田场景的X波段机载SAR图像，大小均为 $256 \times 256$ 。场景3是某城市SAR图像，大小为 $487 \times 268$ 。由于三个场景的噪声强度不一样，实验能够体现不同噪声强度和稀疏表示的关系。为了体现所提算法性能，使用Lee滤波<sup>[2]</sup>、Frost滤波<sup>[4]</sup>、BM3D算法<sup>[6]</sup>、双边

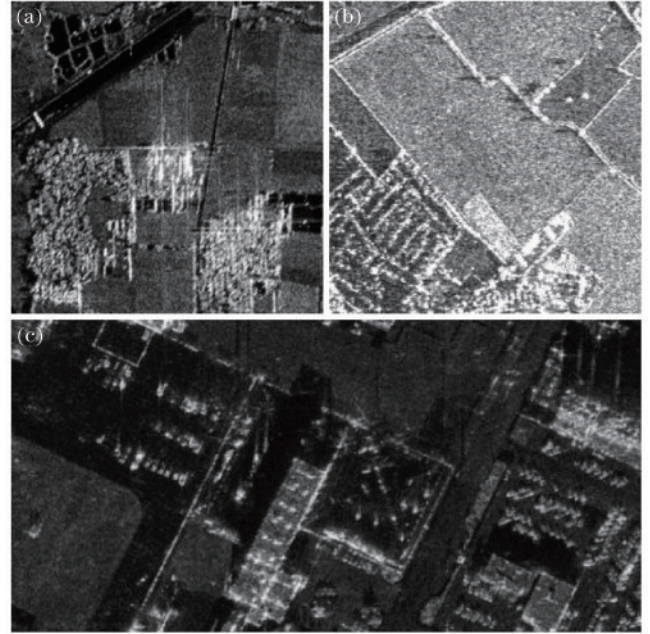


图2 实验图像。(a)场景1；(b)场景2；(c)场景3

Fig. 2 Experimental images. (a) Scene 1; (b) scene 2; (c) scene 3

滤波(BF)<sup>[5]</sup>、稀疏字典去噪(SR)<sup>[20]</sup>及字典联合Bayes估计算法(SR-Bayes)<sup>[22]</sup>作为对比方法，实验所用软件为MATLAB 2018b，选用Intel(R) Core(TM) i5-10400F CPU 2.90 GHz, 8G内存的计算机平台。

图3是场景1的去噪结果，表1为不同方法对场景1处理的参数。场景1包含田地、树林和河道，图中右上角大部分区域属于同质区。左上角是河道及水域，可以看出包含了较多的边缘信息。图中有2处放大子图，实线框里的是边缘细节放大图，虚线框里的是平滑区域放大图，分别用这两个区域计算EPI和ENL。从图像整体和局部放大图可以看出：Lee滤波和Frost滤波方法对SAR图像噪声滤除不完全，且整体过于模糊，EPI分别为0.63和0.70；所提算法相较于这二者在视觉上有了明显改善，图像指标得到明显提升；从图3(d)可以发现，相比于其他滤波方法，BM3D算法处理后的图像平滑、滤波效果好，ENL为120.03，但是场景1经BM3D算法处理后损失了许多边缘细节信息，EPI仅为0.77，PSNR为23.13 dB，BM3D算法对图像信息的保持效果不佳；双边滤波后图像的EPI为0.87，是对比算法中最好的，可见双边滤波在边缘保持上有突出优势，然而ENL较低，仅为39.64，表明双边滤波算法噪声抑制不完全，使得部分噪声和边缘信息混叠，从图3(e)也可以看出双边滤波算法滤除噪声不够彻底；在对比算法中，稀疏字典去噪的图像的PSNR和SSIM相对较高，表明稀疏重建后的图像信息损失较少，可以保持较高的峰值信噪比和图像结构信息；稀疏字典结合贝叶斯估计的算法的ENL为43.86，滤波效果比字典去噪提升了约34%，其他指标下降了约8%，这表明稀疏字典去噪能力和图像真实噪声估计有很大



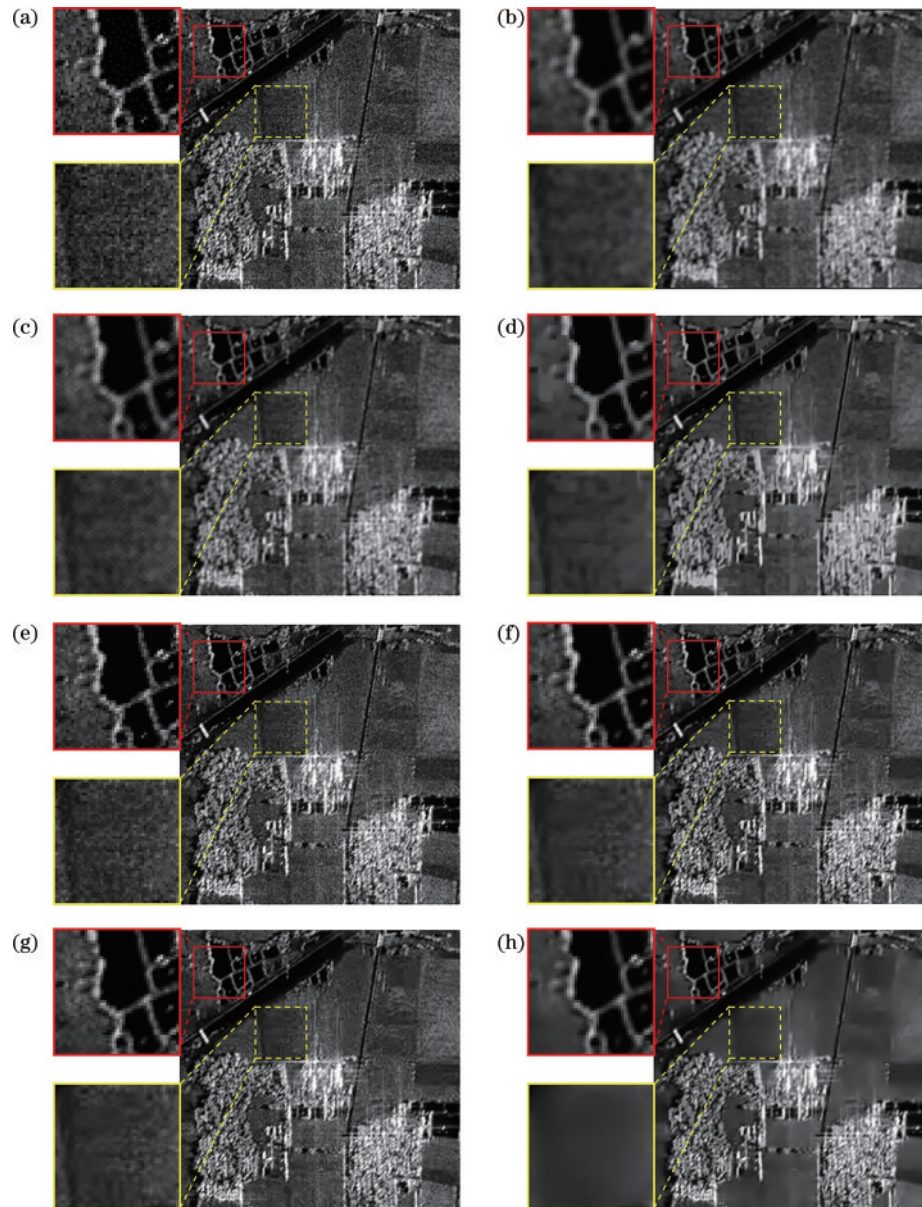


图3 场景1去噪结果。(a)噪声图;(b)Lee滤波;(c)Frost滤波;(d)BM3D滤波;(e)BF;(f)SR;(g)SR-Bayes;(h)所提算法  
Fig. 3 Denoising results of scene 1. (a) Noise image; (b) Lee filtering; (c) Frost filtering; (d) BM3D filtering; (e) BF; (f) SR; (g) SR-Bayes; (h) proposed method

表1 场景1去噪后的图像质量指标比较

Table 1 Comparison of denoising quality indicators of scene 1

Method	PSNR /dB	ENL	EPI	SSIM
Unfiltered	21.18	20.19		
Lee	23.57	72.21	0.63	0.53
Frost	23.40	49.79	0.70	0.51
BM3D	23.13	120.03	0.77	0.56
BF	24.30	39.64	0.87	0.66
SR	24.53	32.26	0.86	0.69
SR-Bayes	24.49	43.86	0.79	0.61
Proposed method	24.94	131.02	0.80	0.61

关系;所提算法结合了双边滤波和稀疏字典的优点,通过盲估计算法得到噪声图像的真实噪声水平,在大幅度提高噪声滤除效果的基础上,图像的边缘和结构信息也得到了保留。相比于BM3D算法,所提算法的各

个指标均有提升,其中ENL为131.02,滤波效果提升了约9.2%,EPI从0.77提升至0.80,边缘保持能力提升了约3.9%;和双边滤波对比,所提算法继承了双边滤波的边缘保持能力,在EPI下降仅0.07的基础上,滤波能力相比双边滤波提升了2倍多;和同类的字典去噪算法相比,也能看出所提算法的滤波效果有明显提升。

图4是场景2的去噪结果,表2为不同方法对场景2处理的参数。场景2包含大块田地、田埂和村庄,中心部分是大片的同质区,较为平整。不同田地之间的分界和图像右下角的边缘明显,且场景2整体噪声较为严重,可以很好地衡量算法的去噪能力。图中有2处放大子图,实线框里的是边缘细节放大图,虚线框里的是平滑区域放大图,分别用这两个区域计算EPI和ENL。从图像整体和局部放大图可以看出:场景2



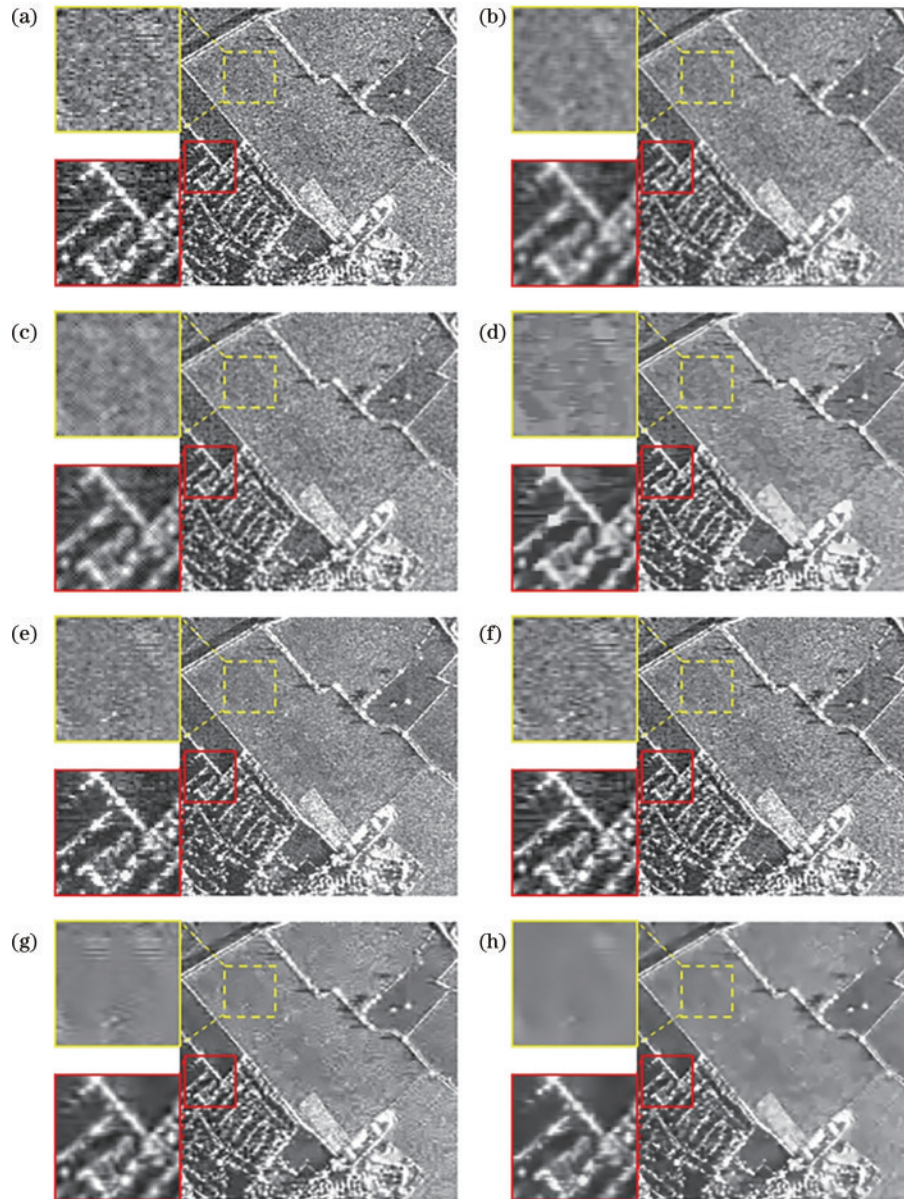


图4 场景2去噪结果。(a)噪声图;(b)Lee滤波;(c)Frost滤波;(d)BM3D滤波;(e)BF;(f)SR;(g)SR-Bayes;(h)所提算法

Fig. 4 Denoising results of scene 2. (a) Noise image; (b) Lee filtering; (c) Frost filtering; (d) BM3D filtering; (e) BF; (f) SR; (g) SR-Bayes; (h) proposed method

表2 场景2去噪后的图像质量指标比较

Table 2 Comparison of denoising quality indicators of scene 2

Method	PSNR /dB	ENL	EPI	SSIM
Unfiltered	13.66	18.05		
Lee	14.23	75.48	0.43	0.51
Frost	14.84	58.24	0.54	0.52
BM3D	14.68	76.26	0.51	0.64
BF	15.66	41.46	0.82	0.79
SR	14.51	44.87	0.74	0.70
SR-Bayes	15.89	81.20	0.78	0.68
Proposed method	16.38	93.28	0.80	0.75

经 Lee 滤波和 Frost 滤波方法处理后,图像损失了大量细节,因此人眼看上去模糊,从表 2 也能看出这两种方法处理后的 EPI 分别为 0.43 和 0.54,损失了大量边缘

信息;BM3D 算法处理后的图像较平滑,通过观察图 4(d)边缘区域放大图可知,BM3D 处理后图像边缘部分不是很理想,从表 2 也知 BM3D 算法的 EPI 仅为 0.51,损失了较多细节,说明 BM3D 算法在噪声较严重的 SAR 图像中表现不佳;图 4(e)是双边滤波处理后的图片,由表 2 可以看出,双边滤波在场景 2 中的 EPI 和 SSIM 分别为 0.82 和 0.79,边缘保持能力很好,然而观察放大子图和 ENL 指标可以发现,双边滤波的图片有部分噪声没有去除,这在噪声较严重的图像中表现更为明显;根据表 2 可知,所提算法处理后图像的 PSNR 和 ENL 都取得了最好的效果,分别为 16.38 dB 和 93.28,所提算法的 EPI 为 0.80,仅比双边滤波算法的 0.82 略低,并且所提算法的 ENL 为 93.28,相比双边滤波提升了约 125%;在噪声强度大的图像中,稀疏



字典同类算法去噪性能下降。所提算法处理后图片的 PSNR 和 ENL 都达到了最高值,表明所提算法对不同噪声强度的图片有自适应性,鲁棒性更强。

图 5 是场景 3 的去噪结果,表 3 为不同方法对场景

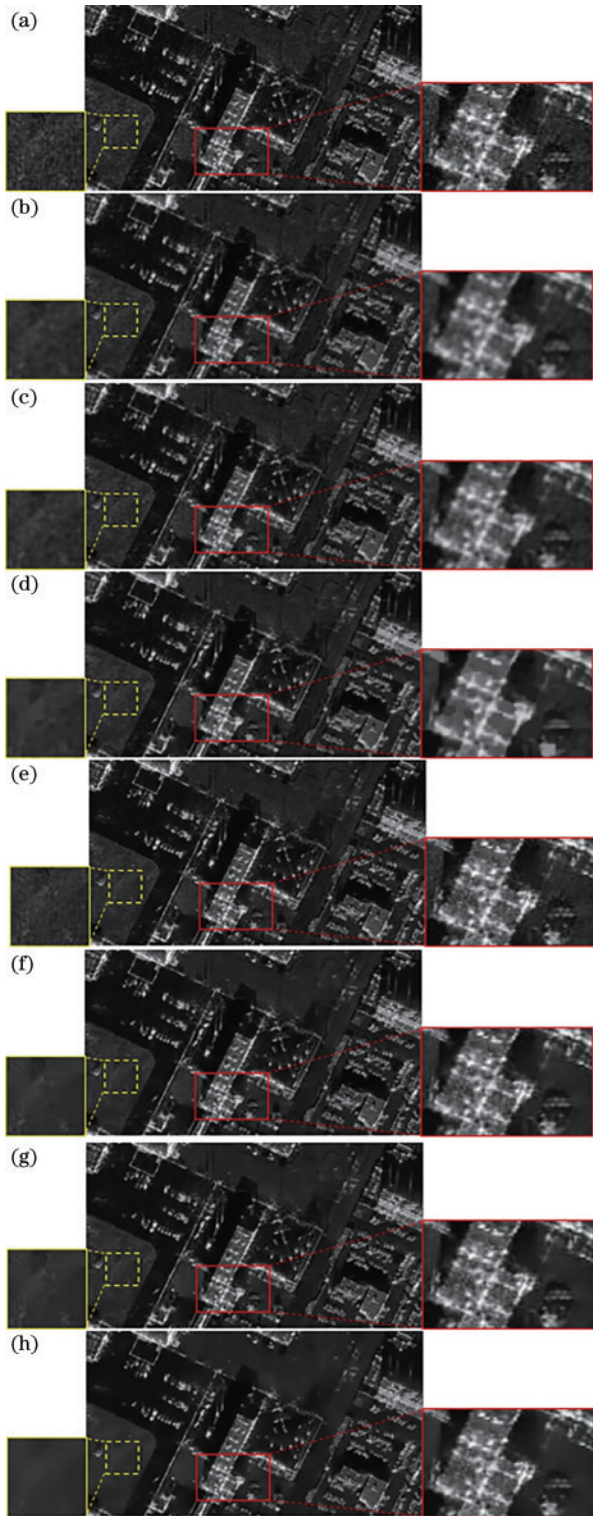


图 5 场景 3 去噪结果。(a)噪声图;(b)Lee 滤波;(c)Frost 滤波;  
(d)BM3D 滤波;(e)BF;(f)SR;(g)SR-Bayes;(h)所提算法  
Fig. 5 Denoising results of scene 3. (a) Noise image; (b) Lee filtering; (c) Frost filtering; (d) BM3D filtering; (e) BF; (f) SR; (g) SR-Bayes; (h) proposed method

3 处理的参数。场景 3 是某城市的局部图像,该图像虽然噪声较弱,但是图中目标信息和边缘较多,且是大场景图像,可以反映出算法对目标信息的保持能力。图 5 中有 2 处放大子图,实线框里的是目标细节放大图,虚线框里的是平滑区域放大图,分别用这两个区域计算 EPI 和 ENL。由图 5(b)和图 5(c)可以发现,Lee 滤波和 Frost 滤波方法处理后的图像损失了结构细节,因此目标看上去模糊,表 3 中 Lee 滤波和 Frost 滤波的 SSIM 分别为 0.79 和 0.82,也表明了这一点;由图 5(d)平滑区域放大图可知,BM3D 算法处理后,图像同质区的噪声滤除较为彻底,表 3 中 BM3D 的 ENL 指标为 75.64,也反映了 BM3D 的滤波能力,然而通过人眼观察图 5(d)边缘区域,图中的强散射区域不够清晰,代表图像损失了一部分目标信息;由图 5(e)看出,双边滤波的去噪效果和前两幅图像类似,能很好保持结构边缘信息,EPI 和 SSIM 分别为 0.78 和 0.89,值得注意的是,双边滤波的滤波效果在场景 3 得到提高,超过了 Lee 滤波和 Frost 滤波,这表明双边滤波在低噪声图像中去噪性能良好,在高噪声图像中去噪性能不佳,具有局限性;图 5(h)是所提算法的去噪结果,可以看出所提算法处理后图像更加平滑。和同类字典去噪算法相比,所提算法处理后图像的 ENL 从 70.02 提升到 87.62,提高了约 25%,EPI 也从 0.72 提升到 0.81,提高了 12.5%。

表 3 场景 3 去噪后的图像质量指标比较

Table 3 Comparison of denoising quality indicators of scene 3

Method	PSNR /dB	ENL	EPI	SSIM
Unfiltered	27.21	20.41		
Lee	27.27	56.01	0.47	0.79
Frost	28.07	49.09	0.55	0.82
BM3D	27.82	75.64	0.50	0.81
BF	28.39	58.16	0.78	0.89
SR	27.55	70.02	0.72	0.85
SR-Bayes	27.46	72.43	0.75	0.82
Proposed method	28.72	87.62	0.81	0.83

从 3 个场景的去噪结果来看,各类算法在不同的场景下表现各有优势。BM3D 算法的滤波能力是对比算法中表现较好的,但是容易损失边缘信息;双边滤波对图像边缘保持的能力也较为理想,但是噪声去除不够彻底;字典稀疏重建使得图像整体质量维持在一个较高的水平;所提算法不仅提升了去噪效果,而且提高了边缘保持能力,使得在目标信息完整的基础上得到更平滑的图像,更适应于不同噪声强度和不同画幅大小的场景。所提算法优势在处理噪声较为严重的图像时更加明显。

### 3.3 不同信噪比图像去噪结果

由于相干机制的影响,SAR 成像后的图像不可避免地会存在相干斑噪声,因此仿真的 SAR 图像也会存在斑噪声。为了验证所提方法在不同信噪比下的滤波性能,



采用仿真 SAR 图像,在原始仿真图像中加入不同大小的噪声进行滤波性能分析。本文使用的是文献[30]提出的基于 MSTAR 数据集的地面车辆目标高质量仿真 SAR 图像。图 6 是原图和加噪图像,其中加噪图像是在原图

基础上分别添加了  $\sigma=0.5$ 、 $\sigma=1$  和  $\sigma=1.5$  的乘性噪声得到的。原图的 PSNR 为 27.32 dB,加噪图像的 PSNR 分别为 24.12 dB、21.57 dB 和 20.13 dB。

图 7~9 分别是 3 个不同噪声水平的图像去噪结

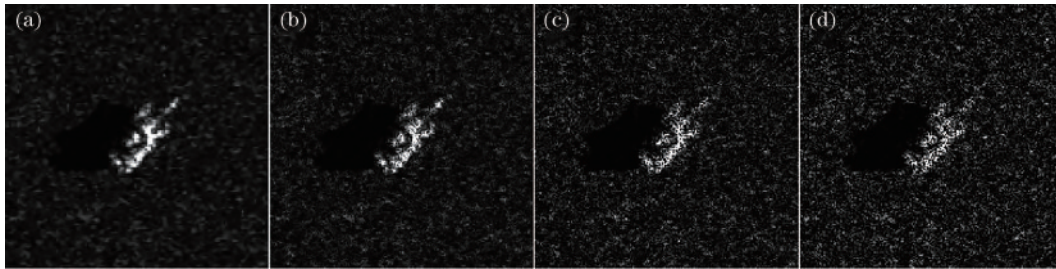


图 6 不同  $\sigma$  下的加噪图像。(a)原图;(b)  $\sigma=0.5$ ;(c)  $\sigma=1$ ;(d)  $\sigma=1.5$

Fig. 6 Noise-adding images under different  $\sigma$ . (a) Original image; (b)  $\sigma=0.5$ ; (c)  $\sigma=1$ ; (d)  $\sigma=1.5$

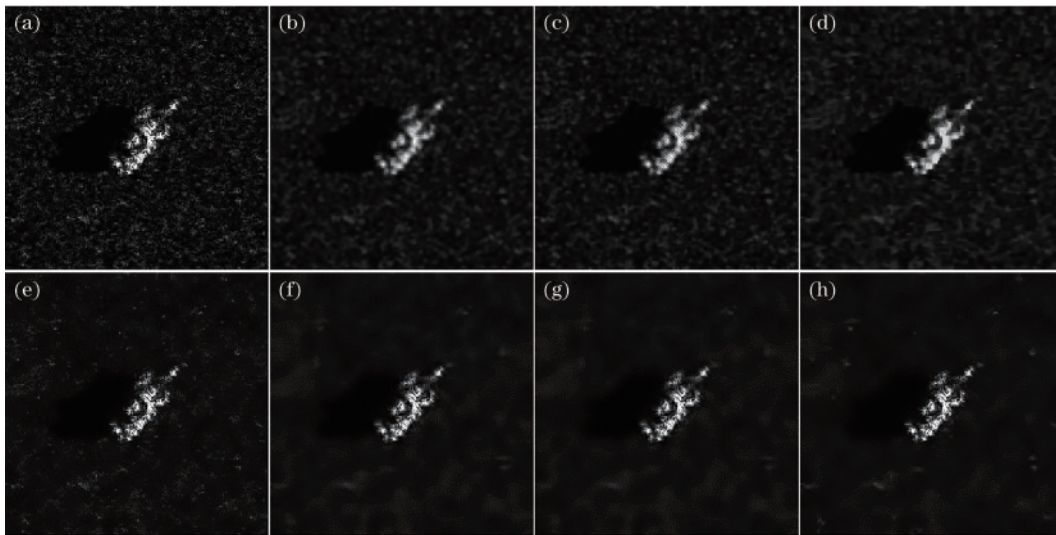


图 7  $\sigma=0.5$  下的去噪结果。(a)噪声图;(b) Lee 滤波;(c) Frost 滤波;(d) BM3D 滤波;(e) BF;(f) SR;(g) SR-Bayes;(h)所提算法

Fig. 7 Denoising results under  $\sigma=0.5$ . (a) Noise image; (b) Lee filtering; (c) Frost filtering; (d) BM3D filtering; (e) BF; (f) SR; (g) SR-Bayes; (h) proposed method

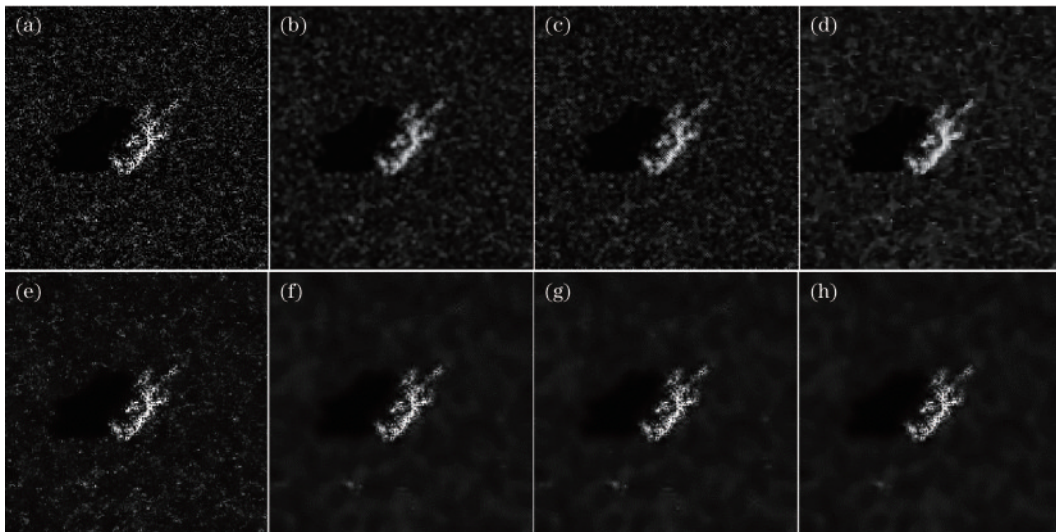


图 8  $\sigma=1$  下的去噪结果。(a)噪声图;(b) Lee 滤波;(c) Frost 滤波;(d) BM3D 滤波;(e) BF;(f) SR;(g) SR-Bayes;(h)所提算法

Fig. 8 Denoising results under  $\sigma=1$ . (a) Noise image; (b) Lee filtering; (c) Frost filtering; (d) BM3D filtering; (e) BF; (f) SR; (g) SR-Bayes; (h) proposed method

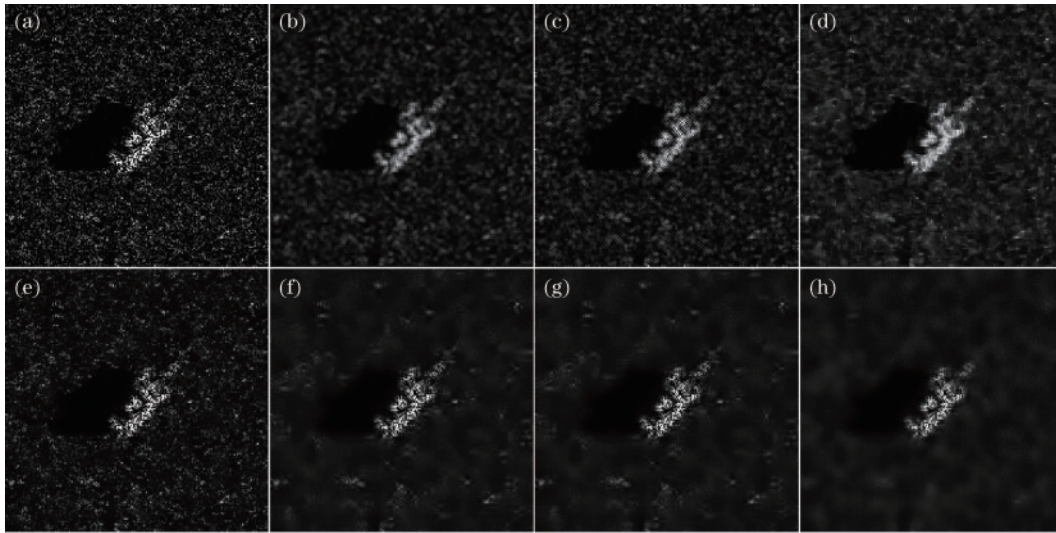


图9  $\sigma = 1.5$ 下的去噪结果。(a)噪声图;(b) Lee滤波;(c) Frost滤波;(d) BM3D滤波;(e) BF;(f) SR;(g) SR-Bayes;(h)所提算法  
 Fig. 9 Denoising results under  $\sigma = 1.5$ . (a) Noise image; (b) Lee filtering; (c) Frost filtering; (d) BM3D filtering; (e) BF; (f) SR; (g) SR-Bayes; (h) proposed method

果。由图7可以看出,由于图像的噪声较小,各对比算法均有较好的滤波效果。但是从图7(b)~(d)可以发现, Lee、Frost和BM3D滤波虽然滤除了噪声,但也损失了目标信息,导致目标散射强度减弱。双边滤波和稀疏字典类算法在滤除噪声的同时也完整保留了目标信息。表4为不同噪声水平滤波后的图像质量指标,加粗数据表示最优值。由表4可知,所提算法处理后图像ENL和EPI指数最高,分别为28.13和0.90, ENL比同类稀疏算法高了约17%,所提算法在完整保留目标信息的同时滤除噪声更彻底。图8和图9是噪声较大的图像, Lee、Frost和BM3D滤波和在图7中的表现类似,在滤除噪声的同时也损失了目标信息,而且在噪声大的图像中表现更差。处理噪声较大的图像时,双边滤波的性能有所下降,从图8(e)和图9(e)可以发现,处理后的图像依然存在明显的噪声。由表4

可知,双边滤波对图9加噪图像处理后的ENL仅为1.09。从图7(f)~(h)、图8(f)~(h)、图9(f)~(h)可以看出,稀疏算法的滤波性能要优于其他算法,但是在噪声水平较高的图像上性能也有所下降,从图9(f)和图9(g)可以看出依然有噪声存在。对于图9,稀疏去噪算法处理后图像ENL为9.09,稀疏贝叶斯估计算法处理后图像ENL为9.71,所提算法处理后图像的ENL为14.78,相比同类稀疏算法,分别提升了约62%和52%,并且所提算法的PSNR为22.23 dB,处理后图像的质量最高。如图9(h)所示,所提算法处理后,不仅图像中的噪声被滤除干净,目标信息也得到了较为完整的保留。综合可知,所提算法在不同噪声水平的图像上的表现都要优于其他算法,在噪声大的图像上依然保持良好的滤波性能。

表4 不同噪声水平下滤波后的图像质量指标比较

Table 4 Comparison of image quality indicators after filtering under different noise levels

Method	$\sigma = 0.5$				$\sigma = 1$				$\sigma = 1.5$			
	PSNR /dB	ENL	EPI	SSIM	PSNR /dB	ENL	EPI	SSIM	PSNR /dB	ENL	EPI	SSIM
Unfiltered	24.12	1.85	0.54	0.69	21.57	0.92	0.37	0.44	20.13	0.73	0.30	0.32
Lee	24.39	5.59	0.68	0.74	23.15	3.68	<b>0.76</b>	<b>0.77</b>	21.05	3.91	0.64	<b>0.69</b>
Frost	24.83	4.32	0.65	0.81	22.58	2.58	0.69	0.67	21.37	2.41	0.56	0.55
BM3D	25.09	6.72	0.75	0.75	22.53	4.58	0.69	0.65	21.37	5.51	0.60	0.62
BF	25.25	8.19	0.73	0.74	22.68	1.75	0.47	0.62	20.52	1.09	0.36	0.44
SR	25.40	23.95	0.89	0.84	23.22	13.07	0.67	0.72	21.37	9.09	0.60	0.63
SR-Bayes	<b>25.41</b>	25.35	<b>0.90</b>	<b>0.85</b>	23.16	11.62	0.66	0.72	21.42	9.71	0.61	0.63
Proposed method	25.32	<b>28.13</b>	<b>0.90</b>	0.83	<b>23.40</b>	<b>16.60</b>	0.73	0.71	<b>22.23</b>	<b>14.78</b>	<b>0.70</b>	0.60

从6组实验可以看出,所提算法具有鲁棒性强的特点,可以在不同噪声水平的场景下保持良好的性能。图像的块效应指数如表5所示,所提算法的3个场景块

效应指数分别为0.018、0.058、0.026,所提算法处理3个加噪图像后的块效应指数分别为0.024、0.015、0.058,可以认为恢复后的图像不受块效应影响。



表 5 所提算法的图像块效应指数  
Table 5 Image blockiness index of the proposed method

Parameter	Scene 1	Scene 2	Scene 3	Noise-adding image1	Noise-adding image 2	Noise-adding image 3
BI	0.018	0.058	0.026	0.024	0.015	0.058

## 4 结 论

提出了基于盲估计和双边滤波的 SAR 图像稀疏降噪算法。该算法通过双边滤波进行预处理,尽可能地保留边缘信息;接着对图像进行分块处理,采用 DCT 字典对图像进行稀疏分解;再利用 OMP 算法重建图像,盲估计算法估计出的图像噪声充当重建过程的残差阈值;最终得到去噪图像。介绍了多种经典的 SAR 图像去噪算法,如 Lee 滤波、Frost 滤波、BM3D 去噪、双边滤波、字典去噪以及稀疏字典结合贝叶斯估计去噪算法。通过对不同场景下的 SAR 图像进行仿真实验和与多种先进去噪方法对比,从结果可知,和所提算法比较,其他对比方法鲁棒性不强,所提算法可以在各类复杂场景下保持稳定的性能,在等效视数提升的基础上,边缘信息也能得到很好保留。在未来的研究工作中,将进一步利用稀疏字典的特性,优化去噪算法,使得去噪后的图像在人眼观察效果和量化指标上都有进一步的提升。所提算法也有不足之处,双边滤波算法本身计算量比较大,结合双边滤波后计算量进一步提升,因此减少计算量将是下一步研究的重点。

### 参 考 文 献

- [1] Eom K B. Anisotropic adaptive filtering for speckle reduction in synthetic aperture radar images[J]. Optical Engineering, 2011, 50(5): 057206.
- [2] Rubel O, Lukin V, Rubel A, et al. Selection of lee filter window size based on despeckling efficiency prediction for sentinel SAR images[J]. Remote Sensing, 2021, 13(10): 1887.
- [3] 朱磊, 李敬曼, 潘杨, 等. 自适应调节滤波强度的 SAR 图像非局部平均抑斑算法[J]. 电子与信息学报, 2021, 43(5): 1258-1266.  
Zhu L, Li J M, Pan Y, et al. SAR image despeckling algorithm using non-local means with adaptive filtering strength[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2021, 43(5): 1258-1266.
- [4] Pan Y, Meng Y H, Zhu L. SAR image despeckling method based on improved Frost filtering[J]. Signal, Image and Video Processing, 2021, 15(4): 843-850.
- [5] Papari G, Idowu N, Varslot T. Fast bilateral filtering for denoising large 3D images[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2017, 26(1): 251-261.
- [6] Fedorov V, Ballester C. Affine non-local means image denoising[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2017, 26(5): 2137-2148.
- [7] Dabov K, Foi A, Katkovnik V, et al. Image denoising by sparse 3-D transform-domain collaborative filtering[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16(8): 2080-2095.
- [8] 吴天琦, 肖文, 李仁剑, 等. 基于时域迭代小波变换的单分子定位图像背景去噪[J]. 中国激光, 2021, 48(13): 1307001.  
Wu T Q, Xiao W, Li R J, et al. Single-molecule localization image background denoising based on time-domain iterative wavelet transform[J]. Chinese Journal of Lasers, 2021, 48(13): 1307001.
- [9] Tian X L, Jiao L C, Guo K W. An affinity-based algorithm in nonsubsampling contourlet transform domain: application to synthetic aperture radar image denoising[J]. Journal of Signal Processing Systems, 2016, 83: 373-388.
- [10] Chu T Y, Tan Y M, Liu Q, et al. Novel fusion method for SAR and optical images based on non-subsampling shearlet transform[J]. International Journal of Remote Sensing, 2020, 41(12): 4590-4604.
- [11] Huang Q G, Hao B Y, Chang S. Adaptive digital ridgelet transform and its application in image denoising [J]. Digital Signal Processing, 2016, 52: 45-54.
- [12] Jiang X P, Ding H, Zhang H, et al. Study on compressed sensing reconstruction algorithm of medical image based on curvelet transform of image block[J]. Neurocomputing, 2017, 220: 191-198.
- [13] Liu G, Kang H, Wang Q, et al. Contourlet-CNN for SAR image despeckling[J]. Remote Sensing, 2021, 13(4): 764.
- [14] Lü Z Y, Han M, Li D C. Denoising of uncertain type noise images by spatial feature classification in nonsubsampling shearlet transform[J]. IEEE Access, 2020, 8: 5009-5021.
- [15] Zhang X J, Ye W Z. An adaptive second-order partial differential equation based on TV equation and p-Laplacian equation for image denoising[J]. Multimedia Tools and Applications, 2019, 78(13): 18095-18112.
- [16] 周理, 毕笃彦, 何林远. 融合变分偏微分方程的单幅彩色图像去雾[J]. 光学精密工程, 2015, 23(5): 1466-1473.  
Zhou L, Bi D Y, He L Y. Single color image dehazing using variational partial differential equation[J]. Optics and Precision Engineering, 2015, 23(5): 1466-1473.
- [17] Lakra M, Kumar S. A CNN-based computational algorithm for nonlinear image diffusion problem[J]. Multimedia Tools and Applications, 2020, 79(33/34): 23887-23908.
- [18] 沈康, 刘松德, 施钧辉, 等. 基于双域神经网络的稀疏视角光声图像重建[J]. 中国激光, 2022, 49(5): 0507208.  
Shen K, Liu S D, Shi J H, et al. Dual-domain neural network for sparse-view photoacoustic image reconstruction [J]. Chinese Journal of Lasers, 2022, 49(5): 0507208.
- [19] 亢艳芹, 刘进, 王勇, 等. 联合卷积稀疏编码与梯度 L<sub>0</sub> 范数的低剂量 CT 三维重建[J]. 光学学报, 2021, 41(9): 0911005.

- Kang Y Q, Liu J, Wang Y, et al. Low-dose CT 3D reconstruction using convolutional sparse coding and gradient  $L_0$ -norm[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(9): 0911005.
- [20] Zhang Z, Chen X, Liu L, et al. A sparse representation denoising algorithm for visible and infrared image based on orthogonal matching pursuit[J]. *Signal, Image and Video Processing*, 2020, 14(4): 737-745.
- [21] Liu Q G, Wang S S, Ying L, et al. Adaptive dictionary learning in sparse gradient domain for image recovery[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2013, 22(12): 4652-4663.
- [22] 朱路, 刘松, 曹赛男, 等. 稀疏梯度域非参数贝叶斯字典学习图像去噪[J]. *计算机工程与设计*, 2020, 41(3): 802-807.
- Zhu L, Liu S, Cao S N, et al. Nonparametric Bayesian dictionary learning in sparse gradient domain for image denoising[J]. *Computer Engineering and Design*, 2020, 41(3): 802-807.
- [23] Liu X H, Tanaka M, Okutomi M. Single-image noise level estimation for blind denoising[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2013, 22(12): 5226-5237.
- [24] Pyatykh S, Hesser J, Zheng L. Image noise level estimation by principal component analysis[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2013, 22(2): 687-699.
- [25] Lei L, Xi F, Chen S Y, et al. A sparse representation denoising algorithm for finger-vein image based on dictionary learning[J]. *Multimedia Tools and Applications*, 2021, 80(10): 15135-15159.
- [26] Amiraz C, Krauthgamer R, Nadler B. Tight recovery guarantees for orthogonal matching pursuit under Gaussian noise[J]. *Information and Inference: A Journal of the IMA*, 2020, 10(2): 573-595.
- [27] 宋云, 李雪玉, 沈燕飞, 等. 基于非局部相似块低秩的压缩感知图像重建算法[J]. *电子学报*, 2017, 45(3): 695-703.
- Song Y, Li X Y, Shen Y F, et al. Compressed sensing image reconstruction based on low rank of non-local similar patches[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2017, 45(3): 695-703.
- [28] Lu X Y, Yang J C, Tan K, et al. Range-Doppler image reconstruction for collocated MIMO noise radar by sparse recovery[J]. *Remote Sensing Letters*, 2022, 13(3): 279-289.
- [29] Perra C, Massidda F, Giusto D D. Image blockiness evaluation based on Sobel operator[C]//*IEEE International Conference on Image Processing*, September 14, 2005, Genova, Italy. New York: IEEE Press, 2005: 389.
- [30] 董纯柱, 胡利平, 朱国庆, 等. 地面车辆目标高质量 SAR 图像快速仿真方法[J]. *雷达学报*, 2015, 4(3): 351-360.
- Dong C Z, Hu L P, Zhu G Q, et al. Efficient simulation method for high quality SAR images of complex ground vehicles[J]. *Journal of Radars*, 2015, 4(3): 351-360.